23 春季基础算法 B Contest08

ruogu

2023 年 4 月 15 日

题目概览

昌昌的时间旅行

题目大意

有 n 个城市，第 i 个城市的坐标为 (x_i, y_i)。昌昌想从城市 1 前往城市 n。当他走到城市 i 时将获得 val_i 的报酬，城市 1 与城市 n 无法获得报酬。从城市 u 走到城市 v 需要支付 $d \times dis_{uv}$ 的现金，其中 dis_{uv} 为城市 u 与城市 v 的曼哈顿距离。
昌昌在任何时候都不能让余额消耗成负数，但是他可以在城市 1 处提前带上一些现金，求他最少需要带上多少现金。
$(1 \le val_i \le 1000 \le d \le 10^5, -100 \le x_i, y_i \le 100)$

昌昌的时间旅行

题目大意

有 n 个城市，第 i 个城市的坐标为 (x_i, y_i)。昌昌想从城市 1 前往城市 n。当他走到城市 i 时将获得 val_i 的报酬，城市 1 与城市 n 无法获得报酬。从城市 u 走到城市 v 需要支付 $d \times dis_{uv}$ 的现金，其中 dis_{uv} 为城市 u 与城市 v 的曼哈顿距离。
昌昌在任何时候都不能让余额消耗成负数，但是他可以在城市 1 处提前带上一些现金，求他最少需要带上多少现金。
$(1 \le val_i \le 1000 \le d \le 10^5, -100 \le x_i, y_i \le 100)$

- 如果不考虑到达城市时收获的报酬，将 dis[i] 表示为从城市 1 到城市 i 最少需要带多少现金，那么就是一道裸的最短路。

昌昌的时间旅行

题目大意

有 n 个城市，第 i 个城市的坐标为 (x_i, y_i)。昌昌想从城市 1 前往城市 n。当他走到城市 i 时将获得 val_i 的报酬，城市 1 与城市 n 无法获得报酬。从城市 u 走到城市 v 需要支付 $d \times dis_{uv}$ 的现金，其中 dis_{uv} 为城市 u 与城市 v 的曼哈顿距离。
昌昌在任何时候都不能让余额消耗成负数，但是他可以在城市 1 处提前带上一些现金，求他最少需要带上多少现金。
$(1 \le val_i \le 1000 \le d \le 10^5, -100 \le x_i, y_i \le 100)$

- 如果不考虑到达城市时收获的报酬，将 dis[i] 表示为从城市 1 到城市 i 最少需要带多少现金，那么就是一道裸的最短路。
- 增加了到达某个城市的报酬后其实就可以将转移变为 $dis[u] = min(dis[u], dis[v] + dis_{uv} - val[u])$，仍然是一道裸的最短路。

昌昌的时间旅行

题目大意

有 n 个城市，第 i 个城市的坐标为 (x_i, y_i)。昌昌想从城市 1 前往城市 n。当他走到城市 i 时将获得 val_i 的报酬，城市 1 与城市 n 无法获得报酬。从城市 u 走到城市 v 需要支付 $d \times dis_{uv}$ 的现金，其中 dis_{uv} 为城市 u 与城市 v 的曼哈顿距离。
昌昌在任何时候都不能让余额消耗成负数，但是他可以在城市 1 处提前带上一些现金，求他最少需要带上多少现金。
$(1 \leq val_i \leq 1000 \leq d \leq 10^5, -100 \leq x_i, y_i \leq 100)$

- 如果不考虑到达城市时收获的报酬，将 dis[i] 表示为从城市 1 到城市 i 最少需要带多少现金，那么就是一道裸的最短路。
- 增加了到达某个城市的报酬后其实就可以将转移变为 $dis[u] = min(dis[u], dis[v] + dis_{uv} - val[u])$，仍然是一道裸的最短路。
- 时间复杂度 $O(n^2 \times logn)$

