核心:

* 线性代数的核心是秩和方程求解

**初等变换**

可逆矩阵

行最简型/标准型

行列式

伴随矩阵

代数余子式

秩

极大线性无关组组

**矩阵方程的解**

**线性相关**

特征值

相似矩阵

实对称矩阵

二次型

合同矩阵

* 线性表示、方程求解、秩和初等变换（尤其是初等行变换）间的紧密相关性。**特别是我们可以从线性无关的角度说明秩。**
* 对于二次型，必须把握实对称矩阵必可相似对角化是其基础。惯性定理保证了坐标变换后的矩阵合同，对于矩阵具有反作用。

笔记:

* |λE-A|的展开式值得一记。
* 行列式是因求解线性方程组而得到的。按照定义，行列式是一个数（**行列式的定义涉及逆序数的概念，这一概念在证明行列式性质时必不可少**）。行列式的基础性质有四：1行列式和它的转置行列式相等、2互换行列式的两行（列），行列式变号、3行列式的某一行（列）中所有的元素都乘以同一数k，等于用数k乘此行列式、4若行列式的某一列（行）的元素都是两数之和，那么该行列式可以拆分为两个行列式的和（注：**行列式的按行（列）展开法以此为基础结合性质2可证**）。在此四个基础性质的基础上，我们可以推得其他性质。如从性质2可以推知：如果行列式有两行（列）完全相同，则此行列式等于零。结合性质2、3可以推知：行列式中如果有两行（列）元素成比例，则此行列式等于零。结合性质2、3、4可以推知：**把行列式的某一列（行）的各元素乘以同一数然后加到另一列（行）对应的元素上去，行列式不变**。（注：这一性质也是我们将行列式化成三角式求值的基础）。行列式的重要应用就是克拉默法则了，其证明需要用到逆矩阵和分块矩阵的知识。在行列式这块，还需要了解拉普拉斯公式和范德蒙德行列式。
* 关于矩阵，我们同样需要知道其也是为了求解线性方程组而来，所以说**方程组求解是线代的核心**。按照定义，矩阵是数表（需要与行列式区分，行列式是一个数）。对于矩阵，常见的运算有加减运算、数乘运算、乘法运算、转置运算。对于n阶矩阵，我们还可以求它的行列式值或者求它的逆矩阵。当然，在后面我们可以知道，我们还会求n阶矩阵的特征值，求任意矩阵的秩。矩阵的加减运算满足交换律和结合律。矩阵的数乘运算满足结合律和分配律。**特别需要注意矩阵的乘法运算，它具有一定条件，即第一个矩阵的列数要等于第二个矩阵的行数。同时要警惕，矩阵乘法虽然满足分配律和结合律，但是并不满足交换律。**矩阵的转置运算不可忽视，它满足的性质主要是：（A + B）T=AT + BT以及

（AB）T=BTAT，（A\*）T=（AT）\*。对于求逆矩阵，要注意n阶矩阵A可逆的充要条件是|A|≠0。

* **列向量的特殊性：**αTβ=βTα**。**
* **n阶矩阵A和B等价的充要条件是R（A）= R（B）。**（证明方法可以从任何矩阵都可以化成标准型）
* R（A\*）= ，其中A是n阶矩阵。
* 向量空间必须满足对加法和数乘运算的封闭性。
* **若R（A） = R，则B的行向量可以由A的行向量线性表出。**
* **R（A）=R（**AT**A），|**AT**|=|A|，A和**AT**具有相同的特征值。**
* n阶矩阵的特征值之和为矩阵主对角线元之和（即迹），特征值之积为矩阵的行列式值。
* n阶矩阵的不同特征值所对应的特征向量线性无关，且不同特征值对应特征向量之和不再是矩阵的特征向量。
* 两个相似矩阵具有相同的特征值，且具有相同的秩。
* 实对称矩阵必然可相似对角化，**且其特征向量正交。**
* 相似矩阵的约束性强于行列式，也强于合同矩阵。
* 特别注意正负惯性指数与秩的关系。

启发:

* 求解矩阵方程的根本方法还是初等行变换。
* 从分块矩阵的角度理解初等变换和初等矩阵的关系。
* 从正交化的角度理解线性无关。
* 从初等变换和线性无关的角度证明秩是较好的选择。
* 我们可以将几何问题与方程的解联系起来，从而与秩和线性相关性联系起来。
* 对于n阶矩阵A和B，A和B等价和A与B秩相同等同。

Question: