BILET 2

1) $p \to q, \neg(q \to r) \to \neg p \vdash p \to r$

$S = \{ p \to q, \neg(q \to r) \to \neg p, \neg(p \to r) \}$

$p \to q \Leftrightarrow \boxed{\neg p \vee q = C_1}$

$\neg(\neg(q \to r)) \vee \neg p) = \cancel{(q \to r)} \wedge p \quad (q \to r) \vee \neg p$

$\boxed{\neg q \vee r \vee \neg p = C_3}$

$\cancel{(\neg q \vee r) \wedge p}$

$\boxed{\cancel{C_2 = \neg q \vee r}} \quad \boxed{\cancel{C_3 = p}}$

$\neg(p \to r) = p \wedge \neg r \Rightarrow \boxed{\underset{= C_3}{C_4 = p}} \quad \boxed{C_5 = \neg r}$

$S = \{ \neg p_{(1)} \vee q_{(2)}, \neg q_{(3)} \vee r \vee \neg p_{(4)}, p_{(5)}, \neg r_{(6)} \}$ · literali disponibili

$Res_p^{lit}(C_1, C_3) = q_{(2)} = C_6$

$Res_q^{lit}(C_2, C_6) = r \vee \neg p_{(4)} = C_7$

$Res_p^{lit}(C_4, C_7) = \cancel{\square}\ r = C_8$ ~~=> S este inconsistentă~~

$Res_r^{lit}(C_8, C_5) = \square \Rightarrow S$ este inconsistentă

$\Rightarrow p \to q, \neg(q \to r) \to \neg p \vdash p \to r$

3. $(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \models (\forall x)(A(x) \vee B(x))$ dacă și numai dacă:

$(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \vdash (\forall x)(A(x) \wedge B(x))$

~~1) Aplicăm distributivitatea „∨" față de „∧"~~

~~$(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \mid (\forall x)A(x) \wedge (\forall x)B(x)$~~

$\vdash (\forall x)(A(x) \wedge B(x)) \rightarrow ((\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x)) = U$

Folosim metoda tabelei semantice pt $\neg U$

$\neg\big((\forall x)(A(x) \wedge B(x)) \rightarrow ((\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x))\big)$ (1)

| (1) − α

$(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$ (2)

|

$\neg((\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x))$ (3)

| (3) − α

$\neg(\forall x)\neg A(x)$ (4)

|

$\neg(\forall x)\neg B(x)$ (5)

| (4) δ a constantă nouă

$\boxed{\neg A(a)}$

| (5) δ b constantă nouă

$\boxed{\neg B(b)}$

3.

[illegible] initiale.

(2) γ
a, b constante existente

$A(a) \wedge B(a)$ (6)

$A(b) \wedge B(b)$ (7)

$(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$ (2-copie)

(6) – α

$\boxed{A(a)}$

$B(a)$

(7) – α

$A(b)$

$\boxed{B(b)}$

$\otimes$

~~din tab semantică~~

$\Rightarrow$ tabela semantică e închisă

$\Rightarrow$ U este tautologie (validă)

$\Rightarrow (\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \vdash (\forall x)(A(x) \wedge B(x))$

$\Rightarrow (\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \models (\forall x)(A(x) \wedge B(x))$

circuitul funcției inițiale:

[T] Am folosit metoda tabelelor semantice, care spune că dacă lui ¬U îi corespunde o tabelă închisă atunci U este tautologie (teoremă / validă).

- o tabelă semantică este închisă dacă are toate ramurile închise.
- // - deschisă dacă are cel puțin o ramură deschisă
- // - completă, dacă este închisă sau dacă s-au descompus toate problemele de pe acea ramură.

- dacă arborele binar nu este complet, nu se poate decide validitatea ~~fo~~ (consistența) formulei.

