

“希望杯”全国数学竞赛

(第 1-24 届)

初一年级/七年级

第一/二试题

目 录

1.希望杯第一届（1990 年）初中一年级第一试试题	003-005
2.希望杯第一届（1990 年）初中一年级第二试试题	010-012
3. 希望杯第二届（1991 年）初中一年级第一试试题	017-020
4.希望杯第二届（1991 年）初中一年级第二试试题	023-026
5. 希望杯第三届（1992 年）初中一年级第一试试题	030-032
6.希望杯第三届（1992 年）初中一年级第二试试题	035-040
7. 希望杯第四届（1993 年）初中一年级第一试试题	045-050
8.希望杯第四届（1993 年）初中一年级第二试试题	053-058
9. 希望杯第五届（1994 年）初中一年级第一试试题	060-066
10.希望杯第五届（1994 年）初中一年级第二试试题	067-073
11. 希望杯第六届（1995 年）初中一年级第一试试题	074-080
12 希望杯第六届（1995 年）初中一年级第二试试题	081-087
13. 希望杯第七届（1996 年）初中一年级第一试试题	090-098
14.希望杯第七届（1996 年）初中一年级第二试试题	96-105

厦门数学教师交流群：259652195，厦门培训机构教师招聘群：186883776，大学数学资料群：702457289

物理竞赛群：271751860，化学竞赛群：271751511，生物竞赛群：254139830，信息竞赛群：281798334，

英语口语群：168570356，心算交流群：131033273

15.希望杯第八届（1997年）初中一年级第一试试题	104-113
16.希望杯第八届（1997年）初中一年级第二试试题	111-120
17.希望杯第九届（1998年）初中一年级第一试试题	120-129
18.希望杯第九届（1998年）初中一年级第二试试题	129-138
19.希望杯第十届（1999年）初中一年级第二试试题	136-147
20.希望杯第十届（1999年）初中一年级第一试试题	148-151
21.希望杯第十一届（2000年）初中一年级第一试试题	149-161
22.希望杯第十一届（2000年）初中一年级第二试试题	156-169
23.希望杯第十二届（2001年）初中一年级第一试试题	160-174
24.希望杯第十二届（2001年）初中一年级第二试试题	164-178
25.希望杯第十三届（2002年）初中一年级第一试试题	170-184
26.希望杯第十三届（2001年）初中一年级第二试试题	174-189
27.希望杯第十四届（2003年）初中一年级第一试试题	180-196
28.希望杯第十四届（2003年）初中一年级第二试试题	184-200
29.希望杯第十五届（2004年）初中一年级第一试试题	188
30.希望杯第十五届（2004年）初中一年级第二试试题	189
31.希望杯第十六届（2005年）初中一年级第一试试题	213-218
32.希望杯第十六届（2005年）初中一年级第二试试题	189
33.希望杯第十七届（2006年）初中一年级第一试试题	228-233
34.希望杯第十七届（2006年）初中一年级第二试试题	234-238
35.希望杯第十八届（2007年）初中一年级第一试试题	242-246
26.希望杯第十八届（2007年）初中一年级第二试试题	248-251
37.希望杯第十九届（2008年）初中一年级第一试试题	252-256
38.希望杯第十九届（2008年）初中一年级第二试试题	257-262
39.希望杯第二十届（2009年）初中一年级第一试试题	263-266
20.希望杯第二十届（2009年）初中一年级第二试试题	267-271
21.希望杯第二十一届（2010年）初中一年级第一试试题	274-276
22.希望杯第二十二届（2011年）初中一年级第二试试题	270-273
23.希望杯第二十三届（2012年）初中一年级第二试试题	270-273
23.希望杯第二十四届（2013年）初中一年级第二试试题	274-281
23.希望杯第二十四届（2013年）初中一年级第二试试题	274-281

厦门数学教师交流群：259652195，厦门培训机构教师招聘群：186883776，大学数学资料群：702457289

物理竞赛群：271751860，化学竞赛群：271751511，生物竞赛群：254139830，信息竞赛群：281798334，

英语口语群：168570356，心算交流群：131033273

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289
物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,
英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第一届（1990年）初中一年级第1试试题

一、选择题（每题1分，共10分）

1. 如果 a, b 都代表有理数，并且 $a+b=0$ ，那么 ()

A. a, b 都是0. B. a, b 之一是0. C. a, b 互为相反数. D. a, b 互为倒数.

2. 下面的说法中正确的是 ()

A. 单项式与单项式的和是单项式. B. 单项式与单项式的和是多项式.

C. 多项式与多项式的和是多项式. D. 整式与整式的和是整式.

3. 下面说法中不正确的是 ()

A. 有最小的自然数. B. 没有最小的正有理数.

C. 没有最大的负整数. D. 没有最大的非负数.

4. 如果 a, b 代表有理数，并且 $a+b$ 的值大于 $a-b$ 的值，那么 ()

A. a, b 同号. B. a, b 异号. C. $a>0$. D. $b>0$.

5. 大于 $-\pi$ 并且不是自然数的整数有 ()

A. 2个. B. 3个. C. 4个. D. 无数个.

6. 有四种说法:

甲. 正数的平方不一定大于它本身；乙. 正数的立方不一定大于它本身；

丙. 负数的平方不一定大于它本身；丁. 负数的立方不一定大于它本身.

这四种说法中，不正确的说法的个数是 ()

A. 0个. B. 1个. C. 2个. D. 3个.

7. a 代表有理数，那么， a 和 $-a$ 的大小关系是()

A. a 大于 $-a$. B. a 小于 $-a$. C. a 大于 $-a$ 或 a 小于 $-a$. D. a 不一定大于 $-a$.

8. 在解方程的过程中，为了使得到的方程和原方程同解，可以在原方程的两边()

A. 乘以同一个数. B. 乘以同一个整式. C. 加上同一个代数式. D. 都加上1.

9. 杯子中有大半杯水，第二天较第一天减少了10%，第三天又较第二天增加了10%，那么，第三天杯中的水量与第一天杯中的水量相比的结果是()

A. 一样多. B. 多了. C. 少了. D. 多少都可能.

10. 轮船往返于一条河的两码头之间，如果船本身在静水中的速度是固定的，那么，当这条河的水流速度增大时，船往返一次所用的时间将()

A. 增多. B. 减少. C. 不变. D. 增多、减少都有可能.

二、填空题（每题1分，共10分）

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

1. $0.0125 \times 3\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \times (-87.5) \div \frac{15}{16} \times \frac{16}{15} + (-2^2) - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $19891990^2 - 19891989^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $\frac{(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)}{2^{32}-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 关于x的方程 $\frac{1+x}{4} - \frac{x-2}{8} = 1$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. $1-2+3-4+5-6+7-8+\cdots+4999-5000 = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 当 $x = -\frac{24}{125}$ 时, 代数式 $(3x^3 - 5x^2 + 6x - 1) - (x^3 - 2x^2 + x - 2) + (-2x^3 + 3x^2 + 1)$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

7. 当 $a = -0.2$, $b = 0.04$ 时, 代数式 $\frac{72}{73}(a^2 - b) - \frac{71}{72}(b + a + 0.16) - \frac{1}{4}(a + b)$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 含盐30%的盐水有60千克, 放在秤上蒸发, 当盐水变为含盐40%时, 秤得盐水的重是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 克.

9. 制造一批零件, 按计划18天可以完成它的 $\frac{1}{3}$. 如果工作4天后, 工作效率提高了 $\frac{1}{5}$, 那么完成这批零件的一半, 一

共需要 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天.

10. 现在4点5分, 再过 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分钟, 分针和时针第一次重合.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案与提示**一、选择题**

1. C 2. D 3. C 4. D 5. C 6. B 7. D 8. D 9. C 10. A

提示:

1. 令 $a=2$, $b=-2$, 满足 $2+(-2)=0$, 由此

可排除A, B, D, 因此应选C. 事实上 $a+b=0 \Rightarrow$

$a=-b$, 表明a, b互为相反数.

2. x^2 , $2x^2$, x^3 都是单项式. 两个单项式 x^3 , x^2 之和为 x^3+x^2 是多项式, 排除A. 两个单项式 x^2 , $2x^2$ 之和为 $3x^2$ 是单项式, 排除B. 两个多项式 x^3+x^2 与 x^3-x^2 之和为 $2x^3$ 是个单项式, 排除C, 因此选D.

3. 1是最小的自然数, A正确. 可以找到正

有理数的无限序列 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$, 没有最

小的正有理数. B也正确. 易知 -1是最大的负整数, 所以C“没有最大的负整数”的说法不正确. 写出扩大自然数列, $0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots$, 易知无最大非负数, D正确. 所以不正确的说法应选C.

4. 由于 $a+b > a-b$, 则 $b > -b \Rightarrow 2b > 0 \Rightarrow b > 0$,

选D.

5. 在数轴上容易看出: 在 $-\pi$ 右边0的左边(包括0在内)的整数只有 $-3, -2, -1, 0$ 共4个. 选C.

6. 由 $1^2=1$, $1^3=1$ 可知甲、乙两种说法是正确的. 由 $(-1)^3=-1$, 可知丁也是正确的说法. 而负数的平方均为正数, 即负数的平方一定大于它本身, 所以“负数平方不一定大于它本身”的说法不正确. 即丙不正确. 在甲、乙、丙、丁四个说法中, 只有丙1个说法不正确. 所以选B.

7. 令 $a=0$, 马上可以排除A、B、C, 应选D.

8. 对方程同解变形, 要求方程两边同乘不等于0的数. 所以排除A.

我们考察方程 $x-2=0$, 易知其根为 $x=2$. 若该方程两边同乘以一个整式 $x-1$, 得 $(x-1)(x-2)=0$, 其根为 $x=1$ 及 $x=2$, 不与原方程同解, 排除B. 若在方程 $x-2=0$ 两边加上同一个代数式

$\frac{1}{x-2}$ 得方程 $\frac{1}{x-2} + (x-2) = \frac{1}{x-2}$, 此方程无解, 失去了原方程 $x=2$ 的根. 所以应排除C. 事实上方程两边同时加上一个常数, 新方程与原方程同解, 对D, 这里所加常数为1, 因此选D.

9. 设杯中原有水量为a, 依题意可得,

第二天杯中水量为 $a \times (1-10\%) = 0.9a$;

第三天杯中水量为 $(0.9a) \times (1+10\%) = 0.9 \times 1.1 \times a$;

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\frac{0.9 \times 1.1 \times a}{a} = 0.9 \times 1.1 = 0.99 < 1.$$

第三天杯中水量与第一天杯中水量之比为

所以第三天杯中水量比第一天杯中水量少了, 选C.

10. 设两码头之间距离为s, 船在静水中速度为a, 水速为v₀, 则往返一次所用时间为

$$t_0 = \frac{s}{a + v_0} + \frac{s}{a - v_0},$$

设河水速度增大后为v, (v>v₀)则往返一次所用时间为

$$t = \frac{s}{a + v} + \frac{s}{a - v}.$$

$$\begin{aligned} \text{计算 } t_0 - t &= \frac{s}{a + v_0} + \frac{s}{a - v_0} - \frac{s}{a + v} - \frac{s}{a - v} \\ &= s \left[\left(\frac{1}{a + v_0} - \frac{1}{a + v} \right) + \left(\frac{1}{a - v_0} - \frac{1}{a - v} \right) \right] \\ &= s(v - v_0) \left[\frac{1}{(a + v_0)(a + v)} - \frac{1}{(a - v_0)(a - v)} \right]. \end{aligned}$$

由于v-v₀>0, a+v₀>a-v₀, a+v>a-v

所以(a+v₀)(a+v)>(a-v₀)(a-v)

$$\text{因此 } \frac{1}{(a + v_0)(a + v)} < \frac{1}{(a - v_0)(a - v)}$$

$$\text{即 } \frac{1}{(a + v_0)(a + v)} - \frac{1}{(a - v_0)(a - v)} < 0.$$

∴ t₀-t<0, 即t₀<t. 因此河水速增大所用时间将增多, 选A.

二、填空题

题号	1	2	3	4	5
答案	6 $\frac{59}{225}$	39783979	1	4	-2500

题号	6	7	8	9	10
答案	$1\frac{1}{25}$	0.04	45000	$23\frac{1}{6}$	$16\frac{9}{11}$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

提示:

$$1. \quad 0.0125 \times 3\frac{1}{5} - \frac{1}{7}(-87.5) \div \frac{15}{16} \times \frac{16}{15} + (-2^2) - 4$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{80} \times \frac{16}{5} + \frac{1}{7} \times \frac{175}{2} \times \frac{16}{15} \times \frac{16}{15} - 4 - 4 \\ &= \frac{1}{25} + \frac{25 \times 16 \times 8}{225} - 8 \\ &= \frac{9+3200-1800}{225} = \frac{1409}{225} = 6\frac{59}{225}. \end{aligned}$$

$$2. \quad 19891990^2 - 19891989^2$$

$$= (19891990 + 19891989) \times (19891990 - 19891989)$$

$$= (19891990 + 19891989) \times 1 = 39783979.$$

$$3. \quad \text{由于 } (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$

$$= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$

$$= (2^{16}-1)(2^{16}+1) = 2^{32}-1.$$

$$\therefore \frac{(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)}{2^{32}-1} = 1.$$

$$4. \quad \frac{1+x}{4} - \frac{x-2}{8} = 1, \text{ 方程两边同乘8得}$$

$$2(1+x) - (x-2) = 8, 2+2x-x+2=8 \text{ 解得: } x=4$$

$$5. \quad 1-2+3-4+5-6+7-8+\cdots+4999-5000$$

$$= (1-2)+(3-4)+(5-6)+(7-8)+\cdots+(4999-5000)$$

$$= (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + \cdots + (-1)$$

2500个

$$= -2500.$$

$$6. \quad (3x^3 - 5x^2 + 6x - 1) - (x^3 - 2x^2 + x - 2) + (-2x^3 + 3x^2 + 1) = 5x + 2$$

以 $x = -\frac{24}{125}$ 代入得:

$$5x + 2 \Big|_{x=-\frac{24}{125}} = 5\left(-\frac{24}{125}\right) + 2 = 1\frac{1}{25}.$$

7. 注意到:

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

当 $a = -0.2$, $b = 0.04$ 时, $a^2 - b = (-0.2)^2 - 0.04 = 0$, $b + a + 0.16 = 0.04 - 0.2 + 0.16 = 0$.

$$\begin{aligned} \text{所以, } & \frac{72}{73}(a^2 - b) - \frac{71}{72}(b + a + 0.16) - \frac{1}{4}(a + b) \Big|_{\substack{a=-0.2 \\ b=0.04}} \\ &= -\frac{1}{4}(a + b) \Big|_{\substack{a=-0.2 \\ b=0.04}} \\ &= -\frac{(-0.2)}{4} - \frac{0.04}{4} = 0.05 - 0.01 = 0.04. \end{aligned}$$

8. 食盐30%的盐水60千克中含盐 $60 \times 30\%$ (千克) 设蒸发变成含盐为40%的水重 x 千克, 即 $0.001x$ 千克, 此时, $60 \times 30\% = (0.001x) \times 40\%$

解得: $x = 45000$ (克).

9. 制造零件18天完成总量的 $\frac{1}{3}$, 则每天完成

总量的 $\frac{1}{54}$. 先按这个效率工作4天完成总量的 $\frac{4}{54}$,

而从第5天起工作效率提高了 $\frac{1}{5}$, 变为每天完成总量的

$$\frac{1}{54} \times \left(1 + \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{45}.$$

距完成总量的一半还差 $\frac{1}{2} - \frac{4}{54} = \frac{23}{54}$, 需要工作

$$\frac{23}{54} \div \frac{1}{45} = \frac{23}{54} \times 45 = \frac{115}{6} = 19\frac{1}{6} \text{ (天)},$$

因此, 完成这批零件的一半, 一共需要

$$4 + 19\frac{1}{6} = 23\frac{1}{6} \text{ (天)}.$$

10. 在4时整, 时针与分针夹角为 120° 即

钟面周角的 $\frac{1}{3}$. 现在是4点5分, 分针前进了圆周的

$\frac{1}{12}$, 而时针前进为分针的 $\frac{1}{12}$, 所以时针前进了

$\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{144}$. 所以在4点5分时, 分针与时针夹角

为1周的 $\frac{1}{3} + \frac{1}{144} - \frac{1}{12} = \frac{37}{144}$.

由于每小时分针追时针为 $\left(1 - \frac{1}{12}\right) = \frac{11}{12}$, 所以要追及 $\frac{37}{144}$, 需要 $\frac{37}{144} \div \frac{11}{12} = \frac{37}{144} \times \frac{12}{11} = \frac{37}{132}$ (小时)

相当于 $60 \times \frac{37}{132} = \frac{2220}{132} = 16\frac{9}{11}$ (分).

答: 再过 $16\frac{9}{11}$ 分钟, 分针与时针第一次重合.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第一届（1990年）初中一年级第2试试题

一、选择题（每题1分，共5分）

以下每个题目里给出的A, B, C, D四个结论中有且仅有一个是正确的。请你在括号填上你认为是正确的那个结论的英文字母代号。

1. 某工厂去年的生产总值比前年增长 $a\%$, 则前年比去年少的百分数是 ()

- A. $a\%$. B. $(1+a)\%$. C. $\frac{a+1}{100a}$ D. $\frac{a}{100+a}$

2. 甲杯中盛有 $2m$ 毫升红墨水, 乙杯中盛有 m 毫升蓝墨水, 从甲杯倒出 a 毫升到乙杯里,

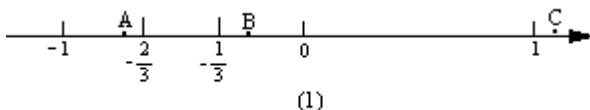
$0 < a < m$, 搅匀后, 又从乙杯倒出 a 毫升到甲杯里, 则这时 ()

- A. 甲杯中混入的蓝墨水比乙杯中混入的红墨水少.
- B. 甲杯中混入的蓝墨水比乙杯中混入的红墨水多.
- C. 甲杯中混入的蓝墨水和乙杯中混入的红墨水相同.
- D. 甲杯中混入的蓝墨水与乙杯中混入的红墨水多少关系不定.

3. 已知数 $x=100$, 则()

- A. x 是完全平方数. B. $(x-50)$ 是完全平方数.
- C. $(x-25)$ 是完全平方数. D. $(x+50)$ 是完全平方数.

4. 观察图1中的数轴: 用字母a, b, c依次表示点A, B, C对应的数, 则 $\frac{1}{ab}, \frac{1}{b-a}, \frac{1}{c}$ 的大小关系是()



- A. $\frac{1}{ab} < \frac{1}{b-a} < \frac{1}{c}$; B. $\frac{1}{b-a} < \frac{1}{ab} < \frac{1}{c}$; C. $\frac{1}{c} < \frac{1}{b-a} < \frac{1}{ab}$; D. $\frac{1}{c} < \frac{1}{ab} < \frac{1}{b-a}$.

5. $x=9, y=-4$ 是二元二次方程 $2x^2+5xy+3y^2=30$ 的一组整数解, 这个方程的不同的整数解共有 ()

- A. 2组. B. 6组. C. 12组. D. 16组.

二、填空题（每题1分，共5分）

1. 方程 $|1990x-1990|=1990$ 的根是_____.

2. 对于任意有理数x, y, 定义一种运算*, 规定 $x*y=ax+by-cxy$, 其中的a, b, c表示已知数, 等式右边是通常的加、减、乘运算. 又知道 $1*2=3$, $2*3=4$, $x*m=x$ ($m \neq 0$), 则m的数值是_____.

3. 新上任的宿舍管理员拿到20把钥匙去开20个房间的门, 他知道每把钥匙只能开其中的一个门, 但不知道每把钥匙是开哪一个门的钥匙, 现在要打开所有关闭着的20个房间, 他最多要试开_____次.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

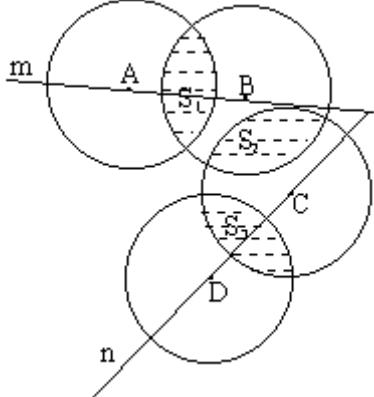
4. 当 $m=$ _____ 时, 二元二次六项式 $6x^2+mx y-4y^2-x+17y-15$ 可以分解为两个关于 x, y 的二元一次三项式的乘积.

5. 三个连续自然数的平方和 (填“是”或“不是”或“可能是”) _____ 某个自然数的平方.

三、解答题 (写出推理、运算的过程及最后结果. 每题5分, 共15分)

1. 两辆汽车从同一地点同时出发, 沿同一方向同速直线行驶, 每车最多只能带24桶汽油, 途中不能用别的油, 每桶油可使一辆车前进60公里, 两车都必须返回出发地点, 但是可以不同时返回, 两车相互可借用对方的油. 为了使其中一辆车尽可能地远离出发地点, 另一辆车应当在离出发地点多少公里的地方返回? 离出发地点最远的那辆车一共行驶了多少公里?

2. 如图2, 纸上画了四个大小一样的圆, 圆心分别是 A, B, C, D , 直线 m 通过 A, B , 直线 n 通过 C, D , 用 S 表示一个圆的面积, 如果四个圆在纸上盖住的总面积是 $5(S-1)$, 直线 m, n 之间被圆盖住的面积是 8 , 阴影部分的面积 S_1, S_2, S_3 满足关系式 $S_3=\frac{1}{3}S_1=\frac{1}{3}S_2$, 求 S .



3. 求方程 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6}$ 的正整数解.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

答案与提示

一、选择题

1. D 2. C 3. C 4. C 5. D

提示:

1. 设前年的生产总值是 m , 则去年的生产总值是 $m\left(1+\frac{a}{100}\right)$,

前年比去年少 $m\left(1+\frac{a}{100}\right) - m = m \cdot \frac{a}{100}$,

这个产值差占去年的 $\frac{m \cdot \frac{a}{100}}{m\left(1+\frac{a}{100}\right)} = \frac{a}{100+a}$. 应选D.

2. 从甲杯倒出 a 毫升红墨水到乙杯中以后:

乙杯中含红墨水的比例是 $\frac{a}{m+a}$,

乙杯中含蓝墨水的比例是 $\frac{m}{m+a}$,

再从乙杯倒出 a 毫升混合墨水到甲杯中以后:

乙杯中含有的红墨水的数量是 $a - a \cdot \frac{a}{m+a} = \frac{ma}{m+a}$ 毫升 ①

乙杯中减少的蓝墨水的数量是 $a \cdot \frac{m}{m+a} = \frac{ma}{m+a}$ 毫升 ②

\because ①=② \therefore 选C.

$$3. \because x = 1\overset{n}{4}2\overset{0}{4}3\overset{1}{1}0\overset{0}{4}2\overset{2}{4}3\overset{0}{0}50$$

$$= 1\overset{n}{4}2\overset{0}{4}3\overset{1}{1}0\overset{0}{4}2\overset{2}{4}3\overset{0}{0}00 + 1\overset{n+1}{4}2\overset{0}{4}3\overset{1}{1}0\overset{0}{4}2\overset{2}{4}3\overset{0}{0}50$$

$$= 1\overset{n}{4}2\overset{0}{4}3\overset{1}{1}0\overset{0}{4}2\overset{2}{4}3\overset{0}{0} + 1\overset{n+1}{4}2\overset{0}{4}3\overset{1}{1}0\overset{0}{4}2\overset{2}{4}3\overset{0}{0}50$$

$$= 10^{2n+4} + 10^{n+3} + 50$$

$$= (10^{n+2})^2 + 2 \cdot 10^{n+2} \cdot 5 + 50.$$

$$\therefore x - 25 = (10^{n+2} + 5)^2$$

可知应当选C.

4. 由所给出的数轴表示 (如图3) :

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

可以看出 $-1 < a < -\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3} < b < 0$, $c > 1$,

$$\therefore 0 < \frac{1}{c} < 1, \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{3} < b - a < 1 \rightarrow 1 < \frac{1}{b-a} < 3. \dots \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} < |a| < 1, 0 < |b| < \frac{1}{3} \rightarrow 0 < |ab| < \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{|ab|} > 3 \\ \rightarrow \frac{1}{ab} > 3 \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$\therefore \textcircled{1} < \textcircled{2} < \textcircled{3}$, \therefore 选C.

5. 方程 $2x^2 + 5xy + 3y^2 = 30$ 可以变形为 $(2x+3y)(x+y) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$\because x, y$ 是整数,

$\therefore 2x+3y, x+y$ 也是整数.

由下面的表

2x+3y	1	30	15	2	10	3	6	5
x+y	30	1	2	15	3	10	5	6

2x+3y	-1	-30	-15	-2	-10	-3	-6	-5
x+y	-30	-1	-2	-15	-3	-10	-5	-6

可以知道共有16个二元一次方程组, 每组的解都是整数, 所以有16组整数组, 应选D.

二、填空题

题 号	1	2	3	4	5
答 案	0, 2	4	210	5	不是

提示:

1. 原方程可以变形为 $|x-1|=1$, 即 $x-1=1$ 或 -1 , $\therefore x=2$ 或 0 .

2. 由题设的等式 $x*y=ax+by-cxy$

及 $x*m=x$ ($m \neq 0$)

得 $a \cdot 0 + bm - c \cdot 0 \cdot m = 0$,

$\therefore bm=0$.

$\because m \neq 0$, $\therefore b=0$.

\therefore 等式改为 $x*y=ax-cxy$.

$\because 1*2=3$, $2*3=4$,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\therefore \begin{cases} a - 2c = 3, \\ 2a - 6c = 4. \end{cases}$$

解得 $a=5, c=1.$

\therefore 题设的等式即 $x*y=5x-xy.$

在这个等式中, 令 $x=1, y=m$, 得 $5-m=1, \therefore m=4.$

3. \because 打开所有关闭着的20个房间,

\therefore 最多要试开

$$20+19+18+\cdots+3+2+1=\frac{20+1}{2}\cdot 20=210\text{次}.$$

4. 利用“十字相乘法”分解二次三项式的知识, 可以判定给出的二元二次六项式

$$6x^2+mx y-4y^2-x+17y-15$$

中划波浪线的三项应当这样分解:

$$3x \quad -5$$

$$2x \quad +3$$

现在要考虑 y , 只须先改写作

然后根据 $-4y^2, 17y$ 这两项式, 即可断定是:

由于 $(3x+4y-5)(2x-y+3)=6x^2+5xy-4y^2-x+17y-15$ 就是原六项式, 所以 $m=5.$

5. 设三个连续自然数是 $a-1, a, a+1$, 则它们的平方和是 $(a-1)^2+a^2+(a+1)^2=3a^2+2,$

显然, 这个和被3除时必得余数2.

另一方面, 自然数被3除时, 余数只能是0或1或2, 于是它们可以表示成

$3b, 3b+1, 3b+2$ (b 是自然数) 中的一个, 但是它们的平方

$$(3b)^2=9b^2$$

$$(3b+1)^2=9b^2+6b+1,$$

$$(3b+2)^2=9b^2+12b+4$$

$$=(9b^2+12b+3)+1$$

被3除时, 余数要么是0, 要么是1, 不能是2, 所以三个连续自然数平方和不是某个自然数的平方.

三、解答题

1. 设两辆汽车一为甲一为乙, 并且甲用了 x 升汽油时即回返, 留下返程需的 x 桶汽油, 将多余的 $(24-2x)$ 桶汽油给乙. 让乙继续前行, 这时, 乙有 $(24-2x)+(24-x)=48-3x$ 桶汽油, 依题意, 应当有 $48-3x \leq 24, \therefore x \geq 8.$

甲、乙分手后, 乙继续前行的路程是

$$\frac{(24-2x)+(24-x)}{2} \cdot 60 = 30(48-4x) \text{ (公里)}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

这个结果中的代数式 $30(48-4x)$ 表明, 当 x 的值愈小时, 代数式的值愈大, 因为 $x \geq 8$, 所以当 $x=8$ 时, 得最大值
 $30(48-4 \cdot 8)=480$ (公里),

因此, 乙车行驶的路程一共是 $2(60 \cdot 8+480)=1920$ (公里).

2. 由题设可得

$$\begin{cases} 5(S-1) = 4S - S_1 - S_2 - S_3, \\ S_1 = S_2 = 3S_3. \end{cases}$$

$$\therefore S_3 = \frac{5-S}{7} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{又 } 2S - \frac{1}{2}S_1 - S_2 - S_3 = 8,$$

$$\text{即 } 2S - 5S_3 = 8 \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\text{由 \textcircled{1}、\textcircled{2} 消去 } S_3, \text{ 得 } S = \frac{81}{19}.$$

$$3. \because x, y, z \text{ 是正整数, 并且 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6} < 1,$$

$\therefore x, y, z$ 都 > 1 ,

$$\text{不妨设 } 1 < x \leq y \leq z \Rightarrow \frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \geq \frac{1}{z}, \text{ 于是}$$

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{3}{x}.$$

$$\text{即 } \frac{1}{x} < \frac{5}{6} \leq \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{6}{5} < x \leq \frac{18}{5}, \text{ 可确定 } x = 2 \text{ 或 } 3.$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, 得 } \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{2}{y},$$

$$\text{即 } \frac{1}{y} < \frac{2}{3} \leq \frac{2}{y} \Rightarrow 3 < y \leq 6, \text{ 可确定 } y = 4 \text{ 或 } 5 \text{ 或 } 6.$$

$$\text{当 } x = 3 \text{ 时, 由 } \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \text{ 得}$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{2}{y}.$$

$$\text{即 } \frac{1}{y} < \frac{1}{2} \leq \frac{2}{y}, \Rightarrow 2 < y \leq 4 \text{ 可知 } y = 3 \text{ 或 } 4.$$

$$\text{于是由 } \begin{cases} x = 2, \\ y = 4, \end{cases} \text{ 得 } z = 12; \quad \begin{cases} y = 2, \\ y = 5, \end{cases} \text{ 得 } z = \frac{2}{15} \text{ (舍); }$$

$$\text{由 } \begin{cases} x = 2, \\ x = 6, \end{cases} \text{ 得 } z = 6; \quad \begin{cases} x = 3, \\ z = 3, \end{cases} \text{ 得 } z = 6;$$

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 4 \end{cases} \text{ 得 } z = 4.$$

因此, 当 $1 < x \leq y \leq z$ 时, 解

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

(x, y, z) 共(2, 4, 12), (2, 6, 6),

(3, 3, 6), (3, 4, 4) 四组.

