

23 春季基础算法 B Contest07

ruogu

2023 年 4 月 8 日

题目概览

1 图上数码游戏

2 连接牛棚

3 二分图判定

4 游戏通关

图上数码游戏

题目大意

给定包含 9 个点的图，每个点的初始数字组成了一个 0 到 8 的排列，你能交换点 u 与点 v 上的数字当且仅当 $u-v$ 边存在且 u 或者 v 上的数字为 0。问你最少经过多少步操作能回到初始局面。

题目大意

给定包含 9 个点的图，每个点的初始数字组成了一个 0 到 8 的排列，你能交换点 u 与点 v 上的数字当且仅当 $u-v$ 边存在且 u 或者 v 上的数字为 0。问你最少经过多少步操作能回到初始局面。

- 如果你做过八数码那这题就十分简单了，本质上这题和八数码没有区别。

图上数码游戏

题目大意

给定包含 9 个点的图，每个点的初始数字组成了一个 0 到 8 的排列，你能交换点 u 与点 v 上的数字当且仅当 $u-v$ 边存在且 u 或者 v 上的数字为 0。问你最少经过多少步操作能回到初始局面。

- 如果你做过八数码那这题就十分简单了，本质上这题和八数码没有区别。 ~~最少步数~~
- 还是考虑 BFS 求解，使用状态压缩将每个状态压缩成一个 9 位数字，使用哈希表 (`unordered_map`) 检查当前状态是否已经被访问过。

题目大意

给定包含 9 个点的图，每个点的初始数字组成了一个 0 到 8 的排列，你能交换点 u 与点 v 上的数字当且仅当 $u-v$ 边存在且 u 或者 v 上的数字为 0。问你最少经过多少步操作能回到初始局面。

- 如果你做过八数码那这题就十分简单了，本质上这题和八数码没有区别。
- 还是考虑 BFS 求解，使用状态压缩将每个状态压缩成一个 9 位数字，使用哈希表 (`unordered_map`) 检查当前状态是否已经被访问过。
- 每次枚举当前数字 0 所在的节点所能进行的所有转移，检查是否被访问过，若没被访问过则入队。

题目大意

给定包含 9 个点的图，每个点的初始数字组成了一个 0 到 8 的排列，你能交换点 u 与点 v 上的数字当且仅当 $u-v$ 边存在且 u 或者 v 上的数字为 0。问你最少经过多少步操作能回到初始局面。

- 如果你做过八数码那这题就十分简单了，本质上这题和八数码没有区别。
- 还是考虑 BFS 求解，使用状态压缩将每个状态压缩成一个 9 位数字，使用哈希表 (`unordered_map`) 检查当前状态是否已经被访问过。
- 每次枚举当前数字 0 所在的节点所能进行的所有转移，检查是否被访问过，若没被访问过则入队。
- 总的状态数不超过 9 的阶乘，可以通过。

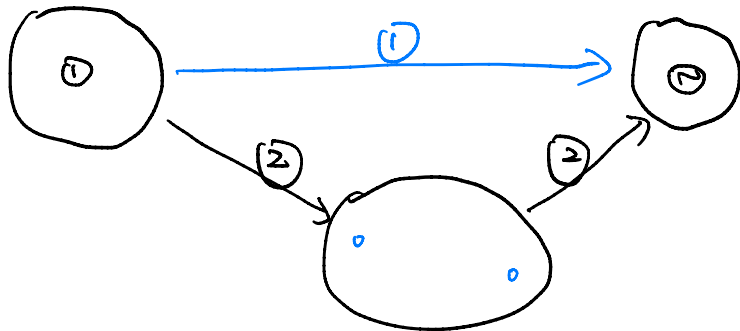
$$9! = 362880$$

连接牛棚

题目大意

n 块田地，这些田地间有 m 条双向道路。

你可以新建至多两条道路，在田地 i 与 j 之间建造一条道路的成本为 $(i-j)^2$ ，问从 1 号田地走到 n 号田地的最小成本是多少？
($\sum_{i=1}^T (n+m) \leq 5 \times 10^5$)



