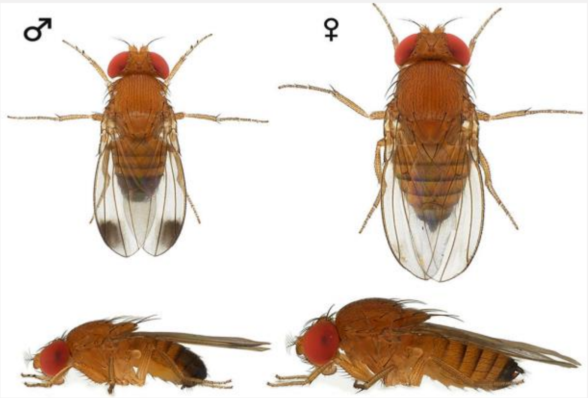
FACULTÉ DES SCIENCES - AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ (AMU)

MASTER 1 - MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS : COMPUTATIONAL AND MATHEMATICAL BIOLOGY (CMB)

Modéliser la dynamique des populations de *Drosophila suzukii* afin d'optimiser le déploiement de la Technique de l'Insecte Stérile (TIS)

Juin 2022



Réalisé par :

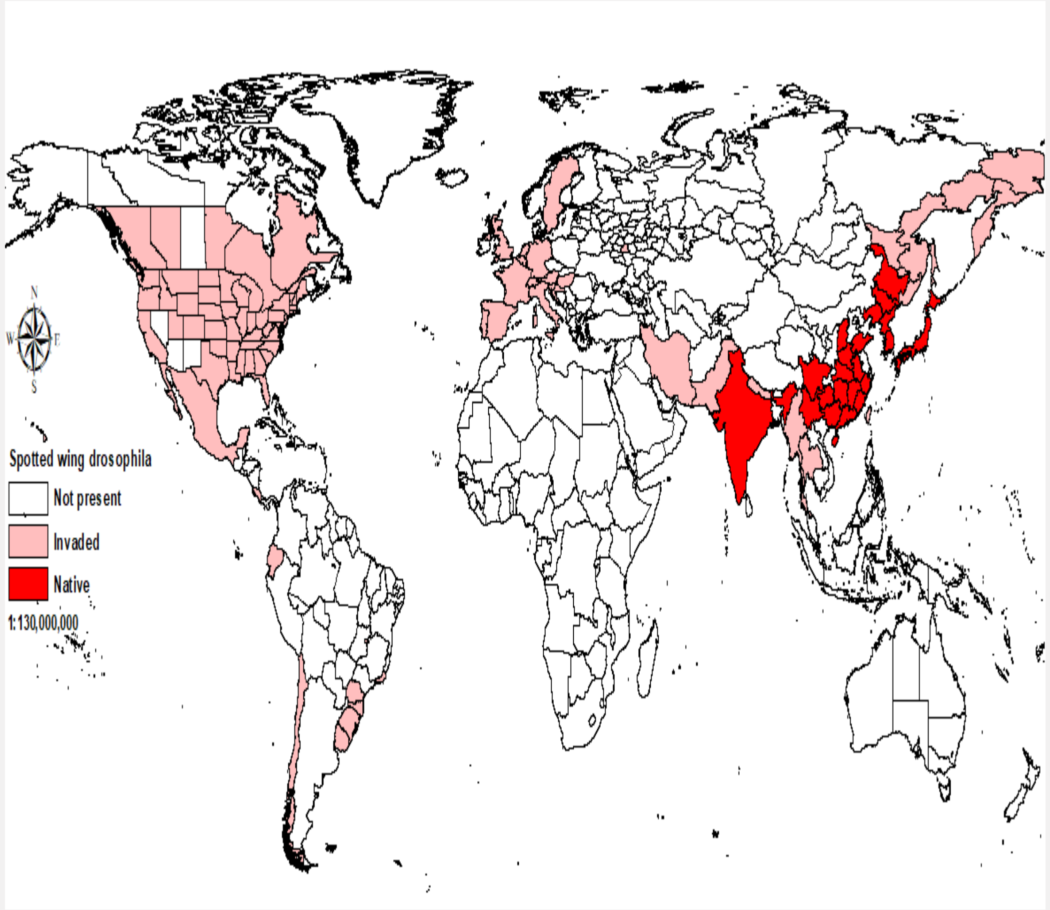
Crésus K. S. KOUNOUDJI

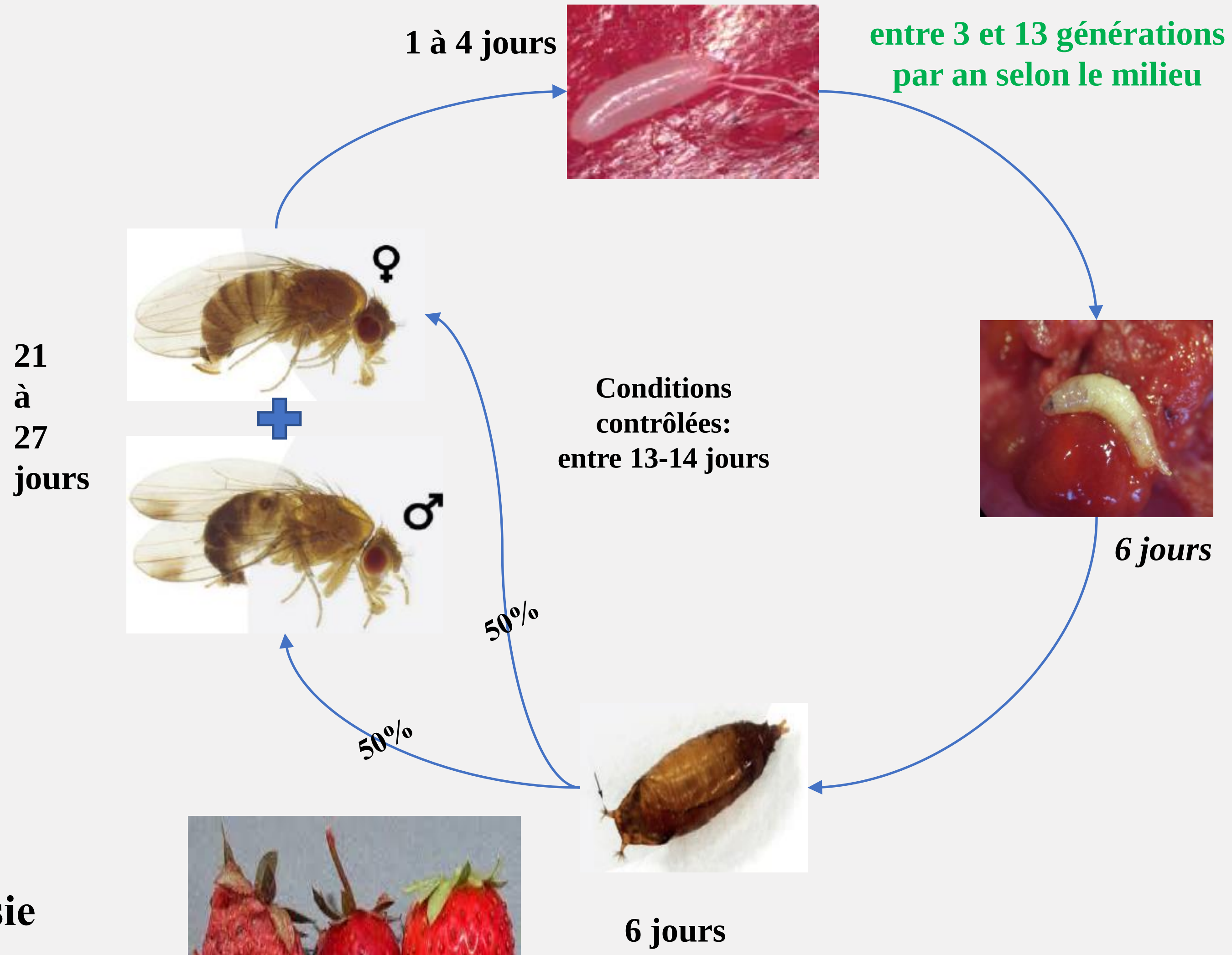
Sous la direction de :