由于x, y, z在方程中地位平等. 所以可得如下表所列的15组解.

x	2	2	4	4	12	12	2	6	6	3	3	6	3	4	4
y	4	12	2	12	2	4	6	2	6	3	6	3	4	4	3
z	12	4	12	2	4	2	6	6	2	6	3	3	4	3	4

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第二届（1991年）初中一年级第1试试题

一、选择题（每题1分，共15分）

以下每个题目的A, B, C, D四个结论中，仅有一个是正确的，请在括号内填上正确的那个结论的英文字母代号。

1. 数1是 ()

- A. 最小整数. B. 最小正数. C. 最小自然数. D. 最小有理数.

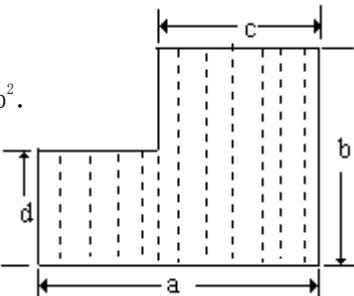
2. 若 $a > b$, 则 ()

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; B. $-a < -b$. C. $|a| > |b|$. D. $a^2 > b^2$.

3. a 为有理数，则一定成立的关系式是 ()

- A. $7a > a$. B. $7+a > a$. C. $7+a > 7$. D. $|a| \geq 7$.

4. 图中表示阴影部分面积的代数式是()



- A. $ad+bc$. B. $c(b-d)+d(a-c)$. C. $ad+c(b-d)$. D. $ab-cd$.

5. 以下的运算的结果中，最大的一个数是()

- A. $(-13579) + 0.2468$; B. $(-13579) + \frac{1}{2468}$;

- C. $(-13579) \times \frac{1}{2468}$; D. $(-13579) \div \frac{1}{2468}$

6. $3.1416 \times 7.5944 + 3.1416 \times (-5.5944)$ 的值是 ()

- A. 6.1632. B. 6.2832. C. 6.5132. D. 5.3692.

7. 如果四个数的和的 $\frac{1}{4}$ 是8, 其中三个数分别是-6, 11, 12, 则第四个数是()

- A. 16. B. 15. C. 14. D. 13.

8. 下列分数中, 大于 $-\frac{1}{3}$ 且小于 $-\frac{1}{4}$ 的是()

- A. $-\frac{11}{20}$; B. $-\frac{4}{13}$; C. $-\frac{3}{16}$; D. $-\frac{6}{17}$.

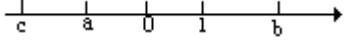
9. 方程甲: $\frac{3}{4}(x-4)=3x$ 与方程乙: $x-4=4x$ 同解, 其根据是()

- A. 甲方程的两边都加上了同一个整式x. B. 甲方程的两边都乘以 $\frac{4}{3}x$;

- C. 甲方程的两边都乘以 $\frac{4}{3}$; D. 甲方程的两边都乘以 $\frac{3}{4}$.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 如图:  , 数轴上标出了有理数a, b, c的位置, 其中0是原点, 则 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ 的大小关系是()

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$; B. $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$; C. $\frac{1}{b} > \frac{1}{a} > \frac{1}{c}$; D. $\frac{1}{c} > \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

11. 方程 $\frac{x}{22.2} = \frac{5}{3.7}$ 的根是()

A. 27. B. 28. C. 29. D. 30.

12. 当 $x=\frac{1}{2}$, $y=-2$ 时, 代数式 $\frac{4x-2y}{xy}$ 的值是()

A. -6. B. -2. C. 2. D. 6.

13. 在-4, -1, -2.5, -0.01与-15这五个数中, 最大的数与绝对值最大的那个数的乘积是()

A. 225. B. 0.15. C. 0.0001. D. 1.

14. 不等式 $1+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{8}+\frac{x}{16} > x$ 的解集是()

A. $x < 16$. B. $x > 16$. C. $x < 1$. D. $x > -\frac{1}{16}$.

15. 浓度为p%的盐水m公斤与浓度为q%的盐水n公斤混合后的溶液浓度是()

A. $\frac{p+q}{2}\%$; B. $(mp+nq)\%$; C. $\frac{(mp+nq)}{p+q}\%$; D. $\frac{(mp+nq)}{m+n}\%$.

二、填空题 (每题1分, 共15分)

1. 计算: $(-1)+(-1)-(-1) \times (-1) \div (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 计算: $-3^2 \div 6 \times \frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 计算: $\frac{(-63) \times 36}{162} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 求值: $(-1991)-|3-|-31|| = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 计算: $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}-\frac{1}{20}-\frac{1}{30}-\frac{1}{42} = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. n为正整数, 1990^n-1991 的末四位数字由千位、百位、十位、个位、依次排列组成的四位数是8009. 则n的最小值等于_____.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

7. 计算: $\left(-\frac{191919}{919191}\right) - \left(-\frac{1919}{9191}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 计算: $\frac{1}{5} [(-1989) + (-1990) + (-1991) + (-1992) + (-1993)] = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 在 $(-2)^5, (-3)^5, \left(-\frac{1}{2}\right)^5, \left(-\frac{1}{3}\right)^5$ 中, 最大的那个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 不超过 $(-1.7)^2$ 的最大整数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 解方程 $\frac{2x-1}{3} - \frac{10x+1}{12} = \frac{2x+1}{4} - 1, x = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 求值: $\frac{\left(\left(-\frac{355}{113}\right) - \left|-\frac{355}{113}\right|\right)}{\left(-\frac{355}{113}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 一个质数是两位数, 它的个位数字与十位数字的差是7, 则这个质数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 一个数的相反数的负倒数是 $\frac{1}{19}$, 则这个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图11, a, b, c, d, e, f 均为有理数. 图中各行、各列、两条对角线上三个数之和都相等, 则

$$\frac{ab+cd+ef}{a+b+c+d+e+f} = \underline{\hspace{2cm}}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案与提示**一、选择题**

1. C 2. B 3. B 4. C 5. C 6. B 7. B 8. B 9. C 10. B 11. D 12. A 13. B 14. A 15. D

提示:

1. 整数无最小数, 排除A; 正数无最小数, 排除B; 有理数无最小数, 排除D. 1是最小自然数. 选C.

2. 若 $3 > -2$, 有 $\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$, 排除A; 若 $2 > -3$, 有 $|2| < |-3|$, 排除C; 若 $2 > -3$ 有 $2^2 < (-3)^2$, 排除D; 事实上,

a>b必有-a<-b. 选B.

3. 若a=0, $7 \times 0 = 0$ 排除A; $7+0=7$ 排除C $|0| < 7$ 排除D, 事实上因为 $7 > 0$, 必有 $7+a > 0+a=a$. 选B.

4. 把图形补成一个大矩形, 则阴影部分面积等于

$$ab - (a-c)(b-d) = ab - [ab - ad - c(b-d)] = ab - ab + ad + c(b-d) = ad + c(b-d). \text{ 选C.}$$

5. 运算结果对负数来说绝对值越小其值越大。

易见 $-13579 \times \frac{1}{2468}$ 的绝对值最小, 所以其值最大.

选C.

6. $3.1416 \times 7.5944 + 3.1416 \times (-5.5944)$

$= 3.1416(7.5944 - 5.5944) = 2 \times 3.1416$

=6.2832. 选B.

7. 由四个数之和的 $\frac{1}{4}$ 是8知四个数之和为32. 第四个数数 $= 32 - (-6 + 11 + 12) = 15$. 选B.8. $-\frac{11}{20} < -\frac{10}{20} = -\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$, 排除A; $-\frac{1}{4} = -\frac{4}{16} < -\frac{3}{16}, -\frac{1}{4} = -\frac{4}{16} < -\frac{3}{16}$ 排除C; $-\frac{6}{17} < -\frac{6}{18} = -\frac{1}{3}$, 排除D; 而 $-\frac{1}{3} = -\frac{4}{12} < -\frac{4}{13} < -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$. 选B.9. 甲方程两边都乘以同一个非0实数 $\frac{4}{3}$, 所得新方程 $x-4=4x$ 与原方程同解. 选C.10. 图中易见 $|k| > |b| \therefore \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$ 排除A,C. 但 $\frac{1}{b} > 0$, 所以必有 $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$. 选B.11. $\frac{x}{22.2} = \frac{5}{3.7} \Leftrightarrow \frac{x}{6} = 5 \Rightarrow x = 30$. 选D.12. $\frac{4x-2y}{xy} = \frac{\frac{4}{2} \times \frac{1}{2} - 2(-2)}{\frac{1}{2} \times (-2)} = \frac{2+4}{-1} = -6$. 选A.13. -4, -1, -2.5, -0.01与-15中最大的数是-0.01, 绝对值最大的数是-15, $(-0.01) \times (-15) = 0.15$. 选B.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

14. 由 $1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16} > x$, $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4} - \frac{x}{8} - \frac{x}{16} < 1$, $\frac{16x - 8x - 4x - 2x - x}{16} < 1 \Rightarrow x < 16$. 选A.

15. 设混合溶液浓度为x, 则 $m \times p\% + n \times q\% = (m+n)x$. $x = \frac{mp + nq}{m+n}\%$. 选D.

二、填空题

提示:

1. $(-1) + (-1) - (-1) \times (-1) \div (-1) = (-2) - (-1) = -1$.

2. $-3^2 \div 6 \times \frac{1}{6} = (-9) \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{4}$.

3. $\frac{(-63) \times 36}{162} = -\frac{7 \times 9 \times 4 \times 9}{2 \times 9 \times 9} = -14$.

4. $(-1991) - |3 - |-31|| = -1991 - 28 = -2019$.

5.
$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{20} - \frac{1}{30} - \frac{1}{42} \\ &= \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{7} = \frac{1}{7}. \end{aligned}$$

6. 1990^n 的末四位数字应为 $1991+8009$ 的末四位数字. 即为0000, 即 1990^n 末位至少要4个0, 所以n的最小值为4.

7.
$$\begin{aligned} &\left(-\frac{191919}{919191} \right) - \left(-\frac{1919}{9191} \right) \\ &= \left(-\frac{19}{91} \right) - \left(\frac{19}{91} \right) = 0. \end{aligned}$$

8.
$$\frac{1}{5}[(-1989) + (-1990) + (-1991) + (-1992) +$$

$(-1993)] = -1991$.

9. 绝对值最小者为 $(-\frac{1}{3})^5$, 所以最大的数为
 $(-\frac{1}{3})^5 = \frac{1}{243}$.

10. $(-1.7)^2 = 2.89$, 不超过2.89的最大整数为2.

11.
$$\frac{2x-1}{3} - \frac{10x+1}{12} = \frac{2x+1}{4} - 1$$

去分母得

$4(2x-1) - (10x+1) = 3(2x+1) - 12$.

$8x - 4 - 10x - 1 = 6x + 3 - 12$.

$8x - 10x - 6x = 3 - 12 + 4 + 1$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$-8x = -4, \quad x = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} 12. \quad & \frac{\left| \left(-\frac{355}{113} \right) - \left| -\frac{355}{113} \right| \right|}{\left(-\frac{355}{113} \right)} = \frac{\left| -\frac{355}{113} - \frac{355}{113} \right|}{-\frac{355}{113}} \\ & = \frac{2 \times \frac{355}{113}}{-\frac{355}{113}} = -2 \end{aligned}$$

13. 十位数比个位数大7的两位数有70, 81, 92, 个位数比十位数大7的两位数有18, 29, 其中只有29是质数.

14. 设这个数为 x , 其相反数为 $-x$, 它的负倒数是 $-\frac{1}{-x} = \frac{1}{x}$, 即 $\frac{1}{x} = \frac{1}{19}$, 所以 $x = 19$.15. 由 $6+d+f = f+7+2 \Rightarrow d = 3$;由 $d+2+a = 6+b+a$, $d = 3 \Rightarrow b = -1$;由 $b+d+7 = -1+3+7=9$, 所以各行各列两条对角线上三个数之和等于9. 易求得 $a=4$, $e=1$, $c=5$, $f=0$.

$$\text{则 } \frac{ab + cd + ef}{a+b+c+d+e+f} \\ = \frac{4 \times (-1) + 5 \times (3) + 1 \times 0}{4 + (-1) + 5 + 3 + 1 + 0} = \frac{11}{12}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第二届（1991年）初中一年级第2试试题

一、选择题（每题1分，共10分）

1. 设a, b为正整数 ($a > b$). p是a, b的最大公约数, q是a, b的最小公倍数. 则p, q, a, b的大小关系是()

- A. $p \geq q \geq a > b$. B. $q \geq a > b \geq p$. C. $q \geq p \geq a > b$. D. $p \geq a > b \geq q$.

2. 一个分数的分子与分母都是正整数, 且分子比分母小1, 若分子和分母都减去1, 则所得分数为小于 $\frac{6}{7}$ 的正数,

则满足上述条件的分数共有()

- A. 5个. B. 6个. C. 7个. D. 8个.

3. 下列四个等式: $\frac{a}{b}=0$, $ab=0$, $a^2=0$, $a^2+b^2=0$ 中, 可以断定a必等于0的式子共有 ()

- A. 3个. B. 2个. C. 1个. D. 0个.

4. a为有理数. 下列说法中正确的是()

- A. $(a+1)^2$ 的值是正数. B. a^2+1 的值是正数. C. $-(a+1)^2$ 的值是负数. D. $-a^2+1$ 的值小于1.

5. 如果 $1 < x < 2$, 则代数式 $\frac{|x-2|}{x-2} - \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x|}{x}$ 的值是()

- A. -1. B. 1. C. 2. D. 3.

6. a, b, c均为有理数. 在下列

甲: 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$. 乙: 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$. 两个结论中, ()

- A. 甲、乙都真. B. 甲真, 乙不真. C. 甲不真, 乙真. D. 甲、乙都不真.

7. 有理数a, b, c在数轴上的位置如图所示, 式子 $|a| + |b| + |a+b| + |b-c|$ 化简结果为 ()

- A. $2a+3b-c$. B. $3b-c$. C. $b+c$. D. $c-b$.
-

8. ①若 $a=0$, $b \neq 0$, 方程 $ax=b$ 无解. ②若 $a=0$, $b \neq 0$, 不等式 $ax>b$ 无解. ③若 $a \neq 0$, 则方程 $ax=b$ 有唯一解 $x=\frac{b}{a}$;

④若 $a \neq 0$, 则不等式 $ax>b$ 的解为 $x>\frac{b}{a}$. 则()

- A. ①、②、③、④都正确. B. ①、③正确, ②、④不正确.

- C. ①、③不正确, ②、④正确. D. ①、②、③、④都不正确.

9. 若 $abc=1$, 则 $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$ 的值是()

- A. 1. B. 0. C. -1. D. -2.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 有一份选择题试卷共六道小题. 其得分标准是: 一道小题答对得8分, 答错得0分, 不答得2分. 某同学共得了20分, 则他()

- A. 至多答对一道小题. B. 至少答对三道小题.
- C. 至少有三道小题没答. D. 答错两道小题.

二、填空题 (每题1分, 共10分)

1. 绝对值大于13并且小于15.9的所有整数的乘积等于_____.
2. 单项式 $\frac{3}{4}xy^2z^{\frac{m}{11}-21}$ 与 $3xy^2z^{\frac{m-900}{7}+17}$ 是同类项, 则 $m=$ _____.
3. 化简: $\frac{190091}{19901991^2 - 19901989 \times 19901991} =$ _____.
4. 现在弟弟的年龄是哥哥年龄的 $\frac{1}{2}$, 而9年前弟弟的年龄只是哥哥的 $\frac{1}{5}$, 则哥哥现在的年趟龄是_____.
5. 某同学上学时步行, 放学回家乘车往返全程共用了1.5小时, 若他上学、下学都乘车. 则只需0.5小时. 若他上学、下学都步行, 则往返全程要用_____小时.
6. 四个连续正整数的倒数之和是 $\frac{19}{20}$, 则这四个正整数两两乘积之和等于_____.
7. $1.2345^2 + 0.7655^2 + 2.469 \times 0.7655 =$ _____.
8. 在计算一个正整数乘以3.57的运算时, 某同学误将3.57错写为3.57, 结果与正确答案相差14, 则正确的乘积是_____.
9. 某班学生人数不超过50人. 元旦上午全班学生的 $\frac{2}{9}$ 去参加歌咏比赛, 全班学生的 $\frac{1}{4}$ 去玩乒乓球, 而其余学生都去看电影, 则看电影的学生有_____人.
10. 游泳者在河中逆流而上. 于桥A下面将水壶遗失被水冲走. 继续前游20分钟后他发现水壶遗失, 于是立即返回追寻水壶. 在桥A下游距桥A 2公里的桥B下面追到了水壶. 那么该河水流的速度是每小时_____公里.

三、解答题 (每题5分, 共10分, 要求: 写出完整的推理、计算过程, 语言力求简明, 字迹与绘图力求清晰、工整)

1. 有一百名小运动员所穿运动服的号码恰是从1到100这一百个自然数, 问从这100名运动员中至少要选出多少人, 才能使在被选出的人中必有两人, 他们运动服的号码数相差9? 请说明你的理由.
2. 少年科技组制成一台单项功能计算器, 对任意两个整数只能完成求差后再取绝对值的运算, 其运算过程是: 输入第一个整数 x_1 , 只显示不运算, 接着再输入整数 x_2 后则显示 $|x_1 - x_2|$ 的结果, 此后每输入一个整数都是与前次显示的结果进行求差取绝对值的运算, 现小明将从1到1991这一千九百九十九个整数随意地一个一个地输入, 全部输

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

入完毕之后显示的最后结果设为 p . 试求出 p 的最大值, 并说明理由.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

答案与提示**一、选择题**

1. B 2. A 3. A 4. B 5. B 6. C 7. C 8. B 9. A 10. D

提示:

1. 两个自然数的最小公倍数一定不小于两数中较大者. 两个自然数的最大公约数一定不大于两数中较小者. 所以 $q \geq a > b \geq p$. 选B.

2. 设 a 为正整数, 该分数表为 $\frac{a}{a+1}$. 依题意

$$\frac{a-1}{a} < \frac{6}{7}, \text{ 解得 } 0 < a < 7, \text{ 所以 } a \text{ 可取 } 1, 2, 3, 4,$$

5, 6, 六个值. 因此满足上述条件的分数共有五

$$\text{个: } \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7} \text{ 选A.}$$

3. $\frac{a}{b} = 0$, 由于分母 $b \neq 0 \Rightarrow a = 0$. $ab = 0$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ 或 } b = 0, \text{ 即 } a \text{ 未必为 } 0. a^2 = 0 \Rightarrow a = 0,$$

$$a^2 + c^2 = 0, \text{ 则 } a = 0 \text{ 且 } b = 0, \text{ 也有 } a \text{ 必为 } 0. \text{ 所以}$$

, 也有 a 必为0. 所以 a 必为0的式子共有3个.

选A.

4. $a = -1$ 时 $(a+1)^2 = 0$, A不真; $a = -1$ 时 $-(a+1)^2 = 0$, C也不真; $a = 0$ 时 $-a^2 + 1 = 1$, D不真; 只有对任意有理数 a , $a^2 + 1 > 0$ 成立. 选B.

5. 当 $1 < x < 2$ 时, $x > 0$, $x-1 > 0$, $x-2 < 0$.

$$\therefore |x| = x, |x-1| = x-1, |x-2| = 2-x.$$

$$\begin{aligned} &\therefore \frac{|x-2|}{x-2} - \frac{|x-1|}{1-x} + \frac{|x|}{x} \\ &= \frac{2-x}{x-2} - \frac{x-1}{1-x} + \frac{x}{x} \end{aligned}$$

$$= -1 - (-1) + 1 = 1. \text{ 选B.}$$

6. 若 $c=0$, 甲不正确. 对于乙, 若 $ac^2 > bc^2$, 可推出 $c \neq 0$, $\therefore c^2 > 0$, 进而推出 $a > b$, 乙正确. 选C.

7. 由图4可见, $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$, $b > 0 \Rightarrow |b| = b$, $a+b = 1+a+(b-1) > 0$. $\therefore |a+b| = a+b$. $c > b \Rightarrow c-b > 0$, $|b-c| = c-b$. $\therefore |a| + |b| + |a+b| + |b-c| = -a+b+a+b+c-b = b+c$. 选C.

8. 若 $a=0$, $b=-1$, $0x > -1$, 可见②无解不

真. 若 $a \neq 0$ 比如 $a = -1$. $-x > b \Rightarrow x < -b$, ④不真.

只有①, ③是正确. 选B.

9. $abc=1$, 则 a , b , c 均不为0.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\begin{aligned} & \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \\ &= \frac{\frac{a}{ac}}{1+\frac{ac+c}{abc}} + \frac{\frac{b}{b}}{1+\frac{bc+b}{bc}} + \frac{\frac{c}{c}}{1+\frac{bc+b}{bc}} \\ &= \frac{\frac{b+1+bc}{b+bc}}{1+\frac{bc+b}{bc}} + \frac{\frac{bc+b+1}{bc}}{1+\frac{bc+b}{bc}} + \frac{\frac{1+b+bc}{b+bc}}{1+\frac{bc+b}{bc}} \\ &= \frac{1+b+bc}{b+1+bc} = 1. \end{aligned}$$

选A.

10. 设选对x题, 不选的有z题, 选错的有y题. 依题意有 $x+y+z=6$, $8x+2z=20$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, 且都为整数). 解之得 $x=2$, $y=2$, $z=2$, 选D.

二、填空题

提示:

1. 绝对值大于13而小于15.9的所有整数是-15, -14, 14, 15, 其乘积为 $(-14)(-15)(14)(15)=44100$.

2. 单项式 $\frac{3}{4}xy^2z^{\frac{m-21}{11}}$ 与 $3xy^2z^{\frac{m-990}{7}+17}$ 是同类

项, 应有 $\frac{m}{11} - 21 = \frac{m-990}{7} + 17$, $4m = 7964$,

$m = 1991$.

3. 令 $n=19901990$, $n-1=19901989$, $19901991=n+1$.

则分母 $19901991^2 - 19901989 \times 19901991 = (n+1)^2 - (n-1)(n+1) = 2(n+1)$.

所以答案为 $\frac{190091}{39803982}$.

4. 设哥哥现年为 x 岁, 弟弟现年为 $\frac{x}{2}$ 岁, 九年

前弟弟年龄为 $\frac{x}{2} - 9$, 哥哥年龄为 $(x - 9)$.

由题意 $\frac{x}{2} - 9 = \frac{1}{5}(x - 9)$, $x = 24$.

5. 设步行速度为 x , 乘车速度为 y , 学校到家路程为 s , 则

$$\frac{s}{x} + \frac{s}{y} = 15, \quad \frac{2s}{y} = 0.5 \Rightarrow \frac{s}{y} = 0.25.$$

$$\therefore \frac{s}{x} = 1.25 \Rightarrow \frac{2s}{x} = 2.5$$

6. 设所求的四个连续整数分别为 a , $a+1$,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\alpha + 2, \alpha + 3 \text{ 且 } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha+2} + \frac{3}{\alpha+3} = \frac{19}{20} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\alpha} > \frac{19}{20 \times 4}, \quad \frac{1}{\alpha+3} < \frac{19}{20 \times 4} \text{ 解得:}$$

$$1 \frac{4}{19} < \alpha < 4 \frac{4}{19} \Rightarrow \alpha = 2, \text{ 或 } \alpha = 3.$$

$$\text{但 } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{77}{60} > \frac{19}{20}.$$

$\therefore \alpha = 2$ 不合题设条件.

$$\begin{aligned} \text{当 } \alpha = 3 \text{ 时, } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} &= \frac{20 + 15 + 12 + 10}{60} \\ &= \frac{57}{60} = \frac{19}{20}. \text{ 所以这四个数为 } 3, 4, 5, 6, \text{ 其两两乘积之} \end{aligned}$$

和为 $3 \times 4 + 3 \times 5 + 3 \times 6 + 4 \times 5 + 4 \times 6 + 5 \times 6 = 119$.

$$\begin{aligned} 7. \text{ 令 } x = 1.2345, y = 0.7655, \text{ 则 } 2xy &= 2.469 \times 0.7655, 1.2345^2 + 0.7655^2 + 2.469 \times \\ 0.7655 &= (x+y)^2 = (1.2345 + 0.7655)^2 = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

$$8. \dot{3}.\dot{5}\dot{7} = 3 \frac{52}{90}, \text{ 设一个正数为 } x. \text{ 依题意}$$

$$\dot{3}.\dot{5}\dot{7} x - 3.57x = 14$$

$$x = 180.$$

$$\begin{aligned} \text{所以, 正确的乘积结果为 } \dot{3}.\dot{5}\dot{7} \times 180 &= \frac{322}{90} \times 180 \\ &= 644. \end{aligned}$$

9. 显然全班人数被9整除, 也被4整除, 所以被4和9的最小公倍36整除, 但全班人数小于50, 可见全班总计36人, 看电影的同学为 $36 - 8 - 9 = 19$.

10. 设该河水速每小时 x 公里. 游泳者每小时游 a 公里. 那末游泳游 a 公里. 那末游泳者自桥A逆流游了 $\frac{20}{60}(a-x)$ 公里.

在返回追寻的时间用了 $\frac{2 + \frac{20}{60}(a-x)}{a+x}$ 小时, 它比水

壶在遗失后漂流时间 $\frac{2}{x}$ 小时少 $\frac{20}{60}$ 小时. 由此得方程

$$\frac{2 + \frac{20}{60}(a-x)}{a+x} = \frac{2}{x} - \frac{20}{60}.$$

解得 $x=3$. 即该河水速每小时3公里.

三、解答题

1. 若选出54个人, 他们的号码是1, 2, ..., 8, 9, 19, 20, ..., 26, 27, 37, 38..., 44, 45, 55, 56, ...,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

62, 63, 73, 74, …, 80, 81, 91, 92…, 98, 99. 的时候, 任两个人号码数之差均不等于9.

可见, 所选的人数必 ≥ 55 才有可能.

我们证明, 至少要选出55人时一定存在两个运动员号码之差恰是9.

被选出的55人有55个不同号码数, 由于 $55=6\times 9+1$, 所以其中必有7个号码数被9除余数是相同的. 但由1—100这一百个自然数中, 被9除余数相同的数最多为12个数. 因此7个数中一定有两个是“大小相邻”的, 它们的差等于9.

所以至少要选出55名小运动员, 才能使其中必有两人运动服的号码数相差9.

2. 由于输入的数都是非负数. 当 $x_1\geq 0, x_2\geq 0$ 时, $|x_1-x_2|$ 不超过 x_1, x_2 中最大的数. 对 $x_1\geq 0, x_2\geq 0, x_3\geq 0$, 则 $||x_1-x_2|-x_3|$ 不超过 x_1, x_2, x_3 中最大的数. 小明输入这1991个数设次序是 $x_1, x_2, \dots, x_{1991}$, 相当于计算: $||\dots||x_1-x_2|-x_3|\dots\dots-x_{1990}|-x_{1991}|=P$. 因此P的值 ≤ 1991 .

另外从运算奇偶性分析, x_1, x_2 为整数.

$|x_1-x_2|$ 与 x_1+x_2 奇偶性相同. 因此P与 $x_1+x_2+\dots+x_{1991}$ 的奇偶性相同.

但 $x_1+x_2+\dots+x_{1991}=1+2+\dots+1991$ =偶数. 于是断定 $P\leq 1990$. 我们证明P可以取到1990.

对1, 2, 3, 4, 按如下次序 $|||1-3|-4|-2|=0$.

$|||(4k+1)-(4k+3)|(4k+4)|-(4k+2)|=0$, 对 $k=0, 1, 2, \dots$ 均成立. 因此, 1-1988可按上述办法依次输入最后显示结果为0. 而后 $||1989-1990|-1991|=1990$.

所以P的最大值为1990.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第三屆（1992年）初中一年级第1试试题

一、选择题（每题1分，共10分）

1. 有理数 $-\frac{1}{a}$ 一定不是（ ）

A. 正整数. B. 负整数. C. 负分数. D. 0.

2. 下面给出的四对单项式中，是同类项的一对是（ ）

A. $\frac{1}{3}x^2y$ 与 $-3x^2z$; B. $3.22m^2n^3$ 与 $\frac{1}{1992}n^3m^2$; C. $0.2a^2b$ 与 $0.2ab^2$; D. $11abc$ 与 $\frac{1}{11}ab$.

3. $(x-1)-(1-x)+(x+1)$ 等于（ ）

A. $3x-3$. B. $x-1$. C. $3x-1$. D. $x-3$.

4. 两个10次多项式的和是（ ）

A. 20次多项式. B. 10次多项式. C. 100次多项式. D. 不高于10次的多项式.

5. 若 $a+1 < 0$, 则在下列每组四个数中, 按从小到大的顺序排列的一组是（ ）

A. $a, -1, 1, -a$. B. $-a, -1, 1, a$. C. $-1, -a, a, 1$. D. $-1, a, 1, -a$.

6. $a=-123.4-(-123.5)$, $b=123.4-123.5$, $c=123.4-(-123.5)$, 则（ ）

A. $c>b>a$. B. $c>a>b$. C. $a>b>c$. D. $b>c>a$.

7. 若 $a<0$, $b>0$, 且 $|a|<|b|$, 那么下列式子中结果是正数的是（ ）

A. $(a-b)(ab+a)$. B. $(a+b)(a-b)$. C. $(a+b)(ab+a)$. D. $(ab-b)(a+b)$.

8. 从 $2a+5b$ 减去 $4a-4b$ 的一半, 应当得到（ ）

A. $4a-b$. B. $b-a$. C. $a-9b$. D. $7b$.

9. a, b, c, m 都是有理数, 并且 $a+2b+3c=m$, $a+b+2c=m$, 那么 b 与 c （ ）

A. 互为相反数. B. 互为倒数. C. 互为负倒数. D. 相等.

10. 张梅写出了五个有理数, 前三个有理数的平均值为15, 后两个有理数的平均值是10, 那么张梅写出的五个有理数的平均值是（ ）

A. 5; B. $8\frac{1}{3}$; C. $12\frac{1}{2}$; D. 13.

二、填空题（每题1分，共10分）

1. $2+(-3)+(-4)+5+6+(-7)+(-8)+9+10+(-11)+(-12)+13+14+15=$ _____.