题目大意

n 块田地，这些田地间有 m 条双向道路。

你可以新建至多两条道路，在田地 i 与 j 之间建造一条道路的成本为 $(i - j)^2$ ，问从 1 号田地走到 n 号田地的最小成本是多少？

$$(\sum_{i=1}^T (n + m) \leq 5 \times 10^5)$$

- 由于在同一个连通分支内的点互相之间可达，因此本题需要预处理出每块田所在的连通分支。

题目大意

n 块田地，这些田地间有 m 条双向道路。

你可以新建至多两条道路，在田地 i 与 j 之间建造一条道路的成本为 $(i - j)^2$ ，问从 1 号田地走到 n 号田地的最小成本是多少？

$$(\sum_{i=1}^T (n + m) \leq 5 \times 10^5)$$

- 由于在同一个连通分支内的点互相之间可达，因此本题需要预处理出每块田所在的连通分支。
- 那么连至多两条边只有以下三种情况。

题目大意

n 块田地，这些田地间有 m 条双向道路。

你可以新建至多两条道路，在田地 i 与 j 之间建造一条道路的成本为 $(i - j)^2$ ，问从 1 号田地走到 n 号田地的最小成本是多少？

$$(\sum_{i=1}^T (n + m) \leq 5 \times 10^5)$$

- 由于在同一个连通分支内的点互相之间可达，因此本题需要预处理出每块田所在的连通分支。
- 那么连至多两条边只有以下三种情况。
- 1, n 初始即连通，不需连边。

题目大意

n 块田地，这些田地间有 m 条双向道路。

你可以新建至多两条道路，在田地 i 与 j 之间建造一条道路的成本为 $(i - j)^2$ ，问从 1 号田地走到 n 号田地的最小成本是多少？

$$(\sum_{i=1}^T (n + m) \leq 5 \times 10^5)$$

- 由于在同一个连通分支内的点互相之间可达，因此本题需要预处理出每块田所在的连通分支。
- 那么连至多两条边只有以下三种情况。
- 1, n 初始即连通，不需连边。
- 从 1 和 n 分别所在的连通分量中找出差值最小的两个点连边，共连一条边。

题目大意

n 块田地，这些田地间有 m 条双向道路。

你可以新建至多两条道路，在田地 i 与 j 之间建造一条道路的成本为 $(i-j)^2$ ，问从 1 号田地走到 n 号田地的最小成本是多少？

$$(\sum_{i=1}^T (n+m) \leq 5 \times 10^5)$$

- 由于在同一个连通分支内的点互相之间可达，因此本题需要预处理出每块田所在的连通分支。
- 那么连至多两条边只有以下三种情况。
- 1, n 初始即连通，不需连边。
- 从 1 和 n 分别所在的连通分量中找出差值最小的两个点连边，共连一条边。
- 将 1 和 n 分别所在的连通分量和第三个连通分量相连，共连两条边。

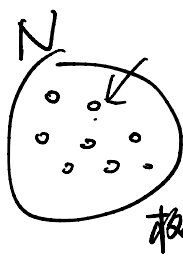
连接牛棚

- 可以发现都是把某个点所在的连通分量与 1 所在的连通分量以及 n 所在的连通分量连接的过程。

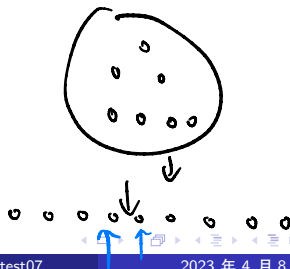
连接牛棚

$$(i-j)^2$$

- 可以发现都是把某个点所在的连通分量与 1 所在的连通分量以及 n 所在的连通分量连接的过程。
- 令 f_i 表示将点 i 所在的连通分量与 1 所在的连通分量连接的最小代价, g_i 表示将点 i 所在的连通分量与 n 所在的连通分量连接的最小代价。那么答案即为 $\min_{i=1}^n \{f_i + g_i\}$ 。



