Vecka 17 Lektion 1

Använd miniräknaren i a) och e).

Höjden över marken för en varmluftsballong kan beskrivas av en funktionen h given av

$$h(t) = 2t^4 - 6t^3 + 4{,}5t^2,$$

där t är tiden i timmar och $h(t)$ är höjden i kilometer. Ballongen startar vid tiden $t = 0$.

Ballongresan stannar när ballongen når marken igen.

Vi kan anta att ballongen rör sig över ett totalt platt landskap.

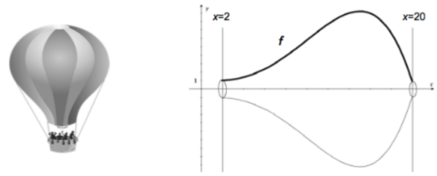
a)	Beräkna ballongens höjd över marken efter 1 timme. Rita grafen av h.	4 poäng
b)	Vid vilken tid når ballongen marken igen?	3 poäng
c)	Vilken är den högsta höjden som nåtts ?	2 poäng
d)	Beräkna $h'(0{,}50)$. Vad säger detta resultat om ballongens stigning?	3 poäng

Formen på ballongen kan approximativt skapas genom att rotera grafen av f runt x-axeln där

$$f(x) = -0{,}0005x^4 + 0{,}01x^3 + 0{,}001x^2 - 0{,}03x + 1, \quad 2 \le x \le 20.$$

Se nedanstående figur.

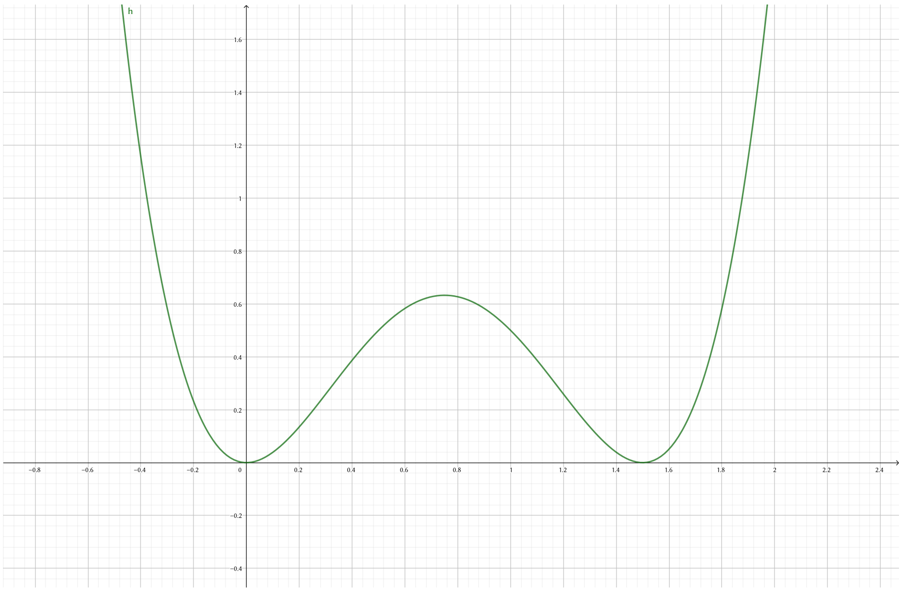
x och y är angivna i meter.



e) Beräkna ballongens volym V med hjälp av formeln $V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2\,dx$. — 3 poäng

a)
$$h(t) = 2t^4 - 6t^3 + 4.5t^2$$
$$h(1) = 0.5\ Km$$

Svar:
Efter en timme har ballongen stigit 0.5 Km



b)
$$h(t) = 0$$
$$t_{end} = 1.5\ h$$

Svar:
Efter 1.5 timmar har ballongen landat

c)
$$solve(h'(t) = 0,\ t):\quad t = 0,\quad t = 0.75,\quad t = 1.5$$

För att hitta det värdet av t som utgör den relevanta lokala maximipunkten gör vi en teckentabell:

	$t<0$	$t=0$	$0<t<0.75$	$t=0.75$	$0.75<t<1.5$	$t=1.5$	$1.5<t$
h(t)	\ 1.1	0	/ 1.3	0.6328	\ 1.5	0	/ 1.7
h'(t)	- 2.1	0	+ 2.3	0	- 2.5	0	+ 2.7
h''(t)		9		-4.5		9	

Den gula raden är överkurs. Andra-derivatan kan vara mer effektiv om man snabbt vill få reda på saker om funktionen, det kan vara värt att lära sig.

2.1: h'(-1) = -35
1.1: Eftersom derivatan är negativ är funktionen avtagande

2.3: h'(0.5) = 1
1.3: Eftersom derivatan är positiv är funktionen tilltagande

1.5: h'(1) = -1
2.5: Eftersom derivatan är negativ är funktionen avtagande

2.7: h'(2) = 10
1.7: Eftersom derivatan är positiv är funktionen tilltagande

d) $h'(0.50) = 1$

Ballongen stiger med 1 Km/timme

e) $f(x) = -0.0005x^4 + 0.01x^3 + 0.001x^2 - 0.03x + 1, \{2 \leq x \leq 20\}$

$$V = \pi * \int_a^b (f(x))^2 dx$$

$$\pi * \int_2^{20} (f(x))^2 dx$$

$$V = 2030.81\ m^3$$

Miniräknare:

$$\pi \cdot \int_2^{20} \left(-5.\text{E}-4 \cdot x^4 + 0.01 \cdot x^3 + 0.001 \cdot x^2 - 0.03 \cdot x + 1\right)^2 \, dx$$

2030.81