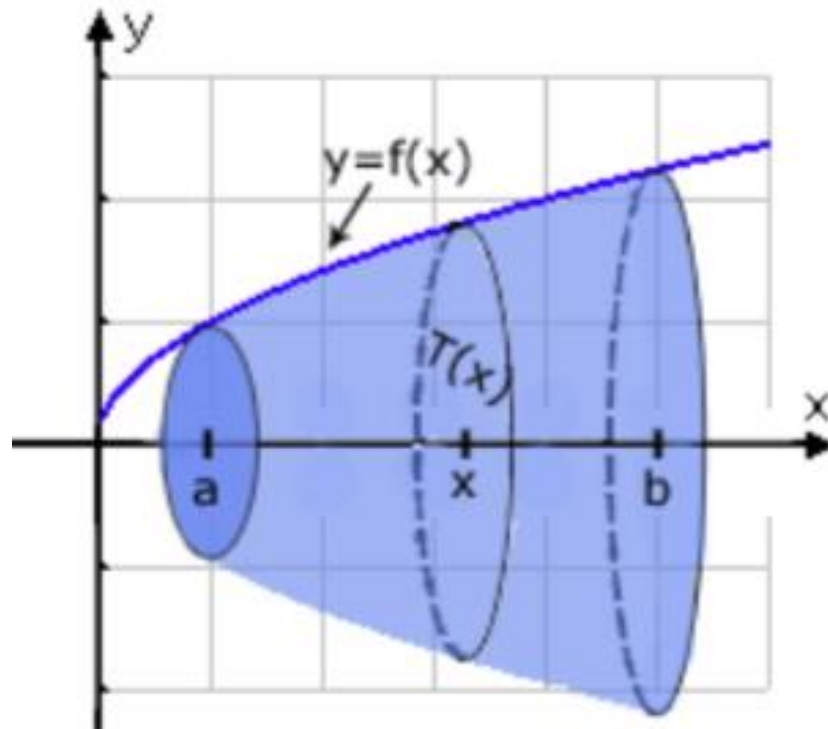


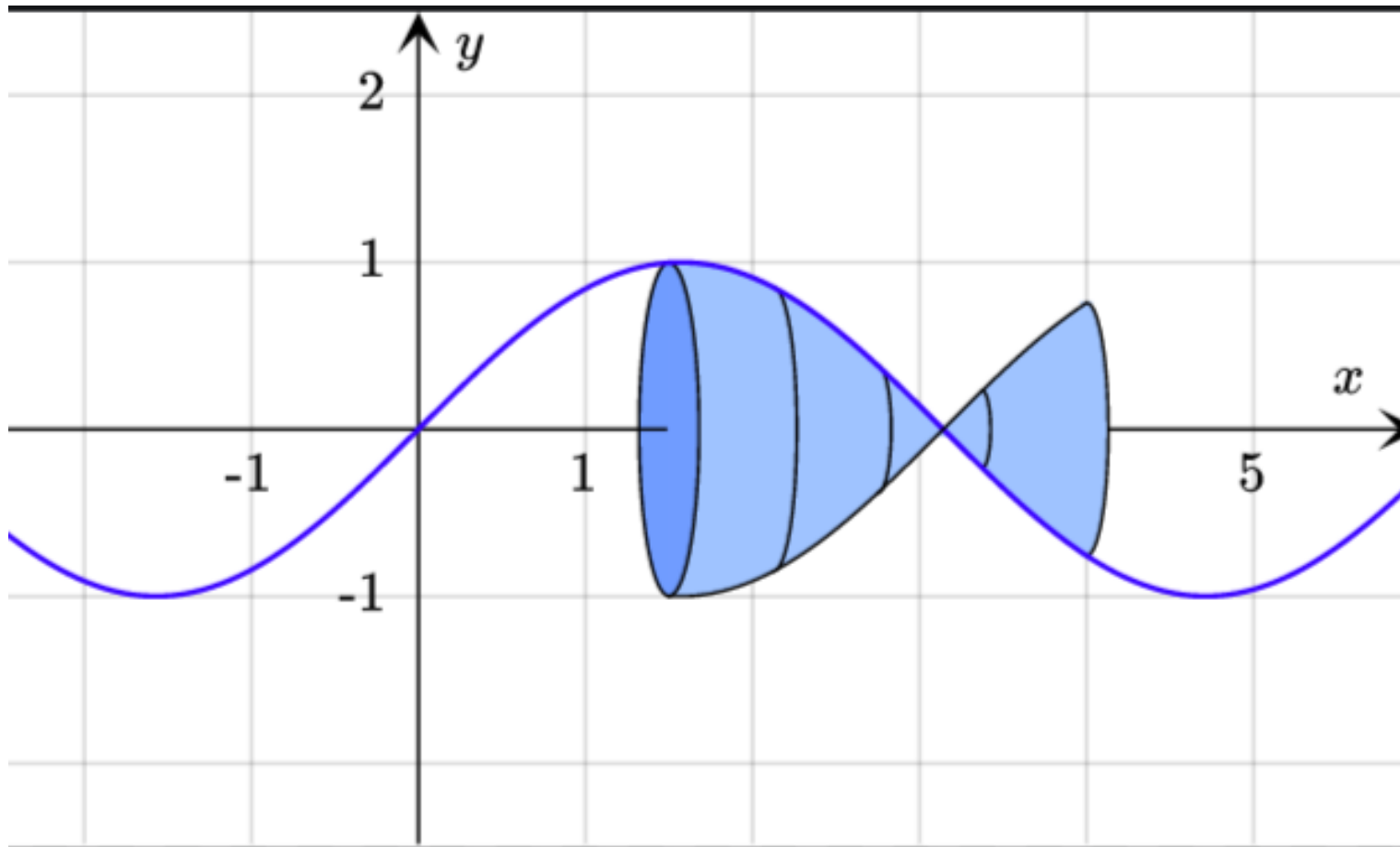
Volymen av en rotationsvolym

Vecka 17 S7 2020

När man tar grafen $f(x)$ och rotera den runt x-axeln får man en slags kropp med en viss volym.

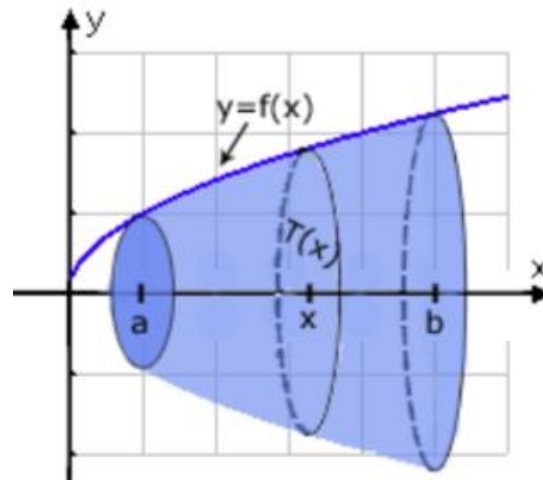


En lite roligare kropp.



Att beräkna volymen på kroppen är mycket enkelt.

- $\int_a^b (f(x))^2 * \pi dx$



Exempel följ länken, scrolla ner och tryck på rotera så ser du hur en rotationsvolym bildas.

- <https://mathleaks.se/utbildning/rotationskroppar/grade-1-1/solution>

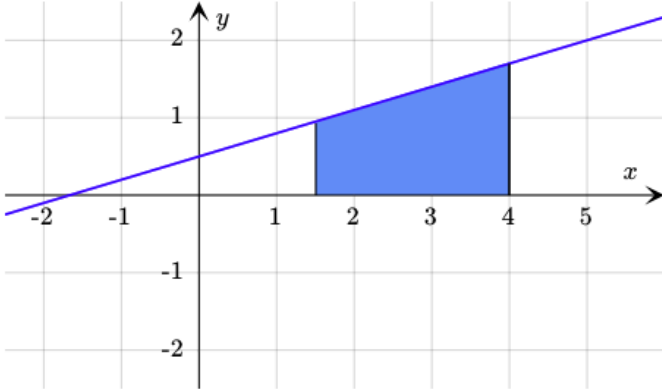
me File Edit View History Bookmarks People Tab Window Help

rotationsvolym - Google Search x Rotationskroppar - Integraler s x +

mathleaks.se/utbildning/rotationskroppar/grade-1-1/solution

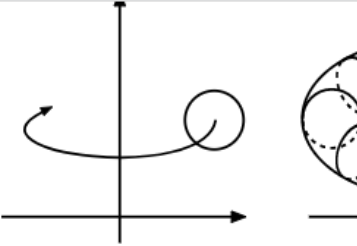
urs 3c 1 Sök, Teori, Begrepp

Men man kan även skapa andra former. Genom att välja andra gränser för om en annan rät linje kan man t.ex. få en avhuggen kon.



Rotera

Lösning



Ringens är alltså en rotationskropp. Tekoppen ser förstör symmetrin. Det finns ju inte runt hela klotet alltså inte en rotationskropp. Av de två schackpjäserna ser rotationssymmetri. Det blir ett ganska komplicerat att se om det finns inget på pjäsen som avviker från det.

