



华南理工大学

实 验 报 告

课程名称： 信号与系统实验

学生姓名：

学生学号：

学生专业：

开课学期： 2019-2020 学年度第二学期

电子与信息学院

实验四 LTI 系统复频域分析的 MATLAB 实现

地 点:	实验台号:
实验日期与时间:	评 分:
预习检查纪录:	实验教师:

一、实验目的

掌握拉氏变换、Z 变换的基本性质及其在系统分析中的典型应用。

二、实验内容

- ① 作系统的零极点图（用 `roots` 和 `zplane` 函数）：9.1 节(a), (c)
- ② 求系统频率响应和极点位置：9.2 节(a),(b)
- ③ 离散时间频率响应的几何解释：10.2 节(a), (b), (c),(d),(e)

三、实验细节

1. (a) 下列每个系统函数都对应于稳定的 LTI 系统。用 `roots` 求每个系统函数的零极点，并如上所示的利用 `plot` 给零极点图作适当标注。

$$(i) H(s) = \frac{s + 5}{s^2 + 2s + 3}$$

$$(ii) H(s) = \frac{2s^2 + 5s + 12}{s^2 + 2s + 10}$$

$$(iii) H(s) = \frac{2s^2 + 5s + 12}{(s^2 + 2s + 10)(s + 2)}$$

- (c) 对输入和输出满足下面微分方程：

$$\frac{dy(t)}{dt} - 3y(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\frac{dx(t)}{dt} + 5x(t)$$

的因果 LTI 系统，求系统函数的零点和极点，并完成一幅适当标注的零极点图。

主程序:

```
%% a-1
b1=[1,5];
a1=[1,2,3];
zs1=roots(b1); % 零点
ps1=roots(a1); % 极点
% 绘制零点
plot(real(zs1),imag(zs1),'o','markersize',10,'linewidth',1.5);
hold on;
% 绘制极点
plot(real(ps1),imag(ps1),'x','markersize',10,'linewidth',1.5)
grid % 开启网格
xlabel('\sigma');ylabel('j\omega'); % 轴标签
axis([-5.5,-0.5,-1.5,1.5]) % 调整显示范围

%% a-2
figure(2)
b2=[2,5,12];
a2=[1,2,10];
zs2=roots(b2);
ps2=roots(a2);
% 绘制零点
plot(real(zs2),imag(zs2),'o','markersize',10,'linewidth',1.5);
hold on;
% 绘制极点
plot(real(ps2),imag(ps2),'x','markersize',10,'linewidth',1.5)
grid % 开启网格
xlabel('\sigma');ylabel('j\omega'); % 轴标签
axis([-1.3,-0.95,-3.5,3.5]) % 调整显示范围

%% a-3
figure(3)
b3=[2,5,12];
a3=[1,4,14,20];
zs3=roots(b3);
ps3=roots(a3);
% 绘制零点
plot(real(zs3),imag(zs3),'o','markersize',10,'linewidth',1.5);
hold on;
% 绘制极点
plot(real(ps3),imag(ps3),'x','markersize',10,'linewidth',1.5)
grid % 开启网格
xlabel('\sigma');ylabel('j\omega'); % 轴标签
axis([-1.3,-0.95,-3.5,3.5]) % 调整显示范围
```

```

%% c
b_c=[1,2,5];
a_c=[1,-3];
zs_c=roots(b_c);
ps_c=roots(a_c);
% 绘制零点
plot(real(zs_c),imag(zs_c),'o','markersize',10,'linewidth',1.5);
hold on;
% 绘制极点
plot(real(ps_c),imag(ps_c),'x','markersize',10,'linewidth',1.5)
grid % 开启网格
xlabel('\sigma');ylabel('j\omega'); % 轴标签
axis([-1.5,3.5,-3,3]) % 调整显示范围

```

实验结果:

