铁甲战士

考虑确定要打哪些以后,再确定打的顺序。

可以发现,优先打成长值高的,一定是最优的。证明考虑每次交换相邻逆序对,一定得到更优解。

因此,先对所有咔咔按成长值从大到小排序,这样打的顺序一定是从前往后。然后考虑使用动态规划求解。

令 f[i][j] 表示前 i 只咔咔里,选了 j 只打死的最优方案。

则转移为 $f[i][j] = \max\{f[i-1][j], f[i-1][j-1] + a_i + (j-1) \times b_i\}$

求解的时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

静默猎手

发现, s_i 与 s_{i+1} 只在第 i 位出现不同, 且之后前 i 位不会再改变。

换言之,若 $s_i < s_{i+1}$,则 $s_i < s_k, k = i+2, i+3, \cdots$ 。 $s_i > s_{i+1}$ 同理。

对于 $s_i = s_{i+1}$ 的情况,这些一定是相邻的,因此可以记录下来,等到第一次出现不同的时候一起处理。

从小到大枚举i,然后维护两个部分:A部分是字典序排在之后所有串的前面的,B部分是字典序排在之后所有串的后面的。

每次出现 $s_i \neq s_{i+1}$ 的时候,就可以通过大小关系确定 s_i (以及和它相同的串)要放在 A 部分末尾还是 B 部分开头。

最后将两个部分前后拼接得到最终排列。然后根据式子计算输出的结果即可。

也可以不记录字符串,直接记录每部分的长度、 p_i 的和,以及 $p_i imes i$ 的和,可以直接维护出最终答案。

时间复杂度 O(n)。

故障机器人

首先,对 a进行排序。

假设存在一个a=0。

我们要使这些数的异或和为 0,那么从最高位开始考虑。我们每次考虑进行一些操作,去掉当前异或和的最高位的 1。假设最高位为 P。

一个显然的结论是,若 $a_i \leq a_j$,则进行若干次操作以后, $a_i \leq a_j$ 之间仍然满足 $a_i \leq a_j$ 。因为若 $a_i > a_j$,则必然在某次操作之后 $a_i = a_i$,此时对 a_i 进行操作显然是等价的。

这意味着,我们可以找一个满足第 P 位为 0 的,且后 P-1 位最大的数,让它恰好加到第 P 位为 1 为止,从而消掉这位的 1。这样操作不会改变相对的大小顺序,且花费了最少的步数,所以这个贪心是优的。

由于存在 0,因此我们每次操作都可以找到这样的数。这样的时间复杂度是 $O(n \log V)$ 的 (V 为值域,下同)。

那么现在不存在 0 了,就可能导致一开始找不到这样的数(显然,第一次找到以后,就会一直存在后面的位为 0 的数)。那么,我们需要人为的造一个 0 出来。对第 X 位,我们找两个数,它们的 X 位为 0,且后面 X-1 位尽可能大。然后我们将它们加到 X 位均为 1。这样 X 位的异或和没有被改变,同时我们花费最小的代价得到了两个 0。然后做上面存在 a=0 时的步骤即可。

我们需要从大到小枚举这个 X,然后在这一位上造两个 0(如果有必要),然后再进行上述操作。因此时间复杂度为 $O(n\log^2 A)$ 。

观察到,我们取出来用来造 0 的两个数的过程,和贪心的时候取出来操作的数的过程是一样的。也就是说,很多数都是没用的,我们没必要每次都枚举 n 个数去找要修改的数。事实上,我们只要对每个 X ,选择两个(尽可能找两个)满足第 X 位为 0 ,后面 X-1 位尽可能大的,**且前面没被选**的数,然后对这些选上的数做贪心的步骤即可(即,只对这 $\log^2 A$ 个数做贪心,而不是所有 n 个数)。

这样的时间复杂度就是 $O(n \log A)$ 。

观者

对每个结点,我们求出它上方放**最少**的结点时,上方结点最小距离和 l 和最大距离和 r,以及下方结点的最小距离和 L 和最大距离和 R(直接将 Z 加到 l 和 r 中,之后不用考虑 Z)。

同样地,我们求出它上方放**最多**的结点时,上方结点最小距离和l'和最大距离和r',以及下方结点的最小距离和L'和最大距离和R'。

由于边权为 1,所以我们可以通过调整,使得对于最小值为 x,最大值为 y,区间 [x,y] 中的距离和都能取到。若 [l,r] 与 [L,R] 有交,或者 [l',r'] 与 [L',R'] 有交,则答案为 0。

否则,由于多选择一个结点,距离和会变大,对于 $r < L ext{ 且 } r' > L'$ 的情况,即两个区间的大小关系发生了变化,我们可以说明,在绝大部分情况下,两个区间在某一时刻有交。如果两个区间的大小关系自始至终没变化,则选择两个区间距离最近的时候的答案即可。

考虑某一时刻 $r_0 < L_0$,且下一时刻 $r_1 > L_1$,由于 r 代表最大值,所以此时一定能够选择一个距离为 1 的结点,也就是说 $r_0 + 1 \sim r_1$ 都是可以得到的。同理, $L_1 \sim L_0 - 1$ 也都是可以得到的。那么仅当 $r_0 = L_0 - 1$ 且 $l_1 = R_1 + 1$ 的长度都是 l_1 时,两个区间没有交(此时答案为 1),其他情况两个区间都有交,答案为 0。这种情况只会出现在上方选 0 个结点或者全选的情况,特判即可。

一个结点上方的结点到它的距离为 1 开始的连续数列,它的上下界可以直接计算。

我们需要维护,一个结点子树内取 k 个数的最大值以及最小值。使用线段树合并维护结点深度,然后用线段树上二分来求前 k 小/大数的和即可。

时间复杂度 $O(n \log n)$ 。