



实验舱
青少年编程
走近科学 走进名校

挑战信息学奥林匹克

C++程序设计 (9) 进制转换

二进制数

- 十进制数

- 二进制数

 - ◆ 0, 1

 - ◆ 最后一位0是偶数，最后一位1是奇数

 - ◆ 2^1 , 2^2 , 2^3, 二进制数是10, 100, 1000.....

- 计算机为什么要使用二进制数？

十进制转二进制数（短除求余法）

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \dots\dots\dots 0 \\ 2 \overline{) 3} \dots\dots\dots 1 \\ 2 \overline{) 1} \dots\dots\dots 1 \\ \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

低位
↑
:
↓
高位

$$(6)_{10} = (110)_2$$

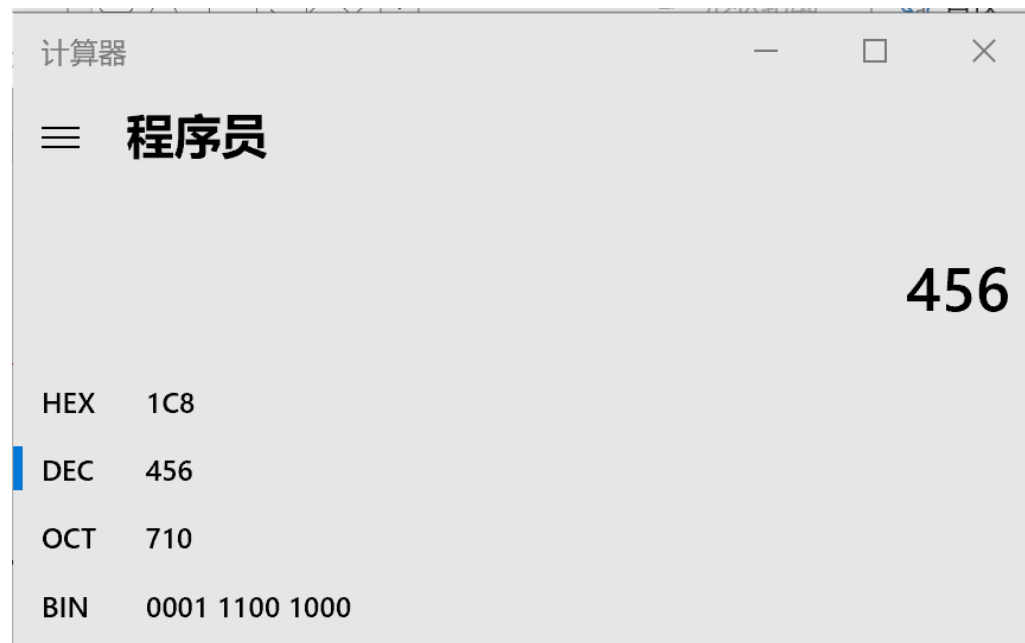
计算：

举一反三：十进制转十六进制

■思考：八进制、十六进制、任意进制如何表示？

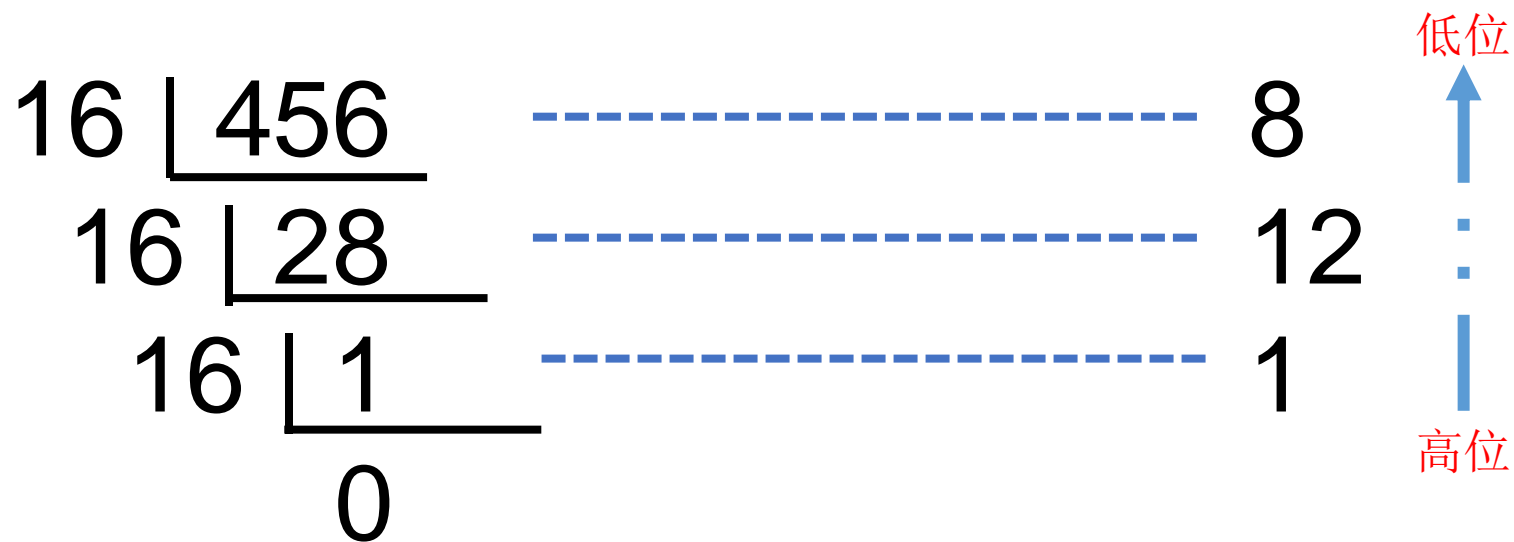
A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15

■ $(456)_{10} = (1C8)_{16}$



举一反三：十进制转十六进制

■ $(456)_{10} = (1C8)_{16}$



十进制转R进制数算法

十进制数

```
string DtoR(int n, int r)
{
    string s = "";
    int x;
    if (n == 0) s = "0";
    while ( n )
    {
        x = n % r;
        n = n / r;
        if ( x < 10 ) s = char(x + 48) + s;