Frédéric Grognard
Ludovic Mailleret
Louise van Oudenhove
Suzanne Touzeau

INSTITUT SOPHIA AGROBIOTECH - M2P2

CONTEXTE: CADRE GÉNÉRAL (1/4)





- ❑ *D. suzukii* est une espèce de mouche des fruits d'Asie
- ❑ Invasion en Europe avec d'importants dégâts économiques

(Emiljanowicz et al. 2014)

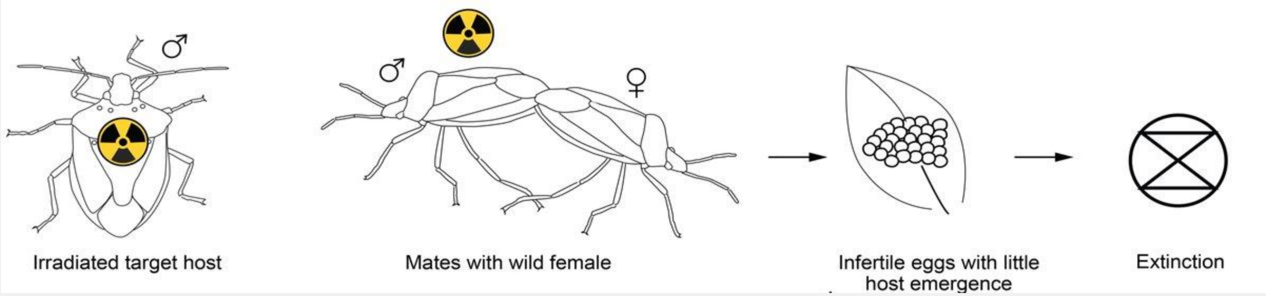
DS est très sensible à son environnement (température, humidité, …)

CONTEXTE: La TIS (2/4)

Utilisation de lâchers en masse de mâles stériles d'une certaines espèces pour l'éradiquer sous certaines conditions favorables (Knipling 1955)

Dans ce modèle

- **accouplement non fertile avec mâles stériles**
- **diminution de rencontres fertiles à chaque génération**



Lâchers en masse d'insectes stériles et compatible avec le réacoupplement (Nikolouli et al. 2018)

CONTEXTE: OBJECTIFS (4/4)

Projet SuzuKIISS :ME

Développer la technique de l'insecte stérile pour lutter contre le ravageur Drosophila suzukii (DS)

M2P2 – Institut Sophia Agrobiotech

- ❑ **développement de stratégies novatrices de lutte écologique (modèles théoriques et expérimentaux)**
- ❑ **protection des plantes plus respectueuse de l'environnement**

Ludovic Mailleret (M2P2/ISA)

Suzanne Touzeau (M2P2/ISA)

Louise van Oudenhove (M2P2/ISA)

Frédéric Grognard (Biocore/INRIA)

modèle mathématique en temps continu de la dynamique des pop. DS

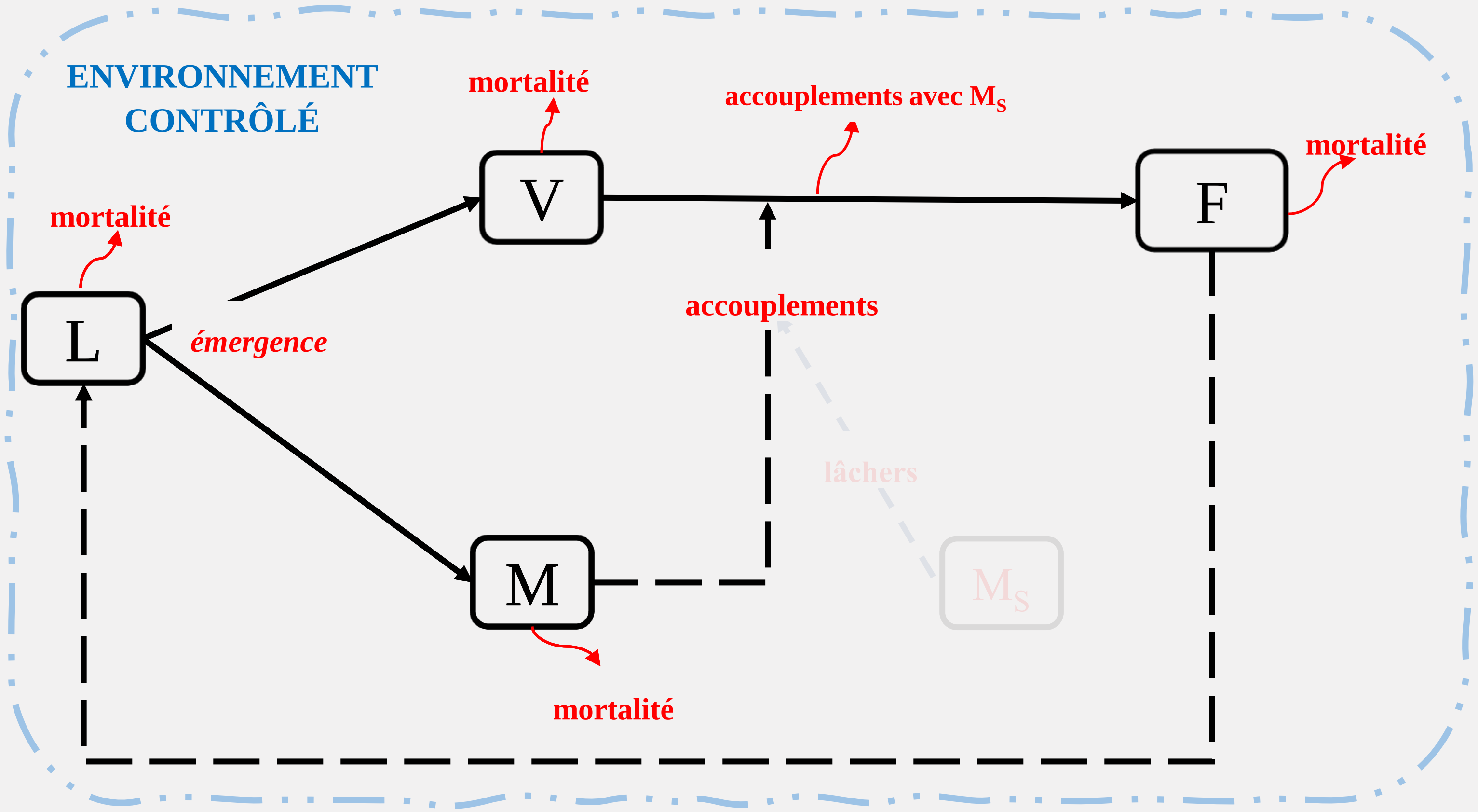
+

Modéliser les lâchers de mâles stériles pour prédire les stratégies optimales de lâcher d'insectes