Uppgift exempel.

När grafen till $f(x) = x^2 - 4 \cdot x + 5$

snurrar runt x-axeln uppstår en rotationsvolym.

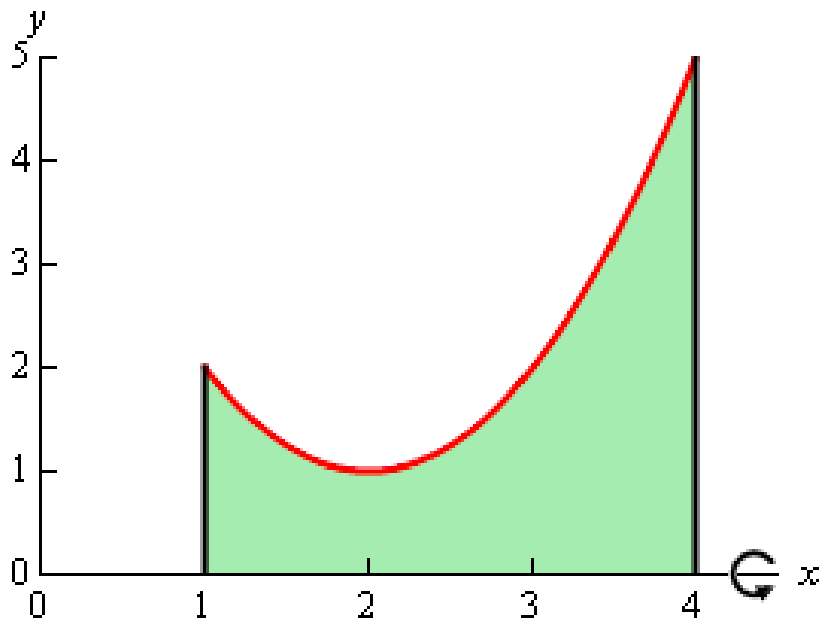
Beräkna volymen av den kroppen du får när du "skär av " kroppen vid $x = 1$ och $x = 4$.

Uppgift exempel.

När grafen till $f(x) = x^2 - 4 \cdot x + 5$ snurrar runt x-axeln uppstår en rotationsvolym.

Beräkna volymen av den kroppen du får när du "skär av" kroppen vid $x = 1$ och $x = 4$.

Grafen till $f(x)$ visas i bilden nedan.

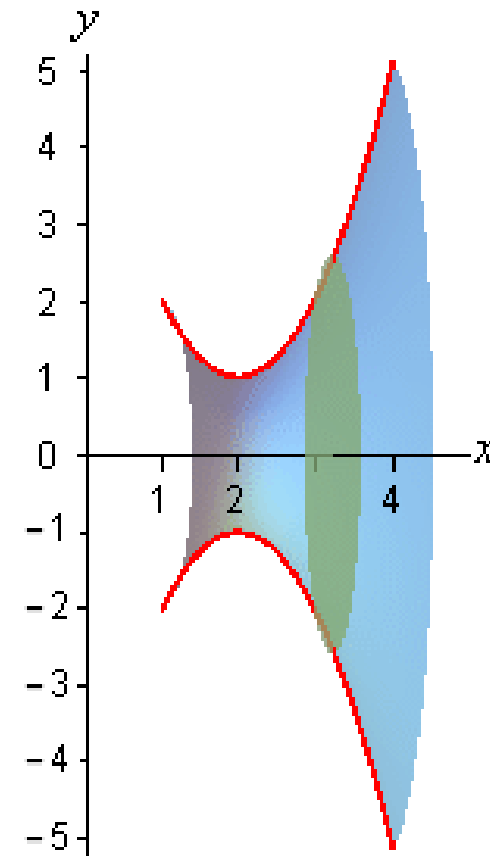
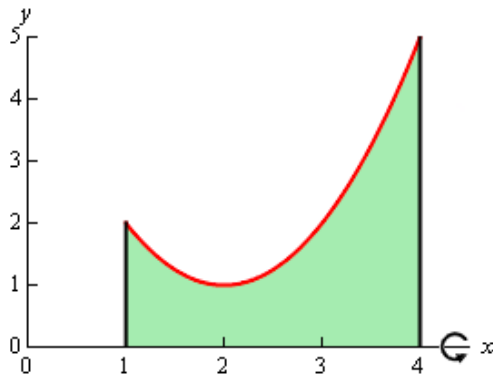


Uppgift exempel.

När grafen till $f(x) = x^2 - 4 \cdot x + 5$ snurrar runt x-axeln uppstår en rotationsvolym.