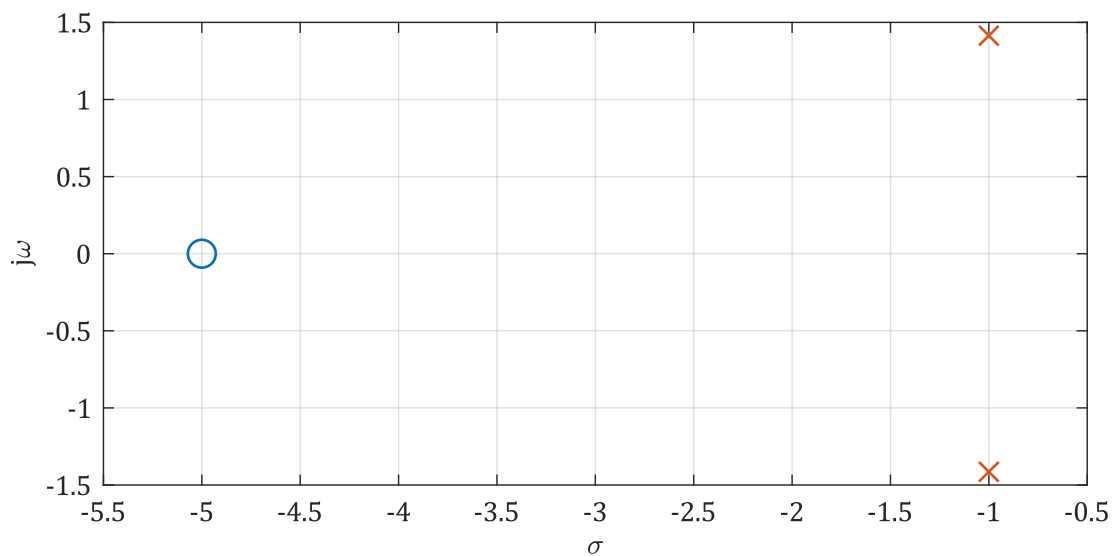


图 1 (a)(i)的零极点图

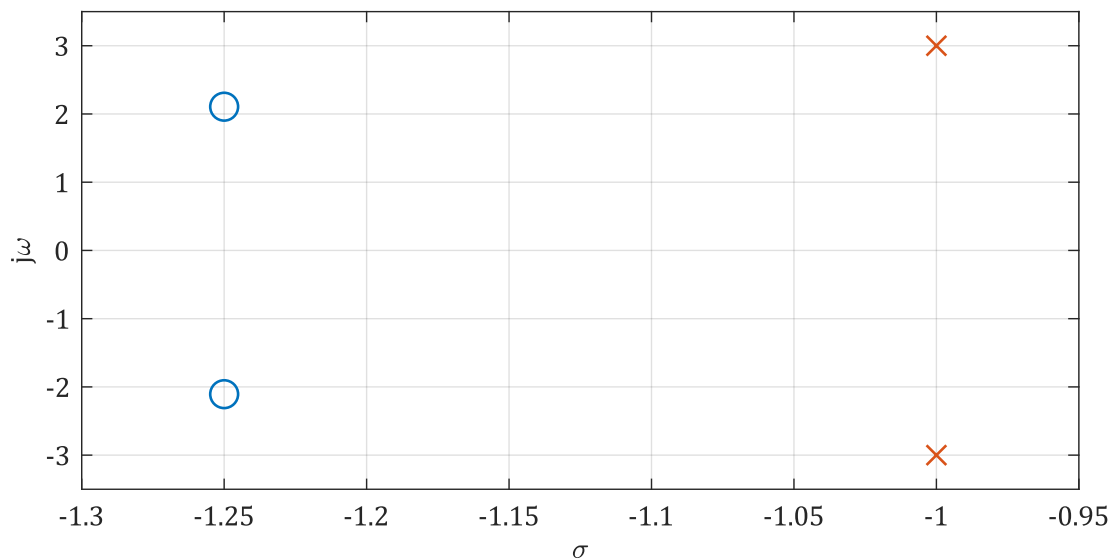


图 2 (a)(ii)的零极点图

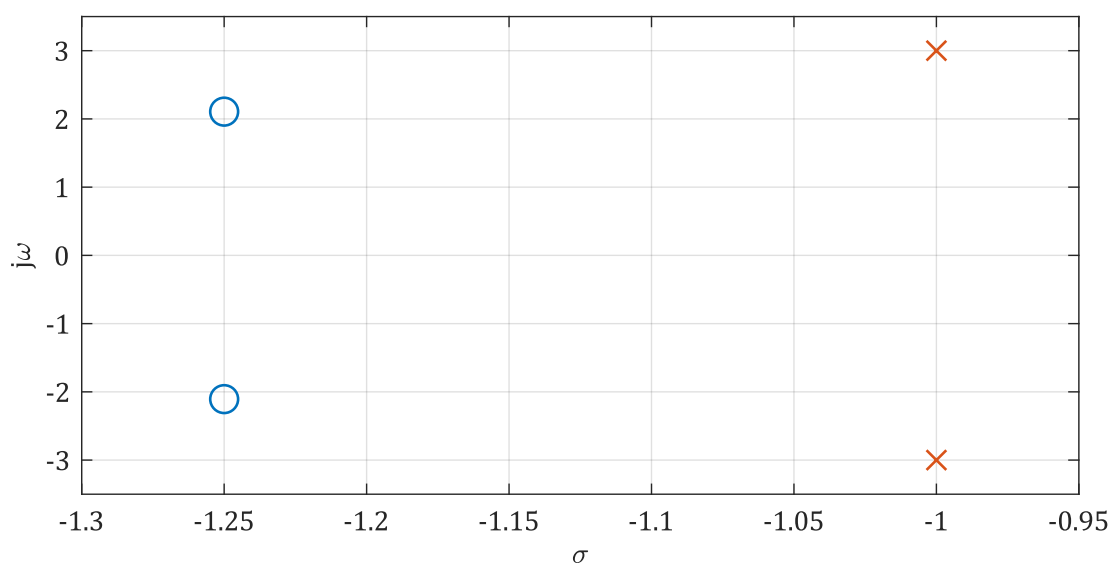


图 3 (a)(iii)的零极点图

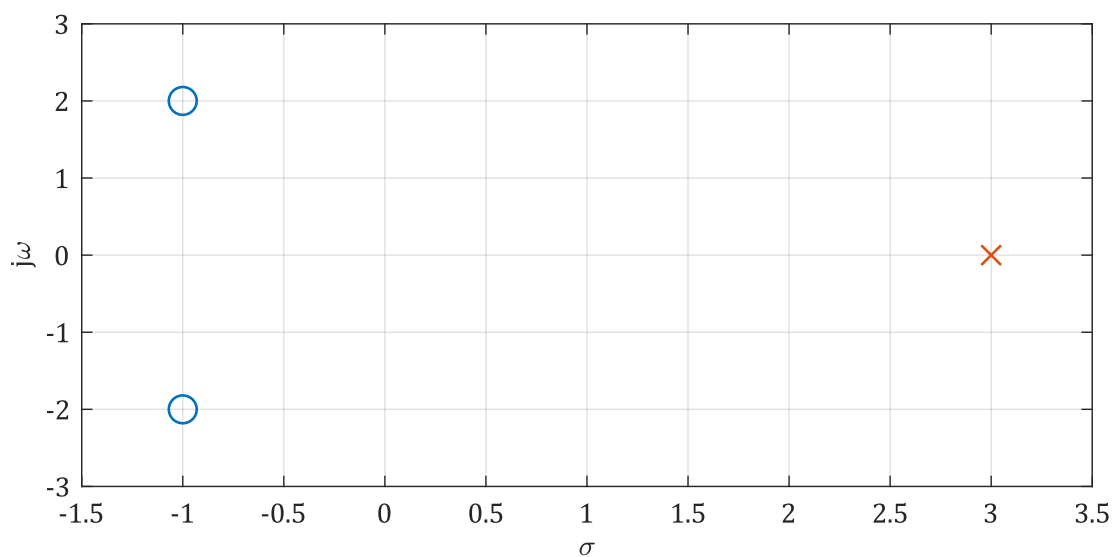


图 4 (c)的零极点图

实验小结：

利用 `roots` 或者 `zplane` 函数能够只需要输入有理形式传递函数系数矩阵就能马上求出的零极点,对于绘制零极点图有很大帮助,对比这两个函数,个人感觉 `zplane` 效率更高,使用起来也更加简介。

2. 在这些题中，要对如下形式的二阶系统

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

考查它的极点位置。阻尼比 ζ 和无阻尼自然频率 ω_n 的值完全确定了这些极点的位置，因此也就确定了这个系统的特性行为。练习 6.1 曾研究了该系统时域和频域特性之间的关系，这个练习要看看极点的位置是如何影响频率响应的。

(a)定义 $H_1(s) \sim H_4(s)$ 分别是 $\omega_n = 1$ 而 $\zeta=0, 1/4, 1$ 和 2 时，由(9.4)式确定的系统函数。定义向量 $a_1 \sim a_4$ 分别是 $H_1(s) \sim H_4(s)$ 分母多项式的系数向量。求出并画出每个系统极点的位置。

(b)定义 $\omega = [-5:0.1:5]$ 是这些频率，在这些频率上要计算这 4 个系统的频率响应。用 `freqs` 计算并画出在(a)中所定义的这 4 个系统的 $|H(j\omega)|$ 。对于 $\zeta < 1$ 和 $\zeta \geq 1$ 的频率响应定性来看是怎样的不同？你能解释系统的极点位置为何会导致这种差别吗？另外，从几何上你能论证为什么对所有这 4 种系统都有相同的 $|H(j\omega)|_{\omega=0}$ 值？

