Liceo Scientifico Leonardo

Lavoro realizzato per il progetto STELLE

organizzato da PROTOM in collaborazione con ESA per il progetto "New Education"

Inquinamento atmosferico provocato dall’industria aerospaziale

Autori:
Lorenzo Vergani

Andrea Greco

Anna Fornasari

Pietro Nardi

Cecilia Guizzi

con la collaborazione di:
Alessio Langellotti

29 luglio 2021

Sommario

Abbiamo diviso il lavoro in due sezioni: la prima ha l'obiettivo di calcolare quanti gas inquinanti vengono prodotti durante una ipotetica missione Starship e analizzarne il contributo al riscaldamento globale.
Nella seconda parte compareremo l'inquinamento provocato dall'industria aerospaziale e più in particolare da Starship con altri settori di attività umane, inoltre cercheremo di ipotizzare dei metodi per rendere il viaggio nello spazio ancora più sostenibile.

Indice

Tabella delle costanti

costante di gravitazione universale	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \, \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$
massa della Terra	m_t	$5,97 \cdot 10^{24} \, kg$
massa di Marte	m_m	$6,39 \cdot 10^{23} \, kg$
massa del Sole	m_s	$1,99 \cdot 10^{30} \, kg$
accelerazione di gravità sulla superficie terrestre	g_0	$9,8 \, \frac{m}{s^2}$
raggio terrestre	r_t	$6,37 \cdot 10^6 \, m$
raggio di Marte	r_m	$3,40 \cdot 10^6 \, m$
distanza Terra-Sole	R_t	$1,50 \cdot 10^{11} \, m$
distanza Marte-Sole	R_m	$2,28 \cdot 10^{11} \, m$
impulso specifico in atmosfera	I_{spa}	$330 \, s$
impulso specifico nel vuoto	I_{sp}	$375 \, s$

Tabella 1: Tabella delle costanti

Sigle utilizzate

SOI: *Sphere Of Influence*, indica la zona in cui il campo gravitazionale di un pianeta non è trascurabile.

LEO: *Low Earth Orbit*, letteralmente, orbita terrestre bassa, indica un insieme di orbite quasi circolari che partono da 300 km di altitudine fino a circa 1000 km.

MECO: *Main Engine CutOff*: letteralmente, spegnimento del motore principale. Di solito questa fase del volo coincide con il distaccamento del booster o del secondo stadio del lanciatore.

SECO: *Second Engine CutOff*: letteralmente, spegnimento del secondo motore. Una volta avvenuto il SECO il razzo si trova in orbita e si chiude la fase di lancio per dare inizio alla fase di controllo delle apparecchiature.

GWP: *Global Warming Potential*: è una misura dell'impatto sul riscaldamento globale di un gas, l'anidride carbonica viene presa come unità di misura.

1 Introduzione

Abbiamo deciso di focalizzarci sul tema dell'esplorazione spaziale in quanto è un settore relativamente nuovo e in continua evoluzione.
La maggior parte dei dati utilizzati proviene dal gigantesco database di ESA, che ha gentilmente messo a disposizione i suoi dati satellitari sulla composizione dell'atmosfera dagli anni '80 a oggi. Tutte le fonti verranno citate nella bibliografia alla fine del lavoro.
Non è nostra intenzione fornire un valore esaustivo dell'inquinamento prodotto, ma solo una stima tale da far realizzare al lettore quanto il contributo che l'industria aerospaziale dà all'inquinamento atmosferico sia irrisorio rispetto alle quantità di gas serra prodotti da altre attività umane.
Speriamo di divulgare un po' più di consapevolezza nel lettore sul problema dell'inquinamento dell'aria e di quanto questo sia facilmente limitabile con dei piccoli accorgimenti nella vita di tutti i giorni che non richiedono un grande sforzo economico o un grande impiego di tempo.

Parte I
Inquinamento prodotto da una missione Starship

1 Lancio e raggiungimento di un'orbita LEO

1.1 Introduzione

La parte più difficile e inquinante del viaggio di un'astronave è sicuramente il lancio, in quanto l'astronave è sottoposta a numerose forze, tra cui spicca la gravità, ma non bisogna dimenticare l'attrito con l'aria o eventuali turbolenze di essa, che potrebbero far differire la rotta dell'astronave da quella prevista.
La bassa atmosfera risulta essere il luogo in cui avvengono più incidenti a livello aerospaziale, con numerosi casi di missioni fallite e in alcuni casi estremi anche perdite di vite umane.
La tipica forma del "razzo" serve proprio a massimizzare la sua aerodinamicità e diminuire le forze di attrito con l'aria. Definire il modello che un lanciatore deve avere è un lavoro molto lungo e complicato che vede impegnati interi team di ingegneri specializzati, ma per fortuna il design di Starship degli ultimi prototipi (SN8-SN15) è molto simile a quello che sarà il risultato finale, quindi tutti i test in corso servono anche per determinare questi parametri.
Poiché i test di Starship al momento sono ancora in corso e non sono stati ancora pubblicati dei veri e propri piani di volo saremo costretti a ipotizzare le orbite che l'astronave assumerà prima di partire verso Marte.
È infatti un usanza comune usufruire delle cosiddette *orbite di parcheggio* prima di assumere l'orbita iperbolica che porterà a destinazione al fine di accertarsi delle condizioni del veicolo dopo il lancio e aggiustare l'orbita se necessario. Tali orbite ricadono nella categoria LEO.
Prendiamo in considerazione la legge della conservazione della quantità di moto: essa dice che in un sistema isolato la quantità di moto totale rimane costante. Rappresentando il sistema lanciatore-carburante come un sistema chiuso ne segue che se il carburante viene espulso in una direzione il lanciatore otterrà della velocità nel verso opposto. Possiamo quindi scrivere che:

