

## Реализация схемы КГД для одномерной задачи в OpenFOAM (решатель QGDfoam)

Реализуем численную схему уравнений для одномерного плоского течения в OpenFOAM (уравнения (5.50)–(5.53) из [1], разностная схема приведена на стр. 119 – 120). Полагаем, что течение является невязким (в приведенных уравнениях принимаем  $\mu = 0$ ,  $\kappa = 0$ ). При необходимости вычисления значений полей на гранях конечнообъемной сетки используется линейная интерполяция. Схема по времени является явной.

Следует отметить, что реализованную в решателе QGDfoam схему можно применять только для решения одномерных задач.

### Тестирование решателя

Рассмотрим задачу Сода. Выберем длину расчетной области  $L = 1$ . Положение контактного разрыва полагаем в центре области при  $x = 0$ . Значение показателя адиабаты  $\gamma = 1.4$  ( $C_p = 1.4$ ,  $C_v = 1$ ). В начальный момент времени в левой части области значения полей равны  $\rho_L = 1.0$ ,  $U_L = 0.0$ ,  $p_L = 1.0$ ,  $T_L = 2.5$ . Значения полей справа равны соответственно  $\rho_R = 0.125$ ,  $U_R = 0.0$ ,  $p_R = 0.1$ ,  $T_R = 2.0$ . Конечное время счета составляет  $t_{end} = 0.25$ .

На примере данной задачи исследуем сеточную сходимость и порядок метода. Для этого проведем расчеты при следующих параметрах пространственной и временной дискретизации (табл. 1). Здесь  $h$  — шаг пространственной дискретизации,  $N_x$  — количество ячеек на длину расчетной области,  $\Delta t$  — фиксированный шаг по времени. При решении тестовых задач параметр численной схемы  $\alpha$  полагался равным 0.5.

Таблица 1. Параметры дискретизации для тестовых задач

№ теста	$h$	$N_x$	$\Delta t$
1	0.01	100	$1 \cdot 10^{-3}$
2	0.005	200	$0.5 \cdot 10^{-3}$
3	0.0025	400	$0.25 \cdot 10^{-3}$
4	0.00125	800	$0.125 \cdot 10^{-3}$

Результаты расчетов представлены на рис. 1 – 4. Черной пунктирной линией обозначено численное решение задачи Сода. Цветными линиями обозначены результаты численного решения для разных шагов пространственной дискретизации (см. табл. 1): синяя линия — тест 1, красная — тест 2, зеленая — тест 3, фиолетовая — тест 4.

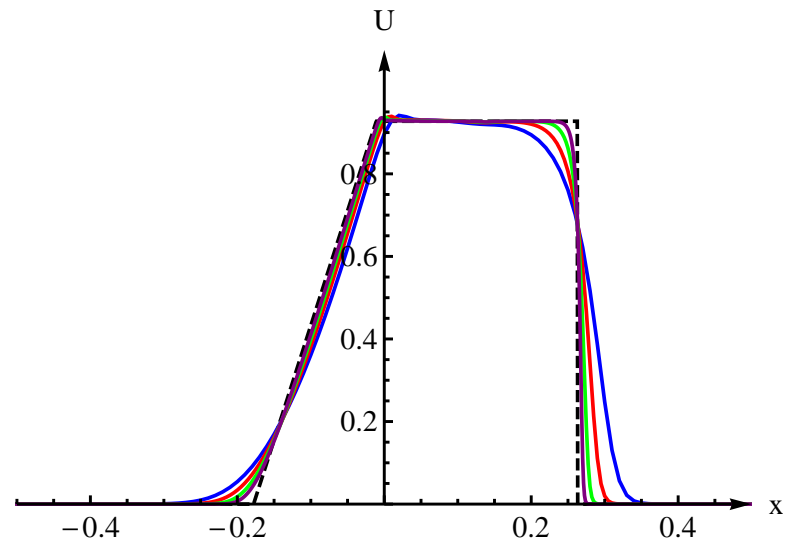


Рис. 1. Распределение абсолютного значения скорости для задач из табл. 1 при  $t = 0.15$ . Сравнение аналитического решения (черная пунктирная кривая) и численного решения на разных сетках (цветные линии)

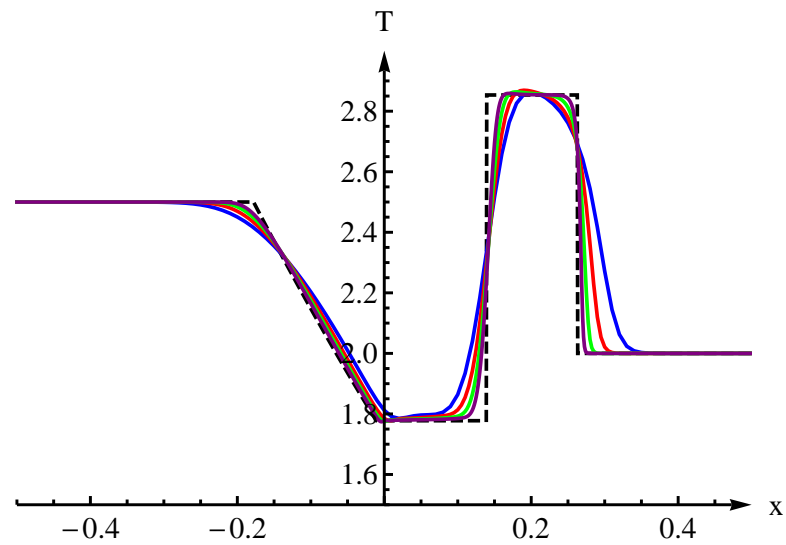


Рис. 2. Распределение температуры для задач из табл. 1 при  $t = 0.15$ . Сравнение аналитического решения (черная пунктирная кривая) и численного решения на разных сетках (цветные линии)