2. $\frac{(-2)\times 5 \times (-8) \times (-12)}{(-3) \times 4 \times (-15)} =$ _____.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

3. $\frac{1}{2}[(+1)^{19} + (-1)^{92} + (+1)^3 + (-1)^{22}] = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 若 $P=a^2+3ab+b^2$, $Q=a^2-3ab+b^2$, 则代入到代数式 $P-[Q-2P-(-P-Q)]$ 中, 化简后, 是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. $1992 - \{1991 - 1992[1991 - 1990(1991 - 1992)^{1990}]\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 六个单项式 $15a^2$, xy , $\frac{2}{3}a^2b^3$, $0.11m^3$, $-abc$, $-\frac{3a^2b}{4}$ 的数字系数之和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

7. 小华写出四个有理数, 其中每三数之和分别为 2 , 17 , -1 , -3 , 那么小华写出的四个有理数的乘积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 一种小麦磨成面粉后, 重量要减少 15% , 为了得到 4250 公斤面粉, 至少需要 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公斤的小麦.

9. 满足 $\frac{2+x}{2} \geq \frac{2x-1}{3}$ 的 x 值中, 绝对值不超过 11 的那些整数之和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 在下图所示的每个小方格中都填入一个整数:

z			9			x			2				y
-----	--	--	-----	--	--	-----	--	--	-----	--	--	--	-----

并且任意三个相邻格子中所填数之和都等于 5 , 则 $\frac{x+y+z}{xyz} = \underline{\hspace{2cm}}$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案与提示**一、选择题**

1. D 2. B 3. C 4. D 5. A 6. B 7. A 8. D 9. A 10. D

提示:

1. 因 $-\frac{1}{a}$ 为有理数, 所以 $a \neq 0$.

若 $a = -1$, $-\frac{1}{a} = 1$, 排除A.

若 $a = 1$, $-\frac{1}{a} = -1$, 排除B.

若 $a = 2$, 则 $-\frac{1}{a} = -\frac{1}{2}$ 是负分数, 排除C.

故选D.

2. 依同类项的定义, 选B.

3. $(x-1)-(1-x)+(x+1)$

$=x-1-1+x+x+1=3x-1$, 选C.

4. 多项式 $x^{10}+x$ 与 $-x^{10}+x^2$ 之和为 x^2+x 是个次数低于10次的多项式, 因此排除了A、B、C, 选D.

5. 由 $a+1 < 0$, 知 $a < -1$, 所以 $-a > 1$. 于是由小到大的排列次序应是 $a < -1 < 1 < -a$, 选A.

6. 易见 $a=-123.4+123.5=0.1$, $b=123.4-123.5 < 0$, $c=123.4-(-123.5) > 123.4 > a$, 所以 $b < a < c$, 选B.

7. 因为 $a < 0$, $b > 0$. 所以 $|a| = -a$, $|b| = b$. 由于 $|a| < |b|$ 得 $-a < b$, 因此 $a+b > 0$, $a-b < 0$. $ab+a < 0$, $ab-b < 0$. 所以应有 $(a-b)(ab+a) > 0$ 成立, 选A.

8. $(2a+5b) - \frac{1}{2}(4a-4b) = 2a+5b-2a+2b=7b$, 选D.

9. 因为 $a+2b+3c=m=a+b+2c$, 所以 $b+c=0$, 即 b , c 互为相反数, 选A.

10. 前三个数之和 $= 15 \times 3$,

后两个数之和 $= 10 \times 2$.

所以五个有理数的平均数为

$\frac{15 \times 3 + 10 \times 2}{5} = 13$, 选D.

二、填空题

题号	1	2	3	4	5
答案	29	$-5\frac{1}{3}$	2	$12ab$	1993

题号	6	7	8	9	10
答案	$15\frac{2}{75}$	-1728	5000	-30	$-\frac{1}{108}$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

提示:1. 前12个数, 每四个一组, 每组之和都是0. 所以总和为 $14+15=29$.

$$\begin{aligned} 2. \quad & \frac{(-2) \times 5 \times (-8) \times (-12)}{(-3) \times (4) \times (-15)} \\ & = -\frac{2 \times 5 \times 8 \times 12}{3 \times 4 \times 15} = -\frac{16}{3} = -5\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad & \frac{1}{2}[(+1)^{19} + (-1)^{22} + (+1)^3 + (-1)^{22}] \\ & = \frac{1}{2}[1+1+1+1] = \frac{4}{2} = 2. \end{aligned}$$

4. 因为 $P-[Q-2P-(-P-Q)]$

$$=P-Q+2P+(-P-Q)$$

$$=P-Q+2P-P-Q$$

$$=2P-2Q=2(P-Q)$$

以 $P=a^2+3ab+b^2$, $Q=a^2-3ab+b^2$ 代入,

$$\text{原式}=2(P-Q)=2[(a^2+3ab+b^2)-(a^2-3ab+b^2)]$$

$$=2(6ab)=12ab.$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \text{原式} &= 1992 - \{1991 - 1992[1991 - 1990]\} \\ &= 1992 - \{1991 - 1992\} = 1992 - (-1) \\ &= 1993. \end{aligned}$$

6. 六个单项式的系数依次为:

$$15, +1, \frac{2}{3}, 0.11, -1, -\frac{3}{4}$$

$$\text{它们的和} = 15 + 1 + \frac{2}{3} + 0.11 + (-1) + \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\begin{aligned} &= 15 + \frac{2}{3} + \frac{11}{100} - \frac{3}{4} \\ &= 15 + \frac{200 + 33 - 225}{300} \\ &= 15\frac{8}{300} = 15\frac{2}{75}. \end{aligned}$$

7. 小华写四个有理数之和为

$$\frac{2+17+(-1)+(-3)}{3} = 5.$$

分别减去每三数之和后可得这四个有理数依次为3, -12, 6, 8. 所以, 这四个有理数的乘积 $=3 \times (-12) \times 6 \times 8 = -1728$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

8. 设需要x公斤小麦, 根据题意, 得

$$x - \frac{15}{100}x = 4250.$$

解方程, 得 $x=5000$.

答: 需要5000公斤小麦.

9. 由 $\frac{2+x}{2} \geq \frac{2x-1}{3}$,

去分母, 得 $3(2+x) \geq 2(2x-1)$ 去括号, 得 $6+3x \geq 4x-2$ 移项, 得 $3x-4x \geq -2-6$ 合并同类项 $-x \geq -8$ 于是 $x \leq 8$.其中绝对值不超过11的整数之和为 $(-9)+(-10)+(-11)=-30$.

10. 容易断定与x相邻的两个数分别为9与2, 即

9	x	2
---	---	---

因为 $9+x+2=5$, 则 $x=-6$, 依任意三个相邻格子中所填数之和都等于5, 分别确定出每个格子中所填之数如下:

9	-6	2	9	-6	2	9	-6	2	9	-6	2	9	-6
z			9			x			2				y

断定 $y=-6$, $z=9$. 所以

$$\frac{x+y+z}{xyz} = \frac{(-6)+(-6)+9}{(-6)(-6) \cdot 9} = \frac{-3}{324} = -\frac{1}{108}.$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第三屆（1992年）初中一年级第2试试题

一、选择题（每题1分，共10分）

1. 若 $8.047^3=521.077119823$, 则 0.8047^3 等于 ()

A. 0.521077119823. B. 52.1077119823. C. 571077.119823. D. 0.00521077119823.

2. 若一个数的立方小于这个数的相反数, 那么这个数是 ()

A. 正数. B. 负数. C. 奇数. D. 偶数.

3. 若 $a>0$, $b<0$ 且 $a<|b|$, 则下列关系式中正确的是 ()A. $-b>a>-a>b$. B. $b>a>-b>-a$. C. $-b>a>b>-a$. D. $a>b>-a>-b$.

4. 在1992个自然数: 1, 2, 3, ..., 1991, 1992的每一个数前面任意添上“+”号或“-”号, 则其代数和一定是 ()

A. 奇数. B. 偶数. C. 负整数. D. 非负整数.

5. 某同学求出1991个有理数的平均数后, 粗心地把这个平均数和原来的1991个有理数混在一起, 成为1992个有理数, 而忘掉哪个是平均数了. 如果这1992个有理数的平均数恰为1992. 则原来的1991个有理数的平均数是 ()

A. 1991.5. B. 1991. C. 1992. D. 1992.5.

6. 四个互不相等的正数a, b, c, d中, a最大, d最小, 且, 则a+d与b+c的大小关系是()

A. $a+d < b+c$. B. $a+d > b+c$. C. $a+d = b+c$. D. 不确定的.7. 已知p为偶数, q为奇数, 方程组 $\begin{cases} x-1992y=p \\ 1993x+3y=q \end{cases}$ 的解是整数, 那么()

A. x是奇数, y是偶数. B. x是偶数, y是奇数.

C. x是偶数, y是偶数. D. x是奇数, y是奇数.

8. 若 $x-y=2$, $x^2+y^2=4$, 则 $x^{1992}+y^{1992}$ 的值是 ()A. 4. B. 1992^2 . C. 2^{1992} . D. 4^{1992} .9. 如果x, y只能取0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9中的数, 并且 $3x-2y=1$, 那么代数式 $10x+y$ 可以取到()不同的值.

A. 1个. B. 2个. C. 3个. D. 多于3个的.

10. 某中学科技楼窗户设计如图15所示. 如果每个符号(窗户形状)代表一个阿拉伯数码, 每横行三个符号自左至右看成一个三位数. 这四层组成四个三位数, 它们是837, 571, 206, 439. 则按照图15中所示的规律写出1992应是图16中的()

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

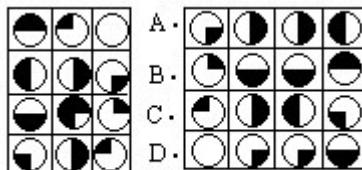


图15

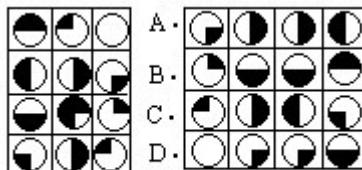


图16

二、填空题 (每题1分, 共10分)1. a, b, c, d, e, f是六个有理数, 关且 $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$, $\frac{b}{c} = \frac{1}{3}$, $\frac{c}{d} = \frac{1}{4}$, $\frac{d}{e} = \frac{1}{5}$, $\frac{e}{f} = \frac{1}{6}$, 则 $\frac{f}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.2. 若三个连续偶数的和等于1992. 则这三个偶数中最大的一个与最小的一个的平方差等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.3. 若 $x^3+y^3=1000$, 且 $x^2y-xy^2=-496$, 则 $(x^3-y^3)+(4xy^2-2x^2y)-2(xy^2-y^3)=\underline{\hspace{2cm}}$.4. 三个互不相等的有理数, 既可表示为1, a+b, a的形式, 又可表示为0, $\frac{b}{a}$, b, 的形式, 则 $a^{1992}+b^{1993}=\underline{\hspace{2cm}}$.5. 海滩上有一堆核桃. 第一天猴子吃掉了这堆核桃的个数的 $\frac{2}{5}$, 又扔掉4个到大海中去, 第二天吃掉的核桃数再加上3个就是第一天所剩核桃数的 $\frac{5}{8}$, 那么这堆核桃至少剩下 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.6. 已知不等式 $3x-a \leq 0$ 的正整数解恰是1, 2, 3. 那么a的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.7. a, b, c是三个不同的自然数, 两两互质. 已知它们任意两个之和都能被第三个整除. 则 $a^3+b^3+c^3=\underline{\hspace{2cm}}$.8. 若 $a=1990$, $b=1991$, $c=1992$, 则 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\underline{\hspace{2cm}}$.9. 将2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11这个10个自然数填到
子中只填一个数, 使得田字形的4个格子中所填数字之和都等于10. 购买五种教学用具 A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 的件数和用钱总数列

品名 次数	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	总钱数
第一次购件 数	1	3	4	5	6	1992元
第二次购件 数	1	5	7	9	11	2984元

那么, 购买每种教具各一件共需 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.**三、解答题 (每题5分, 共10分)**

1. 将分别写有数码1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9的九张正方形卡片排成一排, 发现恰是一个能被11整除的最大九位数. 请你写出这九张卡片的排列顺序, 并简述推理过程.

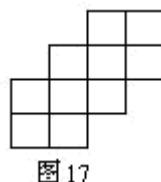


图17中10个格子里, 每个格

p. 则p的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

成下表:

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

2. 一个自然数a, 若将其数字重新排列可得一个新的自然数b. 如果a恰是b的3倍, 我们称a是一个“希望数”.

(1) 请你举例说明: “希望数”一定存在.

(2) 请你证明: 如果a, b都是“希望数”, 则ab一定是729的倍数.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案与提示**一、选择题**

1. A 2. B 3. A 4. B 5. C 6. B 7. B 8. C 9. C 10. D

提示:

$$1. \text{ 因为 } \left(\frac{\alpha}{1000}\right)^3 = \frac{\alpha^3}{1000^3}$$

所以将 $8.047^3=512.077119823$ 的小数点向前移三位得 0.512077119823 , 即为 0.8047^3 的值, 选A.

2. 设该数为 a , 由题意 $-a$ 为 a 的相反数, 且有 $a^3 < -a$,

$$\therefore a^3 + a < 0, a(a^2 + 1) < 0,$$

因为 $a^2 + 1 > 0$, 所以 $a < 0$, 即该数一定是负数, 选B.

3. 已知 $a > 0$, $b < 0$, $a < |b|$. 在数轴上直观表示出来, b 到原点的距离大于 a 到原点的距离, 如图18所示. 所以 $-b > a > -a > b$, 选A.

4. 由于两个整数 a , b 前面任意添加“+”号或“-”号, 其代数和的奇偶性不变. 这个性质对 n 个整数也是正确的. 因此,

1, 2, 3..., 1991, 1992, 的每一个数前面任意添上“+”号或“-”号, 其代数和的奇偶性与 $(-1)^{+2-3+4-5+6-7+8-\dots-1991+1992}=996$ 的奇偶性相同, 是偶数, 所以选B.

5. 原来 1991 个数的平均数为 m , 则这个 1991 个数总和为 $m \times 1991$. 当 m 混入以后, 那 1992 个数之和为 $m \times 1991 + m$, 其平均数是 1992, 即 $\frac{m \times 1991 + m}{1992} = 1992$,

$$\therefore m = 1992, \text{ 选C.}$$

6. 在四个互不相等的正数 a , b , c , d 中, a 最大, d 最小, 因此有 $a > b$, $a > c$, $a > d$, $b > d$, $c > d$.

$$\begin{aligned} \text{由 } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \\ \Leftrightarrow \frac{a-b}{c-d} = \frac{b}{d}. \end{aligned}$$

因为 $b > d > 0$, 所以 $\frac{a-b}{c-d} = \frac{b}{d} > 1$,
即 $a-b > c-d$.

所以 $a+b > b+c$, 成立, 选B.

7. 由方程组

$$\begin{cases} x - 1992y = p & ① \\ 1993x + 3y = q & ② \end{cases}$$

以及 p 为偶数, q 为奇数, 其解 x , y 又是整数.

由 ① 可知 x 为偶数, 由 ② 可知 y 是奇数, 选B.

8. 由 $x-y=2$ ①

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

平方得 $x^2 - 2xy + y^2 = 4 \quad \text{②}$ 又已知 $x^2 + y^2 = 4 \quad \text{③}$ ③ - ② 得 $2xy = 0 \Rightarrow xy = 0.$

所以 x, y 中至少有一个为 0, 但 $x^2 + y^2 = 4$. 因此, x, y 中只能有一个为 0, 另一个为 2 或 -2. 无论哪种情况, 都有 $x^{1992} + y^{1992} = 0^{1992} + (\pm 2)^{1992} = 2^{1992}$, 选 C.