复杂度 $N \log$
 $N = \text{连通块大小}$



- 可以发现都是把某个点所在的连通分量与 1 所在的连通分量以及 n 所在的连通分量连接的过程。
- 令 f_i 表示将点 i 所在的连通分量与 1 所在的连通分量连接的最小代价, g_i 表示将点 i 所在的连通分量与 n 所在的连通分量连接的最小代价。那么答案即为 $\min_{i=1}^n \{f_i + g_i\}$ 。
- 考虑如何求出 f_i 与 g_i 。

连接牛棚

- 可以发现都是把某个点所在的连通分量与 1 所在的连通分量以及 n 所在的连通分量连接的过程。
- 令 f_i 表示将点 i 所在的连通分量与 1 所在的连通分量连接的最小代价, g_i 表示将点 i 所在的连通分量与 n 所在的连通分量连接的最小代价。那么答案即为 $\min_{i=1}^n \{f_i + g_i\}$ 。
- 考虑如何求出 f_i 与 g_i 。
- 首先预处理出 1 所在的连通分量与 n 所在的连通分量的所有点, 记为 F 与 G, 然后对于每一个点 i, 通过在 F 与 G 中分别二分查找得到与其差值最小的点即可更新该点所在连通分量的 f 与 g 值。

连接牛棚

- 可以发现都是把某个点所在的连通分量与 1 所在的连通分量以及 n 所在的连通分量连接的过程。
- 令 f_i 表示将点 i 所在的连通分量与 1 所在的连通分量连接的最小代价, g_i 表示将点 i 所在的连通分量与 n 所在的连通分量连接的最小代价。那么答案即为 $\min_{i=1}^n \{f_i + g_i\}$ 。
- 考虑如何求出 f_i 与 g_i 。
- 首先预处理出 1 所在的连通分量与 n 所在的连通分量的所有点, 记为 F 与 G, 然后对于每一个点 i, 通过在 F 与 G 中分别二分查找得到与其差值最小的点即可更新该点所在连通分量的 f 与 g 值。
- 最后我们枚举所有连通分量的 f 与 g 值, 计算答案并取 Min 即可。

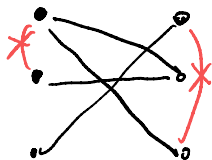
- 可以发现都是把某个点所在的连通分量与 1 所在的连通分量以及 n 所在的连通分量连接的过程。
- 令 f_i 表示将点 i 所在的连通分量与 1 所在的连通分量连接的最小代价, g_i 表示将点 i 所在的连通分量与 n 所在的连通分量连接的最小代价。那么答案即为 $\min_{i=1}^n \{f_i + g_i\}$ 。
- 考虑如何求出 f_i 与 g_i 。
- 首先预处理出 1 所在的连通分量与 n 所在的连通分量的所有点, 记为 F 与 G, 然后对于每一个点 i, 通过在 F 与 G 中分别二分查找得到与其差值最小的点即可更新该点所在连通分量的 f 与 g 值。
- 最后我们枚举所有连通分量的 f 与 g 值, 计算答案并取 Min 即可。
- 时间复杂度 $O(n \log n)$

二分图判定

题目大意

给定 N 个点 M 条边的无向图，判定其是否是一个二分图。
($N \leq 2 \times 10^5, M \leq 3 \times 10^5$)

左(黑) 右(白)



- ① 没有长度为奇数的环
- ② 树一定是二分图

二分图判定

题目大意

给定 N 个点 M 条边的无向图，判定其是否是一个二分图。
($N \leq 2 \times 10^5, M \leq 3 \times 10^5$)

- 模板题，几个注意点：多测清空。图不一定连通。对于不连通的图，实际上只需要满足图上的每个连通分量都是二分图即可。

二分图判定

题目大意

给定 N 个点 M 条边的无向图，判定其是否是一个二分图。
($N \leq 2 \times 10^5, M \leq 3 \times 10^5$)

- 模板题，几个注意点：多测清空。图不一定连通。对于不连通的图，实际上只需要满足图上的每个连通分量都是二分图即可。
- 给出两种比较简单的做法：

二分图判定

题目大意

给定 N 个点 M 条边的无向图，判定其是否是一个二分图。
($N \leq 2 \times 10^5, M \leq 3 \times 10^5$)