$$m \cdot \vec{\Delta v} = -\Delta m \cdot \vec{w}$$

Dove m è la massa del lanciatore, $\vec{\Delta v}$ il suo incremento in velocità, Δm la massa del carburante espulso e $\vec{w}$ la sua velocità. Se osserviamo questo fenomeno in un intervallo di tempo Δt possiamo scrivere:

$$m \cdot \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = -\frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \vec{w}$$

Se questo intervallo di tempo diventa infinitesimo si ottiene che:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{dm}{dt} \cdot \vec{w} \tag{1}$$

È necessario fare una considerazione prima di proseguire: i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$ hanno sempre verso opposto (a causa della terza legge della dinamica), quindi possiamo semplificare i calcoli riducendo il sistema a una dimensione e tralasciando il simbolo di vettore. Prendiamo come direzione positiva quella di $\vec{v}$ e come direzione negativa quella di $\vec{w}$. Integrando entrambe le parti rispetto al tempo da un istante 0 fino all'istante t in cui finisce la combustione si ottiene:

$$\int_{v(0)}^{v(t)} dv = -\int_{m(0)}^{m(t)} \frac{w}{m} dm$$

Risolvendo questi integrali si ottiene la famosa equazione del razzo di Tsiolkovsky, così chiamata in onore dello scienziato russo che la scoprì[1].

$$\Delta v = -w \cdot ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right) \tag{2}$$

Tale equazione funziona solo nello spazio in orbita o lontano da qualsiasi grande massa, in quanto non tiene conto della forza di gravità.
Per i prossimi calcoli ci servirà un'altra versione totalmente equivalente di questa formula, riscritta sfruttando l'impulso specifico del carburante e la massa di propellente espulsa:

$$\Delta v = I_{sp} \cdot g_0 \cdot ln\left(\frac{m_i}{m_i - m_c}\right) \tag{3}$$

Facendo un passo indietro e tornando all'equazione 1 si può notare che essa rappresenta una somma di forze che agiscono sul veicolo, quindi possiamo aggiungere un componente dipendente dal peso del razzo:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = -\frac{dm}{dt} \cdot w - m \cdot g \cdot sin(\theta) \tag{4}$$

Tale membro è la componente del peso che è parallela al razzo e che contribuisce a frenarlo (θ rappresenta l'inclinazione che questo forma con la verticale).
In questa equazione possiamo non tener conto dell'accelerazione perpendicolare al razzo data dalla forza peso in quanto l'astronave si trova in atmosfera e l'accelerazione perpendicolare viene compensata dalla portanza che il razzo crea a contatto con l'aria in movimento.
Da questa equazione si può capire perchè le traiettorie che i razzi seguono sono curve: Aumentando l'inclinazione del razzo diminuisce la componente frenante, ma aumenta il tempo di salita. Il lavoro degli ingegneri sta nel trovare un compromesso tra queste due variabili per ottenere un valore ottimale per i consumi.
Utilizzando un processo simile a quello utilizzato per ricavare la 2 otteniamo che:

$$v_t = w \cdot ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right) - \overline{g \cdot sin(\theta)} \cdot t \tag{5}$$

Il secondo addendo rappresenta un valor medio di $g \cdot sin(\theta)$.
Questo, però, non tiene ancora conto dell'attrito che si crea con l'atmosfera. Il problema è risolvibile aggiungendo nell'equazione 4 un'altra forza che chiameremo R, che tiene conto di ogni forma di attrito. Questa forza dipende da vari fattori e non esiste un metodo per ricavare una legge che la descrive in quanto il moto dell'aria risulta essere caotico e le equazioni differenziali che lo descrivono risultano irrisolvibili se non per particolari casi di flusso completamente laminare.
Tuttavia, si è ricavata sperimentalmente questa approssimazione:

$$R = \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 \cdot A \cdot C_r$$

Dove A rappresenta la sezione del razzo e C_r un coefficiente adimensionale che serve a ridimensionare il valore ottenuto. Questo coefficiente dipende dalla forma del razzo e dall'angolo di attacco di questo.
Come spiegato in precedenza, per il caso di Starship non sono ancora stati effettuati tutti i test necessari e questo valore non è noto al pubblico. Per semplicità, quando calcoleremo i consumi di una Starship ignoreremo tutti gli attriti con l'aria. Secondo dei calcoli eseguiti al MIT [1] l'attrito con l'aria è solitamente circa il 2 % del peso del veicolo, in quanto questo è estremamente ottimizzato per il volo in atmosfera, quindi possiamo ignorarlo senza commettere troppo errore.
Come vedremo questi consumi saranno comunque irrisori rispetto all'inquinamento prodotto dall'industria dell'automobilistica o dell'aviazione commerciale.

[1] Poiché le velocità, seppur elevate, sono trascurabili rispetto a quelle della luce, è possibile utilizzare le trasformazioni di Galileo, ignorando gli effetti relativistici.

1.2 Definizione delle orbite

Come programmato, il primo passo da fare è quello di inserirsi in un'orbita LEO temporanea. Poiché SpaceX non ha ancora pubblicato i suoi piani di volo per Starship non sappiamo con certezza le dimensioni di quest'orbita, di conseguenza siamo costretti ad assumerle. Per semplicità supponiamo che voglia posizionarsi a 400km di altezza, circa come la ISS. Comunque poco cambia tra un'orbita o un'altra in quanto la forza di gravità da contrastare è conservativa, ciò significa che non importa il tragitto che il corpo compie, ma il lavoro che questo dovrà compiere per superare la forza di gravità dipende solo dal punto di partenza e il punto di arrivo (se si assume un'orbita più bassa poi risulterà più difficoltoso assumere un'orbita iperbolica, mentre se si assume un'orbita più alta sarà più difficile raggiungerla, ma dopo sarà facile fuggire dalla SOI terrestre).
Il problema principale del lancio è calcolare quel parametro $\overline{g \cdot sin(\theta)}$, impossibile senza fare delle approssimazioni. Una approssimazione da fare consiste nell'ipotizzare che l'angolo θ cambi in maniera lineare, anche se nella realtà non è proprio così. Questo ci permette di sostituire θ, che varia da 0 a $\frac{\pi}{2}$ radianti, con il suo valor medio $\overline{\theta}$, che vale $\frac{\pi}{4}$ radianti.
Per l'accelerazione di gravità, invece, si procede in un modo un po' più difficile. Il valor medio risulta uguale all'integrale definito dell'espressione di g in funzione di r diviso l'intervallo preso in considerazione. In simboli:

$$\overline{g} = \frac{1}{h}\int_{r_t}^{r_t+h} \frac{Gm_t}{r^2} dr$$

Dove con h ci si riferisce alla quota dell'orbita. Tale integrale è finito e per l'orbita prestabilita (400 km s.l.m.) vale circa $9,2\,\frac{m}{s^2}$.
L'equazione 5 va applicata al primo stadio di un lancio Starship: il Super Heavy. Questo booster pesa ben 5 mila tonnellate da solo, di cui 3,4 mila solo di carburante. In un volo normale il MECO avviene dopo circa 2 minuti di volo (T+2:30). La fase successiva si interrompe con il SECO. In quest'ultima fase avviene il distacco del booster dalla astronave. Il SECO avviene dopo circa 8 minuti di volo (T+8:07); la durata complessiva dell'accensione del secondo stadio dura circa 5 minuti (5:24).

1.3 Calcolo delle velocità e dei consumi

Prendiamo in considerazione la prima fase del lancio, dalla partenza al MECO. In questa fase si ha il booster Super Heavy attaccato alla Starship, che serve a portare la nave ad un'orbita intermedia molto bassa prima di eseguire la manovra finale per raggiungere l'orbita di parcheggio.
La massa iniziale della nave con il booster è di 5 000 tonnellate, quella finale (priva del booster) di circa 1 320 tonnellate. Inserendo questi parametri nella 5 e prendendo 150 s [2] come tempo di accensione, otteniamo che la velocità finale è di:

$$v_t = I_{spa} \cdot g_0 \cdot ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right) - \overline{g \cdot sin(\theta)} \cdot t$$

$$v_t = 330\,s \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot ln\left(\frac{5\,000\,t}{5\,000\,t - 3\,400\,t}\right) - 9,2\,\frac{m}{s^2} \cdot sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot 150\,s$$

Risolvendo otteniamo che v_t risulta essere $2\,710\,\frac{m}{s}$. Tale valore è relativo al suolo terrestre, che a sua volta è in movimento rispetto al centro.
Possiamo calcolare questa velocità usando le leggi del moto circolare uniforme:

$$v = \omega \cdot r = \frac{2\pi}{T} \cdot r_t \cdot cos(lat)$$

[2] I valori relativi al volo si riferiscono al Falcon 9 di SpaceX, si presume che Starship avrà dei piani di volo simili

dove con T indichiamo il periodo di rotazione (1 giorno) e con lat indichiamo la latitudine del posto. A Boca Chica, Texas, questa velocità vale circa $417\ \frac{m}{s}$.
Inoltre, questa velocità non è sufficiente a mantenere la Starship in orbita in quanto, all'altezza prestabilita, ha bisogno di una velocità di circa $7\,670\ \frac{m}{s}$ per rimanere in orbita.
Tale velocità è ottenibile mediante la relazione

$$v_o = \sqrt{\frac{G \cdot M}{d}}$$

e vale solo per le orbite circolari. Con M indichiamo la massa del pianeta e con d la distanza dal centro di esso.
Ora si arriva alla seconda fase del lancio, da MECO a SECO. In questa fase il booster si è staccato dalla nave e la Starship si trova in orbita, quindi si può usare la 3, ignorando gli effetti di attrazione gravitazionale[3].

$$7\,660\,\frac{m}{s} - (2\,710\,\frac{m}{s} + 417\,\frac{m}{s}) = 375\,s \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot ln\left(\frac{1\,320t}{m_f}\right)$$

Risolvendo questa equazione si ottiene che m_f è uguale a 383 tonnellate, portando così a bruciare 937 tonnellate di carburante.
Una volta ottenuta l'altezza desiderata avviene una manovra di *refueling* in orbita, in cui un'altra Starship apposita riempie di nuovo di carburante la Starship che dovrà fare il viaggio, riportando la sua massa a 1 320 tonnellate.
In questa fase si effettuano gli ultimi controlli prima di eseguire la manovra di uscita dalla SOI terrestre.

