
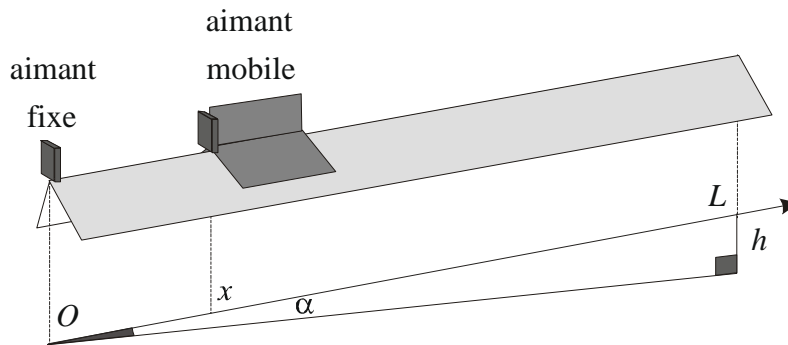


T.P. Cours : Un aimant dans un puits de potentiel anharmonique

Répondre aux questions 

I- Montage expérimental :

Un banc à coussin d'air de longueur l est incliné d'un angle α à l'aide de cales de hauteur h . A l'extrémité inférieure du rail de guidage, on place un aimant dont l'axe Nord Sud est parallèle à l'axe Ox du banc. Un second aimant est fixé sur un chariot de telle sorte que les deux pôles en regard soit de même nature.



Chariot et aimant sur un banc à coussin d'air

La répulsion entre les deux aimants varie avec la distance x séparant les centres des deux aimants. Si les deux aimants sont proches, la répulsion magnétique l'emporte sur la composante du poids suivant \vec{e}_x . Par contre à grande distance, c'est le poids qui est prépondérant.

L'étude de cet oscillateur est grandement facilitée par deux circonstances favorables. L'interaction entre les deux aimants est correctement modélisée par une fonction puissance de la distance x dans le domaine effectivement utilisé, d'où une étude analytique aisée du puits de potentiel. Par ailleurs, l'amortissement est relativement faible en dépit des courants de Foucault qui apparaissent dans la tôle métallique formant le rail de guidage. La détermination expérimentale de la période propre de l'oscillateur est donc fiable, ce qui permet une véritable confrontation entre le modèle théorique et les résultats expérimentaux. La période étant de l'ordre de la seconde, il suffit pour cela d'un simple chronomètre.

II Modélisation de la force d'interaction magnétique entre deux aimants : Mesure de la force :


La première étape consiste à déterminer la relation entre la force de répulsion magnétique F_x entre les deux aimants de moments magnétiques opposés et la distance x qui les sépare. Pour cela, on place le chariot dans sa position d'équilibre x_{eq} à inclinaison α fixée. La force magnétique compense la composante du poids suivant le rail de guidage. On donne : la masse du palet, $m = 145\text{ g}$, le champ de pesanteur $g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, la longueur du rail : $l = 1,32\text{ m}$.


Faire une mesure de x_{eq} , h et de la période T des petites oscillations :


$x_{eq} = \quad \text{cm}$, $h = \quad \text{cm}$ et $T = \quad \text{s}$

Des mesures complémentaires ont été faites et données dans le tableau ci-dessous.

$h(cm)$	1	1.45	2	2.5	2.9	3.5	4
$x_{eq}(cm)$	12.3	11.2	10.5	10.1	9.65	6.3	9
$T(s)$	4.31	3.15	2.66	2.31	2.09	1.98	1.76
$h(cm)$	4.5	4.9	6	6.9	7.5	8.3	
$x_{eq}(cm)$	8.8	8.5	8.1	7.8	7.7	7.5	
$T(s)$	1.71	1.44	1.39	1.29	1.22	1.1	

2.1.  Faire le bilan des forces

2.2.  Ecrire la condition d'équilibre.


2.3.  En déduire une méthode pour montrer que la forme de la force magnétique est $F_x = \frac{k}{x^n}$.


Ouvrir avec « RegWin » le fichier « donnees.rw3 » situé dans le répertoire de votre classe. Faire « enregistrer sous » pour conserver le fichier original.

Les grandeurs m et L ont été rentrées en paramètre. Créer les variables nécessaires et tracer le graphe permettant de déterminer k et n .

Préciser la valeur de k et n : $k =$ et $n =$

III Forme du puits de potentiel - Expression de l'énergie potentielle totale :

3.1.  Déduire de la force l'expression de l'énergie potentielle liée à la force magnétique


3.2.  En déduire l'énergie potentielle totale.

3.3.  Montrer que l'énergie potentielle totale peut s'écrire sous la forme

$$E_{\text{ptot}} = \frac{k}{(n-1)x^{n-1}} + mgx \sin \alpha = \frac{k}{x_{eq}^{n-1}} \left[\frac{1}{(n-1)} \left(\frac{x_{eq}}{x} \right)^{n-1} + \frac{x}{x_{eq}} \right].$$

Ouvrir le fichier le fichier « Epangle.rw3 » qui contient plusieurs pages représentant l'énergie potentielle en fonction de la position x , chaque page étant calculé pour une épaisseur de cale différente soit pour un angle différent.