Mas 的最短路

题目大意

有 n 个城市，编号为 1 到 n。任意两个城市 u,v 间都有一条边，边权为 $u \oplus v$，问从 1 到 n 的最短路长度。$(1 \leq n \leq 10^9)$

Mas 的最短路

题目大意

有 n 个城市，编号为 1 到 n。任意两个城市 u,v 间都有一条边，边权为 $u \oplus v$，问从 1 到 n 的最短路长度。$(1 \leq n \leq 10^9)$

- 考虑边权的含义，从 u 到 v 的代价为在二进制中将 u 变为 v 所有变化的位的和。

Mas 的最短路

题目大意

有 n 个城市，编号为 1 到 n。任意两个城市 u,v 间都有一条边，边权为 $u \oplus v$，问从 1 到 n 的最短路长度。$(1 \le n \le 10^9)$

- 考虑边权的含义，从 u 到 v 的代价为在二进制中将 u 变为 v 所有变化的位的和。
- 考虑在二进制中将 1 变为 n，那么至少也需要 $1 \oplus n$ 的代价 (即只变化 1 与 n 二进制下不同的那些位一次)。

题目大意

有 n 个城市，编号为 1 到 n。任意两个城市 u,v 间都有一条边，边权为 $u \oplus v$，问从 1 到 n 的最短路长度。$(1 \leq n \leq 10^9)$

- 考虑边权的含义，从 u 到 v 的代价为在二进制中将 u 变为 v 所有变化的位的和。
- 考虑在二进制中将 1 变为 n，那么至少也需要 $1 \oplus n$ 的代价 (即只变化 1 与 n 二进制下不同的那些位一次)。
- 因此答案即为 $1 \oplus n$, 可以通过走边 (1,n) 实现。

加边最短路

题目大意

给定一张 n 个点、m 条边的无向正权图,q 次询问，每次加一条边并询问 1 到 n 的最短路。询问之间是独立的，即每次加的边都会马上删掉。
$(1 \leq n, q \leq 10^5, 1 \leq m \leq 2 \times 10^5)$

加边最短路

题目大意

给定一张 n 个点、m 条边的无向正权图,q 次询问，每次加一条边并询问 1 到 n 的最短路。询问之间是独立的，即每次加的边都会马上删掉。$(1 \le n, q \le 10^5, 1 \le m \le 2 \times 10^5)$

- 由于每次询问是独立的，因此每次询问时的图都是在初始图上额外加一条边。

加边最短路

题目大意

给定一张 n 个点、m 条边的无向正权图,q 次询问，每次加一条边并询问 1 到 n 的最短路。询问之间是独立的，即每次加的边都会马上删掉。
$(1 \leq n, q \leq 10^5, 1 \leq m \leq 2 \times 10^5)$

- 由于每次询问是独立的，因此每次询问时的图都是在初始图上额外加一条边。
- 那么最终答案的构成无非两种情况，要么 1 到 n 的最短路经过了新加的这条边，要么 1 到 n 的最短路没有经过新加的边。

加边最短路

题目大意

给定一张 n 个点、m 条边的无向正权图,q 次询问，每次加一条边并询问 1 到 n 的最短路。询问之间是独立的，即每次加的边都会马上删掉。$(1 \le n, q \le 10^5, 1 \le m \le 2 \times 10^5)$

- 由于每次询问是独立的，因此每次询问时的图都是在初始图上额外加一条边。
- 那么最终答案的构成无非两种情况，要么 1 到 n 的最短路经过了新加的这条边，要么 1 到 n 的最短路没有经过新加的边。
- 如果 1 到 n 的最短路没有经过新加的边，那么答案就是初始图中 1 到 n 的最短路！

加边最短路

- 如果 1 到 n 的最短路经过了新加的这条边，假设这条边连接了点 u 与点 v，边权为 w。那么最终的最短路只有两种情况。

加边最短路

- 如果 1 到 n 的最短路经过了新加的这条边，假设这条边连接了点 u 与点 v，边权为 w。那么最终的最短路只有两种情况。
- 要么是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$，要么是 $1 \Rightarrow v \Rightarrow u \Rightarrow n$。