2 Volo da LEO fino in orbita marziana

2.1 Introduzione

Per avere una buona idea di come viene eseguito il volo è utile dividerlo in 3 momenti:

1. Fuga dal campo gravitazionale terrestre
2. Volo attraverso lo spazio interplanetario
3. Inserimento in orbita marziana

Ognuno dei quali prevede l'utilizzo di una determinata orbita per arrivare a destinazione.
Perché questo tipo di viaggio funzioni, è necessario che i pianeti siano in una posizione particolarmente favorevole. Per la Terra e Marte questo accade quando formano un' angolo di circa 45° con il Sole. Questo evento viene chiamato "finestra di lancio" e si verifica all'incirca una volta ogni due anni.
Poiché non è nostra intenzione programmare un lancio ma solo capire quanto questo inquini, supponiamo che al momento del lancio i pianeti siano correttamente allineati e le condizioni meteo sia sulla Terra che su Marte siano favorevoli ad un lancio in sicurezza.

2.2 Fuga dal campo gravitazionale terrestre

Il primo passo consiste nel fuggire dalla SOI della Terra. Si può raggiungere questo obiettivo tramite un'orbita di tipo iperbolico. Una volta finiti tutti i controlli nell'orbita di parcheggio LEO la Starship è pronta a riaccendere i motori e inserirsi in orbita iperbolica. Per farlo dovrà raggiungere una velocità v_i tale da arrivare fuori dalla SOI terrestre con una velocità che chiameremo v_∞.

[3] L'astronave non è esattamente in orbita in questo momento, ma possiamo trascurare gli effetti della gravità in quanto l'astronave possiede una velocità comparabile con quella che si vuole ottenere

Senza fare troppe approssimazioni è possibile considerare il sistema Terra-Starship come un sistema chiuso (ignorando di conseguenza le influenze gravitazionali del Sole e gli altri pianeti). Di conseguenza l'energia meccanica totale viene conservata.
Possiamo inoltre assumere che all'uscita della SOI l'energia potenziale gravitazionale dell'astronave sia 0 in quanto questa assumerà valori trascurabili rispetto alla sua energia cinetica. In simboli:

$$K_0 + U_0 = K$$
$$\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{\mu_t}{r} = \frac{1}{2}v_\infty^2 \tag{6}$$

dove μ_k indica il prodotto $G \cdot M_k$, con k che fa riferimento a qualsiasi massa arbitraria.
Come vedremo nel prossimo paragrafo, è possibile calcolare con relativa facilità il parametro v_∞, di conseguenza possiamo risolvere l'equazione 6 per v_i.

2.3 Volo attraverso lo spazio interplanetario

Per arrivare effettivamente fino a Marte possiamo utilizzare un concetto simile a quello che viene usato per i trasferimenti nelle orbite terrestri, tale metodo prevede l'utilizzo di un'orbita intermedia chiamata orbita di Hohmann, in memoria dello scienziato tedesco che elaborò per primo questo metodo.
Tale orbita gode di un'elevata eccentricità e ha il perielio sull'orbita iniziale e l'afelio sull'orbita che si vuole raggiungere.
Una volta arrivati in afelio si esegue un'altra manovra per guadagnare velocità e inserirsi nell'orbita desiderata.
Chiamiamo v_π la velocità in perielio e v_α quella in afelio. Poiché non ci sono forze a modificarne il momento angolare (l'unica forza in gioco è quella di gravità, ma risulta essere centripeta quindi non possiede alcun momento torcente) esso rimane costante lungo tutta l'orbita. possiamo quindi scrivere:

$$v_\pi \cdot R_t = v_\alpha \cdot R_m \tag{7}$$

Poiché è necessario che la Starship si allontani rispetto al Sole, si può notare che la sua velocità in perielio deve essere maggiore di quella della Terra. Cambiando il sistema di riferimento dalla Terra al Sole bisogna considerare il fatto che la Terra stessa si muove rispetto al Sole con una velocità v_t, calcolabile tramite la relazione della velocità orbitale in orbita circolare.
Di conseguenza un oggetto che si muove a velocità v rispetto alla Terra si muoverà ad una velocità $v + v_t$ rispetto al Sole.
Applichiamo questo fatto alla Starship e otteniamo una importante relazione:

$$v_\pi = v_t + v_\infty$$

Conoscendo v_π e potendo calcolare v_t si può procedere "al contrario" fino a ricavare v_∞ e v_i.

2.4 Inserimento in orbita marziana

Analogamente per quanto fatto con la Terra, una volta giunti nella SOI di Marte bisogna rallentare fino ad una velocità v_o per raggiungere un'orbita circolare intorno al pianeta. Come per la Terra, poiché l'unica forza in gioco è la forza di gravità di Marte, l'energia meccanica totale viene conservata e quindi:

$$K_0 = K + U$$
$$\frac{1}{2}v_\infty^2 = \frac{1}{2}v_i^2 - \frac{\mu_m}{r} \tag{8}$$

dove v_i rappresenta la velocità al vertice dell'orbita iperbolica, che poi verrà diminuita fino a farla corrispondere a v_o. Anche in questo caso conviene esprimere v_α come la somma tra v_m e v_∞, trascurando le dimensioni della SOI di Marte in confronto allo spazio interplanetario. Una volta calcolato v_i bisogna effettuare un'ultima manovra per inserirsi in orbita marziana. L'obiettivo di tale manovra è quello di far diminuire la velocità orbitale da v_i a v_o portando la Starship in un'orbita circolare.

