

1月13日题解

周子嘉

目录

#A. 切割矩形

#B. CP Number

#D. 时间复杂度分析

#A. 切割矩形

题目大意

有一个由 $n \times m$ 个格子组成的矩形

允许在矩形上切若干刀,每刀需要满足下列要求

- 每刀切痕必须落在矩形内部,不能落在矩形边缘
- 每刀的切痕必须在最小单元格边缘(即不能切碎最小单元格)
- 每刀的切痕必须是一条直线且平行于矩形的一条边界
- 任意两个切痕之间的公共交点不能超过 1 个

切了若干刀后将会得到若干个小矩形,若要求每个小矩形的面积不小于 k

最多能切多少刀?

思路

设切完后每个大单元格 h 行, w 列。可以枚举 w , 由于 $h \geq w$ 且 h 越小, 切的刀数越多, 可将 h 设为 $\left\lceil \frac{k}{w} \right\rceil$, 切的刀数为 $\left(\left\lfloor \frac{n}{h} \right\rfloor - 1\right) + \left(\left\lfloor \frac{m}{w} \right\rfloor - 1\right)$, 如果 $h > n$, 直接continue, 输出最大值即可。

#B. CP Number

题目大意

对于一个整数 n , 若存在两个整数 x, y , 满足

$$n = x^2 - y^2$$

则称 n 是 CP Number

给出 l, r , 请求出 $l \sim r$ 范围内有多少个 CP Number

思路

经过思考，CP Number是奇数或4的倍数（证明见下页），可用函数 $f(n)$ 计算出1~n的CP Number个数，若 $l > 0$ 且 $r > 0$ ，直接输出 $f(r) - f(l - 1)$ 。若 $l < 0$ 且 $r > 0$ ，直接输出 $f(|l|) + f(r)$ 。若 $l < 0$ 且 $r < 0$ ，直接输出 $f(|r|) - f(|l| - 1)$ 。若 $l = 0$ 且 $r > 0$ ，直接输出 $f(|r|) + 1$ 。

证明

$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ 设 n 是一个CP Number, $a = x + y, b = x - y$, 可得 $n = ab$ 。 $a - b = 2y$, 因为 $2|2y$, 所以 a 与 b 奇偶性相同。

如果 $2|a, 2|b$

那么设 $a = 2k, b = 2k'$, 则 $n = 4kk'$, 必然 $4|n$ 。

否则

n 一定为奇数

#D. 时间复杂度分析

题目大意

给出T组数据，分别为评测机1s操作数(m)，输入规模(n)，时间复杂度对应的编号(t)，判断是否超时，如果超时，输出TLE，否则输出AC。

- $t = 1$ 时,算法时间复杂度为 $O(n!)$.
- $t = 2$ 时,算法时间复杂度为 $O(2^n)$.
- $t = 3$ 时,算法时间复杂度为 $O(n^4)$.
- $t = 4$ 时,算法时间复杂度为 $O(n^3)$.
- $t = 5$ 时,算法时间复杂度为 $O(n^2)$.
- $t = 6$ 时,算法时间复杂度为 $O(n)$.
- $t = 7$ 时,算法时间复杂度为 $O(n \log_2 n)$.

思路

对于前五种时间复杂度用for循环计算执行次数，每次循环后如果执行次数已经大于m，直接输出TLE，如果到最后仍然没有输出TLE，输出AC。最后两种直接计算出执行次数，与m比较并输出即可。