Studio del moto di oscillazione di un pendolo semplice
E verifica del modello

Caputo, Crismale, Panteghini

Abstract
L'obiettivo di questo esperimento è lo studio della relazione che lega il periodo di oscillazione di un pendolo semplice alla sua lunghezza: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$.
Utilizzando una corda ed un peso, si confrontano le misurazioni del periodo di oscillazione fatte con un cronometro sul pendolo reale con i risultati teorici.

Introduzione
Partendo da una lunghezza di 150 cm e accorciando di 20 cm ogni volta fino ad arrivare a 50 cm, sono state effettuate le misurazioni con un cronometro su 7 set da 10 oscillazioni ciascuno per ottenere una media quanto più precisa possibile del periodo di oscillazione. La relazione

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{l}\vartheta = 0$$

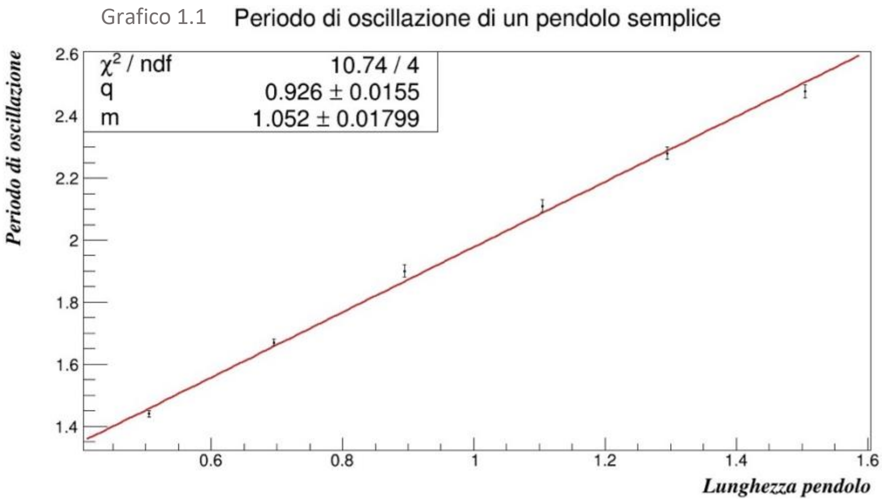
vale per piccole oscillazioni di periodo $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$, cioè quando il pendolo è isocrono e possiamo approssimare ϑ a $\sin\vartheta$, invece per grandi oscillazioni il periodo T dipende dall'angolo; pertanto l'ampiezza da cui far partire il peso è stata valutata con attenzione.

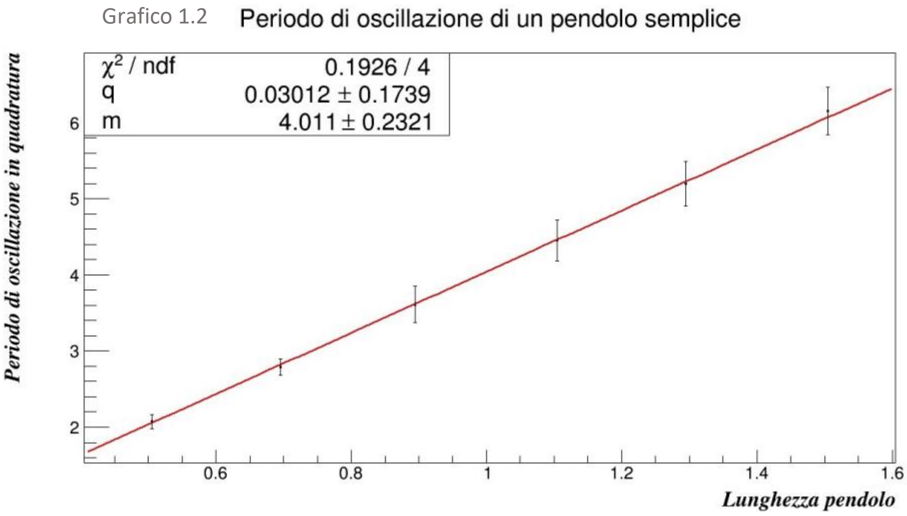
Apparato sperimentale
Per lo svolgimento di questo esperimento son stati utilizzati una corda di nylon di peso trascurabile e un corpo di 166 grammi legato all'estremità. Per effettuare delle oscillazioni il più precise possibili, senza interferenze di alcun tipo, un capo della corda è stato legato ad una trave di legno. La corda è stata misurata con un centimetro da sarta, per avere una maggior precisione abbiamo considerato le mezze misure. Per quanto riguarda il cronometraggio del periodo di oscillazione è stato utilizzato uno smartphone.

Analisi dati
Nella seguente tabella sono riportate, per ogni lunghezza, le sette misurazioni del tempo necessario per effettuare dieci oscillazioni, la loro media, il valor medio del periodo T e i rispettivi errori.

Lunghezza l (cm)	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6
t_1 *(sec)*	24.51	22.91	21.10	18.82	16.91	14.51
t_2 *(sec)*	24.63	22.82	21.23	19.04	16.67	14.59
t_3 *(sec)*	24.92	23.02	21.31	18.92	16.80	14.23
t_4 *(sec)*	24.83	22.93	21.31	18.80	16.78	14.36
t_5 *(sec)*	24.91	22.71	20.90	18.91	16.49	14.44
t_6 *(sec)*	24.88	22.54	20.71	19.33	16.72	14.62
t_7 *(sec)*	25.01	22.63	21.22	19.22	16.79	14.30
$\langle t \rangle$ *(sec)*	24.81	22.79	21.11	19.00	16.74	14.43
Δt	0.38	0.17	0.23	0.20	0.13	0.15
$\langle T \rangle$	2.48	2.28	2.11	1.90	1.67	1.44
ΔT	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01

Illustriamo nel grafico 1.1 i periodi T in funzione delle lunghezze con i relativi errori. Possiamo ipotizzare una relazione del tipo $T = cost\sqrt{l}$. Linearizziamo l'equazione e poniamo $x = l$ e $y = T^2$ ottenendo l'equazione $y = mx$. Riportiamo i dati nel grafico 1.2 ed effettuiamo il fit con una retta.





Notiamo che quest'ultima non passa per l'origine come ci saremmo aspettati dal risultato teorico, infatti è presente un'intercetta q, seppur di piccola entità, dovuta ad errori sistematici come il tempo di reazione.

Dal valore del coefficiente angolare m, fornitoci da Root, possiamo ricavare l'accelerazione di gravità g; infatti $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ quindi ,tenendo conto delle sostituzioni precedenti, si ha $g = 4\pi^2/m = 9.84\ m/s^2$.

Calcoliamo ora l'errore su g

$$\sigma_G = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial m}\right)^2 \cdot (\sigma_m)^2} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{m^2} \cdot (\sigma_m)^2} = 0.57$$

Pertanto il valore ottenuto è $g = 9.84 \pm 0.57$ m/s^2.
Determiniamo la discrepanza $\varepsilon'\%$ percentuale tra il valore di g ottenuto sperimentalmente e quello atteso tramite la relazione:

$$\varepsilon'\% = \frac{|g_{sperimentale} - g_{atteso}|}{g_{atteso}} \cdot 100 = 0.31\%$$

Conclusioni

Notiamo che il valore atteso di g rientra perfettamente nel range di valori ottenuto sperimentalmente infatti $\varepsilon'\%$ è abbastanza piccolo da poter considerare questo esperimento una buona approssimazione del modello teorico studiato.