主程序：

```
%% a
clear all; clc;
a1 = [1, 0, 1]; % 定义系数向量 a1
a2 = [1, 0.5, 1]; % 定义系数向量 a2
a3 = [1, 2, 1]; % 定义系数向量 a3
a4 = [1, 4, 1]; % 定义系数向量 a4
ps1 = roots(a1); % 求 a1的极点
ps2 = roots(a2); % 求 a2的极点
ps3 = roots(a3); % 求 a3的极点
ps4 = roots(a4); % 求 a4的极点
% 绘制极点
plot_1 = plot(real(ps1), imag(ps1), 'x', 'markersize', 8, 'linewidth', 2); hold on;
plot_2 = plot(real(ps2), imag(ps2), 'x', 'markersize', 8, 'linewidth', 2); hold on;
plot_3 = plot(real(ps3), imag(ps3), 'x', 'markersize', 8, 'linewidth', 2); hold on;
plot_4 = plot(real(ps4), imag(ps4), 'x', 'markersize', 8, 'linewidth', 2); hold on;
legend([plot_1, plot_2, plot_3, plot_4],
{'\zeta=0', '\zeta=1/4', '\zeta=1', '\zeta=2'}, 'Location', 'north-west')
```

```

grid on;
axis([-4, 0.5, -1.2, 1.2]) % 调整显示范围
%% 计算这4个系统的频率响应
omega = [-5:0.1:5];
b = 1;
figure; freqs(b, a1, omega);
figure; freqs(b, a2, omega);
figure; freqs(b, a3, omega);
figure; freqs(b, a4, omega);