        else s = char(x - 10 + 'A') + s;
    }
    return s;
}
```

该函数可以将十进制转换为R进制 ($2 \leq R \leq 35$)

R进制数

例题-1：二进制

整数的十进制转换成二进制采用的是“除 2 取余，按权展开，倒序排列”的方法。现给出一个十进制数，保证它在整数（*integer*）范围内，请你将它转换成二进制数。

【输入说明】

一个整数 n 。

【输出说明】

第一行，若干个 1 或 0，（二进制表示，从高位到低位输出。）

【输入样例】

5

【输入样例2】

8

【输出样例】

101

【输出样例2】

1000

参考代码

```
int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    cout << DtoR(n, 2) << endl;
    return 0;
}
```

例题-2：有趣的R进制数

题目描述

将十进制数转换成R进制数，对于R($2 \leq R \leq 36$)进制10以上的数，用大写的字母A、B、C...Z表示。

例如，16进制数15用F表示，20进制的10，用A表示。

小明觉得有英文字母表示的R进制数特别有趣，就编了一个程序，将十进制数转换成各种R进制数。

【输入说明】

第一行一个十进制整数n。

第二行一个整数m。

第三行m个整数R，R为要转换的进制

【输出说明】

输出m行，每行一个R进制数。

【输入样例】

895

2

16 8

【输出样例】

37F

1577

【样例解释】

895转换16进制数是37F

895转换8进制数是1577

参考代码

```
int main()
{
    int n, m, r;
    cin >> n >> m;
    for ( int i = 0; i < m; i++ )
    {
        cin >> r;
        cout << DtoR(n, r) << endl;
    }
    return 0;
}
```