MODÈLES (1/2)

❑ Modèle compartimental

S'inspire du modèle générique pour ravageurs de *Anguelov et al. (2017)*



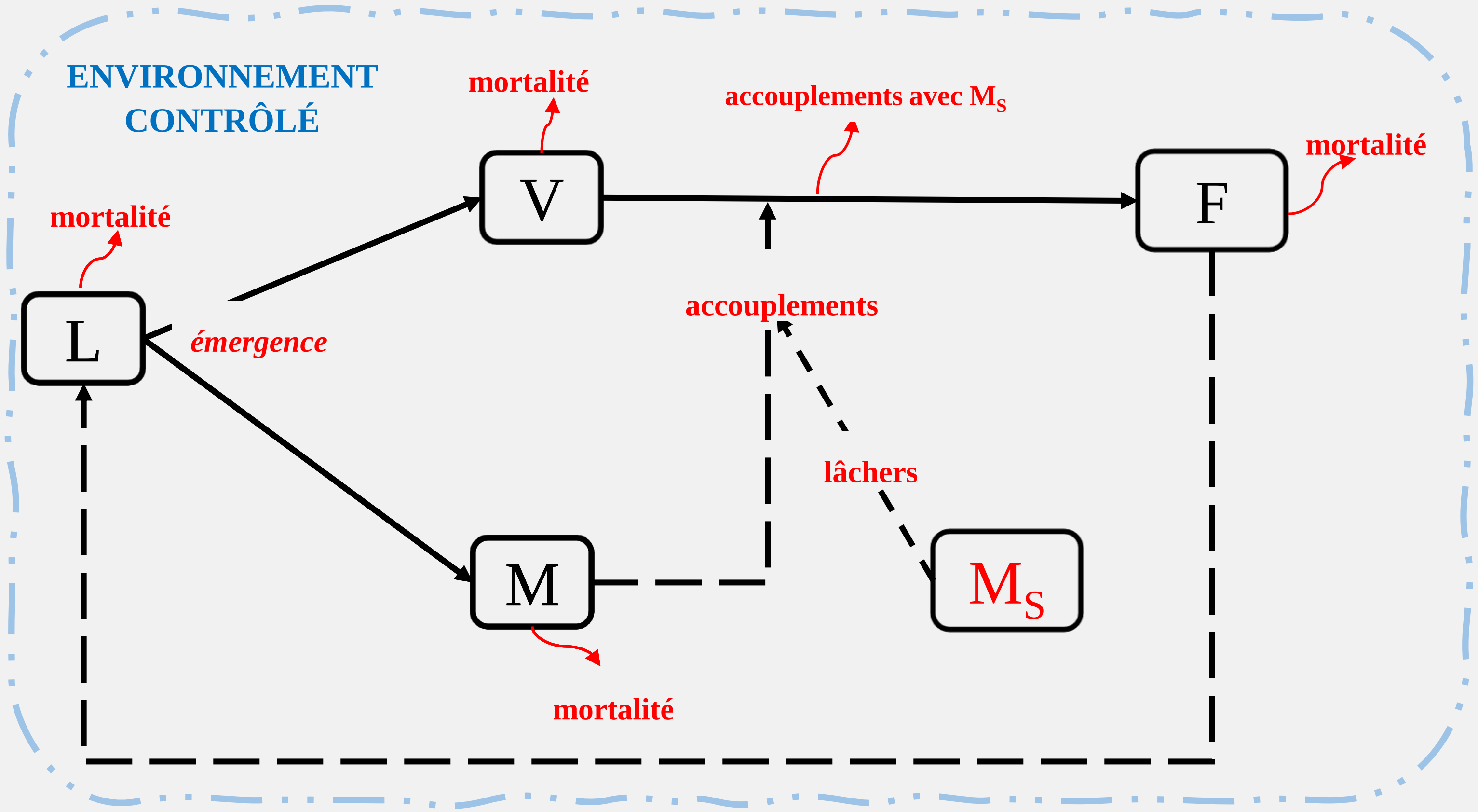
Compartiments:

- **L** = Larves
- **M** = Mâles
- **V** = Femelles vierges
- **F** = Femelles fécondées
- **M_s** = Mâles stériles

MODÈLES (1/2)

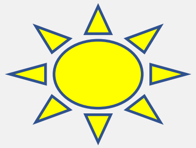
❑ Modèle compartimental

S'inspire du modèle générique pour ravageurs de *Anguelov et al. (2017)*



Compartiments:

- **L** = Larves
- **M** = Mâles
- **V** = Femelles vierges
- **F** = Femelles fécondées
- $\mathbf{M_s}$ = Mâles stériles



