

Lineare Gleichungssysteme

Die folgenden Lösungen beziehen sich auf die :ref:'Übungsaufgaben <Aufgaben Lineare Gleichungssysteme>' zum Abschnitt :ref:'Lineare Gleichungssysteme <Lineare Gleichungssysteme>'.

system-message

ERROR/3 in lineare-gleichungssysteme-loesungen.rst, line 9
Unknown interpreted text role "ref".

system-message

ERROR/3 in lineare-gleichungssysteme-loesungen.rst, line 9
Unknown interpreted text role "ref".

-
- Multipliziert man die zweite Gleichung (II) mit dem Faktor 2, so nehmen die Koeffizienten in der x_1 -Spalte die gleichen Werte an:

$$(I) : \quad 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = -6$$

$$(II) : \quad 2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 = -7$$

$$\Rightarrow (I) : \quad 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = -6$$

$$(2 \cdot II) : \quad 4 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 = -14$$

Subtrahiert man nun beide Gleichungen voneinander, so bleibt die erste Zeile unverändert, während die zweite Zeile durch die Differenz aus der ersten und zweiten Gleichung ersetzt wird.

$$\Rightarrow (I) : \quad 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = -6$$

$$(I - II) : \quad 0 + 8 \cdot x_2 = +8$$

Die zweite Zeile stellt nun eine Gleichung mit nur *einer* Unbekannten dar; beim Auflösen dieser Gleichung erhält man das Ergebnis $x_2 = 1$. Setzt man diesen Wert für x_2 in die Gleichung I ein, so erhält man für die andere Unbekannte:

$$4 \cdot x_1 + 2 \cdot 2 = -6 \quad \Longleftrightarrow \quad 4 \cdot x_1 = -8 \quad \Longleftrightarrow \quad x_1 = -2$$

Das Gleichungssystem hat somit die Lösung $\mathbb{L} = \{(-2; 1)\}$.

:ref:'Zurück zur Aufgabe <lgs01>'

system-message

ERROR/3 in lineare-gleichungssysteme-loesungen.rst, line 51
Unknown interpreted text role "ref".

-
- Bezeichnet man die Anzahl an Sätzen, die der erste Spieler gewonnen hat, mit x_1 und entsprechend die Anzahl der vom anderen Spieler gewonnenen Sätze mit x_2 , so entspricht das Rätsel folgendem linearen Gleichungssystem:

$$x_1 + 1 = 2 \cdot (x_2 - 1)$$

$$x_1 - 1 = x_2 + 1$$

Dieses Gleichungssystem kann beispielsweise dadurch gelöst werden, indem man die zweite Gleichung nach x_1 auflöst; man erhält dadurch $x_1 = x_2 + 2$. Setzt man diesen Ausdruck für x_2 in die erste Gleichung ein, so erhält man:

$$\begin{aligned}(x_2 + 2) + 1 &= 2 \cdot (x_2 - 1) \\ x_2 + 3 &= 2 \cdot x_2 - 2 \\ x_2 &= 5\end{aligned}$$

Der zweite Spieler hat somit insgesamt 5 Sätze gewonnen, der erste wegen der Beziehung $x_1 = x_2 + 2$ insgesamt 7 Sätze.

:ref:‘Zurück zur Aufgabe <lgs02>‘

system-message

ERROR/3 in `lineare-gleichungssysteme-loesungen.rst`, line 84

Unknown interpreted text role "ref".