远恋

只需求出树的个数减去没有边的点个数,后者容易计算。

众所周知树的点数等于边数减一,于是总点数减总边数即为树的个数。

记得用 map 处理重边,复杂度 $O(q \log n)$,如果用哈希表就是 O(q)。

心加心

考虑用建图描述本问题,用点 k 表示模 p 等于 k 的数,用边 $x \to y$ 表示状态 x 在后面接一个数能变为状态 y,边长为数字的长度,我们即求从源点开始到每个点的最短路,可以 dijkstra 解决。

直接用 dijkstra 是 $O((p+m)\log p)$,但本题 m 是 O(pn) 级别,于是复杂度到达 $O(np\log p)$ 。

采用不使用堆优化的 dijkstra 即可,复杂度 O(np)。

依存症

先考虑如何求权值,差分,那么操作相当于 flip 至多两个位,我们要把每个位置变成 1。记 w 为差分后为 0 的位置数量,权值即为 $\lceil \frac{w}{2} \rceil$,求和只需考虑求 w 之和与 $\lceil w \mod 2 = 1 \rceil$ 之和。

前者:

$$f(l,r) = \sum_{i=l}^r \sum_{j=i+1}^r [s_i = s_j] 2^{r-l-(j-i)} \ f(l,r) = f(1,r) - f(1,l-1) - \sum_{i=1}^{l-1} \sum_{j=i+1}^r [s_i = s_j] 2^{r-l-(j-i)}$$

容易推式子做到 O(n+q)。

后者考虑这个值事实上只与子序列的元素个数,以及开头结尾是否相等有关,分开头结尾距离等于 2 和大于 2 的情况,前者满足当且仅当两者值相等,后者就是在 [i+1,j-1] 中选元素个数为奇数/偶数的子序列数 量,就是 2^{r-l-2} ,同样容易 O(n+q)。

左脑右脑

假设度数序列不变应该如何处理,此时代价固定,只需判定是否有解。

假设最小的最大匹配为 L,最大的最大匹配为 R,我们断言能构造出所有 [L,R] 内的最大匹配大小——构造很简单,任取两个度数非零的非匹配点 a,b,取出其连向的任意两个匹配点 u,v,拆掉 (a,u),(b,v) 连上 (a,b),(u,v) 即可从最小匹配向最大匹配依次构造。

R 好求, 左右两部非零点贪心连一下即可, 重点在如何求 L。

使用 Hall 定理,最大匹配大小为 $|X|+\min_{S\subseteq X}(|N(S)|-|S|)$ (X 为左部点集合),也就是找到一个 X 的子集满足 |X|+|N(S)|-|S| 最小。我们枚举 N(S),只需找到连边都在其内部的最大 |S|,那么其只要求 S 度数和小于等于枚举的集合,可以 dp 记录左右部点集合大小,子集和进行判定。

如果度数序列不固定,我们考虑对度数序列进行 dp 的过程中记录上面的子集信息,设计一个 dp 求出数组 $g_{i,j,k}$ 表示左部钦定了 i 个点,钦定度数和为 j,有 c 个非零度数点,然后枚举两边信息 $O(n^6)$ 合并即可。