加边最短路

- 如果 1 到 n 的最短路经过了新加的这条边，假设这条边连接了点 u 与点 v，边权为 w。那么最终的最短路只有两种情况。
- 要么是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$，要么是 $1 \Rightarrow v \Rightarrow u \Rightarrow n$。
- 假如是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$, 那么答案实际上就是:
  初始图中 1 到 u 的最短路 + w + 初始图中 v 到 n 的最短路。

加边最短路

- 如果 1 到 n 的最短路经过了新加的这条边，假设这条边连接了点 u 与点 v，边权为 w。那么最终的最短路只有两种情况。
- 要么是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$，要么是 $1 \Rightarrow v \Rightarrow u \Rightarrow n$。
- 假如是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$，那么答案实际上就是:
  初始图中 1 到 u 的最短路 + w + 初始图中 v 到 n 的最短路。
- 而初始图中 1 与 n 到任何点的最短路都可以通过预处理求得。

加边最短路

- 如果 1 到 n 的最短路经过了新加的这条边，假设这条边连接了点 u 与点 v，边权为 w。那么最终的最短路只有两种情况。
- 要么是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$，要么是 $1 \Rightarrow v \Rightarrow u \Rightarrow n$。
- 假如是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$，那么答案实际上就是：
  初始图中 1 到 u 的最短路 + w + 初始图中 v 到 n 的最短路。
- 而初始图中 1 与 n 到任何点的最短路都可以通过预处理求得。
- 因此我们可以直接计算出这两种情况的答案。最终答案即为上述三种情况的答案取 Min。

加边最短路

- 如果 1 到 n 的最短路经过了新加的这条边，假设这条边连接了点 u 与点 v，边权为 w。那么最终的最短路只有两种情况。
- 要么是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$，要么是 $1 \Rightarrow v \Rightarrow u \Rightarrow n$。
- 假如是 $1 \Rightarrow u \Rightarrow v \Rightarrow n$, 那么答案实际上就是:
  初始图中 1 到 u 的最短路 + w + 初始图中 v 到 n 的最短路。
- 而初始图中 1 与 n 到任何点的最短路都可以通过预处理求得。
- 因此我们可以直接计算出这两种情况的答案。最终答案即为上述三种情况的答案取 Min。
- 时间复杂度 $O((m+n) \times logm)$

有边数限制的最短路

题目大意

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，边权可能为负数 (边权绝对值不超过 10000)。求出从 1 号点到 n 号点最多经过 k 条边的最短距离。(图中可能存在负权回路。)

$(1 \le n, k \le 500, 1 \le m \le 10000)$

有边数限制的最短路

题目大意

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，边权可能为负数 (边权绝对值不超过 10000)。求出从 1 号点到 n 号点最多经过 k 条边的最短距离。(图中可能存在负权回路。)
$(1 \leq n, k \leq 500, 1 \leq m \leq 10000)$

- 一眼 Bellman-Ford 裸题

有边数限制的最短路

题目大意

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，边权可能为负数 (边权绝对值不超过 10000)。求出从 1 号点到 n 号点最多经过 k 条边的最短距离。(图中可能存在负权回路。)
$(1 \leq n, k \leq 500, 1 \leq m \leq 10000)$

- 一眼 Bellman-Ford 裸题
- 只需要在更新的时候额外维护下能到达的最大点编号即可。

有边数限制的最短路

题目大意

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，边权可能为负数 (边权绝对值不超过 10000)。求出从 1 号点到 n 号点最多经过 k 条边的最短距离。(图中可能存在负权回路。)
$(1 \le n, k \le 500, 1 \le m \le 10000)$

- 一眼 Bellman-Ford 裸题
- 只需要在更新的时候额外维护下能到达的最大点编号即可。
- 时间复杂度 $O(m \times n)$

The End

谢谢大家