2.5 Calcolo delle velocità e dei consumi

L'orbita che la Starship descriverà nel suo viaggio viene descritta da due equazioni: la prima, esposta precedentemente, rappresenta la conservazione del momento angolare (equazione 7), mentre la seconda rappresenta la conservazione dell'energia meccanica in due punti dell'orbita.
Per comodità utilizziamo i due punti di afelio e perielio:

$$\begin{cases} v_\pi \cdot R_t = v_\alpha \cdot R_m \\ \frac{1}{2}v_\pi^2 - \frac{\mu_s}{R_t} = \frac{1}{2}v_\alpha^2 - \frac{\mu_s}{R_m} \end{cases} \tag{9}$$

Risolvendo il sistema e scartando i risultati negativi si ottiene un unico valore possibile per entrambe le velocità: $v_\pi = 32\,700\,\frac{m}{s}$ e $v_\alpha = 21\,500\,\frac{m}{s}$. Ora è possibile calcolare v_∞ per fuggire dal campo gravitazionale terrestre sottraendo v_t da v_π:

$$v_\infty = v_\pi - v_t = 32\,700\,\frac{m}{s} - 29\,780\,\frac{m}{s} = 2\,940\,\frac{m}{s}$$

Applicando l'equazione 6 è possibile calcolare la velocità che l'astronave deve raggiungere per lasciare la LEO e ottenere l'orbita iperbolica.

$$\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{\mu_t}{r} = \frac{1}{2}\left(2\,940\,\frac{m}{s}\right)^2$$

Come visto nel paragrafo 1.2 il raggio dell'orbita LEO a cui si fa riferimento è 6 770 km. Risolvendo l'equazione, si ottiene che v_i risulta essere uguale a $11\,240\,\frac{m}{s}$.
Usiamo ora la 3 per calcolare la massa di carburante che è necessario bruciare per eseguire questa manovra.

$$(11\,240 - 7\,670)\frac{m}{s} = 375\,s \cdot 9,8\frac{m}{s^2} \cdot ln\left(\frac{1\,320\,t}{1\,320\,t - m_c}\right)$$

Risolvendo l'equazione si ottiene che la massa di carburante espulsa deve essere uguale a 820 tonnellate [4].
La massa di Starship, a questo punto, è la massa iniziale (ca. $1\,320$ tonnellate) diminuita del carburante espulso, a dare circa 500 tonnellate tra carburante rimasto, telaio e carico.
Per ottenere, invece, la velocità che l'astronave deve ottenere per inserirsi in orbita marziana bisogna decidere l'orbita che questa deve avere. Per semplicità supponiamo che questa sia di 300 km sopra la superficie.
Vediamo che la velocità v_m a cui Marte orbita è maggiore della velocità v_α all'afelio, quindi il pianeta supererà l'astronave. Definiamo v_i come la velocità che un corpo in orbita attorno a Marte all'orbita prestabilita deve ottenere per riuscire a inserirsi in orbita iperbolica in cui $v_\infty = v_\alpha - v_m$ (si ritrova la differenza tra la fuga e la cattura proprio dal segno della velocità v_∞, se essa è positiva, allora si sta fuggendo dalla SOI, se essa è negativa, si sta entrando nella SOI con un'orbita iperbolica).
Di conseguenza v_i risulta essere anche la velocità che l'astronave avrà al vertice dell'orbita iperbolica.
Usando il principio della conservazione dell'energia si ottiene:

$$\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{\mu_m}{r} = \frac{1}{2}\left(21\,500\,\frac{m}{s} - 24\,000\,\frac{m}{s}\right)^2$$

[4] Calcolando questo consumo possiamo ignorare l'effetto della gravità in quanto la Starship è già posizionata in orbita.

Risolvendo per v_i otteniamo che questa è uguale a $5\,670\,\frac{m}{s}$. Essa è superiore alla velocità v_o che l'astronave avrebbe se si trovasse in orbita circolare alla stessa quota.
La velocità v_o è calcolabile mediante la relazione citata in precedenza e risulta essere uguale a $3\,490\,\frac{m}{s}$.
Possiamo calcolare il consumo di carburante provocato da questa manovra tramite l'equazione 3:

$$5\,670\,\frac{m}{s} - 3\,550\,\frac{m}{s} = I_{sp} \cdot g_0 \cdot ln\left(\frac{500\,t}{500\,t - m_c}\right)$$

Bisogna notare che Δv compare con il segno opposto (velocità iniziale - velocità finale), questo perché se ci si pone in un sistema di riferimento solidale al razzo, quando questo rallenta non si ha altro che un'accelerazione nel verso opposto, il che fa si che il razzo ottenga una velocità pari alla differenza tra le due cambiata di segno.
Risolvendo questa equazione si ottiene una massa di propellente espulsa di circa 217 tonnellate, lasciandone circa altre 90 per atterraggio e eventuali correzioni orbitali fatte in precedenza.

