黄玫瑰

考虑 G 中怎样的路可能是最长路，设某条最长路为 $P: u_1 \to u_2 \to \ldots \to u_k$，由于 $w_i > 0$，所以如果能多经过一些点的话路径长度一定会增加，因此 P 必须是极长的。

也就是说，对于任意 u_i, u_{i+1}，不能存在某个点 v 使得 $u_i \rightsquigarrow v \rightsquigarrow u_{i+1}$（$\rightsquigarrow$ 表示可达）。如果存在 v 满足上述条件，我们就称 u_i, u_{i+1} 是间接联系的。那么 P 作为最长路的一个必要条件就是：任意相邻两个点都不是间接联系的。

与之对应的另一个结论是：如果 $u_i \to u_{i+1}$ 不是间接联系的，那么一定存在一种设置 w_i 的方案使得这条边出现在最长路上。这个结论很容易证明，令 $w_i = w_{i+1} = +\infty$，其余点的 w 为 1 即可。

所以我们首先把所有间接联系的边删掉，这样剩下的边就都是有可能在最长路上的边，这一步的复杂度为 $O(\frac{nm}{w})$，其实相当于求 G 生成的偏序关系的 Hasse 图。

现在我们开始构造 G'，容易发现 G' 中的每条边恰好对应 G 中的一个点。并且 G 中有边 $u \to v$ 当且仅当 G' 中 u 对应边的终点等于 v 对应边的起点（因为根据前面的结论，总有一条最长路经过 $u \to v$）。

因此如果 G 中两个点 u, v 都有一条出边指向一个共同的点 p，那么意味着 u, v 在 G' 中的终点相同，即在 G 中 $u \to q \Leftrightarrow v \to q$，这两个点能到达的点集完全相同。

所以，如果存在形如 $u \to p,\ v \to p,\ u \to q,\ v \nrightarrow q$ 的结构则无解，否则我们可以根据可达点集划分等价类，然后容易构造出 G'，这部分复杂度 $O(m)$。

总复杂度 $O(\frac{nm}{w})$。