

紫丁香

先考虑怎么解决一次询问。

二分答案，现在问题转化为给定一个位的集合 B ，求是否存在一种方式操作完后 B 中的位全都是 1。将 B 的限制写成一个由 1, * 组成的串 R ，为 1 的位表示操作完之后要是 1，为 * 的位表示对这一位没有限制。

现在考虑最后一次操作，设这次操作对应的串是 T_i ，那么：

- R 中一个为 * 的位， T_i 中可以是 0, 1, - 中的任何一个，因为没有限制。
- R 中一个为 1 的位， T_i 中只能是 1, -，因为否则最后就会是 0。

假设某个 R 中为 1 的位，在 T_i 中也是 1，那么这一位在更之前的操作中就没有限制了（反正最后一步会变成 1），所以我们可以将 R 的这位改成 *。

于是判定的过程可以看成这样：

- 每一轮，选出一个满足条件的 T_i ，然后把 R, T_i 中都为 1 的位在 R 中改成 *。
- 重复上述过程直到 R 无法再被更新。

最终， R 可能还剩下一些 1，这些 1 无法通过操作产生，我们只需检验初始串 S 中这些位置是不是都是 1，如果是则说明判定成功，否则判定失败。

直接这么做复杂度可能是 $O(nqm^2)$ 的。

注意到判定过程除了最后一步之外只和 R 有关，而 R 只有 2^m 种，所以我们不妨对 R 进行 DP。设 $f(R)$ 表示 R 通过上面的更新过程能更新到的 1 的数量最小的串，再设 $g(R)$ 表示仅从 R 开始进行一次操作能够变成 * 的位的并。

那么， $f(R) = g^\infty(R)$ ，而 $g(R)$ 的计算是简单的：比如把操作记在某个对应的 R_0 上，然后做个高维前缀或即可。

预处理 $f(R)$ 后，我们就可以 $O(1)$ 或 $O(m)$ 地进行二分答案中的一次判定。

总复杂度 $O((n + q + 2^m) \times m)$ 。