```

实验结果:

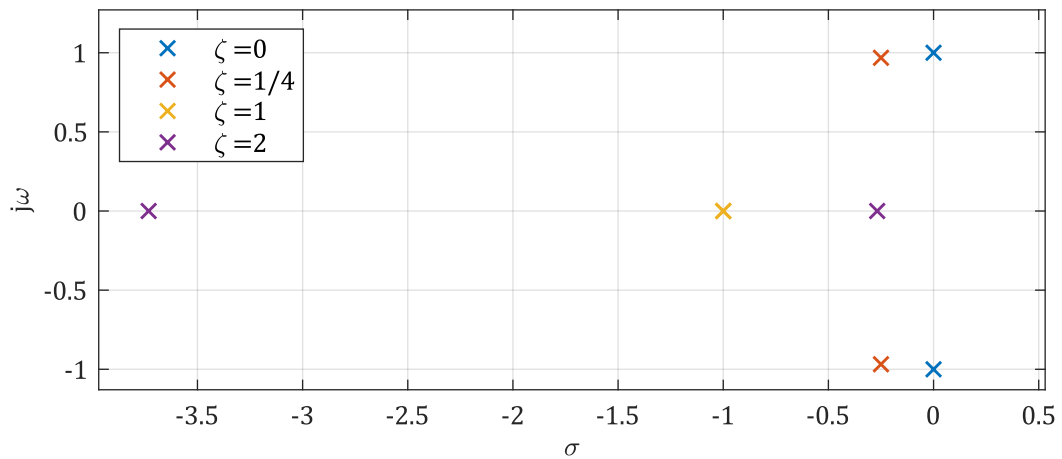


图 5 ζ 分别 0, 1/4, 1 和 2 时的极点图

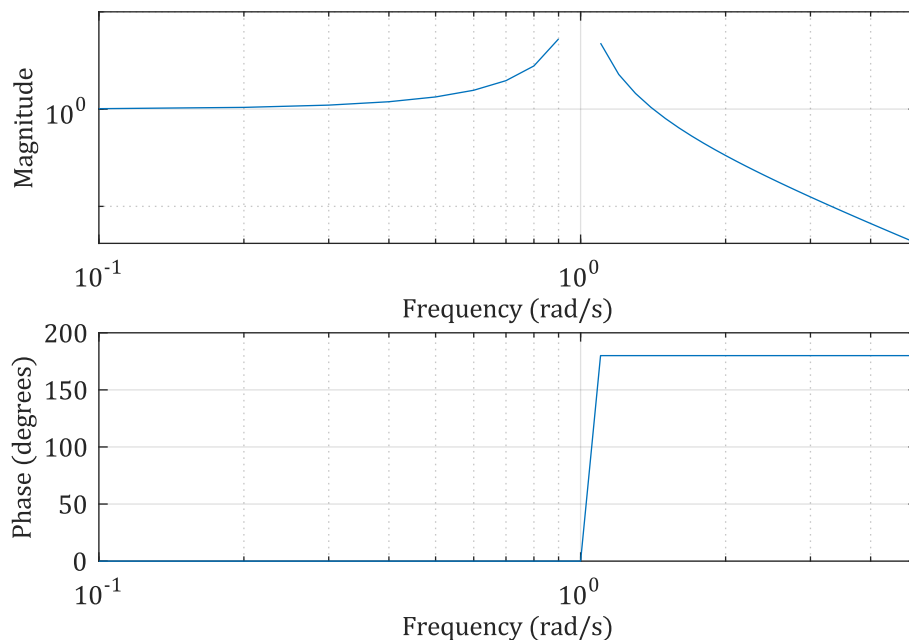


图 6 ζ 取 0 时的频率响应曲线

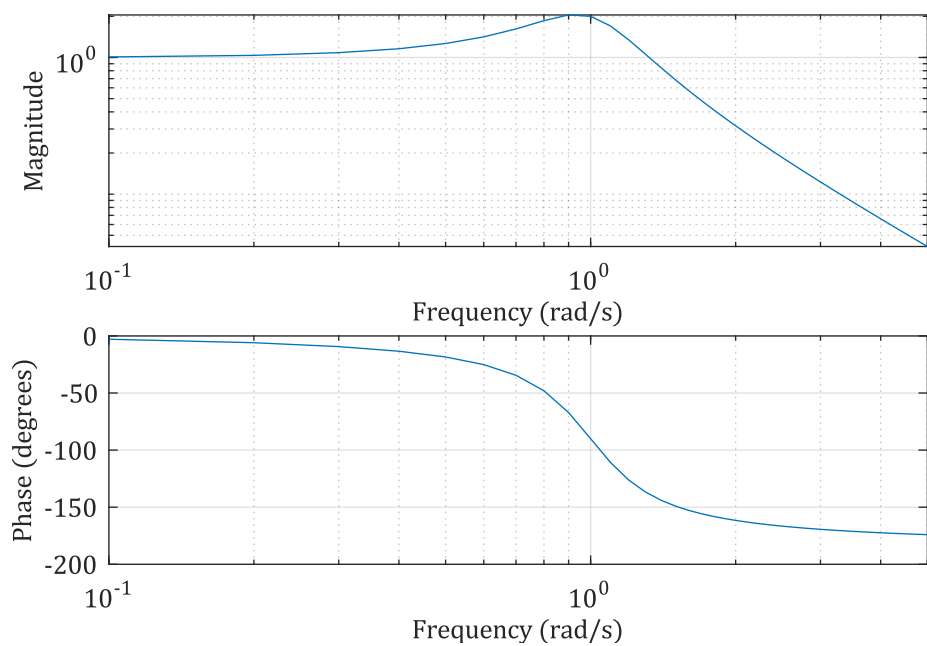


图 7 ζ 取 1/4 时的频率响应曲线

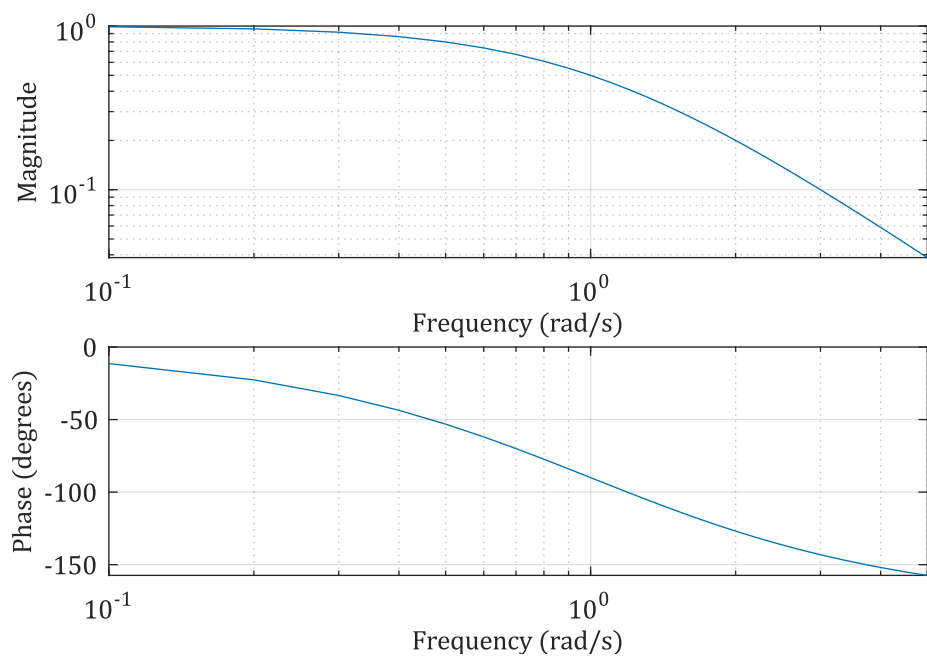


图 8 ζ 取 1 时的频率响应曲线

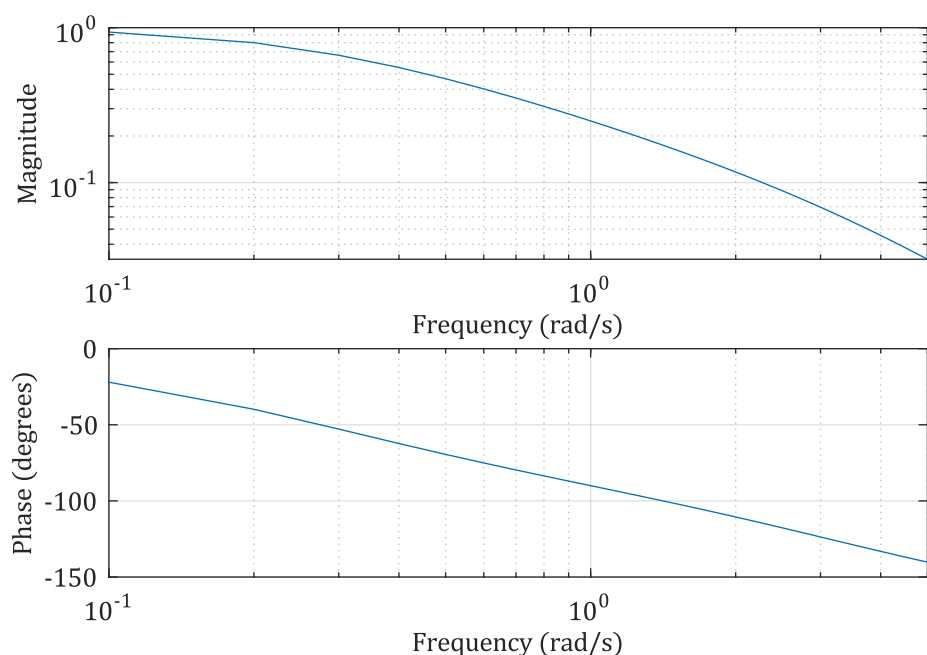


图 9 ζ 取 2 时的频率响应曲线

实验小结：

当 $\zeta < 1$ 时，系统处于欠阻尼状态，整体呈现带通特性，当 $\zeta \geq 1$ 时，系统处于过阻尼或临界阻尼状态，系统呈现低通特性。

在 $\zeta < 1$ 时，系统有两个分布在根轨迹上的共轭极点，存在一个主极点，对整体性质影响较大。当动点在 $j\omega$ 轴上移动的时候，主极点的模先减小后增大，导致整体的幅频特性呈现先增大后减小的趋势。而当 $\zeta \geq 1$ 时，两个极点均分布在 σ 轴上，变化趋势一致，从原点出发，都是在逐渐变大，相应的幅频特性就是逐渐减小。

从图 5 可以看出这 4 种系统的指向原点的极点矢量的模的乘积都等于 ω_n^2 ，也就是说他们的 $|H(j\omega)|_{\omega=0}$ 都等于 1。因而他们有相同的 $|H(j\omega)|_{\omega=0}$

通过这一题的实验，能够体会到对于一个二阶系统， ζ 取不同值的时候对系统性质的影响。对于二阶系统的理解也更为深刻

3. 对于这些题将考察一个简单的二阶离散时间系统，其系统函数是

$$H_1(z) = \frac{1}{1 - 0.9z^{-1} + 0.81z^{-2}}$$

(a) 定义 `b1` 和 `a1` 包含按 `filter` 要求格式的 $H_1(z)$ 分子和分母多项式的系数, 按 10.1 节所介绍的求出并画出 $H_1(z)$ 的零极点图。

