

# Svuotamento di un recipiente attraverso un foro

Caputo, Crismale, Panteghini

## Abstract

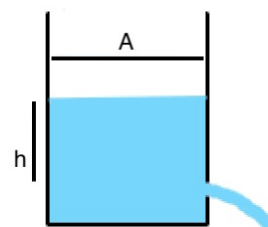
Lo scopo di questo esperimento è studiare lo svuotamento di un recipiente cilindrico attraverso un foro e calcolare il coefficiente di contrazione della vena fluida  $c$ .

## Introduzione

Dopo aver bucato la bottiglia di plastica utilizzando un trapano a 6 cm dal fondo e segnato 5 tacche distanti tra loro 0.5 mm, abbiamo riempito la bottiglia fino ad un'altezza  $h$  di 16 cm tenendo tappato il foro con il dito. Una volta stappato il foro abbiamo misurato il tempo  $\Delta t$  impiegato dall'acqua per passare da una tacca alla successiva.

## Apparato sperimentale

Per la realizzazione di questo esperimento sono stati utilizzati una bottiglia di plastica ( $A = 8$  cm,  $h = 16$  cm) con un foro di diametro 0.5 mm, un ago di compasso, un righello, un cronometro e i software Root e Microsoft Excel per il calcolo e l'analisi dati.



## Analisi dei dati

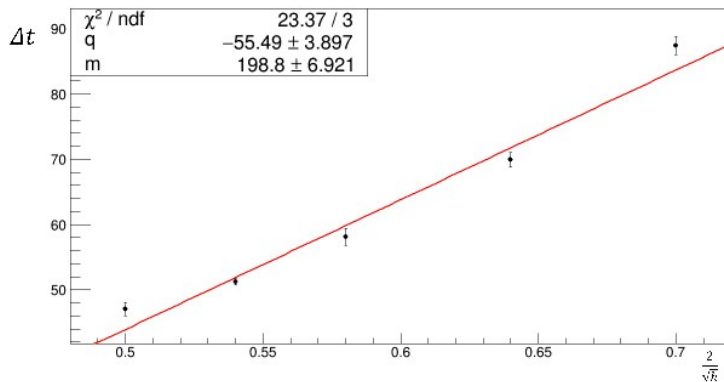
Una volta riempita la bottiglia fino alla prima tacca (dall'alto) e liberato il foro, abbiamo misurato gli intervalli  $\Delta t$  che intercorrono tra il passaggio da una tacca all'altra.

Abbiamo inseguito ripetuto la medesima procedura per altre quattro volte, al fine di ottenere misure più realistiche possibili.

Riportiamo nella seguente tabella i valori rilevati:

	$\Delta h_1$	$\Delta h_2$	$\Delta h_3$	$\Delta h_4$	$\Delta h_5$	$\bar{x}$	$\sigma$
1 <sup>a</sup> misura	47.53	45.71	48.24	46.42	47.31	47.04	0.99
2 <sup>a</sup> misura	51.53	50.72	51.81	51.41	50.72	51.24	0.49
3 <sup>a</sup> misura	58.52	57.41	59.23	59.12	56.13	58.08	1.31
4 <sup>a</sup> misura	68.79	70.23	69.37	71.72	69.45	69.91	1.13
5 <sup>a</sup> misura	88.72	87.37	88.87	85.81	86.32	87.42	1.38

Calcolati il valore medio  $\bar{x}$  e la deviazione standard  $\sigma$  relativi alle misurazioni effettuate per ogni intervallo  $\Delta h$ , abbiamo inserito i dati in un grafico in grado di mostrare l'andamento dei valori  $\Delta t$  in funzione dei valori  $\frac{\Delta h}{\sqrt{h}}$  con  $\Delta h$  fissato uguale a 2 cm.



Ottenuto il coefficiente angolare  $m$  del fit, siamo in grado di calcolare, essendo a conoscenza degli altri dati necessari, il coefficiente di contrazione della vena fluida. Poiché il valore  $K_{teor}$  dipende unicamente dalla bottiglia utilizzata e dal foro praticato, siamo in grado di stimarne il

valore tramite delle semplici operazioni matematiche, quindi:

$$K_{teor} = \frac{-R^2}{r^2 \sqrt{2g}} = 144.5 \text{ s} \cdot \text{m}^{-\frac{1}{2}}$$

Dal momento che il fenomeno studiato è descritto dalla relazione del tipo  $\Delta t = \frac{-R^2}{r^2 c \sqrt{2g}} \frac{\Delta h}{\sqrt{h}}$ , allora risulta logico considerare il coefficiente angolare “m” descritto dal fit effettuato con Root uguale alla quantità che chiameremo  $K_{sper}$ , per cui:

$$m = K_{sper} = \frac{-R^2}{r^2 c \sqrt{2g}}$$

di conseguenza possiamo affermare che  $K_{sper} = 198.8 \text{ s} \cdot \text{m}^{-\frac{1}{2}}$ .

Confrontiamo il risultato ottenuto  $K_{sper}$  con il valore atteso  $K_{teor}$  e ne calcoliamo

l’errore percentuale sfruttando la formula  $\varepsilon = \frac{|K_{teor} - K_{sper}|}{K_{sper}}$  e ottenendo un risultato pari a 0.273, ovvero il 27.3%;

Questo implica che ci sia una differenza consistente tra il valore aspettato teoricamente e quello osservato, e questa differenza è proprio dovuta al fenomeno di contrazione della vena fluida, del quale in base ai valori noti siamo in grado di calcolarne il coefficiente:

$$c = \frac{K_{teor}}{K_{sper}} = 0.72$$

Valutiamo in seguito l’errore relativo alla misurazione del coefficiente  $c$  sfruttando la formula della propagazione dell’errore in quanto derivato da una misurazione indiretta.

$$\sigma_c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial K_{sper}}\right)^2 (\sigma_{K_{sper}})^2} = 0.03$$

Concludendo il coefficiente di contrazione della vena fluida calcolato risulta essere pari a  $c = 0.72 \pm 0.03$ .

## **Conclusioni**

Il risultato ottenuto è un valore paragonabile al valore aspettato per un fenomeno di questo tipo, pari a 0.611 come calcolato da Kirchhoff per il caso di foro di dimensioni piccole rispetto al serbatoio e bordo tagliato a  $90^\circ$  (cioè non smussato), valido quindi per il nostro caso.

Notiamo però che l'intervallo ottenuto non comprende direttamente il valore teorico, probabilmente a causa di approssimazioni fatte sulle misure e sulla poca accuratezza dell'apparato sperimentale (ampiezza foro, forma bottiglia, tempi di reazione, ecc.).