Beräkna volymen av den kroppen du får när du "skär av" kroppen vid $x = 1$ och $x = 4$.

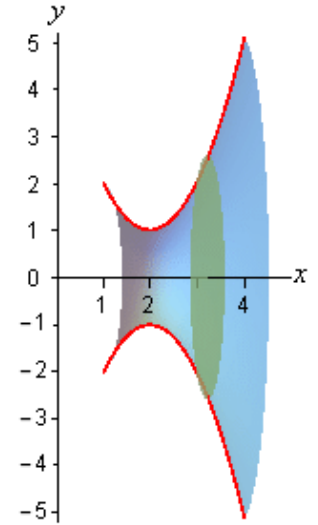
Om man roterar $f(x)$ runt x-axeln så får man
En kropp som till höger.



För att beräkna volymen av kroppen

Använder man formeln:

$$\int_a^b (f(x))^2 * \pi dx$$

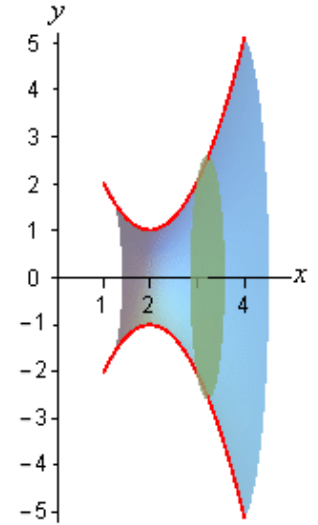


För att beräkna volymen av kroppen

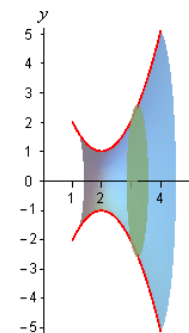
- Använder man formeln: $\int_a^b (f(x))^2 * \pi dx$
- $f(x) = x^2 - 4x + 5$
- $a = 1$
- $b = 4$

- $\int_1^4 (x^2 - 4x + 5)^2 * \pi dx$

- Nu stoppar ni in i miniräknaren. Den gör resten av jobbet.



Räknaren ger att volymen av kroppen är:



$$\int_1^4 \left((x^2 - 4 \cdot x + 5)^2 \cdot \pi \right) dx$$

$$\frac{78 \cdot \pi}{5}$$

OBS Glöm inte ange enhet.

- Bacc exempel på nästa sida.
- Gör det så väl du kann och lämna in en bild.
- Rita tydliga skisser och beräkningar.

Använd miniräknaren i a) och e).

Höjden över marken för en varmluftsballong kan beskrivas av en funktionen h given av

$$h(t) = 2t^4 - 6t^3 + 4,5t^2,$$

där t är tiden i timmar och $h(t)$ är höjden i kilometer. Ballongen startar vid tiden $t = 0$.

Ballongresan stannar när ballongen når marken igen.

Vi kan anta att ballongen rör sig över ett totalt platt landskap.

- | | |
|--|---------|
| a) Beräkna ballongens höjd över marken efter 1 timme. Rita grafen av h . | 4 poäng |
| b) Vid vilken tid når ballongen marken igen? | 3 poäng |
| c) Vilken är den högsta höjden som nåtts ? | 2 poäng |
| d) Beräkna $h'(0,50)$. | 3 poäng |

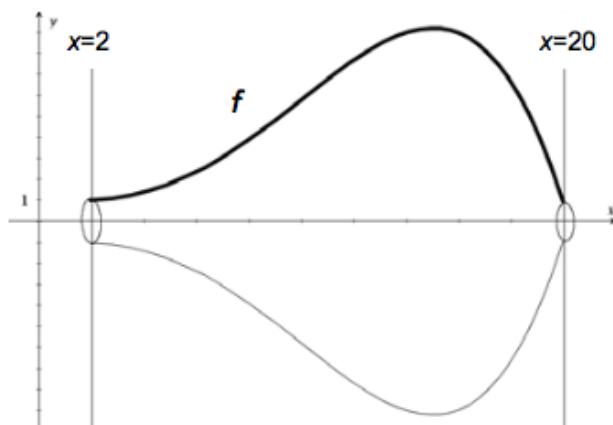
Vad säger detta resultat om ballongens stigning?

Formen på ballongen kan approximativt skapas genom att rotera grafen av f runt x -axeln där

$$f(x) = -0,0005x^4 + 0,01x^3 + 0,001x^2 - 0,03x + 1, \quad 2 \leq x \leq 20.$$

Se nedanstående figur.

x och y är angivna i meter.



e) Beräkna ballongens volym V med hjälp av formeln

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx.$$

3 poäng