(b) 定义 $\omega = [0:511] * \pi/256$ 和 $\text{unitcirc} = \exp(j * \omega)$ 得到在单位圆上 512 个等分点在这些点上将对频率响应 $H_1(e^{j\omega})$ 求值。定义 `polevectors1` 是一个 2×512 的矩阵, 其中每一行包含这样一些复数, 这些复数是由 `unitcirc` 的相应列减去一个极点位置得到的。如果 `ps1` 是一个列向量, 它包含了极点的位置, 那么你就能用下列命令来完成

```
» polevectors1 = ones(2, 1) * unitcirc - ps1 * ones(1, 512);
```

在 MATLAB 中总是愿意用矩阵和向量运算, 因为 MATLAB 几乎总是计算矩阵运算比用 `for` 循环构成的运算要快。用 `abs` 和 `atan2` 定义 `polelength1` 和 `poleangle1` 作为 `polevectors1` 中每一元素的幅值和相位。

(c) 类似于 `polevectors1` 定义 `zerovectors1`, 使得它是 2×512 的矩阵, 其中包含从零点位置到 `unitcirc` 元素的向量。定义 `zerolength1` 和 `zeroangle1` 分别是这些向量的幅值和相位。

(d) 画出 `polelength1` 和 `zeroangle1` 对于 ω 的图。根据这些图, 你预计 $|H_1(e^{j\omega})|$ 在哪里有最大值和最小值?

(e) 用 `polelength1` 和 `zerolength1` 计算 $|H_1(e^{j\omega})|$, 并将这个结果存入 `geomH1mag` 中。用 `poleangle1` 和 `zeroangle1` 计算 $\angle H_1(e^{j\omega})$, 并将结果存入 `geomH1phase` 中。在定义 `geomH1mag` 和 `geomH1phase` 时, 你或许发现 `prod` 和 `sum` 是很有用的。画出从几何上导出的幅值和相位, 并将它们与经由下面计算所得结果比较: `H1=freqz(b1,a1,512,'whole');` 你在(d)中所估计的峰值频率正确吗?

主程序:

```
clear all; clc;
% 系数矩阵
b = [1];
a = [1, -0.9, 0.81];
% 对齐离散时间传输函数的长度
[b, a] = eqtflength(b, a);
dpzplot(b, a) %绘制零极点图
```

```

%% 计算极点相关数据
omega = [0:511] * pi / 256;
unitcirc = exp(1j * omega);
ps1 = roots(a);
polevectors1 = ones(2, 1) * unitcirc - ps1 * ones(1, 512);
polelength1 = abs(polevectors1);
poleangle1 = angle(polevectors1);

%% 计算零点相关数据
zs1 = roots(b);
zerovectors1 = ones(2, 1) * unitcirc - zs1 * ones(1, 512);
zerolength1 = abs(zerovectors1);
zeroangle1 = angle(zerovectors1);

%% 绘制 polelength1和 zerolength1的长度关于 omega 的曲线
figure;
plot(omega, polelength1); hold on;
plot(omega, zerolength1);

% 定义 geonH1mag 和 geonH1phase
geonH1mag = prod(zerolength1) ./ prod(polelength1);
geonH1phase = sum(zeroangle1) - sum(poleangle1);
% 绘制 geonH1mag 和 geonH1phase
figure;
subplot(221);
plot(omega, geonH1mag);
grid on;
subplot(222);
plot(omega, geonH1phase)
grid on;
% 与 freqz 求得的结果进行比较
H1 = freqz(b, a, 512, 'whole');
subplot(223);
plot(omega, abs(H1))
grid on;
subplot(224);
plot(omega, angle(H1))
grid on;