3 Atterraggio e ripartenza

3.1 Atterraggio

L'atterraggio di un'astronave Starship è un concetto nuovo nel campo dell'ingegneria aerospaziale, in quanto nessuno ci aveva mai provato prima. La stessa SpaceX, più di 10 anni prima, aveva progettato il Falcon, un lanciatore con la possibilità di riutilizzare il primo stadio per lanci futuri. Quel progetto si è evoluto fino a diventare il Falcon 9 che oggi conosciamo.
Con Starship, anche se il concetto di base è lo stesso, si porta la riutilizzabilità a tutto un altro livello: il booster Super Heavy atterrerà in un modo simile al primo stadio del Falcon, con la differenza che verrà "acchiappato" da una torre al posto di eseguire un atterraggio completo.
Questo poi verrà rifornito di carburante e sarà pronto per ripartire.
La vera differenza sta nel fatto che se il Falcon è pensato per portare dei payload nello spazio la Starship è pensata per lo scopo di trasportare umani, quindi è necessario che anche il secondo stadio sia riutilizzabile. Per ottenere questo risultato gli ingegneri di SpaceX hanno inventato un metodo di atterraggio in planata simile agli Space Shuttle della NASA, con la sostanziale differenza che Starship, una volta effettuato il rientro in atmosfera, si riposizionerà in verticale.
Questo metodo è estremamente efficace se si parla di consumi, in quanto i motori devono essere accesi solo nella parte finale del rientro.
L'atterraggio su Marte risulta essere ancora più semplice in quanto la gravità è minore.
Queste innovazioni sono rivoluzionarie nell'industria aerospaziale in quanto permettono di effettuare molti lanci in un intervallo limitato di tempo.
Con un numero relativamente piccolo di Super Heavy sarà possibile lanciare un numero importante di Starship componendo una vera e propria flotta con destinazione Marte.

3.2 Refueling e ripartenza

Il sistema Starship si basa su metano e ossigeno liquido per alimentare i motori. Questa scelta non è casuale, in quanto metano e ossigeno sono ottenibili dalla reazione di Sabatier: sfruttando questa reazione a partire da anidride carbonica e idrogeno (entrambi molto comuni sulla superficie di Marte) è possibile ricavare metano e acqua, che se sottoposta ad elettrolisi produce l'ossigeno necessario per ripartire.
Insieme ai coloni verranno mandati dei robot scavatori con il compito di minare questi prodotti.
Durante i primi lanci Starship con destinazione Marte verranno testate queste tecnologie per assicurarsi che funzionino al meglio.

Una volta ottenuto il carburante necessario e arrivata una nuova finestra di lancio i coloni saranno pronti a ripartire verso la Terra. La gravità di Marte è circa il 38% di quella terrestre, il che aiuta non poco se si prende in considerazione il fatto che per ripartire la Starship non è dotata di booster Super Heavy.

4 Resoconto dei consumi totali e inquinamento prodotto

4.1 Resoconto dei consumi

Per concludere questa prima parte non rimane altro che calcolare effettivamente quanto inquinamento produce questo lancio.
È possibile trascurare il carburante speso per far atterrare il booster o la Starship poiché è minimo in quanto SpaceX sta progettando un sistema di atterraggio in planata che porta ad accendere i motori solo agli ultimi attimi prima dell'atterraggio.
Inoltre i calcoli fatti in precedenza sono validi anche per la Starship "di supporto" in quanto si riferiscono ad un'astronave a pieno carico. In questo caso sarebbe riempita di carburante.
Per riassumere ecco i principali momenti di accensione del motore:

lancio	3 400 tonnellate in bassa atmosfera e 937 tonnellate in alta atmosfera
lancio di una Starship per il *refueling*	3 400 tonnellate in bassa atmosfera
inserimento in orbita iperbolica	820 tonnellate
totale	8 557 tonnellate

Tabella 2: riassunto di tutti i maggiori consumi durante una missione

I consumi totali ammontano quindi a 8 557 tonnellate di carburante.
Di questi solo una parte contribuiscono all'inquinamento atmosferico e al riscaldamento globale, l'altra parte possono essere gas innocui o possono disperdersi nelle regioni più alte dell'atmosfera.
Abbiamo ignorato eventuali correzioni orbitali necessarie durante il viaggio, in quanto essendo lontani dalla Terra non possono causare alcun danno.
Inoltre, in quanto il nostro obiettivo è focalizzarci sull'inquinamento terrestre, abbiamo tralasciato anche i consumi in orbita marziana.

4.2 Calcolo dei gas serra prodotti

I gas prodotti dal motore non hanno tutti lo stesso impatto a livello ambientale, infatti l'impatto varia se si cambia il gas in esame o l'altitudine alla quale questo è stato rilasciato.
Prendiamo in esame la reazione che avviene in un motore raptor:

$$\mathrm{CH_4 + 2\,O_2 \rightarrow CO_2 + 2\,H_2O}$$

Questa, come prodotti di scarico produce $\mathrm{CO_2}$ e $\mathrm{H_2O}$, entrambi gassosi.
Prendiamo in considerazione il booster: questo rilascia in totale 3400 tonnellate di gas di scarico in bassa atmosfera.
Poiché il vapor acqueo e l'anidride carbonica hanno GWP differenti, è utile calcolare le masse di prodotti espulsi

nell'atmosfera.
Per farlo bisogna partire dalle moli di reagenti presenti nella reazione:

$$m_{\mathrm{CH_4}} + m_{\mathrm{O_2}} = 3,4 \cdot 10^9\, g$$

$$n_{\mathrm{CH_4}} \cdot mm_{\mathrm{CH_4}} + n_{\mathrm{O_2}} \cdot mm_{\mathrm{O_2}} = 3,4 \cdot 10^9\, g$$

dai coefficienti stechiometrici è possibile notare che il numero di moli dell'ossigeno è il doppio rispetto a quelle del metano. Possiamo quindi scrivere:

$$n_{\mathrm{CH_4}} \cdot mm_{\mathrm{CH_4}} + 2n_{\mathrm{CH_4}} \cdot mm_{\mathrm{O_2}} = 3,4 \cdot 10^9\, g$$

Ma poiché le moli di $\mathrm{CH_4}$ equivalgono a quelle di $\mathrm{CO_2}$ possiamo arrivare a calcolare quanta $\mathrm{CO_2}$ viene emessa:

$$n_{\mathrm{CO_2}} = \frac{3,4 \cdot 10^9\, g}{16,0\, \frac{g}{mol} + 32,0\, \frac{g}{mol}}$$

$$m_{\mathrm{CO_2}} = \frac{3,4 \cdot 10^9\, g}{16,0\, \frac{g}{mol} + 32,0\, \frac{g}{mol}} \cdot 44,0\, \frac{g}{mol} = 1,87 \cdot 10^6\, kg$$

Di conseguenza la massa di vapor acqueo espulsa è di $1,53 \cdot 10^6\, kg$. Questi gas vengono rilasciati prevalentemente nella bassa atmosfera, di conseguenza possono entrare a far parte del ciclo dell'acqua o nella fotosintesi e non sono così dannosi come le emissioni in alta atmosfera.
Le emissioni date dalla Starship in sè, al contrario, vengono emesse in alta atmosfera e i gas espulsi rimangono stazionari, causando un impatto maggiore al riscaldamento globale.
Il processo per calcolarne le masse è uguale a quello precedente. Le masse di prodotti risultano essere di $6,12 \cdot 10^5\, kg$ di $\mathrm{CO_2}$ e $5,01 \cdot 10^5\, kg$ di $\mathrm{H_2O}$.
Prendiamo in esame l' $\mathrm{H_2O}$: a bassa quota è un gas praticamente innocuo in quanto entra a far parte del ciclo dell'acqua e viene assorbito dai normali cicli del pianeta.
Ad alta quota, invece, si trasforma nel gas serra più pericoloso in quanto non partecipa ai moti convettivi dell'atmosfera e non partecipa al ciclo dell'acqua.
Nonostante ciò non viene spesso citato tra i gas serra in quanto è naturalmente presente in grandi quantità nell'atmosfera e costituisce la principale fonte di effetto serra naturale.
Bisogna comunque monitorare i livelli di $\mathrm{H_2O}$ nell'atmosfera poiché un aumento rapido e continuo di un qualsiasi gas può portare a danni per l'ambiente.
Il vero problema che affligge il vapor acqueo non è il suo GWP, che risulta essere molto basso, bensì le quantità in cui viene emesso: ogni attività umana produce in qualche modo del vapor acqueo, dalle fabbriche, all'agricoltura, all'acqua corrente, o addirittura la produzione di elettricità. Di conseguenza si immettono ingenti quantità di vapor acqueo nell'atmosfera che, se non controllate, potrebbero causare danni nel futuro.
Per quanto riguarda la $\mathrm{CO_2}$ i danni ambientali sono un po'più grossi: fin dalla rivoluzione industriale i livelli di $\mathrm{CO_2}$ nell'atmosfera sono sempre aumentati. Inoltre, l'anidride carbonica possiede un GWP molto maggiore di quello del vapor acqueo, di conseguenza basta una emissione più piccola per ottenere lo stesso effetto di surriscaldamento.
Proprio per questo le emissioni di anidride carbonica sono un problema del momento, e se in quanto specie dominante sul pianeta non facciamo niente per ridurle potrebbero portare ad un aumento rapido della temperatura media del pianeta, portando così ai problemi che tutti conosciamo: innalzamento dei mari dovuto allo scioglimento dei ghiacci, clima imprevedibile e diverso da come è storicamente solito essere in quel luogo, estinzione di moltissime specie animali e vegetali ecc..

5 Simulazione in Python

Insieme a questo lavoro alleghiamo una simulazione di un sistema solare realistico[5] in cui abbiamo programmato un "razzo" che è dotato di orbita e si muove per il sistema solare.

[5]Tutti i dati sono stati presi dal database "New Horizons" di proprietà della NASA, tutte le posizioni e orbite dei pianeti sono impostate all'8 Agosto 2022.

Parte II

Contributo del settore aerospaziale

1 Inquinamento delle automobili

Le auto inquinano. E questo è ormai risaputo. Ma quanto inquinano?

