

训练赛7题解

November 25, 2023

tree

- 颜色数较少时（比如少于等于 w 个）：通过树形dp+mask dp可以在 $\exp(O(w))n$ 的时间内解决。
- 注意到我们只需要选 k 条边，因此，我们可以考虑将颜色随机映射到比如 $2k$ 种颜色中，则有常数大的概率可以保证合法解仍然合法，而不合法解一定不合法，重复若干次轮取最大值即可。

game

- 这就是staircase nim的变种，差分数组为staircase nim.
- 问题转化为如下问题：
 - 求正整数序列 a_1, a_2, \dots, a_n ，使得求和不超过 m ，前 k 项异或和为0的方案数。
 - $n \leq 40000, m \leq 10^{12}$
- 考虑数位dp， $dp_{i,j}$ 为从高到低考察至第 i 位时，当前求和与目标值差值为 j （抹去后 i 位后）的方案数。
- 朴素dp转移时间复杂度为 $O(n^2 \log m)$ ，我们可以通过FFT加速转移，时间复杂度为 $O(n \log n \log m)$ 。

- 只有两种可能情况:
 - $X = 0$, 这种情形下只需要看所有元素张成的线性空间维数即可。
 - $X > 0$, 这种情形下 a_i 均为 X 的因子, 且恰好有选择的某个数 $a_i = X$ 。此时只需要对所有因子求线性基的维数即可。