(3.) $f(x_1, x_2, x_3) = \boxed{x_1 x_3} \vee \boxed{x_1 x_2 x_3} \vee \boxed{\bar{x}_1 x_3} \vee \boxed{\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3}$

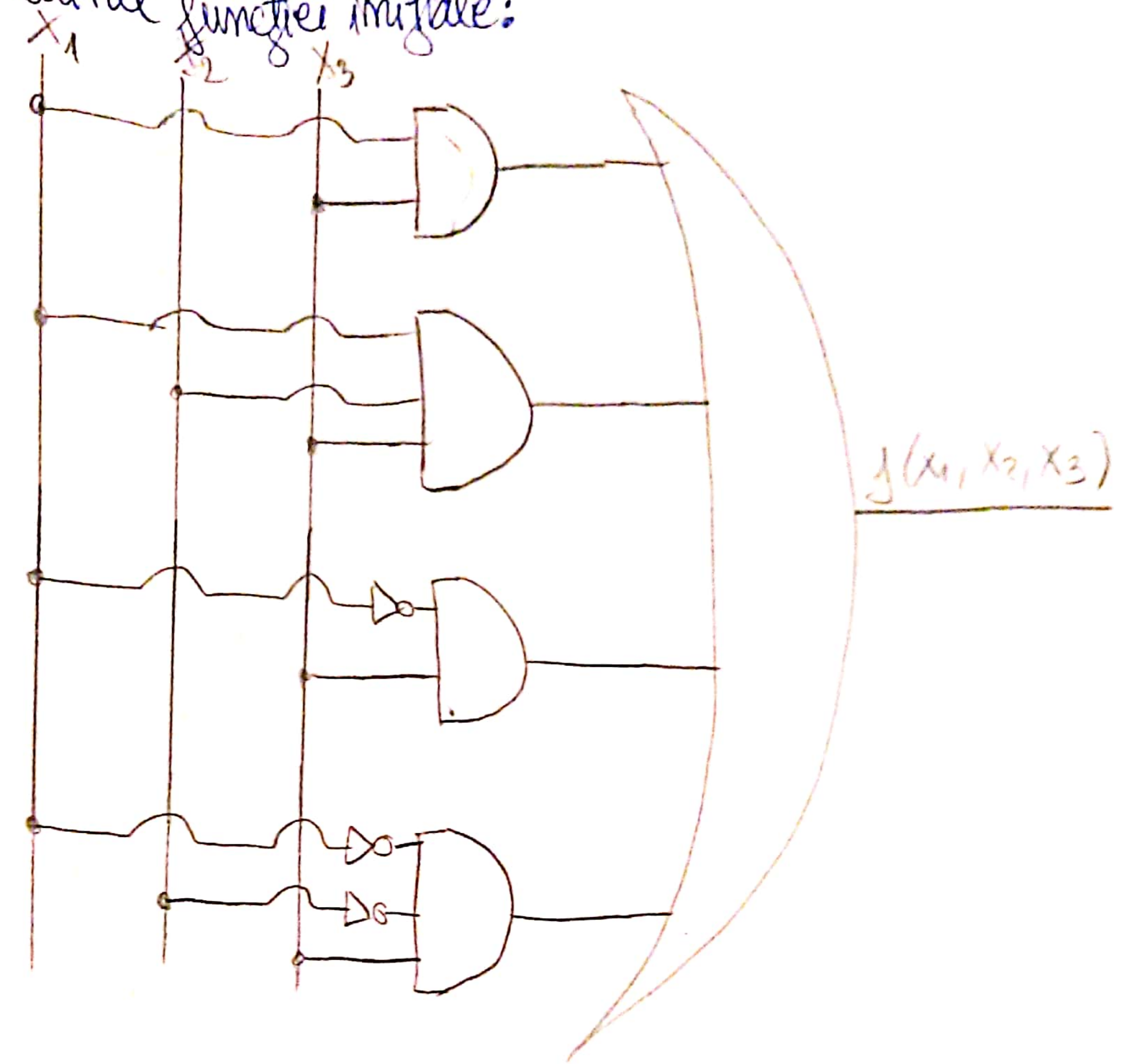
	x_1	x_1		
x_2	m			m
$\bar{x}_2$	m			m
	x_3	$\bar{x}_3$		x_3

~~$max\ x_1 = x_3$~~

$\left.\begin{array}{l}\text{1 monom maximal}\\ \text{1 monom central}\end{array}\right\} \Rightarrow CI \to$ 1 singură formă simplificată

$f(x_1, x_2, x_3) = x_3$ (5.)

Circuitul funcției inițiale:



Circuitul funcției simplificate: