附件 4

华南理工大学

实 验 报 告

课程名称：　信号与系统实验

学生姓名：

学生学号：

学生专业：

开课学期：　2019-2020 学年度第二学期

电子与信息学院

实 验 三　时域抽样与频域抽样

地　　　点：		**实验台号：**	
实验日期与时间：		**评　　分：**	
预习检查纪录：		**实验教师：**	

一、实验目的

熟练掌握连续时间傅里叶变换的基本性质及其在系统分析中应用。

二、实验内容

①连续时间傅里叶变换性质：4.3 节(b)

②求由微分方程描述的单位冲激响应：4.5 节(b)

③计算离散时间傅里叶变换：5.1 节(a),(b),(c)

④由欠采样引起的混叠：7.1 节(a),(b),(c),(d)

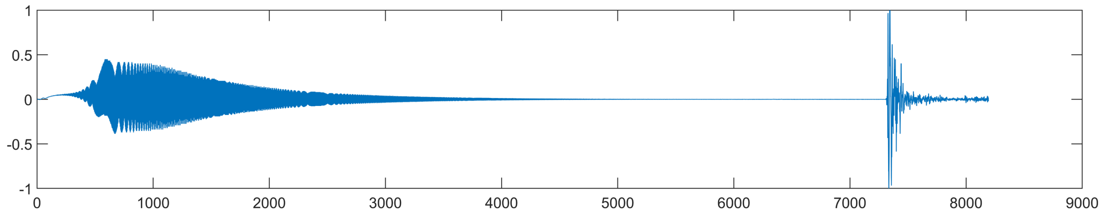
三、实验细节

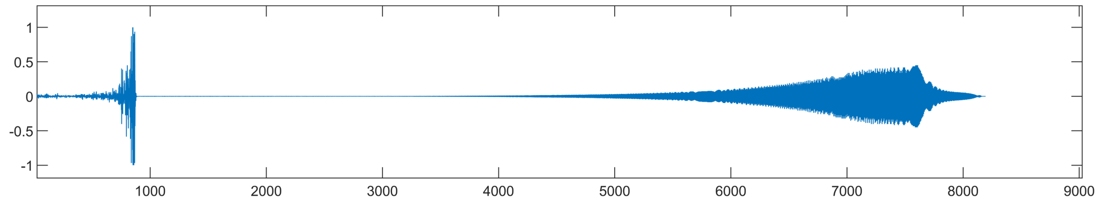
1. 4.3 节 b：借助于在频域和时域分析与操作声音信号来加深理解连续时间傅里叶变换 CTFT。置$Y1 = conj(Y)$ 并将$Y1$的逆傅里叶变换存入$Y1$中，用$real(y1)$以确保$y1$是实的，用将$sound(y1, fs)$将$y1$放出。已知$Y^*(j\omega)$的逆傅里叶变换是如何与 y(t)联系的，能解释刚才听到的是什么吗？

主程序：

```
% 载入音频数据
load splat
y = y(1:8192);
N = 8192;
fs = 8192;
sound(y, fs);
subplot(2, 1, 1); % 画出原始波形
plot(y);
Y = fftshift(fft(y));
y = ifft(fftshift(Y));
y = real(y);
Y1 = conj(Y);
y1 = ifft(Y1);
sound(real(y1), fs);
subplot(2, 1, 2); %画出变换后的波形
plot(real(y1));
```

实验结果：





实验小结：

刚刚听到的声音是原始声音的反转之后的，这跟波形反映出来的也是一样的。根据课本里面的所学也可以得到这一结论。由时间反转，即若$x[n] \overset{\mathcal{F}}{\leftrightarrow} X(e^{jw})$则$x[-n] \overset{\mathcal{F}}{\leftrightarrow} X(e^{-jw})$就可以得到这个结果。

2、4.5 节 b：以下几个部分将用其输入输出由下列微分方程。

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+\frac{3}{2}\frac{dy(t)}{dt}+\frac{1}{2}y(t)=\frac{dx(t)}{dt}-2x(t)$$

描述的因果连续时间 LTI 系统进行操作。

只要由 $b1$ 和 $a1$ 所代表的多项式之比 是一个真分式，那么命令 $[r1, p1] = residue(b1, a1)$ 将计算出 $H_1(j\omega)$ 的部分分式展开式。真分式就是分子多项式的阶严格小于分母多项式的阶。向量 $r1$ 包含的是分子 的部分分式项，而向量 $p1$ 是分母多项式的根。如果分母多项式不包括任何重根，而系统函数又是一个真分式，那么由 *residue* 产生的向量就代表了下面的和式：

$$\sum_{m=1}^{N}\frac{r1(m)}{j\omega-p1(m)}$$

其中 N 是向量 $r1$ 和 $p1$ 的长度。根据 *residue* 输出，写出 $H_1(j\omega)$ 的部分分式展开式，并重新组合这些项以确认所给出的 $H_1(j\omega)$。

主程序：

```
clear all;clc;
a1=[1,1.5,0.5];
b1=[1,-2];
[r1, p1]=residue(b1,a1)
```

实验结果：

```
r1 =
     6
    -5
p1 =
   -1.0000
   -0.5000
```

所以有

$$H_1(j\omega)=\frac{6}{j\omega+1}-\frac{5}{j\omega+0.5}$$

实验小结：在 matlab 中通过 residue 函数能够很方便地进行部分分式展开的工作，只需要输入系数矩阵就能得到分解的结果，能够大大地提高效率。

3、5.1 节：

(a) 用解析方法计算矩形脉冲$x[n]=u[n]-u[n-10]$的 DTFT,同时创建包含$x[n]$非零样本的向量 x。

(b) 创建一个包含频率样本$w = 2 * pi * k/N, k = [0: N - 1], N = 100$个频率点的向量。利用在(a)中求得的公式画出在这个范围上$|X(e^{j\omega})|$的图，以及相位$\measuredangle X(e^{j}w)$图。

(c) 对应于 DTFT 的主周期$-\pi \le \omega < \pi$重新安排频率样本，为此用$w = w - pi$。用函数 fft 计算 N=100 的$x[n]$的 DTFT 样本，并将结果存入向量 X 中。画出 X 对 w 的幅值和相位。切勿忘记要用 *fftshift* 将在 X 中的 DTFT 重新排列以便与在 w 中的频率相匹配。这个图与(b)中的结果比较，情况如何？

实验过程：

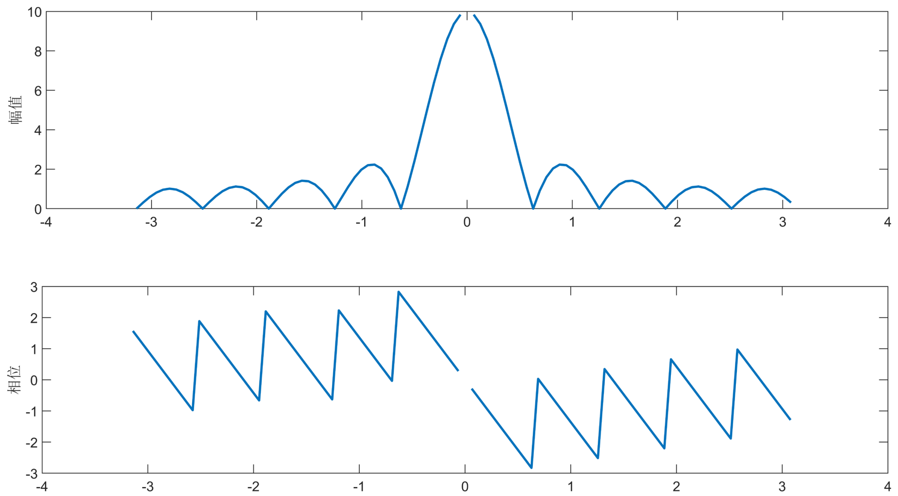
用解析法可以求得：$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{9} e^{-j\omega n} = \frac{1-e^{-10j\omega}}{1-e^{-j\omega}}$

主程序：

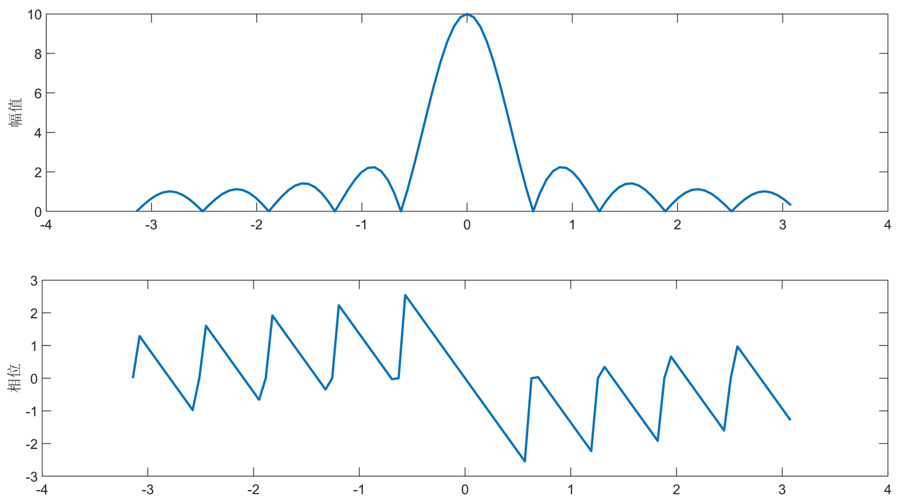
```
n = [0:15];
u1 = n >= 0;
u2 = n >= 10;
x = u1 - u2;    % 对应 x[n]
% 对应 X(ejω)
X = @(w) (1 - exp(-10 * 1i * w)) / (1 - exp(-1i * w));
N = 100;
k = [0:N - 1];
w = 2 * pi * k / N;
w = w - pi;

for idx = 1:length(w)
    Xw(idx) = X(w(idx));
end
%画出解析法求得的结果
subplot(2,1,1)
plot(w, abs(Xw)); hold on
subplot(2,1,2)
plot(w, angle(Xw)); hold on
```

```
%画出用 fft 求解的结果
figure(2)
X = fftshift(fft(x, N));
subplot(2,1,1)
plot(w, abs(X)); hold on
subplot(2,1,2)
plot(w, angle(X));
```

实验结果：



通过解析法求得的结果



通过fft求得的结果

实验小结：用解析法和 fft 函数求出来的结果是基本一致的。由 fft 求出来的相位在拐角处的形状与解析法的由细微偏差。但整体上还是一致的。由 fft 来计算 DTF 省去了解析法中的步骤，能直接得到结果。

4、7.1 节：考虑正弦信号

$$x(t) = sin(\Omega_0 t)$$

若 x(t)用频率$\Omega_s = {}^{2\pi}/_{T}\, rad\,/\,s$采样，那么离散时间信号$x[n] = x(nT)$就等于

$$x[n] = sin(\Omega_0 n \cdot T)$$

假定采样频率固定在$\Omega_s = 2\pi(8192)rad/s$

(a) 假设$\Omega_s = 2\pi(1000)rad/s$并定义 T=1/ 8 192。创建向量 n=[0:8191]，使得$t = n * T$包含了区间$0 \le t < 1$内 8192 个时间样本。创建向量 x,它包含在 t 的时间样本上$x(t)$的样本。

(b) 用 *stem* 对 n 展示前 50 个$x[n]$样本，用 *plot* 对采样时间展示$x(t)$的前 50 个样本（用 *subplot* 同时展示这两个图）。