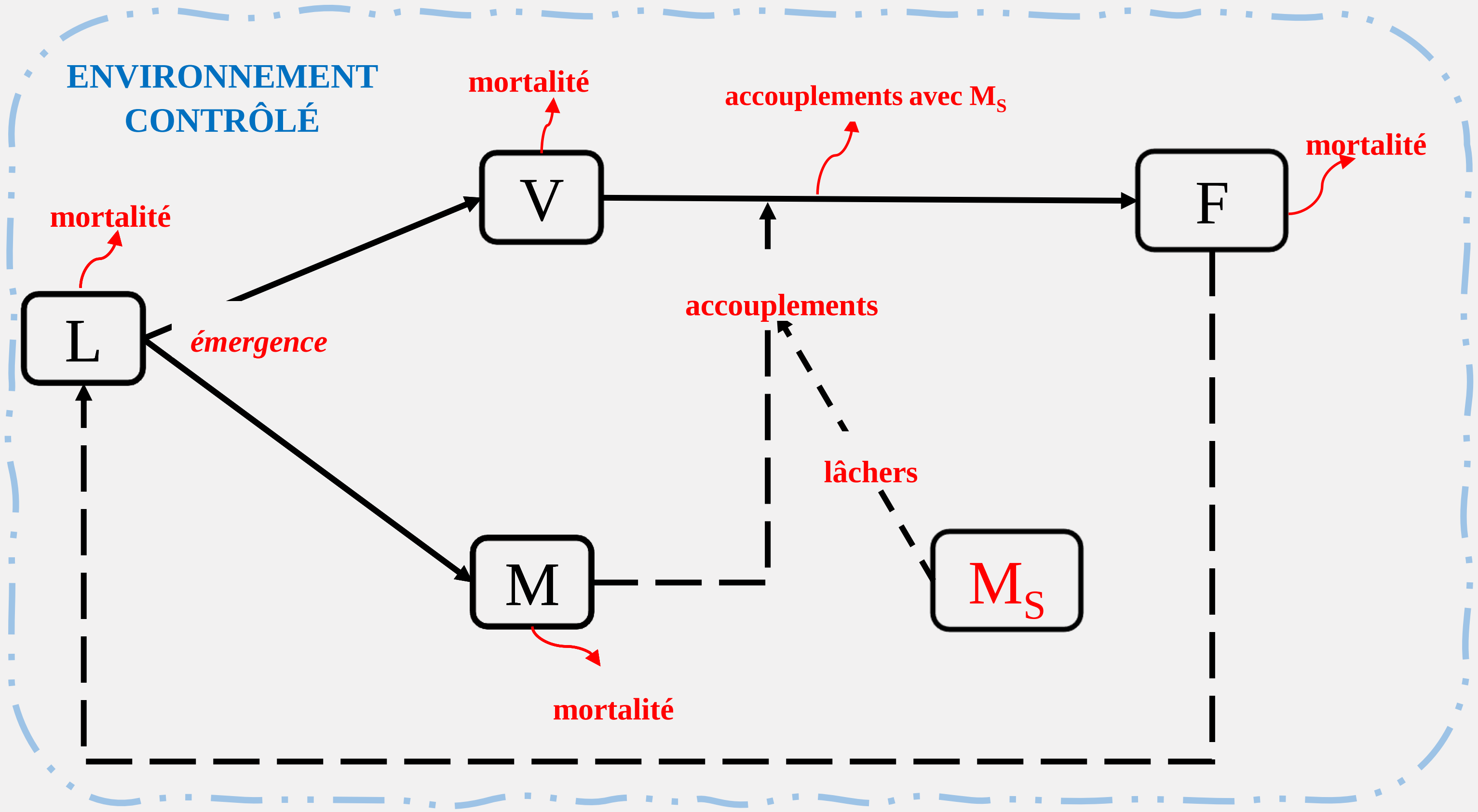
Sauvages

M + V + F

MODÈLES (1/2)

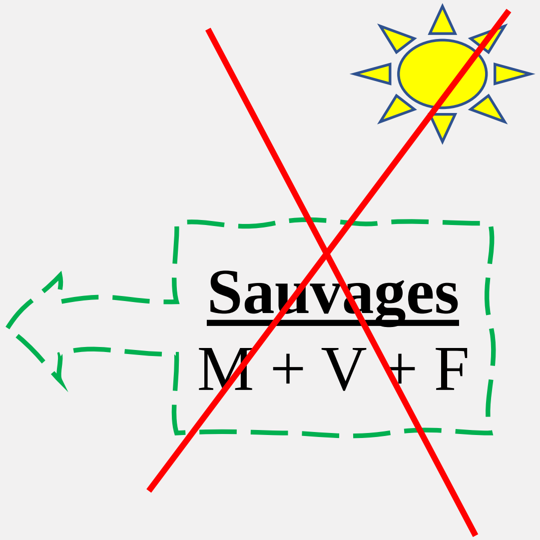
❑ Modèle compartimental

S'inspire du modèle générique pour ravageurs de *Anguelov et al. (2017)*



Compartiments:

- **L** = Larves
- **M** = Mâles
- **V** = Femelles vierges
- **F** = Femelles fécondées
- **M_s** = Mâles stériles



MODÈLES (2/2)

❑ Systèmes dynamiques associés

Modèle de base (sans TIS)

$$\begin{cases} \dot{L} & = \beta\left(1-\frac{L}{K}\right)F-(\nu_L+\mu_L)L \\ \dot{M} & = \nu_L m L - \mu_M M \\ \dot{V} & = \nu_L(1-m)L-(\mu_F+\nu_F)V \\ \dot{F} & = \nu_F V - \mu_F F \end{cases}$$

Modèle TIS

$$\begin{cases} \dot{L} & = \beta\left(1-\frac{L}{K}\right)F-(\mu_L+\nu_L)L \\ \dot{M} & = \nu_L m L - \mu_M M \\ \dot{V} & = \nu_L(1-m)L-(\mu_F+\nu_F)V \\ \dot{F} & = \nu_F \frac{M}{M+M_S} V - \mu_F F \end{cases}$$

- dynamique classique de pop.
- plus complexe à analyser puisque en 4D

MODÈLES (2/2)

Systèmes dynamiques associés

Modèle de base (sans TIS)

$$\begin{cases} \dot{L} &= \beta\left(1-\frac{L}{K}\right)F-(\nu_L+\mu_L)L \\ \dot{M} &= \nu_L mL-\mu_M M \\ \dot{V} &= \nu_L(1-m)L-(\mu_F+\nu_F)V \\ \dot{F} &= \nu_F V-\mu_F F \end{cases}$$

Modèle TIS

$$\begin{cases} \dot{L} &= \beta\left(1-\frac{L}{K}\right)F-(\mu_L+\nu_L)L \\ \dot{M} &= \nu_L mL-\mu_M M \\ \dot{V} &= \nu_L(1-m)L-(\mu_F+\nu_F)V \\ \dot{F} &= \nu_F \frac{M}{M+M_S}V-\mu_F F \end{cases}$$

- dynamiques classiques de pop.
- plus complexes à analyser puisque en 4D

ANALYSES DES MODÈLES: ÉQUILIBRES (1/3)

❑ Modèle de base à l'équilibre

$$\begin{cases} F &= \dfrac{(\mu_L+\nu_L)}{\beta(1-\frac{L}{K})}L \\ M &= \dfrac{\nu_L m}{\mu_M}L \\ V &= \dfrac{\nu_L(1-m)}{(\mu_F+\nu_F)}L \\ F &= \dfrac{\nu_F}{\mu_F}V \end{cases}$$

En résolvant on a :

$$L^* = \left(1-\frac{1}{\eta_0}\right)K$$

avec

$$\eta_0 = \frac{\nu_F\nu_L(1-m)\beta}{\mu_F(\mu_F+\nu_F)(\mu_L+\nu_L)}$$

nb. descendants de base

❑ ***$\eta_0 \leq 1$, l'équilibre trivial $X_0^* = (0,0,0,0)$ est l'unique équilibre***

❑ ***$\eta_0 > 1$, l'équilibre trivial X_0^* et un équilibre positif $X_1^* = (L_1^*, M_1^*, V_1^*, F_1^*)$***

ANALYSES DES MODÈLES: ÉQUILIBRES (1/3)