- 模板题，几个注意点：多测清空。图不一定连通。对于不连通的图，实际上只需要满足图上的每个连通分量都是二分图即可。
- 给出两种比较简单的做法：
- 1.DFS 染色，判断是否可行只需要检查是否存在相邻的两个点同色。

$$col[u] = (col[v] + 1) \% 2;$$

二分图判定

题目大意

给定 N 个点 M 条边的无向图，判定其是否是一个二分图。
($N \leq 2 \times 10^5, M \leq 3 \times 10^5$)

- 模板题，几个注意点：多测清空。图不一定连通。对于不连通的图，实际上只需要满足图上的每个连通分量都是二分图即可。
- 给出两种比较简单的做法：
- 1. DFS 染色，判断是否可行只需要检查是否存在相邻的两个点同色。
- 2. 并查集，使用扩展域并查集， $i (i \in [1, n])$ 代表与 i 节点同色的集合， $i + n (i \in [1, n])$ 代表与 i 节点异色的集合，每次遇到一条边时检查该边关联的两个点 u, v 是否已经处于同一集合中，若处于同一集合中则不可行，否则合并 $(u, v+n)$ ，合并 $(u+n, v)$ 。

x 和 y 有边 $\Rightarrow \left[(x_{\text{黑}} \Rightarrow y_{\text{白}}) (x_{\text{白}} \Rightarrow y_{\text{黑}}) \right]$ 引伸！ $x_{\text{黑}} \Rightarrow x_{\text{白}}$

二分图判定

题目大意

给定 N 个点 M 条边的无向图，判定其是否是一个二分图。
($N \leq 2 \times 10^5, M \leq 3 \times 10^5$)

- 模板题，几个注意点：多测清空。图不一定连通。对于不连通的图，实际上只需要满足图上的每个连通分量都是二分图即可。
- 给出两种比较简单的做法：
 1. DFS 染色，判断是否可行只需要检查是否存在相邻的两个点同色。
 2. 并查集，使用扩展域并查集， $i (i \in [1, n])$ 代表与 i 节点同色的集合， $i + n (i \in [1, n])$ 代表与 i 节点异色的集合，每次遇到一条边时检查该边关联的两个点 u, v 是否已经处于同一集合中，若处于同一集合中则不可行，否则合并 $(u, v+n)$ ，合并 $(u+n, v)$ 。
- 时间复杂度 $O(N + M)$ 。

题目大意

给定一个游戏的剧情流程，以及玩家的操作，包括前进、存档、读档等。要求模拟玩家进行操作后的游戏进度，并输出最后到达的剧情点编号。
($1 \leq N, M \leq 10^5$)

题目大意

给定一个游戏的剧情流程，以及玩家的操作，包括前进、存档、读档等。要求模拟玩家进行操作后的游戏进度，并输出最后到达的剧情点编号。
($1 \leq N, M \leq 10^5$)

- 送分题，存储所有剧情点的后续选择后按给定的输入操作模拟即可。

题目大意

给定一个游戏的剧情流程，以及玩家的操作，包括前进、存档、读档等。要求模拟玩家进行操作后的游戏进度，并输出最后到达的剧情点编号。
($1 \leq N, M \leq 10^5$)

- 送分题，存储所有剧情点的后续选择后按给定的输入操作模拟即可。
- 对于存档，由于题目保证了存档点不超过 100 个，可以开一个桶记录每个存档的节点编号。

题目大意

给定一个游戏的剧情流程，以及玩家的操作，包括前进、存档、读档等。要求模拟玩家进行操作后的游戏进度，并输出最后到达的剧情点编号。
($1 \leq N, M \leq 10^5$)

- 送分题，存储所有剧情点的后续选择后按给定的输入操作模拟即可。
- 对于存档，由于题目保证了存档点不超过 100 个，可以开一个桶记录每个存档的节点编号。
- 时间复杂度 $O(M)$ 。

谢谢大家