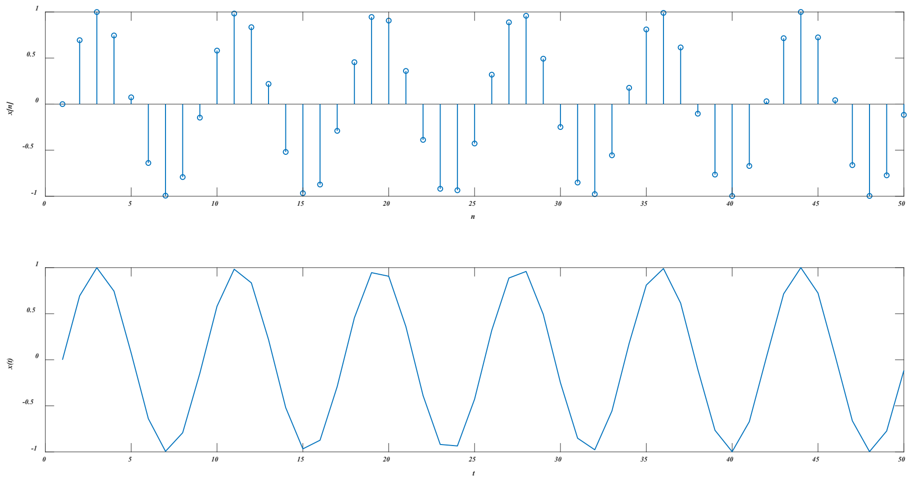
注意，plot(t,x)展示出的是在 x 中给出的样本，再在样本值之间用直线内插而成的一个连续时间信号。虽然这种内插一般不等于根据采样定理的带限重建，但是常常可以认为是一个很好的近似。

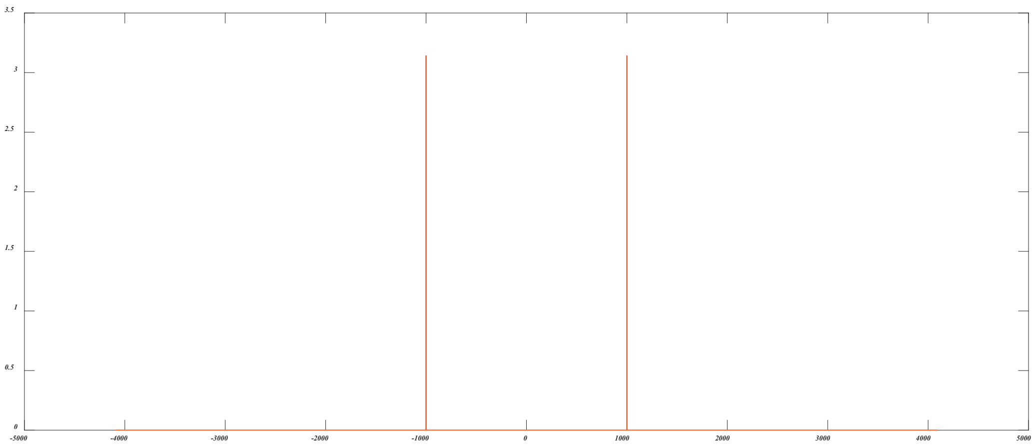
(c)用$[X, w] = ctfts(x, T)$计算重建信号$x_r(t)$的连续时间傅里叶变换。画出 X 对 w 的幅值图。X 在合理的频率值上是非零吗？

主程序：

```
Omega_0 = 2 * pi * 1000;
T = 1/8192;
n = [0:8191];
t = n * T;
x_t = sin(Omega_0 * t);
x_n = sin(Omega_0 * n * T);
subplot(2, 1, 1)
stem(x_n(1:50));
subplot(2, 1, 2)
plot(x_t(1:50))

[X, w] = ctfts(x, T);
figure(2)
plot(w,abs(X))
```

实验结果：





用$[X,w] = ctfts(x,T)$计算重建信号$x_r(t)$的连续时间傅里叶变换

实验小结：通过折线的方式近似重建原来的信号，可以认为是一个不错的近似。从波形上看也是如此。用$[X,w] = ctfts(x,T)$计算重建信号$x_r(t)$的连续时间傅里叶变换，X 在合理的频率值上是非零的，就如上图中的±1000 的位置。

四、实验心得

通过这次的实验，让我复习了连续时间傅里叶变换的基本性质。知道如何在计算机上通过 Matlab 看到这些性质的现象。也发现了 fft 处理信号时，对信号的取值范围有要求，在第三题中，一开始取了-5~15 的信号范围，通过 fft 求出来的相频特性就不一样了。后来改回 0~15 才可以了。