# BILET 3

① Ce este o teoremă?

O teoremă este o formulă propozițională care este evaluată ca fiind adevărată în orice interpretare.

Sistemul axiomatic (formal) al calculului prop.:

- propus de Hilbert, deductiv, formal

$P = (\Sigma_P, F_P, A_P, R_P)$

$\Sigma_P$ = var_propoz. $\cup$ conective $\cup$ {(,)}.

var_propoz = {p, q, r, $p_1$, $p_2$ ...}

conective = {$\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$}

$F_P$ – mulțimea f. prop. corect construite

- baza $p_i \in F_P$, $i = 1, 2 \ldots$
- inducția: dacă $U, V \in F_P$ atunci:

$\neg U \in F_P$, $U \wedge V \in F_P$, $U \vee V \in F_P$, $U \rightarrow V \in F_P$, $U \leftrightarrow V \in F_P$.

- închiderea: toate formulele din $F_P$ se obțin doar prin aplicarea regulilor precedente, de un număr finit de ori.

$\boxed{\to \text{metodă sintactică} - TD, ITD, \text{Rezoluția}.}$

~~Axioma 3: $A_3: (U \to V) \to$~~

$A_2: (U \to (V \to Z)) \to ((U \to V) \to (U \to Z))$

~~ITD~~

$\vdash (U \to (V \to Z)) \to ((U \to V) \to (U \to Z))$

ITD $(U \to V) \to (U \to Z) \vdash U \to (V \to Z)$

ITD $(U \to V) \to (U \to Z), V \to Z \vdash U$

$(U \to V) \to (U \to Z) \Leftrightarrow \neg(U \to V) \vee (U \to Z) \Leftrightarrow$

$(U \wedge \neg V) \vee \neg U \vee V \Leftrightarrow (U \vee \neg U \vee V) \wedge (\neg V \vee U \vee V)$

$\vdash (U \to (V \to Z)) \to ((U \to V) \to (U \to Z)) \overset{not}{=} A$

ITD $U \to (V \to Z) \vdash (U \to V) \to (U \to Z)$

ITD $U \to (V \to Z), (U \to V) \vdash U \to Z$

ITD $U \to (V \to Z), U \to V, U \vdash Z$

$S = \{U \to (V \to Z), U \to V, U, \neg Z\}$

$U \to (V \to Z) \Leftrightarrow \neg U \vee (V \to Z) \Leftrightarrow \boxed{\neg U \vee \neg V \vee Z = C_1}$

$U \to V \Leftrightarrow \boxed{\neg U \vee V = C_2}$

$\boxed{U = C_3}$

$\boxed{\neg Z = C_4}$

$Res_U(C_1, C_3) = \boxed{\neg V \vee Z = C_5}$

$Res_Z(C_5, C_4) = \boxed{\neg V = C_6}$

$Res_V(C_6, C_2) = \boxed{\neg U = C_7}$

$Res_U(C_7, C_3) = \square \Rightarrow$ mulțimea $S$ este inconsistentă $\xRightarrow{T.C.C.}$ $A$ este tautologie

$\Rightarrow A_2$ este tautologie.

(2)

$S = \{ p(x) \wedge q(x) \vee r(x), \neg q(y) \vee r(y), r(a) \wedge \neg P(a) \}$

$(p(x) \wedge q(x)) \vee r(x) \Leftrightarrow (p(x) \vee r(x)) \wedge (q(x) \vee r(x))$

$\boxed{C_1 = p(x) \vee r(x)}$ $\boxed{C_2 = q(x) \vee r(x)}$

$\boxed{C_3 = \neg q(y) \vee r(y)}$ $\boxed{C_4 = r(a)}$ $\boxed{C_5 = \neg P(a)}$

(3.)

Scanned with CamScanner

$\theta_1 : x \leftarrow a$

$Res_{p}^{lin}(C_1, C_5) = r(a) = C_4$

$C_1 = p(x) \vee r(x)$ $\quad$ $C_5 = \neg p(a)$

$C_4 = r(a)$

-> clauza nu mai rezolvă cu niciuna din celelalte clauze => ~~mulțimea~~ nu se poate obține clauza vidă => mulțimea este consistentă.

Verificare:

- luăm alte 2 clauze de început

$\theta_2 : x \leftarrow y$

$C_3 = \neg g(y) \vee r(y)$ $\quad$ $C_2 = g(x) \vee r(x)$

$r(y) \vee r(y) \Leftrightarrow r(y)$

- observăm că ajungem la același rezultat => raționamentul este corect.

=> mulțimea S este consistentă

☐ Rezoluția liniară:

-se iau 2 clauze care rezolvă (numite clauze părinte), iar rezolventul va deveni la rândul său o clauză părinte împreună cu o altă clauză din mulțimea S, cu care rezolvă. Fiecare rezolvent va deveni la rândul său o clauză părinte, până când se va deriva clauza vidă sau se va ajunge la ~~concluzia că~~ imposibilitatea ~~nu se poate~~ de a se deriva clauza vidă.

(3.) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4$

Pasul 1: Identificarea suportului funcției:

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_1x_2x_3$ | $x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$ | $x_1x_2\bar{x}_3x_4$ | $\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4$ | $f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

$S = \{(0,1,1,0), (1,0,1,0), (1,1,0,1), (1,1,1,0), (1,1,1,1)\}$

Tabelul de factorizare:

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | m |
|---|---|---|---|---|---|
| II | 0 | 1 | 1 | 0 | $m_6$ |
| | 1 | 0 | 1 | 0 | $m_{10}$ |
| III | ✓ 1 | 1 | 0 | 1 | $m_{13}$ |
| | ✓ 1 | 1 | 1 | 0 | $m_{14}$ |
| IV | ✓ 1 | 1 | 1 | 1 | $m_{15}$ |
| V = III+IV | 1 | 1 | – | 1 | |
| | 1 | 1 | 1 | – | |

← FACTORIZAREA SIMPLĂ

$m_{13} \vee m_{15} = x_1 x_2 x_4$

$m_{13} \vee m_{14} = x_1 x_2 x_3$

← FACTORIZARE DUBLĂ – NU AVEM

← FACTORIZARE TRIPLĂ – NU AVEM

$M(f) = \{max_1, max_2, max_3, max_4\}$

Tabelul de identificare a monoamelor centrale:

| monoame maximale / mintermi | $max_1$ | $max_2$ | $max_3$ | $max_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $m_0$ | | | | |
| $m_1$ | | | | |
| $m_2$ | | | | |
| $m_3$ | | | | |
| $m_4$ | | | | |
| $m_5$ | | | | |
| $m_6$ | * | | | |
| $m_7$ | | | | |
| $m_8$ | | | | |
| $m_9$ | | | | |
| $m_{10}$ | | * | | |
| $m_{11}$ | | | | |
| $m_{12}$ | | | | |
| $m_{13}$ | | | * | * |
| $m_{14}$ | | | | * |
| $m_{15}$ | | | * | |

Mulțimea $C(f)$ conține pe coloană * $\Rightarrow$ 4 monoame centrale $\Leftrightarrow C(f) = \{max_1, max_2, max_3, max_4\}$. $\Rightarrow$ Avem o singură formă simplificată: $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = max_1 \vee max_2 \vee max_3 \vee max_4$

$= \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 x_4 \vee x_1 x_2 x_3$ 

Desenăm circuitul logic al formei simplificate: