

**Exercice 1 :**

Soit la grammaire :

$$G = \{ S, \{a,b,c\}, S, R \}$$

$$R = S \rightarrow aSa$$

$$S \rightarrow bSb$$

$$S \rightarrow cSc \mid a$$

1. Vérifier si les mots suivants sont acceptés ou non par  $G : \{ ababa, cbbaaabb, abba, acbabca \}$
2. Dédire une description formelle du langage généré par  $G$ .

**Exercice 2 :**

Proposer une grammaire pour chacun des langages suivants :

1.  $L_1 = \{ a^n b^n \mid n > 0 \}$
2.  $L_2 = \{ a^n b^{2n} \mid n \geq 0 \}$
3.  $L_3 =$  le langage des mots palindromes sur  $\{a,b\}$  c'est-à-dire le langage des mots :  
 $W = u_0 u_1 \dots u_n$  tel que  $0 \leq i \leq n$  et  $u_i = u_{n-i}$
4.  $L_4 = \{ a^n b^m c^n \mid m \geq 0, n \geq 1 \}$
5.  $L_5 = \{ a^m b^n c^p \mid m + n = p \}$

**Exercice 3 :**

Soit la grammaire  $G$  suivante :

$$G = \{ S, \{0,1\}, S, R \}$$

$$R = S \rightarrow 11S$$

$$S \rightarrow 0$$

1. Donnez une description du langage généré par  $G$ .
2. Dédire un automate fini déterministe acceptant le langage généré par  $G$ .
3. En déduire une expression régulière dénotant le langage généré par  $G$ .

**Exercice 4 :**

Soit  $L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ commence par } a \text{ et se termine par } bb \}$

1. Proposer une expression régulière dénotant  $L$ .
2. Déterminer un automate fini déterministe qui reconnaît  $L$ .
3. Donner une grammaire régulière  $G$  qui génère le langage  $L$ .



**Exercice 5 :**

Soient les deux grammaires suivantes :

$$G_1 : S \rightarrow AA \mid ab \mid aab$$

$$A \rightarrow ba \mid ab \mid \varepsilon$$

$$G_2 : S \rightarrow UG$$

$$U \rightarrow uU \mid \varepsilon$$

$$G \rightarrow xG \mid x$$

1. Donner le type de chaque grammaire.
2. Décrire les langages générés par  $G_1$  et  $G_2$ .
3. Donner une grammaire  $G_3$  qui génère  $L(G_1)$  et  $L(G_2)$ .

**Exercice 6 :**

1. Ecrire une grammaire  $G$  qui reconnaît le langage des palindromes (mots non vides qui peuvent se lire de la même manière de droite à gauche et de gauche à droite) sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ ;
2. Supprimer les symboles inutiles de la grammaire suivante :

$$S \rightarrow a \mid A$$

$$A \rightarrow AB$$

$$B \rightarrow b$$

**Exercice 7 :**

Construire un automate à pile pour chacun des langages suivants :

1.  $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
2.  $L_2 = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$
3.  $L_3 = \{a^n b^m c^m d^{2n} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$
4.  $L_4 = \{a^n c^m d^l b^{2n} \mid n, m, l \in \mathbb{N} \text{ et sont impairs}\}$

**Exercice 8 :**

On considère le langage  $L = \{a^{2k} b a^{3k} \mid k \in \mathbb{N}\}$

1. Trouver une grammaire hors-contexte  $G$  qui génère  $L$ . Donner cette grammaire explicitement sous la forme  $G = (V, S, R)$ . Dériver les mots  $a^4 b a^6$  et  $b$
2. Construire un automate à pile acceptant  $L$ .

