

day7 题解

冉雨杭

2023 年 8 月 7 日

一起回家

- Bob 和 Carol 整天和 Alice 在一起，但现在是回家的时候了。Alice、Bob 和 Carol 住在一个无限的二维网格中，分别在位置 A、B 和 C 上。现在，他们都在格网格 A 中
- Bob 想回到位置 B，Carol 想回到位置 C。他们都希望沿着最短的路径走，但他们也想尽可能一起走。
- 如果他们每个人都走一条最短的路径回家，那么 Bob 和 Carol 最多可以一起经过多少个相同的网格？

一起回家

- x 轴和 y 轴是独立的，拆开来看
- B 和 C 在 A 同侧时可以有一段共同的道路，否则一定没有共同道路
- 分开讨论即可

排队

- 有 n 人排成 m 队 (队伍带编号)。你不知道哪个人在哪个队, 也不知道他们是按照什么顺序排队的, 所以你想统计不同方案的数量。
答案对 998244353 取模

子任务 1

- 阶乘搜索

子任务 2

- $dp_{i,j}$ 表示前 i 个人排成了 j 队的方案数是多少
- $dp_{i,j} = dp_{i-1,j} * (i + j - 1) + dp_{i-1,j-1} * j$
- 复杂度 $O(nm)$

子任务 3

- 考虑这样看这个问题，我们先把所有人按一个顺序排好，然后再划分成 m 个队伍
- 所有人一共有 $n!$ 种顺序
- 划分成 m 个非空队伍一共有 C_{n-1}^{m-1} 种方法（隔板法）
- 答案就是 $n! C_{n-1}^{m-1}$
- 多组询问你会做吗？

子树查询

- 我们有一棵包含 n 个顶点的有根树。顶点按照编号从 1 到 n 进行标记，而根顶点为顶点 1。第 i 条边连接着顶点 a_i 和 b_i 。顶点 i 上有一个整数 x_i 。
- 给定 q 个查询。对于第 i 个查询，给定一对整数 (v_i, k_i) 。求在以顶点 v_i 为根的子树中，第 k_i 大的整数值是多少？没有则输出-1

子任务 1

- 每次查询直接把子树所有点找出来，暴力找最大值即可
- 复杂度 $O(nq)$

子任务 2 3

- $dp_{u,i}$ 表示 u 及其子树内第 i 大的值是多少
- 合并就是两个长度为 k 的有序数组合并成一个新的长度为 k 的有序数组，归并即可
- 复杂度 $O(nk^2)$

三元组

- 给定 n 个三元组 a_i, b_i, c_i , 每个三元组可以选择其中一个位置的值 (选 a 或 b 或 c)
- 现在一共要选 A 个 a , B 个 b 和 C 个 c ($A + B + C = n$), 求总价值和最大的选法的价值是多少

子任务 1 2

- $dp_{i,j,k}$ 表示前 i 个物品, 选了 j 个 a , k 个 b 的最大价值
- 转移枚举选哪一种即可
- 复杂度 $O(n^3)$

子任务 3

- 将前两位维按照 10, 11, 00, 01 排序
- $dp_{i,j}$ 表示考虑排序后的前 i 个物品，选了 j 个第三种物品此时的最大值是多少
- 可以发现没选第三种的所有物品中，一定是前 A 个物品选 a ，剩下选 b
- 复杂度 $O(n^2)$

子任务 4

- 从子任务 3 受启发, 按 $a_i - b_i$ 排序
- 剩下做法完全同子任务 3
- 复杂度 $O(n^2)$