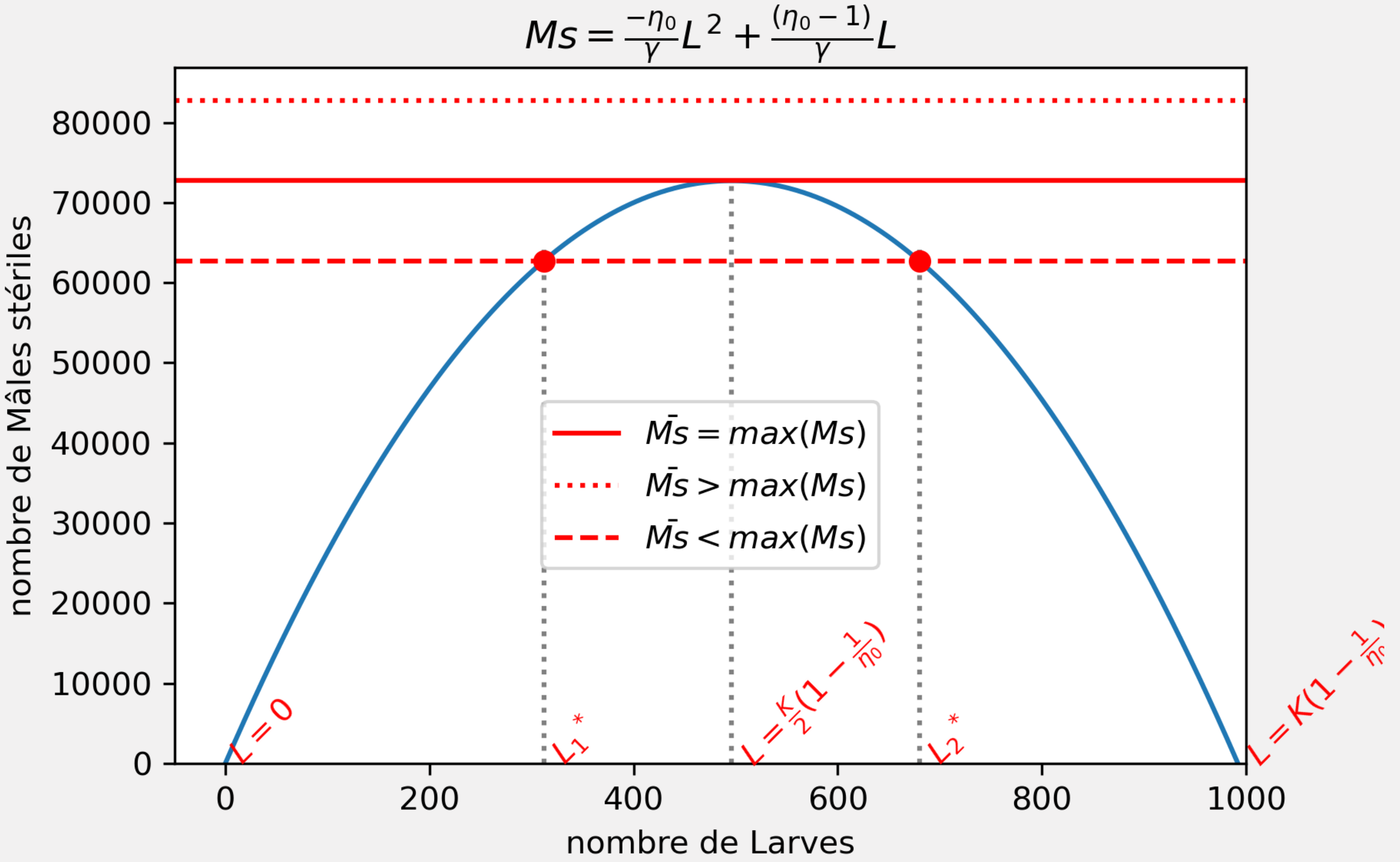
❑ Modèle TIS à l'équilibre

$$\begin{cases} F = \dfrac{(\mu_L+\nu_L)}{\beta(1-\frac{L}{K})}L \\ M = \dfrac{\nu_L m}{\mu_M}L \\ V = \dfrac{\nu_L(1-m)}{(\mu_F+\nu_F)}L \\ F = \dfrac{\nu_F\nu_L(1-m)}{\mu_F(\mu_F+\nu_F)}\dfrac{M}{(M+M_S)}L \end{cases}$$

En résolvant on obtient :

$$M_S = -\frac{\gamma}{K}\eta_0 L^{*2} + \gamma(\eta_0-1)L^*$$

Les équilibres positifs sont donnés par l'intersection entre une droite Y = M_S et une parabole *ζ(L)*



$\eta_0 = 126.65$

ANALYSES DES MODÈLES: STABILITÉ (2/3)

❑ Stabilité de l'équilibre $X_0^* = (0,0,0,0)$ du modèle de base (représentative)

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -(\mu_L+\nu_L) & 0 & 0 & \beta \\ \nu_L m & -\mu_M & 0 & 0 \\ \hline \nu_L(1-m) & 0 & -(\mu_F+\nu_F) & 0 \\ 0 & 0 & \nu_F & -\mu_F \end{array}\right)$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} -(\mu_L+\nu_L) & 0 \\ \nu_L m & -\mu_M \end{pmatrix}; B_0 = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C_0 = \begin{pmatrix} \nu_L(1-m) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; D_0 = \begin{pmatrix} -(\mu_F+\nu_F) & 0 \\ \nu_F & -\mu_F \end{pmatrix}$$

Proposition

Soit **M** une Matrice Metzler pouvant s'écrire par bloc comme suit :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

M est Metzler stable si et seulement si **A** et **D − CA⁻¹B** sont Metzler stables.

Source: **Bowong *Tsakou (2003)***

- ❑ **Il est trivial que A_0 est Metzler stable et on montre aisément que $(D_0 - C_0 A_0^{-1} B_0)$ est Metzler.**
- ❑ **La condition de stabilité devient:**

$$\mu_F(\mu_F+\nu_F) - \frac{\beta \nu_F \nu_F (1-m)}{(\mu_L+\nu_L)} > 0 \iff \eta_0 < 1$$

ANALYSES DES MODÈLES: STABILITÉ (2/3)

❑ Stabilité de l'équilibre $X_0^* = (0,0,0,0)$ du modèle de base (représentative)

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -(\mu_L+\nu_L) & 0 & 0 & \beta \\ \nu_L m & -\mu_M & 0 & 0 \\ \hline \nu_L(1-m) & 0 & -(\mu_F+\nu_F) & 0 \\ 0 & 0 & \nu_F & -\mu_F \end{array}\right)$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} -(\mu_L+\nu_L) & 0 \\ \nu_L m & -\mu_M \end{pmatrix}; B_0 = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C_0 = \begin{pmatrix} \nu_L(1-m) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; D_0 = \begin{pmatrix} -(\mu_F+\nu_F) & 0 \\ \nu_F & -\mu_F \end{pmatrix}$$

Proposition

Soit **M** une Matrice Metzler pouvant s'écrire par bloc comme suit :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

M est Metzler stable si et seulement si **A** et **D − CA⁻¹B** sont Metzler stables.

Source:* Bowong *Tsakou (2003)

- ❑ **Il est trivial que A_0 est Metzler stable et on montre aisément que $(D_0 - C_0 A_0^{-1} B_0)$ est Metzler.**
- ❑ **La condition de stabilité devient:**

$$\mu_F(\mu_F+\nu_F) - \frac{\beta \nu_F \nu_F (1-m)}{(\mu_L+\nu_L)} > 0 \iff \eta_0 < 1$$

ANALYSES DES MODÈLES: STABILITÉ (2/3)

❑ Stabilité de l'équilibre $X_0^* = (0,0,0,0)$ du modèle de base (représentative)

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -(\mu_L+v_L) & 0 & 0 & \beta \\ v_L m & -\mu_M & 0 & 0 \\ \hline v_L(1-m) & 0 & -(\mu_F+v_F) & 0 \\ 0 & 0 & v_F & -\mu_F \end{array}\right)$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} -(\mu_L+v_L) & 0 \\ v_L m & -\mu_M \end{pmatrix}; B_0 = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C_0 = \begin{pmatrix} v_L(1-m) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; D_0 = \begin{pmatrix} -(\mu_F+v_F) & 0 \\ v_F & -\mu_F \end{pmatrix}$$

Proposition

Soit **M** une Matrice Metzler pouvant s'écrire par bloc comme suit :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

M est Metzler stable si et seulement si **A** et **D − CA⁻¹B** sont Metzler stables.

Source:* Bowong *Tsakou (2003)

- ❑ **Il est trivial que A_0 est Metzler stable et on montre aisément que $(D_0 - C_0 A_0^{-1} B_0)$ est Metzler.**

- ❑ **La condition de stabilité devient :**

$$\mu_F(\mu_F+v_F) - \frac{\beta v_F v_F (1-m)}{(\mu_L+v_L)} > 0 \iff \eta_0 < 1$$

ANALYSES DES MODÈLES: STABILITÉ (3/3)

❑ Conditions de stabilité modèle de base

- ❑ ***$\eta_0 \leq 1$, l'équilibre trivial $X_0^* = (0,0,0,0)$ est localement asymptotiquement stable (LAS)***
- ❑ ***$\eta_0 > 1$, l'équilibre trivial X_0^* est instable et l'équilibre positif X_1^* est LAS***

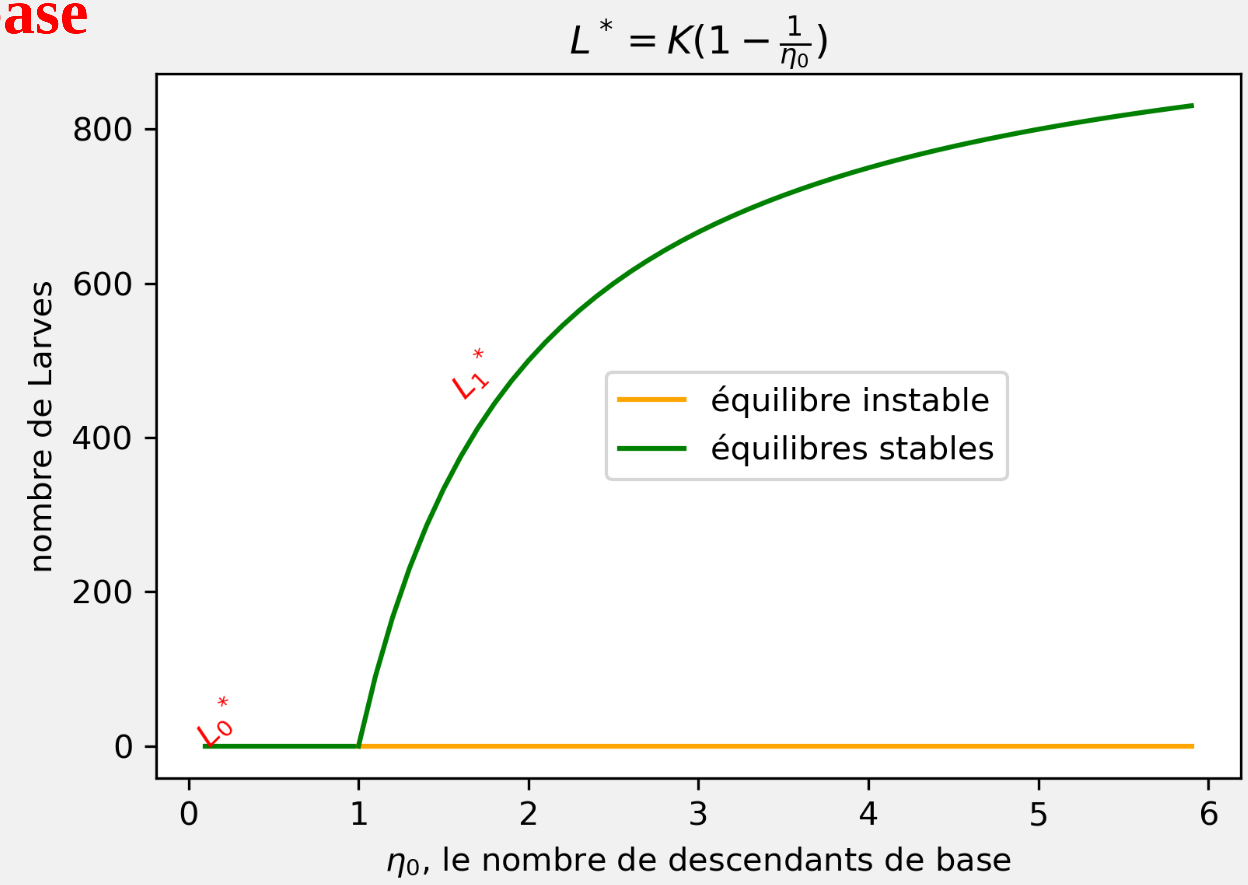


Diagramme de bifurcation modèle de base

ANALYSES DES MODÈLES: STABILITÉ (3/3)

❑ Conditions de stabilité modèle TIS

- *démonstration incomplète*
- *postulat logique, fondé et vérifié numériquement*

❑ ***$\eta_0 \leq 1$ ou $M_S > max(\zeta(L))$, l'équilibre trivial $Z_0^* = (0,0,0,0)$ est LAS***

❑ ***$\eta_0 > 1$, l'équilibre trivial Z_0^* et l'équilibre positif Z_2^* pour $L_2 > \frac{K}{2}\left(1 - \frac{1}{\eta_0}\right)$ sont LAS tandis que l'équilibre positif Z_1^* $L_1 < \frac{K}{2}\left(1 - \frac{1}{\eta_0}\right)$ est instable***