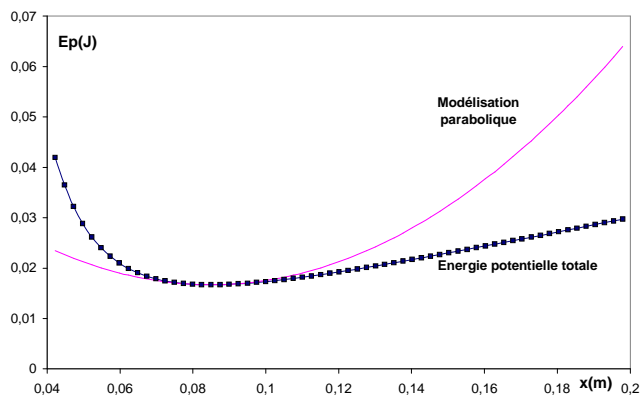
3.4.  Comment évoluent les courbes d'énergie potentielle lorsque que l'on modifie l'épaisseur des cales ?

3.5.  Etudier l'évolution de la période T avec l'amplitude X_0 initiale du chariot par rapport à sa position d'équilibre. A-t-on isochronisme des oscillations ? (mesures expérimentales sur le banc)

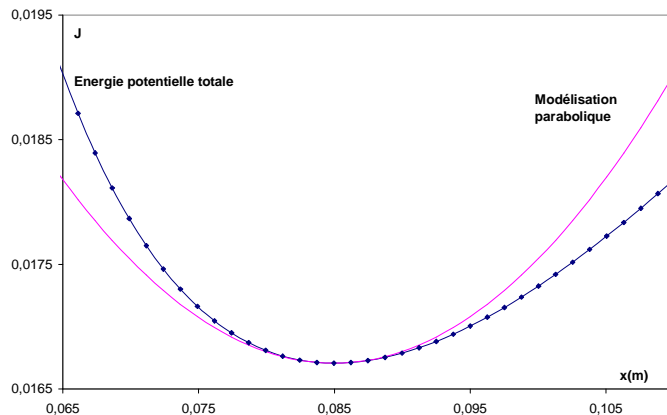
On repérera la position d'équilibre et mesurera au chronomètre la durée entre deux passages par cette position d'équilibre pour un écartement initial, préalablement mesuré.

$T(s)$									
$X_0(cm)$									

IV – Etude au voisinage de la position d'équilibre. Période des petites oscillations :





Modèle parabolique du fond du puits de potentiel : vue d'ensemble.




Modèle parabolique du fond du puits de potentiel : vue rapprochée.


Les figures ci dessus donnent l'allure de l'énergie potentielle et de sa modélisation au voisinage de la position d'équilibre x_{eq} . Nous allons essayer de modéliser l'énergie potentielle de manière parabolique en serrant correctement leur intervalle de modélisation pour aboutir à une détermination de la dérivée seconde avant de faire le calcul analytique. Ouvrir avec « RegWin », le fichier « Eangle.rw3 » situé dans le répertoire de votre classe. Faire « enregistrer sous » pour conserver le fichier original.


4.1. Pour chaque page, à l'aide du « réticule » repérer le minimum d'énergie potentielle. A l'aide de "modélisation", , modéliser par une parabole $E_p = \frac{1}{2} K_e (x - x_e)^2 + E_p(x_e)$ en précisant l'intervalle de


modélisation autour de cette position d'équilibre à l'aide de  puis bornes, en déplaçant les deux curseurs avec la souris. Etudier l'influence de l'intervalle sur la modélisation. Conclusion.


Page	1	2	3	4	5	6	7
x_e							
K_e							
Page	9	10	11	12	13	14	
x_e							
K_e							

 Quelle relation observe-t-on entre K_e et x_e .

 Déterminer l'expression générale de $E_p(x)$ au voisinage de sa position d'équilibre. On fera un développement de Taylor, à l'ordre 2. Retrouve-t-on le résultat obtenu par la modélisation ?

4.2.  Montrer qu'au voisinage de la position d'équilibre, cet oscillateur est équivalent à un oscillateur élastique horizontal dont le ressort possède une constante de raideur $K_{eq}(x_e)$ égale à $K_{eq} = \frac{nk}{x_{eq}^{n+1}}$.

4.3.  Etablir, dans cette hypothèse, l'équation différentielle des petites oscillations autour de x_{eq} .

4.4.  En déduire l'expression de la période propre T_0 des petites oscillations.

Montrer que $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{n}} \cdot \left[\frac{k}{m} \right]^{\frac{1}{2n}} \cdot \left[\frac{l}{g} \right]^{\frac{n+1}{2n}} \cdot \frac{1}{h^{\frac{n+1}{2n}}}$ c'est à dire de la forme $T_0 = \frac{A}{h^q} = \frac{A}{h^{\frac{n+1}{2n}}}$.

 En déduire une méthode expérimentale pour retrouver la valeur de q puis de n .

Refaire une mesure. $h =$ cm et $T =$ s

En exploitant le tableau donné au début, déterminer q et retrouver n :

$q =$ et $n =$