9. 设 $10x + y = a$, 又 $3x - 2y = 1$, 代入前式得

$$a = \frac{23x - 1}{2} \quad (*)$$

由于 x, y 取 0—9 的整数, $10x + y = a$ 的 a 值取非负整数. 由 (*) 式知, 要 a 为非负整数, $23x$ 必为奇数, 从而 x 必取奇数 1, 3, 5, 7, 9.

另一方面, $3x - 2y = 1$ 得 $y = \frac{3x - 1}{2}$, 但 y 最大取值是 9, 所以 $y = \frac{3x - 1}{2} \leq 9$.

$3x \leq 19$, $x \leq 6\frac{1}{3}$. 因此, x 只能取 1, 3, 5 这

三个奇数值, y 相应地取 1, 4, 7 这三个值. 这时, $a = 10x + y$ 可以取到三个不同的值 11, 34 和 57, 选 C.

二、填空题

题号	1	2	3	4	5
答案	720	5312	1992	2	6

题号	6	7	8	9	10
答案	$9 \leq a < 12$	36	3	28	1000

提示:

$$\begin{aligned} 1. \text{ 由于 } \frac{a}{f} &= \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{f} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{e} \cdot \frac{e}{f} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{720}. \\ \therefore \frac{f}{a} &= \frac{720}{1} = 720. \end{aligned}$$

2. 三个连续偶数之和为 1992, 则中间一个

偶数应为 $\frac{1992}{3} = 664$, 其余另两个偶数分别为 662

与 666, 所以最大的一个偶数与最小的一个偶数的平方差等于

$$666^2 - 662^2 = (666+662)(666-662) = 1328 \times 4 = 5312.$$

3. 由于 $x^3 + y^3 = 1000$, 且 $x^2y - xy^2 = -496$, 因此要把 $(x^3 - y^3) + (4xy^2 - 2x^2y) - 2(xy^2 - y^3)$ 分组、凑项表示为含 $x^3 + y^3$ 及 $x^2y - xy^2$ 的形式, 以便代入求值, 为此有

$$(x^3 - y^3) + (4xy^2 - 2x^2y) - 2(xy^2 - y^3) = x^3 + y^3 + 2xy^2 - 2x^2y = (x^3 + y^3) - 2(x^2y - xy^2) = 1000 - 2(-496) = 1992.$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

4. 由于三个互不相等的有理数, 既可表示为1, $\frac{a+b}{a}$, a 的形式, 又可表示为0, $\frac{b}{a}$, b 的形式. 也就是说这两个三数组分别对应相等, 于是可以断定, $a+b$ 与 a 中有一个为0, $\frac{b}{a}$ 与 b 中有一个为1,

但若 $a=0$, 会使 $\frac{b}{a}$ 没意义, 所以 $a\neq 0$, 只能是

$a+b=0 \Rightarrow a=-b$, 又 $a\neq 0 \Rightarrow \frac{b}{a}=-1$, 由于0,

$\frac{b}{a}$, b 为两两不相等的有理数, 在 $\frac{b}{a}=-1$ 的情况下,

下, 只能是 $b=1$. 于是 $a=-1$.

所以, $a^{1992}+b^{1993}=(-1)^{1992}+(1)^{1993}=1+1=2$.

5. 设这堆核桃共 x 个. 依题意

第一天吃掉 $\frac{2}{5}x+4$, 剩余 $\frac{3}{5}x-4$.

第二天吃掉 $\frac{5}{8}\left(\frac{3}{5}x-4\right)-3$, 剩余 $\frac{3}{8}\left(\frac{3}{5}x-4\right)+3$.

我们以 m 表示这堆核桃所剩的数目(正整数), 即

$$m = \frac{3}{8}\left(\frac{3}{5}x-4\right)+3 = \frac{9x}{40} + \frac{3}{2} = \frac{9x+60}{40},$$

目标是求 m 的最小正整数值.

由 $m = \frac{9x+60}{40}$, 要 m 为正整数, x 也是正整

数, $40m = 9x+60$.

可知, 必须 $20|x$ 即 $x=20, 40, 60, 80, \dots$

以 $x=20$ 代入得 $m = \frac{9 \times 20 + 60}{40} = \frac{240}{40} = 6$,

m 为正整数, 可见这堆核桃至少剩下6个.

6. 由 $3x-a \leq 0 \Rightarrow x \leq \frac{a}{3}$

由于 x 取整数解1、2、3, 表明 x 不小于3,

而 x 小于4, 可见 $3 \leq \frac{a}{3} < 4$. 即 $9 \leq a < 12$.

7. 不妨设 $a>b>c \Rightarrow 2a>b+c$, $\frac{b+c}{a}<2$,

由已知, $\frac{b+c}{a}$ 应为正整数, 所以只能 $\frac{b+c}{a}=1$,

于是 $b+c=a$. 由于这三个数中任两个之和

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

可被第三个整除, 应有 $b|a+c$.

$$\therefore b|(b+c+c) \text{ 即 } b|(b+2c) \Rightarrow b|2c \text{ 又}$$

由于 b, c 互质, $\therefore b|2$, 又 $b > c$, $\therefore b \geq 2$, 但 $b|2$, 只能是 $b=2$.于是 $c=1, a=3$. 因此 $a^3+b^3+c^3=3^3+2^3+1^3=27+8+1=36$.8. 因为 $a=1990, b=1991, c=1992$, 所以

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) \\ &= \frac{1}{2}[(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2)] \\ &= \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \\ &= \frac{1}{2}[(1990-1991)^2 + (1991-1992)^2 + (1992-1990)^2] \\ &= \frac{1}{2}[(-1)^2 + (-1)^2 + (+2)^2] = 3. \end{aligned}$$

9. 将 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 填入这 10 个格子中, 按田字格 4 个数之和均等于 p , 其总和为 $3p$, 其中居中 2 个格子所填之数设为 x 与 y , 则 x, y 均被加了两次, 所以这 3 个田字形所填数的总和为

$$2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+x+y=65+x+y$$

于是得 $3p=65+x+y$.要 p 最大, 必须 x, y 最大, 由于 $x+y \leq 10+11=21$.所以 $3p=65+x+y \leq 65+21=86$.

$$\text{解得 } p \leq \frac{86}{3} = 28\frac{2}{3}.$$

所以 p 取最大整数值应为 28.事实上, 如图 19 所示可以填入这 10 个数使得 $p=28$ 成立.所以 p 的最大值是 28.10. 设 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 的单价分别为 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 元.

则依题意列得关系式如下:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 1992 & ① \\ x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 + 11x_5 = 2984 & ② \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{即 } &\begin{cases} (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\ + (2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5) = 1992 & ③ \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\ + 2(2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5) = 2984 & ④ \end{cases} \\ & ③ \times 2 - ④ \text{ 式得} \end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \times 1992 - 2984 = 1000.$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

所以购买每种教具各一件共需1000元。

三、解答题

1. 解① (逻辑推理解)

我们知道, 用1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9排成的最大九位数是987654321. 但这个数不是11倍的数, 所以应适当调整, 寻求能被11整除的最大的由这九个数码组成的九位数.

设奇位数字之和为x, 偶位数字之和为y.

则 $x+y=1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$.

由被11整除的判别法知

$x-y=0, 11, 22, 33$ 或 44 .

但 $x+y$ 与 $x-y$ 奇偶性相同, 而 $x+y=45$ 是奇数, 所以 $x-y$ 也只能取奇数值11或33.

于是有

$$(I) \begin{cases} x+y=45, \\ x-y=11. \end{cases} \quad (II) \begin{cases} x+y=45, \\ x-y=33. \end{cases}$$

由(I)解得 $\begin{cases} x=28, \\ y=17. \end{cases}$

由(II)解得 $\begin{cases} x=39, \\ y=6. \end{cases}$

但所排九位数偶位数字和最小为 $1+2+3+4=10 > 6$. 所以(II)的解不合题意, 应该排除, 由此只能取 $x=28, y=17$.

987654321的奇位数字和为25, 偶位数字和为20, 所以必须调整数字, 使奇位和增3, 偶位和减3才行。为此调整最后四位数码, 排成987652413即为所求.

解② (观察计算法)

987654321被11除余5. 因此, 987654316是被11整除而最接近987654321的九位数. 但987654316并不是由1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9排成的, 其中少数字2, 多数字6. 于是我们由987654316开始, 每次减去11, 直到遇到恰由1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9九个数字组成的九位数为止. 其过程是

987654316 → 987654305 → 987654294 → 987654283

→ 987654272 → 987654261 → 987654250 → 987654239

→ 987654228 → 987654217 → 987654206 → 987654195

→ 987654184 → → 987652435 → 987652424

→ 987652413.

这其间要减去173次11, 最后得出一个恰由九个数码组成的九位数987652413, 为所求, 其最大性是显见的, 这个方法虽然操作173次, 但算量不繁, 尚属解决本题的一种可行途径, 有一位参赛学生用到了此法, 所以我们整理出来供大家参考.

2. (1) 答: 由于 $428571=3\times 142857$, 所以428571是一个“希望数”.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

说明: 一个自然数a, 若将其数字重新排列可得一个新的自然数b. 如果a恰是b的3倍, 我们称a是一个“希望数”. 这实际上给出了“希望数”的定义. 考察参赛学生阅读理解定义的能力, 并能举例说明被定义的对象存在. 在一位数、二位数、三位数中找不到“希望数”. 而在四位数中很容易找到实例.

如: $3105=3\times 1035$, 所以3105是个“希望数”;

或: $7425=3\times 2475$, 所以7425是个“希望数”;

或: $857142=3\times 285714$, 所以857142是个“希望数”;

以下我们再列举几个同学们举的例子供参考, 如:

$37124568=3\times 12374856$

$43721586=3\times 14573862$

$692307=3\times 230769$

$461538=3\times 153846$

$705213=3\times 235071$

$8579142=3\times 2859714$

$594712368=3\times 198237456$

$37421568=3\times 12473856$

$341172=3\times 113724$.

可见 37124568 , 43721586 , 592307 , 461538 , 705213 , 8579142 , 594712368 , 37421568 , 341172 都是希望数, 事实上用3105是希望数, 可知 31053105 也是“希望数”, 只要这样排下去, 可以排出无穷多个“希望数”. 因此, “希望数”有无穷多个.

(2) 由a为“希望数”, 依“希望数”定义知, 存在一个由a的数字重新排列而成的自然数p, 使得 $a=3p$ 并且a的数字和等于p的数字和.

由 $a=3p$ 和a为3的倍数.

但a的数字和等于p的数字和, 所以由整除判别法, 知 $3|p$. 即p为3的倍数, 所以

$p = 3m$ (m 为正整数),

因此 $a = 3 \times p = 3 \times (3m) = 9m$.

因此a被9整除.

但a的数字和等于p的数字和, 所以由被9整除的判别法可得 $9|p$, 即

$p = 9k$ (k 为整数).

所以 $p = 3a = 3 \times (9k) = 27k$.

于是a是27的倍数.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

这样就证明了, “希望数”一定能被27整除.

现已知a, b都是“希望数”, 所以a, b都是27的倍数.

即 $a=27n_1$, $b=27n_2$ (n_1, n_2 为正整数).

所以 $ab=(27n_1)(27n_2)$

$=(27\times 27)(n_1\times n_2)$

$=729n_1n_2$.

所以ab一定是729的倍数.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第四届（1993年）初中一年级第1试试题

一、选择题: (每题1分, 共15分)

1. 若 a 是有理数, 则 $m - \frac{1}{a} - \frac{2}{a} + \frac{3}{a} - \frac{4}{a} + \frac{5}{a}$ 一定不是()

- A. 正整数. B. 负整数. C. 负分数. D. 零.

2. $1993 - \{1993 - [1993 - (1992 - 1993)]\}$ 的值等于()

- A. -1995. B. 1991. C. 1995. D. 1993.

3. 若 $a < b$, 则 $(a-b)|a-b|$ 等于()

- A. $(a-b)^2$. B. b^2-a^2 . C. a^2-b^2 . D. $-(a-b)^2$.

4. 若 n 是正整数, 并且有理数 a, b 满足 $a+\frac{1}{b}=0$, 则必有()

$$A. a^n + \left(\frac{1}{b}\right)^{2n} = 0; \quad B. a^{2n} + \left(\frac{1}{b}\right)^{2n+1} = 0; \quad C. a^{2n} + \left(\frac{1}{b}\right)^{3n} = 0; \quad D. a^{2n+1} + \left(\frac{1}{b}\right)^{2n+1} = 0.$$

5. 如果有理数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 0$, 则下列说法中不正确的一个是()

- A. a 与 b 的和是0. B. a 与 b 的差是正数.
C. a 与 b 的积是负数. D. a 除以 b , 得到的商是-1.

6. 甲的6张卡片上分别写有-4, -1, -2.5, -0.01, $-3\frac{3}{4}$, -15, 乙的6张卡片上分别写有-5, -1, 0.1, -0.001, -8, $-12\frac{1}{2}$,

则乙的卡片上的最小数 a 与甲的卡片上的最大数 b 的比 $\frac{a}{b}$ 的值等于() A. 1250. B. 0. C. 0.1.

- D. 800.

7. a 是有理数, 则在下列说法中正确的一个是()

- A. $-a$ 是负数. B. a^2 是正数. C. $-|a^2|$ 是负数. D. $(a-1993)^2+0.001$ 是正数.

8. $-\frac{191919}{939393} - \frac{190190}{930930} - \frac{19001900}{93009300}$ 的值等于()

- A. -3; B. $-\frac{19}{31}$; C. -1; D. $-\frac{1}{3}$.

9. 在下列条件下, 能使 $ab < b$ 成立的是()

- A. $b > 0, a > 0$. B. $b < 0, a < 0$. C. $b > 0, a < 0$. D. $b < 0, a = 0$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 若 $a = \left(\frac{-3.14}{3.13} \right) \div 3.12$, $b = \left(\frac{2.14}{-2.13} \right) \div 2.12$, $c = \left(\frac{1.14}{1.13} \right) \div (-1.12)$, 则 a, b, c 的大小关系是 () A. $a > b > c$. B. $a > c > b$. C. $b > c > a$. D. $c > b > a$.

11. 有理数 a, b 小于零, 并且使 $(a-b)^3 < 0$, 则 ()

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; B. $-a < -b$; C. $|a| > |b|$; D. $a^2 > b^4$.

12. M 表示 a 与 b 的和的平方, N 表示 a 与 b 的平方的和, 则当 $a=7, b=-5$ 时, $M-N$ 的值为 () A. -28.

- B. 70. C. 42. D. 0.

13. 有理数 $\frac{1}{2}, \frac{11}{5}, 8$ 恰是下列三个方程的根:

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{10x+1}{12} = \frac{2x+1}{4} - 1, 3(2y+1) = 2(1+y) + 3(y+3), \frac{1}{2} \left[z - \frac{1}{2}(z-1) \right] = \frac{2}{3}(z-1), \text{则 } \frac{x}{y} - \frac{z}{x} \text{ 的值为}$$

()

- A. $-\frac{171}{40}$; B. $-\frac{347}{80}$; C. $\frac{71}{220}$; D. $\frac{142}{55}$.