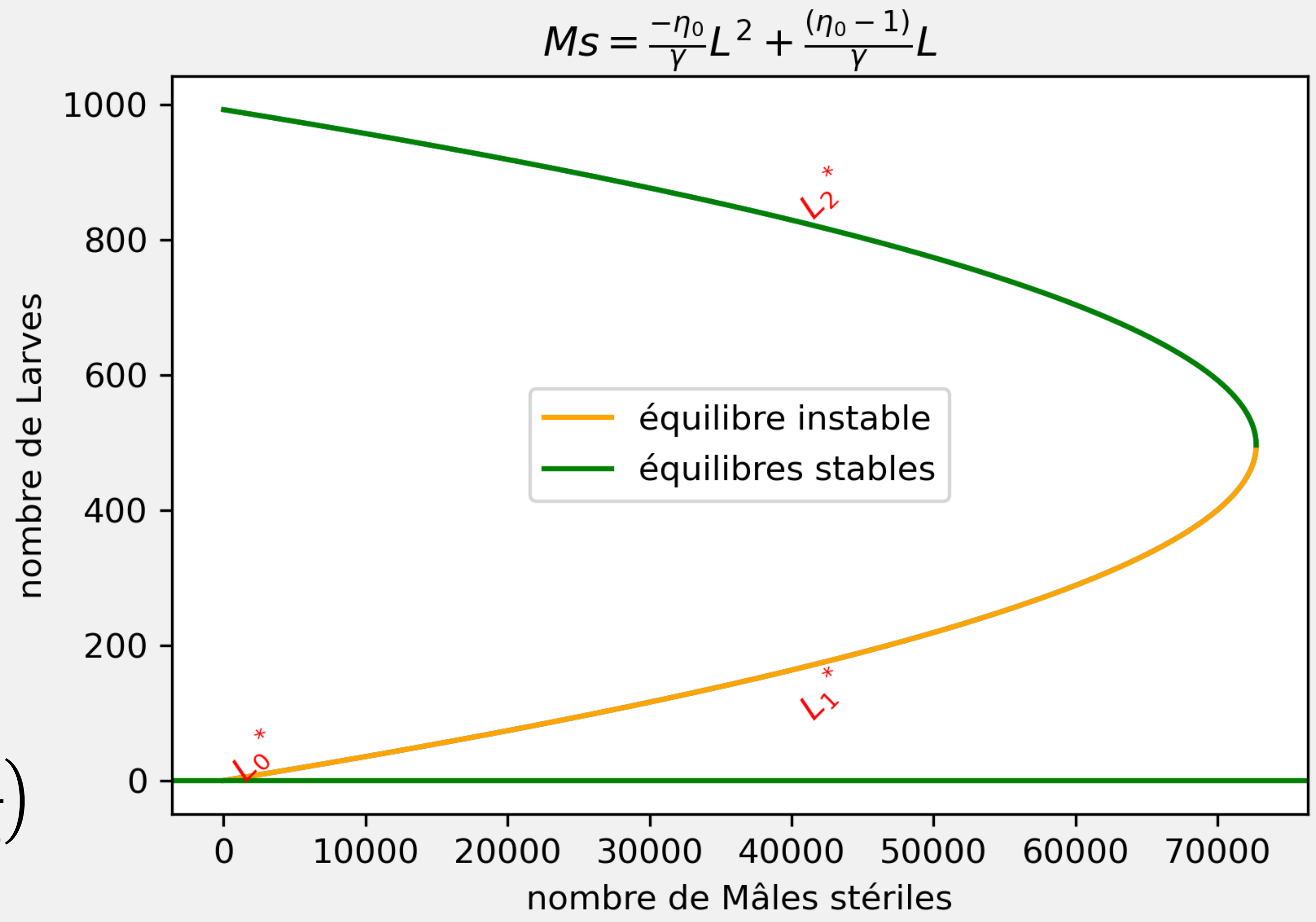
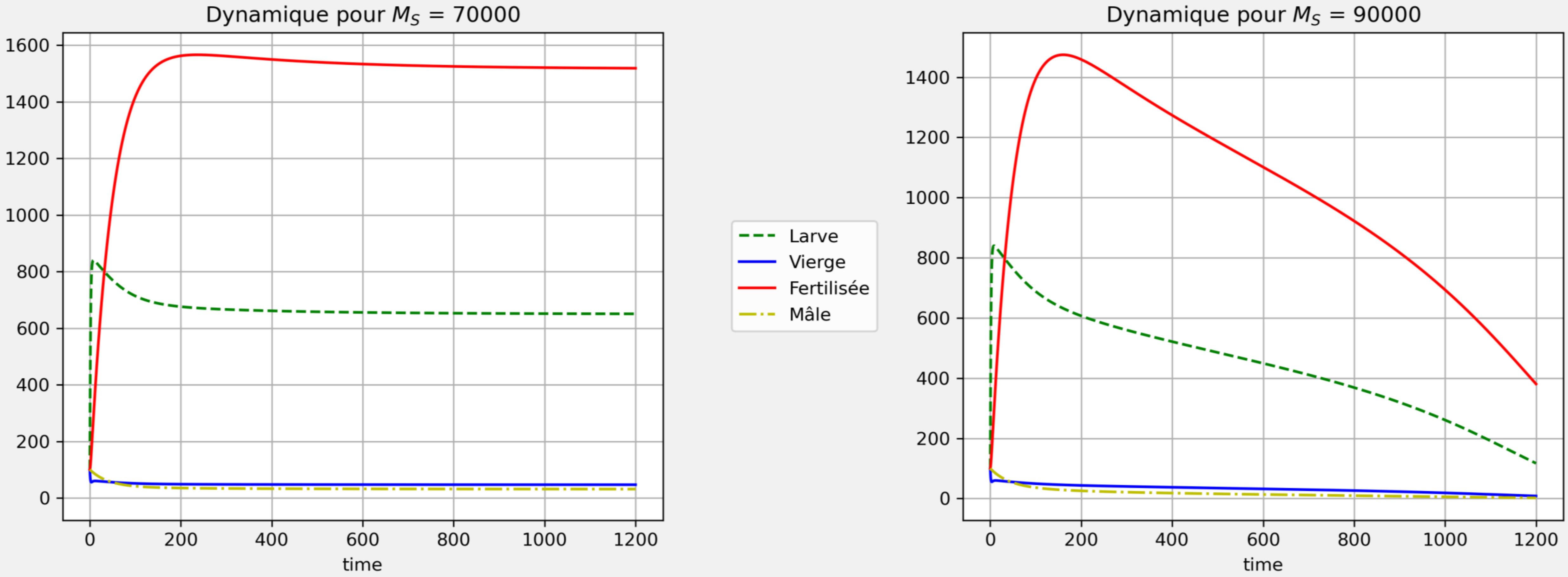


Diagramme de bifurcation modèle TIS

SIMULATIONS: TIS

❑Dynamique de la pop. de *D. suzukii* dans le temps en fonction du seuil M_S



η_0 =126.65

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES (1/2)

❑ Conclusions

- ❑ seuil (η_0) d'effondrement de la population pour les deux modèles
- ❑ bistabilité pour le modèle TIS
- ❑ on peut déterminer un seuil (M_S) de nombre d'insectes stériles pour l'effondrement de la population dans le modèle TIS.

❑ Perspectives

- ❑ compléter l'analyse de stabilité
- ❑ étudier les stabilités globales
- ❑ intégrer les migrations, M_S avec une dynamique propre etc. pour un développement plus réaliste
- ❑ analyses de sensibilités avec données de terrain pour : valider les seuils.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES (2/2)

❑ Conclusions

- ❑ seuil (η_0) d'effondrement de la population pour les deux modèles
- ❑ on peut déterminer un seuil (M_S) de nombre d'insectes stériles pour l'effondrement de la population dans le modèle TIS
- ❑ bistabilité pour le modèle TIS:
  contrôle des invasions mineures en dessous du seuil d'éradication