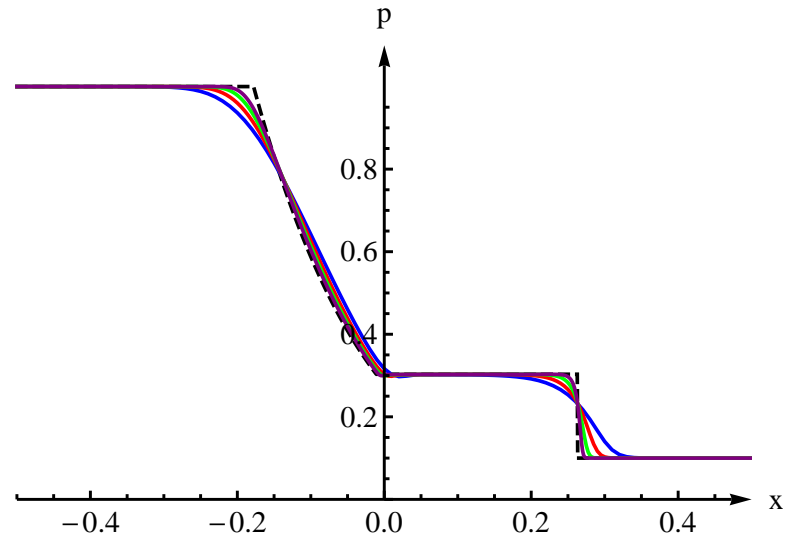


Рис. 3. Распределение давления для задач из табл. 1 при  $t = 0.15$ . Сравнение аналитического решения (черная пунктирная кривая) и численного решения на разных сетках (цветные линии)

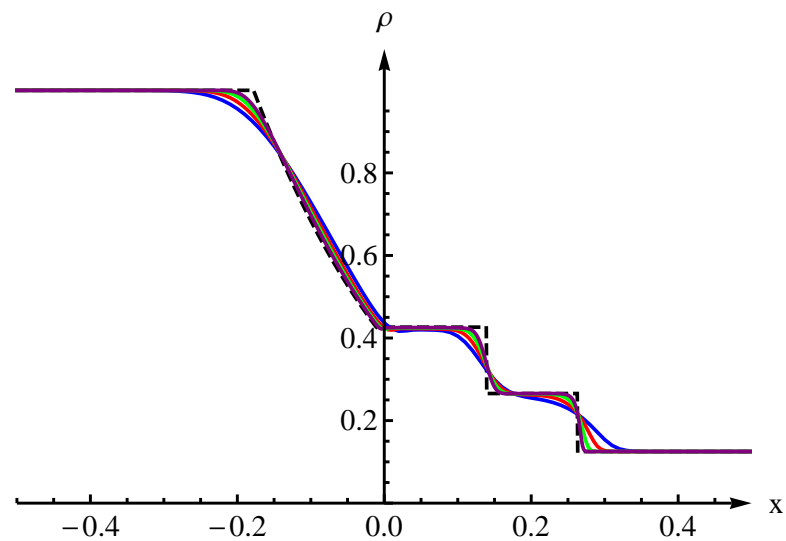


Рис. 4. Распределение плотности для задач из табл. 1 при  $t = 0.15$ . Сравнение аналитического решения (черная пунктирная кривая) и численного решения на разных сетках (цветные линии)

Исследуем порядок точности метода. Вычислим  $L_2$ -нормы ошибок численного решения для каждого теста из табл. 1 и возьмем логарифм от отношения значений соседних норм (табл. 2).

Таблица 2. Исследование порядка точности метода

№	$\ U - U^*\ $	$\ T - T^*\ $	$\ p - p^*\ $	$\ \rho - \rho^*\ $
1	0.011856	0.018680	0.001062	0.000788
2	0.006554	0.011366	0.000535	0.000422
3	0.003406	0.006986	0.000259	0.000228
4	0.001683	0.004345	0.000122	0.000127
№	$\log_2 \frac{\ U_{(n-1)} - U^*\ }{\ U_{(n)} - U^*\ }$	$\log_2 \frac{\ T_{(n-1)} - T^*\ }{\ T_{(n)} - T^*\ }$	$\log_2 \frac{\ p_{(n-1)} - p^*\ }{\ p_{(n)} - p^*\ }$	$\log_2 \frac{\ \rho_{(n-1)} - \rho^*\ }{\ \rho_{(n)} - \rho^*\ }$
2	0.855219	0.716866	0.990609	0.901026
3	0.944223	0.702192	1.042890	0.885108
4	1.017000	0.684969	1.088320	0.849146

## Вопросы для обсуждения

1. Сравнение решений задач Сода, полученных с использованием решателя QGDfoam и в оригинальной программе (сравнение решений на сетке и норм ошибок для отладки).
2. Возможно ли исключение показателя адиабаты  $\gamma$  из уравнений? Если нет, то является ли в общем случае показатель адиабаты  $\gamma$  постоянным? Или необходимо его внесение под производную?
3. В квазигазодинамических уравнениях присутствуют слагаемые, которые невозможно напрямую аппроксимировать методом конечных объемов (к примеру, слагаемые, в которых входит тензор  $\Pi$ ). Как в общем случае (на неструктурированных сетках) вычисляются значения этих слагаемых в полупространственных точках (на гранях конечных объемов)?
4. Окончательное согласование системы уравнений и численной схемы.

## Список литературы

1. Т.Г. Елизарова. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений – М: Научный мир, 2007. – 352 с.