14. 图22是中国古代著名的“杨辉三角形”的示意图. 图中填入的所有数的总和等于()

- A. 126. B. 127. C. 128. D. 129.

15. 在自然数: 1, 2, 3, 4, 5, …中, 前15个质数之和的负倒数等于()

- A. $-\frac{1}{328}$; B. $-\frac{1}{329}$; C. $-\frac{1}{337}$; D. $-\frac{1}{340}$.

二、填空题 (每题1分, 共15分)

1. 若 $a > 0$, 在 $-a$ 与 a 之间恰有1993个整数, 则 a 的取值范围是_____.

2. 如果相邻的两个正整数的平方差等于999, 则这两个正整数的积等于_____.

3. $\frac{(-1)(-2) - (-3)(-4) - (-5)(-6) - (-7)(-8)}{(-1)(-2) - (-2)(-3) - (-3)(-4) - (-4)(-5)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 一辆公共汽车由起点站到终点站(这两站在内)共途经8个车站。已知前6个车站共上车100人, 除终点站外前面各站共下车80人, 则从前6站上车而在终点站下车的乘客共有_____.

5. $(3^2 - 2^2)^2 + (4^2 - 3^2)^2 + (5^2 - 4^2)^2 + (6^2 - 5^2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 在多项式 $1993u^m v^n + 3x^m y^n + u^{3m} v^{2n} - 4x^{n-1} y^{2m-4}$ (其中 m, n 为正整数) 中, 恰有两项是同类项, 则 $m \cdot n = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 若 a, b, c, d 为整数, $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 1993$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) - 1 \right] - 1 \right\} - 1 = 1993$ 的根是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

9. $(-1) \div \left(-\frac{19}{93}\right) \times \left(-\frac{9393}{1919}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 甲、乙两个火车站相距189公里, 一列快车和一列慢车分别从甲、乙两个车站同时出发, 相向而行, 经过1.5小时, 两车相遇, 又相距21公里, 若快车比慢车每小时多行12公里, 则慢车每小时行 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公里.

11. 在等式 $y=kx+b$ 中, 当 $x=0$ 时, $y=2$; 当 $x=3$ 时, $y=3$, 则 $\frac{b^2}{k} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 满足不等式 $\frac{2+x}{2} \geq \frac{2x-1}{3}$ 的所有非负整数的乘积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 有理数 a, b, c, d 使 $\frac{|abcd|}{abcd} = -1$, 则 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|d|}{d}$ 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. $\triangle ABC$ 是等边三角形, 表示其边长的代数式均已在

图23中标出, 则 $\left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2y^2}\right) \bullet 1\frac{27}{40} = \underline{\hspace{2cm}}$.

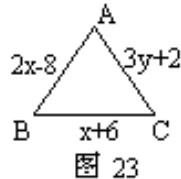


图 23

15. 有人问一位老师: 他教的班有多少学生. 老师说: “一半学生在学数学, 四分之一的学生在学音乐, 七分之一的学生在念外语, 还剩不足六位学生正在操场踢足球.” 则这个“特长班”共有学生 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案与提示**一、选择题**

1. D 2. C 3. D 4. D 5. B 6. A 7. D 8. B 9. C 10. A 11. C 12. A 13. B 14. B 15. A

提示:1. 因为 $m = \frac{1}{a} - \frac{2}{a} + \frac{3}{a} - \frac{4}{a} + \frac{5}{a} = \frac{3}{a}$, 而 a 为有理数并且 $a \neq 0$, 所以 m 为有理数.若 $a=1$, $m=3$ 排除 A, 若 $a=-1$, $m=-3$ 排除 B.若 $a = -5$, $m = \frac{-3}{5}$ 是负分数, 排除 C. 故选 D.

2. $1993 - \{1992 - [1993 - (1992 - 1993)]\} =$

$= 1993 - 1992 + [1993 - (-1)] = 1 + 1994 = 1995$, 选 C.

3. 因 $a < b$ 所以 $a-b < 0$, 此时 $|a-b| = b-a$.所以 $(a-b)|a-b| = (a-b)(b-a) = -(a-b)(a-b) = -(a-b)^2$, 选 D.

4. $b \neq 0$, $a + \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{b}$, $a \neq 0$, 易知,
当 n 为自然数时 $a^{2n+1} = \left(-\frac{1}{b}\right)^{2n+1} = -\left(\frac{1}{b}\right)^{2n+1}$
 $\Rightarrow a^{2n+1} + \left(\frac{1}{b}\right)^{2n+1} = 0$, 选 D.

5. 有理数 a , b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 0$, 所以 $a \neq 0$, $b \neq 0$, $\frac{1}{a} = -\frac{1}{b} \Rightarrow a = -b$ 于是一定有 $a+b=0$. $ab < 0$, $\frac{a}{b} = -1$, 所以 A, C, D 均应排除,选 B. 事实上, $a = -2$, $b = 2$, $\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = 0$,但 $a-(b) = (-2) - 2 = -4 < 0$, 所以不正确

的是 B.

6. 观察知, 乙卡片中最小数 $a = -12\frac{1}{2}$.甲卡片中最大数 $b = -0.01$. 所以 $\frac{a}{b} = \frac{-12\frac{1}{2}}{-0.01} = \frac{12.5}{0.01} = 1250$, 选 A.7. 当 $a=0$, 显然 A, B, C, 均不正确, 应排除, 所以选 D. 事实上, 对任意有理数 a , 都有 $(a-1993)^2 \geq 0$, 所以 $(a-1993)^2 + 0.001 > 0$ 是正数.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\begin{aligned} 8. & -\frac{191919}{939393}-\frac{190190}{930930}-\frac{19001900}{93009300} \\ & =\left[\frac{19 \times 10101}{93 \times 10101}+\frac{190 \times 1001}{930 \times 1001}+\frac{1900 \times 10001}{9300 \times 10001}\right] \\ & =-\left[\frac{19}{93}+\frac{19}{93}+\frac{19}{93}\right]=-\frac{19}{93} \times 3=-\frac{19}{31}, \text { 选B. } \end{aligned}$$

9. $b=1>0, a=2>0, ab=2 \times 1=2>1=b$, 排除A; $a<0, b<0, ab>0>b$, 排除B; $a=0, b<0, ab=0>b$ 排除D, 因此选择C.

10. 容易看出a, b, c均为负数, 我们看 $|a|$,

$$\begin{aligned} & |b|, |c|. \\ & \because \frac{3.14}{313}=1+\frac{0.01}{313}=1+\frac{1}{313}, \quad \frac{2.14}{213}=1+\frac{1}{213}, \end{aligned}$$

$$\frac{1.14}{113}=1+\frac{1}{113} \text {, 又 } 313>213>113 \text {, 知 }$$

$$\frac{3.14}{313}<\frac{2.14}{213}<\frac{1.14}{113} \text {, 又 } 312>212>112,$$

$$\text { 所以 } \left(\frac{3.14}{313}\right)+312<\left(\frac{2.14}{213}\right)+212<\left(\frac{1.14}{113}\right)$$

$\therefore 1.12$ 即 $|a|<|b|<|c|$. 但a, b, c均为负数, 所以 $a>b>c$, 选A.

11. 由 $(a-b)^3<0$, 得出 $a-b<0$. 即 $a<b$.

$\because a, b<0, \therefore |a|<|b|$, 选C.

12. $M=(a+b)^2, N=a+b^2$.

$$M-N=(a+b)^2-(a+b^2)=a^2+2ab+b^2-a-b^2=a^2+2ab-a.$$

$$\therefore M-N \left| \begin{array}{l} a=7 \\ b=-5 \end{array} \right.=7^2+2 \times 7 \times (-5)-7=-28, \text { 选A. }$$

13. 以 $\frac{1}{2}, \frac{11}{5}$, 8分别代入所给三个方程知

$$x=\frac{1}{2} \text { 是方程 } \frac{2x-1}{3}-\frac{10x+1}{12}=\frac{2x+1}{4}-1 \text { 的根. }$$

$$y=8 \text { 是方程 } 3(2y+1)=2(1+y)+3(y+3) \text { 的根. }$$

$$z=\frac{11}{5} \text { 是方程 } \frac{1}{2}\left[z-\frac{1}{2}(z-1)\right]=\frac{2}{3}(z-1) \text { 的根. }$$

$$\therefore \frac{x}{y}-\frac{z}{x}=\frac{\frac{1}{2}}{8}-\frac{\frac{11}{5}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{16}-\frac{22}{5}=\frac{5-352}{80}=-\frac{347}{80} \text { 选B. }$$

14. 第1行只有 $1=2^0$, 第2行 $1+1=2=2^1$,

第3行 $1+2+1=4=2^2$, 第4行 $1+3+3+1=8=2^3$,

第5行 $1+4+6+4+1=16=2^4$,

第6行 $1+5+10+10+5+1=32=2^5$

第7行 $1+6+15+20+15+6+1=64=2^6$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

图中填入所有数之和为 $1+2+4+8+16+32+64=127$, 选B.**二、填空题**

题号	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	31918	$-\frac{8649}{361}$	64	12	0	2	$\frac{40}{67}$	28

提示:1. 在 $-a$ 与 a 之间的整数为 $2n+1$ 个. 所以由 $2n+1=1993$ 知, $n=996$, 即 $996 \leq a < 997$.2. 相邻的两个正整数设为 n 与 $n+1$, 则由 $(n+1)^2-n^2=2n+1=999$ 得 $n=499$, $n+1=500$.相邻的两个正整数的积为 $499 \times 500=249500$.

$$3. \text{原式} = \frac{2-12-30-56}{2-6-12-20} = \frac{-96}{-36} = \frac{8}{3}.$$

4. 设第1站到第7站上车的乘客依次为 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$. 第2站到第8站下车的乘客依次为 $b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8$. 显然应有 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+b_7+b_8$.已知 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=100$, $b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+b_7=80$.

$$\text{所以 } 100 + a_7 = 80 + b_8 \Rightarrow b_8 - a_7 = 100 - 80 = 20.$$

表明从前6站上车而在终点站下车的乘客共20人.

$$5. \text{原式} = 5^2 + 7^2 + 9^2 + 11^2 = 276.$$

6. 若 $1993u^m v^n$ 与 $u^{3m} v^{2n}$ 为同类项. 只能 $m=0$ 且 $n=0$. 与已知条件不合, 所以只能 $3x^m y^n$ 与 $-4x^{n-1} y^{2m-4}$ 为同类项. 于是得 $m=n-1$, $n=2m-4$. 解得 $m=5$, $n=6$, 所以 $mn=30$.7. 由于1993是质数, a^2+b^2 , c^2+d^2 是1993的约数, 只能 $a^2+b^2=1$, $c^2+d^2=1993$, 或 $a^2+b^2=1993$, $c^2+d^2=1$, 所以 $a^2+b^2+c^2+d^2=1+1993=1994$.

$$8. \begin{aligned} \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x - 1 \right) - 1 \right] - 1 \right\} &= 1994 \\ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x - 1 \right) - 1 \right] &= 2 \times 1994 + 1 = 3989 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x - 1 \right) &= 2 \times 3989 + 1 = 7979 \\ \frac{1}{2} x - 1 &= 15958 \\ \frac{1}{2} x &= 15959 \Rightarrow x = 31918. \end{aligned}$$

$$9. \begin{aligned} (-1) + \left(-\frac{19}{93} \right) \times \left(-\frac{9393}{1919} \right) &= - \left[1 \times \frac{93}{19} \times \frac{93 \times 101}{19 \times 101} \right] \\ &= - \left[\frac{93}{19} \times \frac{93}{19} \right] = - \frac{93^2}{19^2} = - \frac{8649}{361}. \end{aligned}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 慢车时速是 $\left(\frac{189+21}{1.5} - 12\right) \times \frac{1}{2} = 64$ (公里).

11. 由 $x=0$ 时, $y=2$. 得 $2=k \times 0+b \Rightarrow b=2$,

所以 $y=kx+2$. 当 $x=3$ 时, $y=3$. 得 $3=k \times 3+2$,

得 $k=\frac{1}{3}$, 因此 $\frac{b^2}{k} = \frac{2^2}{\frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{1}{3}} = 12$.

12. 将 0 代入, 不等式左边为 1, 右边为 $-\frac{1}{3}$.

$1 > -\frac{1}{3}$ 所以 0 是满足不等式 $\frac{2+x}{2} \geq \frac{2x-1}{3}$ 的一个

非负整数解, 所以不等式 $\frac{2+x}{2} \geq \frac{2x-1}{3}$ 的

所有非负整数解的积 = 0.

13. 由 $\frac{|abcd|}{abcd} = -1$, 知, a, b, c, d 中负数

为奇数个. 若 a, b, c, d 中一个负三个正,

$\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|d|}{d} = 2$. 若 a, b, c, d 中三个负

一个正, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|d|}{d} = -2$. 所以,

$\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|d|}{d}$ 的最大值是 2.

14. 由 $2x-8=x+6$, 解得 $x=14$. 所以正三角形边长为 $14+6=20$.

由 $3y+2=20$, 解得 $y=6$, 所以

$$\begin{aligned} \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2y^2} \right)^2 &= \left(\frac{14^2 - 6^2}{14^2 + 2 \times 6^2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{160}{268} \right)^2 = \left(\frac{40}{67} \right)^2, \text{ 于是,} \\ \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2y^2} \right) \cdot 1 \frac{27}{40} &= \left(\frac{40}{67} \right)^2 \left(\frac{67}{40} \right) = \frac{40}{67}. \end{aligned}$$

15. 设这个班共有学生 x 人. 在操场踢足球的学生共 a 人, 依条件, x, a 都是自然数, 且 $1 \leq a < 6$.

根据题意列方程如下: $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + a = x$.

合并同类项, 移项得 $\frac{3}{28}x = a$. 解得: $x = \frac{28}{3}a$.

因为 a, x 均为自然数, $(3, 28)=1$ 所以 $3 \mid a$.

但 a 只能取 1, 2, 3, 4, 5 这五个数, 所以 $a=3$. 因此 $x=28$.

答: 这个班共有 28 名学生.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

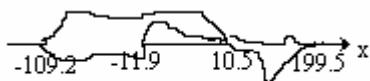
希望杯第四届（1993年）初中一年级第2试试题

一、选择题: (每题1分, 共10分)

1. $\frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.01} - \frac{1}{0.001} - \frac{1}{0.0001}$ 的值是 ()

- A. -11110. B. -11101. C. -11090. D. -11909.

2. 一滴墨水洒在一个数轴上, 根据图24中标出的
的整数个数是()



数值, 可以判定墨迹盖住

- A. 285. B. 286. C. 287. D. 288.

3. a, b都是有理数, 代数式 a^2+b^2 , a^2-b^2 , $(a-b)^2$,

$(a+b)^2$, a^2b^2+1 , a^3b+1 , $a^2+b^2+0.1$, $2a^2+3b^4+1$ 中, 其值为正的共有()

- A. 3个. B. 4个. C. 5个. D. 6个.

4. a, b, c在数轴上的位置如图25所示, 则下列代数式中其值为正的一个是 ()

A. $\left(a + \frac{1}{b}\right)(a - c)$; B. $\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)(c - a)$; C. $(1-a)(c-b)$; D. $ac(1-bc)$.