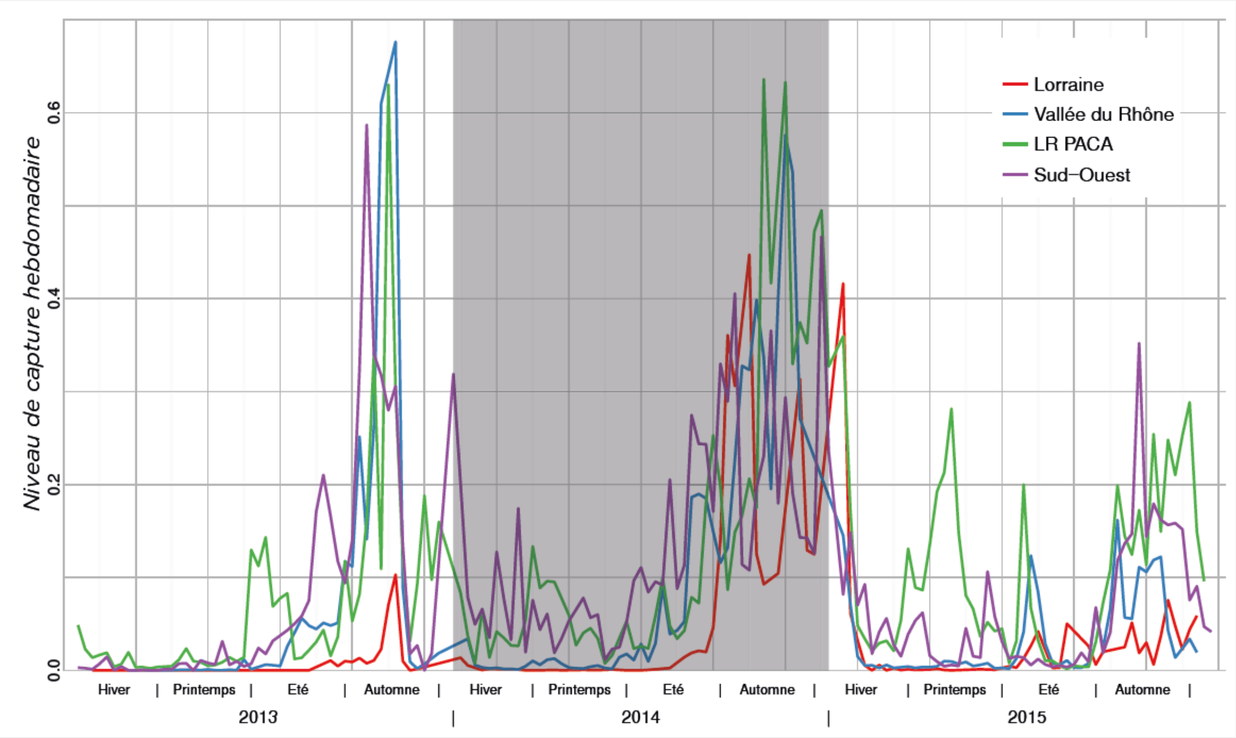
❑ Perspectives

- ❑ compléter l'analyse de stabilité
- ❑ étudier les stabilités globales
- ❑ intégrer les migrations, M_S avec une dynamique propre etc. pour un développement plus réaliste
- ❑ analyses de sensibilités avec données de terrain pour valider les seuils

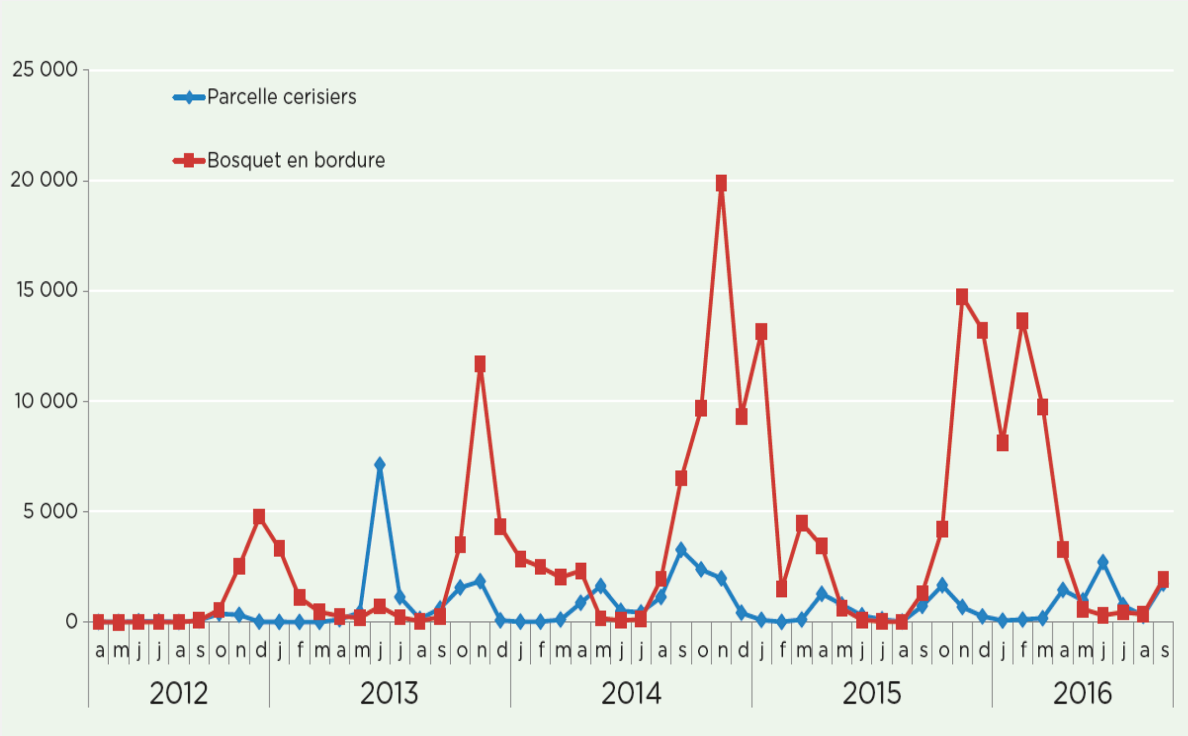
MERCI

ANNEXE : Capture *D. suzukii* (1/3)

❑ Environnement et dynamique de pop.



Capture hebdomadaire d'adulte DS entre 2013-2015

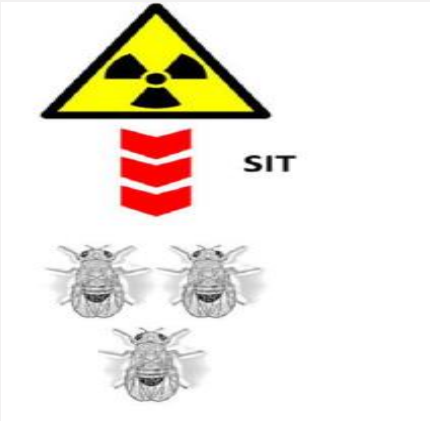


Capture de DS dans une parcelle et le bosquet voisin 2013-2015

Source: CTIFL (2016)

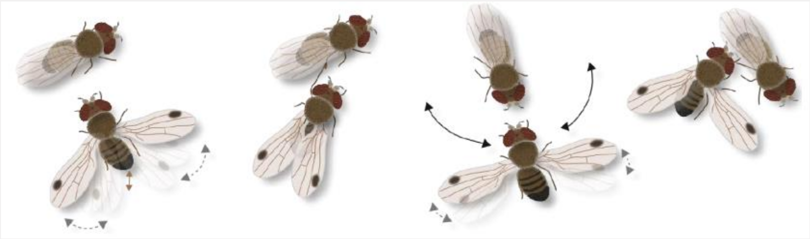
ANNEXE: TIS POUR *D. Suzukii* (2/3)

Biofabrique



Spécificité de *D. suzukii*

- **Pas de sexage avant la stérilisation.**
- **Des travaux sur une dose optimale : ~99% de mâles stérilisé et 100% de femelles stérilisée**
- **Pas d’effet sur l’activité de D. suzukii en dehors de la fertilité *(Krüger et al. 2019)***



- **Pas d’effet sur la probabilité de ré-accouplement**
- **Ré-accouplement peu fréquent impact négligeable sur la TIS *(Krüger et al. 2019 & Chen et al. 2022)***

ANNEXE : Paramètres simulations (3/3)

❑ Paramétrisation

Paramètre	description	unité	valeurs
β	taux de ponte	(/F/j)	6
K	capacité de charge	(larve)	1000
μ_L	taux de mortalité des larves	(/jour)	0.36/13.5
μ_F	taux de mortalité des femelles	(/jour)	1/63
μ_M	taux de mortalité des mâles	(/jour)	1/63
ν_L	taux de maturation des larves	(/jour)	1/13.5
ν_F	taux d'accouplement	(/jour)	0.5
m	sex-ratio, *proportion de mâles*	(sans unité)	0.5