È capitato sicuramente a tutti di sentire che è ora di smetterla di usare automobili inquinanti e che bisogna passare a modelli più puliti. Si sente dappertutto parlare dei cambiamenti climatici, di gas serra, foreste e molto altro. Ci si preoccupa ogniqualvolta al telegiornale si sente parlare di disastri meteorologici, ma spesso non si ha né la voglia, né il tempo di provare a cercare cosa significhi veramente inquinare. Provando a fare qualche ricerca invece si scopre quanto sia urgente una svolta. Nella tabella 3 si espone qualche dato sulle auto più vendute negli ultimi anni al mondo, auto che, pur non essendo spesso presenti nello scenario italiano, sono nelle classifiche mondiali. Premesso che, ovviamente, i valori di CO2 emessi variano persino sul tipo di tratto percorso, la versione, etc... *CONSUMI ED EMISSIONI WLTP (ai sensi del Regolamento UE 2017/1151) 1.8 HYBRID - Dati riferiti

Autovettura	Consumi (km/L)	Emissioni di CO2 (g/km)
Toyota Corolla	20-24*	167,9
Volkswagen Polo	18,87	136,9
Honda Civic Type R	12,99	152,6
Volkswagen Tiguan 1.5 TSI ACT R-Line DSG	13,89	166,2
Honda Cr-v	13,51	188,5

Tabella 3: Consumi di alcuni modelli di automobili più famosi

alla versione con cerchi da 16" e da 17"

Nella seconda colonna vengono presentati i consumi delle auto in km/L; questo naturalmente significa che i valori più alti sono ben accetti, visto che l'autovettura riesce in questo modo a percorrere più chilometri avendo a disposizione solo un litro di benzina. E si può notare con piacere che la Toyota Corolla, l'auto più venduta nel mondo da qualche anno a questa parte, riesce a percorrere un tragitto più lungo rispetto alla media delle altre automobili. Probabilmente questo è uno dei fattori che ha contribuito a farla diventare la più comprata. Guadagni a parte, questo significa che l'auto più venduta al mondo spreca meno benzina. L'automobile peggiore in questa piccola classifica sembra essere Honda Civic, che necessita quindi di più benzina di tutte le altre. Nella terza colonna avviene l'esatto contrario; ovvero più piccoli sono i valori meglio è. Come si può notare dalla tabella questi valori sono ancora molto alti, e questo è un problema. Per quanto si tenga conto che le fonti segnalino valori molto diversi a seconda di troppi fattori, è preoccupante comunque notare che nessuna tra queste auto scende sotto i 100 g/km. Se pensiamo che la Volkswagen Polo è quella che presenta il valore più basso tra queste automobili, c'è di che riflettere. Ogni volta che qualcuno sale su una Polo e percorre un chilometro, libera quasi 137 g di CO2. Pensando a quanti chilometri si coprono ogni giorno, a quanti chilometri vengono percorsi da auto di tutto il pianeta, ne esce fuori una quantità enorme di CO2 che finisce nell'atmosfera ogni giorno. Ogni giorno, per tutta la settimana, per tutto l'anno. E così via all'infinito. A questo punto viene da chiedersi: ma quindi, quanta CO2 viene emessa ogni anno? La domanda è molto interessante ma non è di facile risposta. Come sempre i fattori sono molto diversi e tutto questo porta a delle differenze evidenti. Comunque "stando alle statistiche dell'ICDP – International Car Distribution Program - in Italia, gli automobilisti percorrono circa 12.000 Km. Sebbene il dato sia aggiornato soltanto al 2015 e manchino dei dati di confronto più recenti, si tratta comunque di una situazione interessante: l'istituto di ricerca, infatti, durante il sondaggio precedente, aveva previsto un calo dell'utilizzo del veicolo privato di almeno 1.000 km l'anno ma così non è stato. I guidatori, infatti, continuano a preferire la propria auto per recarsi al lavoro o per viaggiare e sembra che molti siano ancora restii a preferire i mezzi pubblici o dei sistemi di trasporto alternativi che possano ridurre il traffico nelle strade, oltre alle emissioni di gas nocivi. La media indica anche le zone di maggiore utilizzo dei mezzi privati: i guidatori del sud Italia sembrano decisi a voler utilizzare l'auto anche per recarsi al lavoro o per svolgere i piccoli doveri quotidiani, mentre al nord si preferisce utilizzare il tram o il bus, anche per evitare lo stress causato dal dover trovare un parcheggio per il proprio veicolo." 2 Dodicimila chilometri all'anno. Non trovando, purtroppo, un dato che sia globale, ci accontenteremo del dato italiano, usando a modello l'auto Fiat Panda, quella più comprata dagli italiani. Sapendo che la Panda emette 133 g/km 3 di CO_2 e tenendo conto che in effetti si tratta di un valore piuttosto basso rispetto alle 5 auto della tabella di sopra, si svolge il calcolo. Ne risulta che in media ogni italiano, supponendo che usi una Fiat Panda a benzina, emette 1.596.000 grammi di CO_2, ovvero 1596 kg. Praticamente il peso di un grosso tricheco. Ogni anno un italiano, andando in auto, mette un tricheco di CO_2 in più nell'atmosfera. E in Italia, in tutto, siccome secondo l'Istat 3ultimo le auto in circolazione nel 2021 sono 39 545 232 (più di 39 milioni) vengono emessi 6,311419027*1010 kg di CO_2. Dunque più di 60 000 000 000 kg. Una cifra spaventosa ed enormemente lunga. Ma non è finita.

L'anidride carbonica non è l'unico gas serra emesso dalle auto, anche se è il più importante. La Toyota Corolla, da qualche anno l'auto più venduta al mondo, nella scheda tecnica3ultimo segna infatti altre emissioni, secondo la Direttiva 1999/100/EC.

2 Prova2

Riferimenti bibliografici

[1] prova. «prova2». In: *prova3* 1.1 (1). DOI: `http://dx.doi.org/10.1002/andp.19053221004`.