```

实验结果：

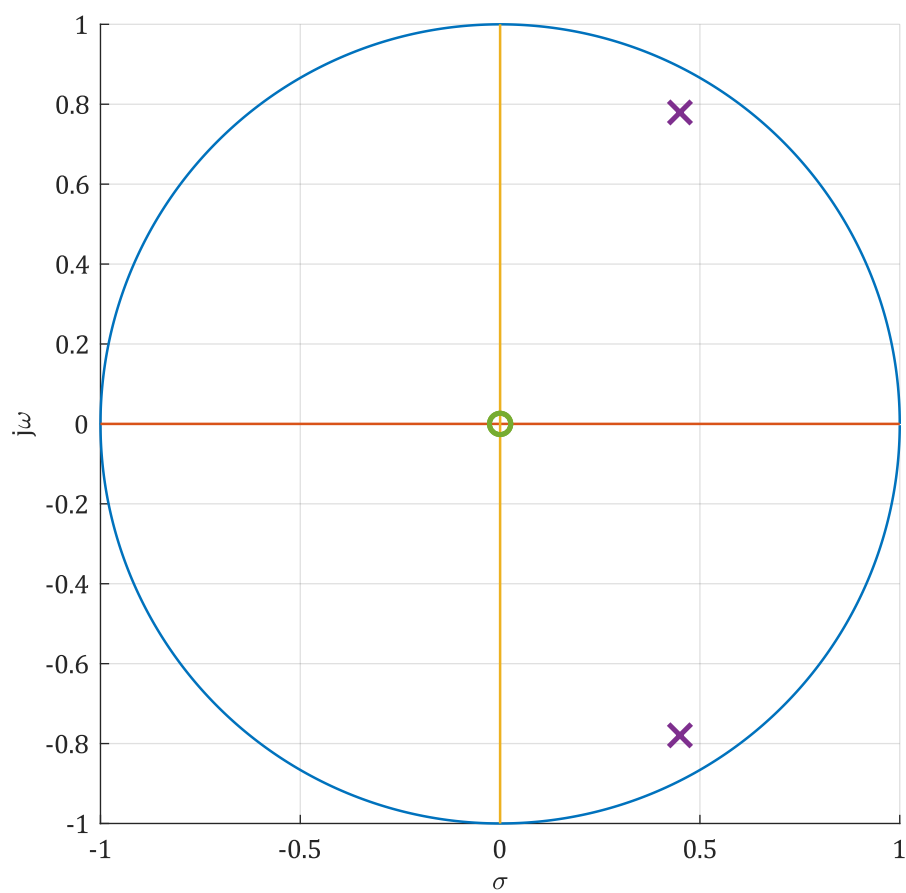


图 10 $H_1(z)$ 的零极点图

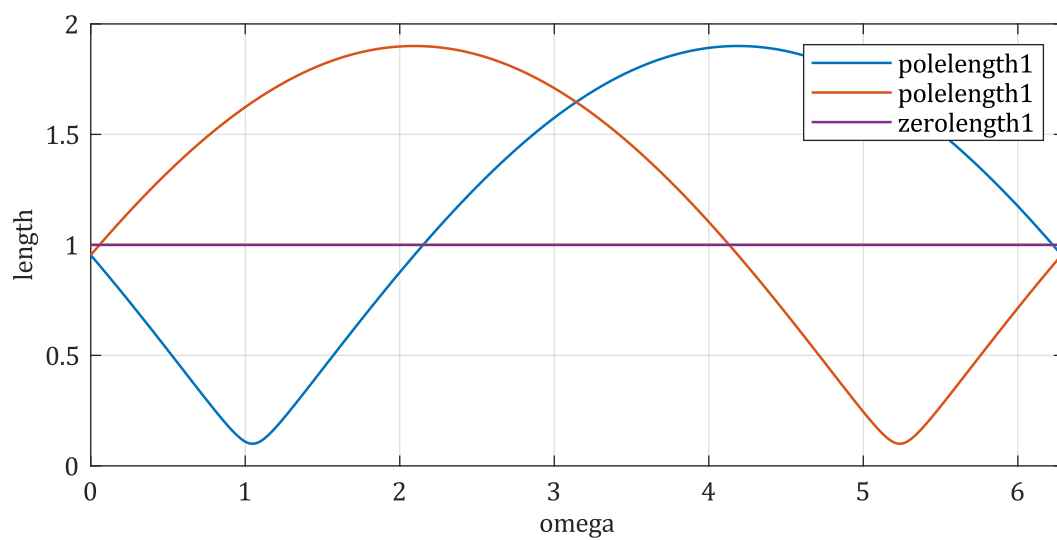


图 11 polelength1 和 zeroangle1 对于 ω 的图

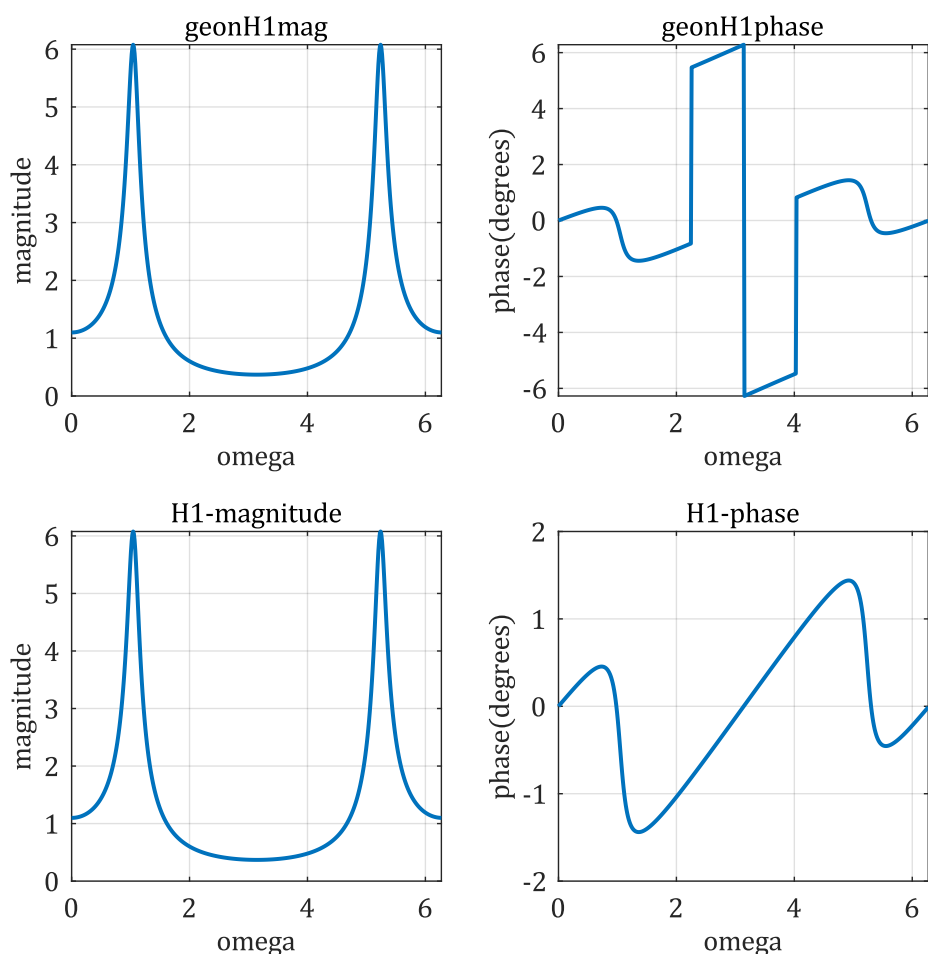


图 12 通过 polevectors1 与 zero vectors1 绘制的频率响应曲线及 freqz 绘制的曲线对比

实验小结：

利用 `dpzplot` 函数能够快速画出一个离散系统的零极点图。省去自己画图步骤，大大提高了学习效率。

因为 $|H(s)|$ 与极点矢量的模长成反比关系，参考图 11，我们可以预测， $|H_1(e^{j\omega})|$ 的最小值将在蓝线与橙线的交点附近出现，最大值将在蓝线与橙线的最小值点，也就是 1、5 后面附近出现。

图 12 画出了从几何上导出的幅值和相位，与 `freqz` 绘制的幅频特性曲线高度一致，相位曲线也有相同的趋势，因而利用几何的方法求到的结果是正确的。观察图 12 中的幅频特性曲线，与 (d) 中估计的峰值频率一致。

四、实验心得

通过这次的信号与系统实验，掌握拉氏变换、Z 变换的基本性质及其在系统分析中的典型应用。

学会了在 Matlab 中作零极点图的方法，那就是通过 roots 或 zplane 或 dpzplot 函数。

同时也增强了对二阶系统的理解。之前不是很理解为什么二阶系统会出现带通的现象，通过这次实验，明白的透彻了很多。正所谓：“纸上得来终觉浅，绝知此事要躬行。”相比于单纯地从课本汲取理论知识，通过自己动手体会，这个过程学到的知识会更加牢固。

通过实验对比，发现几何方法导出的系统的性质和通过 freqz 求出的频率相应是一致的。体现出了零极点图对于问题求解的极大帮助，让我明白通过零极点图求解是解决实际问题的一个很实用的方法。