Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
Высшего образования
**«Северо-Осетинский государственный университет
имени Коста Левановича Хетагурова»**

Курсовая работа

«Транспортная задача. Методы решенияю.»

Выполнил:
Студент 3 курса направления:
«Прикладная математика и информатика»
Гамосов Станислав Станиславович

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Тотиева Жанна Дмитриевна

«Работа допустима к защите»
Заведующий кафедрой
доктор физико-математических наук
Кусраев. А.Г. ____________

Владикавказ 2021

Содержание

1 Введение

Транспортная задача – это спектр задач с единой математической моделью, классическая формулировка, которой звучит: *«Задача о наиболее экономном плане перевозок однородного продукта или взаимозаменяемых продуктов из пунктов производства в пункты потребления»*. Такая форма встречается чаще всего в линейном программирование, а если точнее в его практических приложениях.

Линейное программирование является одним из разделов математического программирования – области математики, разрабатывающей теорию и численные методы решения многомерных экстремальных задач с ограничениями.

Проблема была впервые формализована французским математиком *Гаспаром Монжем* в 1781 году. Прогресс в решении проблемы был достигнут во время Великой Отечественной войны советским математиком и экономистом *Леонидом Канторовичем*. Поэтому иногда эта проблема называется **транспортной задачей Монжа — Канторовича**.

Если вернуться к самой задачи огромное количество возможных вариантов перевозок затрудняет получение достаточно экономного плана эмпирическим или экспертным путем. Применение математических методов и вычислительных в планировании перевозок дает большой экономический эффект. Транспортные задачи могут быть решены **симплексным методом** однако матрица системы ограничений транспортной задачи настолько своеобразна, что для ее решения разработаны специальные методы. Они, как и **симплексный метод**, позволяют найти начальное опорное решение, а затем, улучшая его получить оптимальный результат. Транспортная задача может также решаться с ограничениями и без ограничений.

В зависимости от способа представления условий транспортной задачи она может быть представлена в **графовой** или **матричной** форме.

2 Постановка задачи

Задача эта возникает, когда речь идет о рациональной перевозке некоторого однородного продукта от производителей к потребителям. В этом случае для каждого потребителя безразлично, откуда, из каких пунктов производства будет поступать этот продукт, лишь бы он поступал в нужном объеме. Однако от того, насколько рациональным будет прикрепление пунктов потребления к пунктам производства, существенно зависит объем транспортной работы. В связи с этим естественно возникает вопрос о наиболее эффективном прикреплении, правильном направлении перевозок груза, при котором потребности удовлетворяются, а затраты на транспортировку минимальны. Более точно задача формулируется так.

Пусть имеются пункты производства $(A_1, A_2, ..., A_n)$ с объемами производства в единицу времени, равными соответственно $(a_1, a_2, ..., a_n)$, и пункты потребления $(B_1, B_2, ..., B_m)$ с объемами потребления, равными $(b_1, b_2, ..., b_m)$ соответственно. Будем предполагать, что производство и потребление сбалансированы — сумма объемов производства равна сумме объемов потребления. Такой вид транспортной задачи называется **закрытым**.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j \tag{1}$$

В дальнейшем будем рассматривать только такой тип задачи. Однако любую открытую транспортную задачу ($\sum\limits_{i=1}^{n} a_i \neq \sum\limits_{j=1}^{m} b_j$) легко закрыть. Нужно ввести дополнительный пункт производства (пункт потребления) с недостающим объемом производства (объемом потребления) и с нулевыми стоимостями перевозок.

Предполагается, что известны величины c_{ij} — затраты по перевозке единицы продукта из i-го пункта производства в j-й пункт потребления. Они могут быть выражены в стоимостной (денежной) форме или в натуральной (километрах). Требуется найти такой план перевозок, при котором были бы удовлетворены потребности в пунктах $(B_1, B_2, ..., B_m)$ и при этом суммарные затраты на перевозку были бы минимальны. Обозначая через x_{ij} количество продукта, перевозимое из i-го пункта производства в j-го пункт потребления, приходим к следующей математической формулировке задачи:

Найти минимум

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \tag{2}$$

Так же для корректности задачи необходимо соблюдать три условия:

$$\textbf{1.} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j; (j = 1, 2, ..., m)$$

$$\textbf{2.} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i; (i = 1, 2, ..., n)$$

$$\textbf{3.} x_{ij} \geqslant 0; (i = 1, 2, ..., n; j = 1, 2, ..., m)$$

Получается суммарные затраты на транспортировку в каждый пункт потребления завозится требуемое количество продукта, а так же из каждого пункта производства полностью вывозится произведенный продукт.

Всякий набор величин $x_{ij}(i = 1, 2, ..., n; j = 1, 2, ..., m)$, удовлетворяющих условиям $(1-3)$, мы будем называть допустимым планом перевозок. План, для которого суммарные затраты (2) достигают минимума, называется оптимальным.

Полученные условия транспортную задачи удобно представить в виде матрицы, которая имеет название **матрица перевозок**. В ней $(m+1)$ строк и $(n+1)$ столбец. В первой строке указаны величины потребностей, в первом столбце - значения запасов. В клетках внутренней матрицы ($m \times n$ штук) записывают стоимости перевозок и сами перевозки. Нумеровать будем только строки и столбцы внутренней матрицы.

Таблица 2.1

	b_j	10	40	20	60	20
a_i						
30		2	7	3	6	2
70		9	4	5	7	3
50		5	7	6	2	4

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = 30 + 70 + 50 = 150 \qquad \sum_{j=1}^{5} b_j = 10 + 40 + 20 + 60 + 20 = 150$$

Если бы, например, потребность b_4, равнялась не 60, а 40, нужно было бы ввести еще одного потребителя с потребностью $b_6 = 20$ и с нулевыми стоимостями $c_{16} = c_{26} = c_{36} = 0$. Матрица перевозок тогда станет следующей:

Таблица 2.2

	b_j	10	40	20	40	20	20
a_i							
30		2	7	3	6	2	0
70		9	4	5	7	3	0
50		5	7	6	2	4	0

Запишем математическую модель первой из указанных задач:

$$
\begin{cases}
Z = \sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \longrightarrow \min \\
x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 30 \\
x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 70 \\
x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 50 \\
x_{11} + x_{21} + x_{31} = 10 \\
x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40 \\
x_{13} + x_{23} + x_{33} = 20 \\
x_{14} + x_{24} + x_{34} = 60 \\
x_{15} + x_{25} + x_{35} = 20 \\
x_{11} + x_{21} + x_{31} = 10 \\
\forall (i, j) : x_{ij} \geqslant 0
\end{cases}
$$

Список литературы

[1] Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Задачи и методы линейного программирования. – Москва: Советское радио, 1969. – 736с.

[2] Канторович Л.В., Горстко А.Б. Математическое оптимальное программирование в экономике - Москва: Знание, 1968. - 96с.

[3] Палий И.А., Линейное программирование. Учебное пособие Москва: Эксмо, 2008. - 256 с.

[4]

[5]

[6]

[7]