

count

分别讨论 a_i 作为前半部分和后半部分的贡献。

如果是后半部分，贡献为 a_i 。

如果是前半部分，贡献为 $a_i \times 10^{\lfloor \log_{10} a_j \rfloor + 1}$ 。

注意到 $\lfloor \log_{10} a_j \rfloor + 1$ 最多只有 9 种取值，记录每种取值有多少个数，分别求解即可。

average

给出两种做法：

一.二分答案 c ，将所有 a_i 变为 $a_i - c$ ，题目可以变成判定是否存在一个长度不小于 K 的区间，和大于等于 0。考虑记录前缀和 $s_i = \sum_{j=1}^i a_j$ ，即变为判断 $s_i - \min_{j=1}^{i-K-1} s_j \geq 0$ ，时间复杂度为 $O(N \times \log_{10^9})$ 。

二：如果 $r - l + 1 \geq 2K$ ，可以将该区间拆成 $[l, l + K - 1], [l + K, r]$ 两个区间，显然这两个区间的长度均 $\geq K$ ，所以满足条件。

假设区间 $[l, l + K - 1], [l + K, r]$ 的和分别为 sum_1, sum_2 长度分别为 L_1, L_2 ，发现

$$\frac{sum_1 + sum_2}{L_1 + L_2} \leq \max(\frac{sum_1}{L_1}, \frac{sum_2}{L_2})$$

所以最终答案的区间长度一定在 $[K, 2K)$ ，枚举所有区间，复杂度为 $O(NK)$ 。

tree

令 $p_i = \frac{a_i}{\sum_{x=1}^n a_x}$ 。

考虑树上的一个联通块仍然构成树，存在 n 个点 $n - 1$ 条边，所以对于一个联通块而言 $|V| - |E| = 1$ ，考虑计算 $E(|V|) - E(|E|)$ 即为联通块个数。

对于单个点 i 而言，假设其 p_i 和所有其相邻的点的概率之和为 A ，那么 k 轮操作中，每次有 A 的概率翻转 i ， $1 - A$ 的概率不反转，可以用矩阵乘法+快速幂转移。

对于一条边 (u, v) ，类比上述做法，我们记录每个点被翻转的奇偶性，利用矩阵乘法+快速幂转移。

矩阵大小为 4×4 ，时间复杂度为 $O(64N \log p)$ ，可以拿到 95pts。

*以下介绍 EGF 作为拓展学习拿到防AK的 5pts：

概率为 A 的操作必须进行奇数次，即其EGF为

$$\frac{e^{Ax} - e^{-Ax}}{2}$$

概率为 $1 - A$ 的操作可以进行任意次，其EGF为

$$e^{(1-A)x}$$

所以答案即为

$$[x^k] \frac{e^x - e^{(1-2A)x}}{2} \times k!$$

考虑 $[x^k] e^{px} = \frac{p^k}{k!}$ 可以快速幂进行求解。

对于一条边 (x, y) 而言, 我们将点分为 4 类

1. x 和 y
2. 与 x 相邻但不与 y 相邻
3. 与 y 相邻但不与 x 相邻
4. 剩余点

注意到 $1 + 2$ 的操作次数为奇数次, $1 + 3$ 的操作次数为奇数次, 我们枚举 $1, 2, 3$ 三类点对应的奇偶性, 如果该类点操作次数为奇数且概率和为 A 则 EGF 为

$$\frac{e^{Ax} - e^{-Ax}}{2}$$

否则为

$$\frac{e^{Ax} + e^{-Ax}}{2}$$

暴力展开后一共有 8 项, 分别计算即可。

时间复杂度为 $O(8N \log p)$ 。

easy

首先考虑 $a_i + j$ 在二进制下会从第 $k - 1$ 位进一位到第 k 位的数有什么规律, 将所有数按 $a_i \bmod 2^k$ 从大到小排序, 会进位的数一定是一个前缀, 所以对于第 k 位进位的情况一共只有 $n + 1$ 种可能。

先考虑 j 可以取任意值, 假设当前二进制下前 k 位的异或值已经满足要求, 现在考虑第 $k + 1$ 位, 发现所有数第 $k + 1$ 位的异或值之和与以下 2 样有关

1. 对于 j 而言, 第 $k + 1$ 位取 0/1 两种取值。
2. 从第 k 位到第 $k + 1$ 位哪些数进位了, 最多 $n + 1$ 种可能。

用 $dp_{i,j,k}$ 表示考虑到第 i 位, 当前位有 j 个进位且当前位的 j 为 k 的方案数, 转移为 $O(1)$ 。

将上述DP过程倒过来, 从高位到低位处理, 类似数位DP的过程, 计算出 $[1, R]$ 和 $[1, L - 1]$ 的答案, 即可计算出最终答案, 复杂度 $O(NK)$ 。