二进制转十进制（按权求和）

$$(11001)_2 = (25)_{10}$$

$$1 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$$

k位二进制数表示为

$$a_0 \dots a_{k-3} a_{k-2} a_{k-1}$$

$$a_0 * 2^{k-1} + a_1 * 2^{k-2} + \dots + a_{k-2} * 2^1 + a_{k-1} * 2^0$$

二进制转十进制算法（秦九韶算法）

$$\begin{aligned} & a_1 * 2^3 + a_2 * 2^2 + a_3 * 2^1 + a_4 \\ & 2(a_1 * 2^2 + a_2 * 2 + a_3) + a_4 \\ & 2(2(a_1 * 2 + a_2) + a_3) + a_4 \end{aligned}$$

$$2(2(2 \dots 2(a_1 * 2 + a_2) + a_3) + \dots a_{k-1}) + a_k$$

$$R(R(R \dots R(a_1 * R + a_2) + a_3) + \dots a_{k-1}) + a_k$$

R进制转十进制

R进制数

```
int RtoD(string s, int r)
{
    int len = s.size();
    int x, k = 0;
    for ( int i = 0; i < len; i++ )
    {
        if ( isupper(s[i])) x = s[i] - 'A' + 10;
        else x = s[i] - '0';
        k = k * r + x;
    }
    return k;
}
```

十进制数

例题-3：R-进制数

【题目描述】

将 R 进制数转换成十进制。

【输入说明】

两行，第一行为 R ，即 R 进制。第二行是 R 进制数。

【输出说明】

输出一个十进制整数。

【输入样例】

32

E8

【输出样例】

456

算法分析

1. r读取R进制
2. s字符串读取R进制数
3. 函数RtoD()将R进制转换十进制数

```
int main()  
{  
    string s;  
    int r;  
    cin >> r >> s;  
    cout << RtoD(s, r) << endl;  
    return 0;  
}
```

例题-4：统计二进制中的1

题目描述

num ,统计在 num 中的1的个数

输入格式

第一行一个整数 n

接下来一行 n 个整数

输出格式

输出这些数中二进制的1的个数

输入样例

3
1 2 3

输出样例

4

样例解释

$$(1)_{10} = (1)_2$$

$$(2)_{10} = (10)_2$$

$$(3)_{10} = (11)_2$$

一共出现了4个二进制的1，所以输出4


数据规模

$$1 \leq n \leq 10^6$$

$$0 \leq num \leq 2^{63} - 1$$

参考代码-1

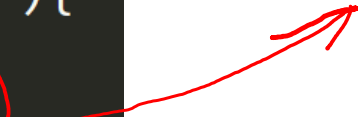
```
int main()
{
    int n, x, ans = 0;
    cin >> n;
    for ( int i = 0; i < n; i++ ){
        cin >> x;
        string s = DtoR(x, 2);
        ans = ans + TJ(s);
    }
    cout << ans << endl;
    return 0;
}
```



```
int TJ(string st)
{
    int t = 0;
    for ( int i = 0; i < st.size(); i++ )
    {
        if ( st[i] == '1' ) t++;
    }
    return t;
}
```

参考代码二

```
int main()
{
    int n, x, ans = 0;
    cin >> n;
    for ( int i = 0; i < n; i++ ){
        cin >> x;
        ans = ans + DtoR(x, 2);
    }
    cout << ans << endl;
    return 0;
}
```



```
int DtoR(int n, int r)
{
    int k = 0;
    while ( n ){
        if ( n % r == 1) k++;
        n /= r;
    }
    return k;
}
```

补充知识：十进制小数转二进制

■ “乘以2取整，顺序排列”（乘2取整法）

例： $(0.625)_{10} = (0.101)_2$

	0.625	
X	2	
<hr/>		
	1.25	1
X	2	
<hr/>		
	0.5	0
X	2	
<hr/>		
	1.0	1



思考：
十进制小数如何转八进制？

补充知识：八进制小数转十进制

- $(0.2682)_8 = (\frac{2}{8} + \frac{6}{8^2} + \frac{8}{8^3} + \frac{2}{8^4})_{10}$

- 计算8的幂：

1. 循环计算

2. 使用函数`pow(8,i)`