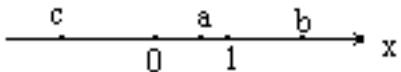


图 25

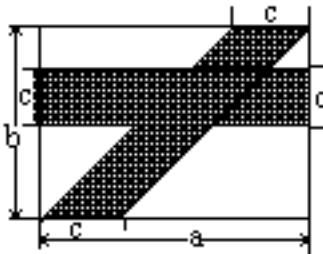


图 26

5. $19^{93}+93^{19}$ 的末位数字是 ()

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

6. 今天是4月18日, 是星期日, 从今天算起第 1993^3 天之后的那一天是 ()

- A. 星期五. B. 星期六. C. 星期日. D. 星期一.

7. n为正整数, 302被n(n+1)除所得商数q及余数r都是正值. 则r的最大值与最小值的和是 () A. 148.

- B. 247. C. 93. D. 122.

8. 绝对值小于100的所有被3除余1的整数之和等于 ()

- A. 0. B. -32. C. 33. D. -33.

9. x是正数, $\langle x \rangle$ 表示不超过x的质数的个数, 如 $\langle 5.1 \rangle = 3$. 即不超过5.1的质数有2, 3, 5共3个. 那么 $\langle\langle 19 \rangle + \langle 93 \rangle + \langle 4 \rangle \times \langle 1 \rangle \times \langle 8 \rangle\rangle$ 的值是()

- A. 12. B. 11. C. 10. D. 9.

10. 如图26是一个长为a, 宽为b的矩形. 两个阴影图形都是一对长为c的底边在矩形对边上的平行四边形. 则矩形中未涂阴影部分的面积为()

- A. $ab - (a+b)c$. B. $ab - (a-b)c$. C. $(a-c)(b-c)$. D. $(a-c)(b+c)$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

二、填空题 (每题1分, 共10分)

1. 在1993.4与它的负倒数之间共有a个整数. 在1993.4与它的相反数之间共有b个整数, 在 $-\frac{1}{1993.4}$ 与它的绝对值之间共有c个整数, 则 $a+b+c=$ _____.

2. 设 $a=1\div 2\div 3\div 4$, $b=1\div(2\div 3\div 4)$, $c=1\div(2\div 3)\div 4$, $d=1\div 2\div(3\div 4)$, 则 $(b\div a)\div(c\div d)=$ _____.

3. 两个同样的大小的正方体形状的积木. 每个正方形上相对的两个面上写的数之和都等于-1, 现将两个正方体并列放置. 看得见的五个面上的数字如图27所示, 则看不见的七个面上的数的和等于_____.

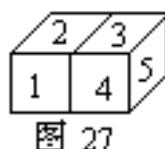


图 27

4. 计算: $\frac{\left(1+\frac{7}{1}\right)\left(1+\frac{7}{2}\right)\left(1+\frac{7}{3}\right)\left(1+\frac{7}{4}\right)\left(1+\frac{7}{5}\right)\left(1+\frac{7}{6}\right)}{\left(1+\frac{9}{1}\right)\left(1+\frac{9}{2}\right)\left(1+\frac{9}{3}\right)\left(1+\frac{9}{4}\right)\left(1+\frac{9}{5}\right)} \cdot \frac{\left(1+\frac{7}{7}\right)\left(1+\frac{7}{8}\right)\left(1+\frac{7}{9}\right)}{\left(1+\frac{9}{6}\right)\left(1+\frac{9}{7}\right)}$
 $=$ _____.

5. \overline{abcde} 是一个五位自然数, 其中a, b, c, d, e为阿拉伯数码, 且 $a < b < c < d$, 则 $|a-b|+|b-c|+|c-d|+|d-e|$ 的最大值是_____.

6. 连续的1993个自然数之和恰是一个完全平方数. 则这1993个连续自然数中最大的那个数的最小值是_____.

7. 某次竞赛满分为100分, 有六个学生的得分彼此不等, 依次按高分到低分排列名次. 他们六个人的平均分为91分, 第六名的得分是65分. 则第三名的得分至少是_____分.

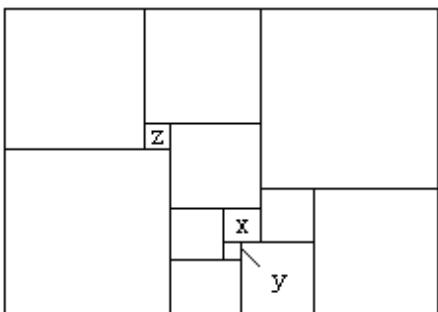
8. 计算: $\frac{19931992^2}{19931991^2 + 19931993^2 - 2} =$ _____.

9. 若a, b, c, d为非负整数. 且 $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=1993$. 则 $a+b+c+d=$ _____.

10. 有甲、乙、丙、丁四位同学去林中采蘑菇. 平均每个采得蘑菇的个数约是一个十位数字为3的两位数, 又知甲采的数量是乙的 $\frac{4}{5}$, 乙采的数量是丙的 $\frac{3}{2}$ 倍, 丁比甲多采了3个蘑菇, 则丁采蘑菇_____个.

三、解答题 (在试卷背面写出推理、运算的过程及最后结果. 每题5分, 共10分)

1. 如图28, 十三个边长为正整数的正方形纸片恰好拼成一个大矩形 (其中有三个小正方形的边长已标出字母x, y, z). 试求满足上述条件的矩形的面积最小值.



95, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289
 竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,
 口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

2. 你能找到三个整数a, b, c, 使得关系式 $(a+b+c)(a-b-c)(a-b+c)(b+c-a)=3388$ 成立吗? 如果能找到, 请举一例, 如果找不到, 请说明理由.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案与提示**一、选择题**

1. C 2. C 3. A 4. A 5. C 6. B 7. A 8. D 9. B 10. C

提示:

$$1. \frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.01} - \frac{1}{0.001} - \frac{1}{0.0001} = 10 - 100 - 1000 - 10000 = -11090. \text{ 选C.}$$

2. 在-109.2与-11.9之间最小整数是-109, 最大整数是-12. 共计包含 $(-12) - (-109) + 1 = 98$ 个整数. 在10.5与199.5之间包含最小整数是11, 最大整数是199. 共计包含 $199 - 11 + 1 = 189$ 个整数. 因此墨水共盖住 $98 + 189 = 287$ 个整数. 选C.

3. 当 $a=b=0$ 时, a^2+b^2 , a^2-b^2 , $(a-b)^2$, $(a+b)^2$ 取值为0, 而当 $a=-1$, $b=1$ 时 $a^3b+1=0$. 因此对任意有理数 a , b 其值为正的只有 a^2b^2+1 , $a^2+b^2+0.1$, $2a^2+3b^4+1$, 共3个选A.

4. 由图中易知 $0 < a < 1$, $b > 1$, $c < 0$, 所以

$$a + \frac{1}{b} > 0, a - c > 0 \Rightarrow (a + \frac{1}{b})(a - c) > 0. \text{ 而 } \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$$

$$(c - a) < 0, (1 - a)(c - b) < 0, ac(1 - bc) < 0, \text{ 所以}$$

$$ac(1 - bc) < 0, \text{ 所以选A.}$$

$$5. 19^{93} = 19^{4 \times 23 + 1}, 93^{19} = 93^{1 \times 4 + 3}$$

所以 19^{93} 与 19^1 的末位数相同是9, 93^{19} 与 93^3 末位数字相同是7. 因此 $19^{93} + 93^{10}$ 末位数字是 $9 + 7 = 16$ 的末位数字6, 选C.

$$6. 1993^3 = (284 \times 7 + 5)^3 = (284 \times 7)^3 + 3 \times (284 \times 7)^2 \times 5 + 3 \times (284 \times 7) \times 5^2 + 125.$$

所以 1993^3 被7除的余数与125被7除的余数相同, $125 = 7 \times 18 + 1$. 所以 1993^3 被7除余数为1. 从4月18日星期日数起, 每到第十天就是星期六, 如4月24日是星期六, 因此 $1993^3 - 6$ 恰是星期六, 再往后数6天, 1993^3 天是星期五. 而 1993^3 天之后的那一天应是星期六, 选B.

7. $n(n+1)$ 为偶数. 设 302 被 $n(n+1)$ 除商 q 余 r , 则 $302 = n(n+1)q + r$ 知, r 为偶数. 显然B、C均应排除. 由除数 $n(n+1)$ 只能取6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132, 156, 182, 210, 240, 272 这些值, 计算得相应的余数中最小的正值为2, 最大正值为146. 所以 r 的正的最小值与最大值的和是148. 选A.

8. 即求-100与100之间被3除余1的整数之和, 在0到100之间被3除余1的整数是1, 4, 7, ..., 91, 94, 97 共计33个. 在-100到0之间被3除余1的整数是-98, -95, -92, -89, ..., -8, -5, -2. 共33个其总和为-33. 选D.

9. $\langle 19 \rangle$ 为不超过19的质数, 有2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19共8个. $\langle 93 \rangle$ 为不超过93的质数, 共24个, 易知 $\langle 1 \rangle = 0$. 所以 $\langle \langle 19 \rangle + \langle 93 \rangle + \langle 4 \rangle \times \langle 1 \rangle \times \langle 8 \rangle \rangle = \langle \langle 19 \rangle + \langle 93 \rangle \rangle = \langle 8 + 24 \rangle = \langle 32 \rangle = 11$, 选B.

10. 解①大矩形面积为 ab , 两个阴影平行四边形面积分别为 ac 与 bc . 重叠部分面积为 c^2 , 所以未涂阴影部分面积为 $ab - ac - bc + c^2 = (a - c)(b - c)$, 选C.

解②将阴影部分等积变形如图29, 两个阴影平行四边形面积及二者重叠部分面积 (c^2) 均未改变. 易见, 未涂阴影部分面积为空白矩形的面积, 是 $(a - c)(b - c)$, 选C.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

二、填空题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	5982	256	-21	1	17	2989	95	$\frac{1}{2}$	56	39

提示:

1. 在1993.4与它的负倒数 $-\frac{1}{1993.4}$ 之间有

1994个整数, $a=1994$ 。在1993.4与它的相反数-1993.4之间有 $2 \times 1993+1=3987$ 个整数,

$b=3987$. 在 $-\frac{1}{1993.4}$ 与它的绝对值 $\frac{1}{1993.4}$ 之间

只有一个整数0, 即 $c=1$. 所以 $a+b+c=1994+$

$3987=1=5982$.

$$2. a = 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$$

$$b = \frac{1}{2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}} = 6.$$

$$c = 1 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}.$$

$$d = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$(b \div a) \div (c \div d) = (6 \times 24) \div \left(\frac{3}{8} \times \frac{3}{2} \right)$$

$$= (6 \times 24) \div \frac{9}{16} = 6 \times 24 \times \frac{16}{9} = 256.$$

3. 由于正方体上相对两个面上写的数之和都等于-1. 所以每个正方体六个面上写的数之和等于-3. 两个正方体共十二面上写的数之总和等于-6. 而五个看得见的面上的数之和是 $1+2+3+4+5=15$. 因此, 看不见的七个面上所写数的和等于

$$(-6)-15=-21.$$

$$4. \text{原式} = \frac{\frac{8}{1} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{13}{6} \cdot \frac{14}{7} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{9}}{\frac{10}{1} \cdot \frac{11}{2} \cdot \frac{12}{3} \cdot \frac{13}{4} \cdot \frac{14}{5} \cdot \frac{15}{6} \cdot \frac{16}{7}}$$

$$= \frac{8 \cdot 9}{8 \cdot 9} = 1.$$

5. 若 $a < b < c < d \leq e$ 时

$$|a-b| + |b-c| + |c-d| + |d-e| = (b-a) + (c-b) + (d-c) + (e-d) = e-a. \text{ 当 } e=9, a=1 \text{ 时取最大值为8.}$$

若 $a < b < c < d$, 且 $d > e$ 时.

$$|a-b| + |b-c| + |c-d| + |d-e| = (b-a) + (c-b) + (d-c) + (d-e) = 2d - a - e. \text{ 当 } d=9, a=1, e=0 \text{ 时, 取最大值17. 所以}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$|a-b|+|b-c|+|c-d|+|d-e|$ 的最大值是17.

6. 设这连续的1993个自然数为

$x-996, x-995, \dots, x-1, x, x+1, x+2, \dots, x+995, x+996$. 显然. $x-996 \geq 1$, 即 $x \geq 997$. 这1993个连续自然数之和设为 σ .

则 $\sigma = 1993x$, 要求 σ 为完全平方数, 而1993又是质数, x 的最小值为1993. 此时, 1993个连续自然数中最大的那个数 $x+996=1993+996=2989$, 即当 σ 为完全平方数时, 1993个连续自然数中最大的那个数的最小值是2989.

7. 设六个人的成绩依次为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. 则 $65 = x_6 < x_5 < x_4 < x_3 < x_2 < x_1 \leq 100$.

$$\text{由 } \frac{1}{6}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) = 91 \Rightarrow$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_4 + x_5 + x_6 = 546.$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 546 - 65 = 481.$$

要使 x_3 最小, 必须 x_1, x_2 尽可能大, x_4, x_5 尽可能接近 x_3 , 所以当 $x_1=100, x_2=99, x_4=x_3-1, x_5=x_3-2$ 时, x_3 取最小值, 即 $100+99+x_3+(x_3-1)+(x_3-2)=481$.

$$3x_3 = 481 - 100 - 99 + 3 = 285. x_3 = 95.$$

答: 第三名的得分至少是95分.

$$\begin{aligned} 8. \quad & \frac{19931992^2}{19931991^2 + 19931993^2 - 2} \\ &= \frac{19931992^2}{(19931992-1)^2 + (19931992+1)^2 - 2} \\ &= 19931992^2 / \left\{ (19931992^2 - 2 \times 19931992 + 1) \right. \\ &\quad \left. + (19931992^2 + 2 \times 19931992 + 1) - 2 \right\} \\ &= \frac{19931992^2}{2 \times 19931992^2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

9. 因为1993是质数, a^2+b^2 与 c^2+d^2 都是正整数, 所以 a^2+b^2 与 c^2+d^2 分别取值1与1993(参见第一试填空第7题解答). 为确定起见, 不妨设 $a^2+b^2=1, c^2+d^2=1993$.

(1) $a^2+b^2=1$. 推知 $a=0, b=1$ 或 $a=1, b=0$, 因此 $a+b=1$.

(2) $c^2+d^2=1993$.

若 $c \leq 31, d \leq 31$, 则 $c^2+d^2 \leq 2 \times 31^2 = 2 \times 961 = 1922 < 1993$. 所以 c, d 中至少有一个大于31. 又由于 $44^2=1936 < 1993$, 故设 $c=d$ 中较大的一个, 则 $32 \leq c \leq 44$.

我们依次取 $c=44, 43, 42, 41, \dots, 33, 32$ 试算如下:

c	44	43	42	41	40	39	38
c^2	1936	1849	1764	1681	1600	1521	1444
$1993-c^2$	57	144	229	312	393	472	549
c	37	36	35	34	33	32	
c^2	1369	1296	1225	1156	1089	1024	
$1993-c^2$	624	697	768	837	904	969	

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

其中 $1933 - c^2$ 的结果中, 只有 $144 = 12^2$ 为完全平方数, 即 $43^2 + 12^2 = 1933$, 所以 $c=43$, $d=12$ 或 $c=12$, $d=43$. 因此, $c+d=55$.
所以 $a+b+c+d=1+55=66$.

10. 设丙采蘑菇数为 x , 依题意

乙采蘑菇数为 $\frac{3}{2}x$,

甲采蘑菇数为 $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2}x = \frac{6}{5}x$,

丁采蘑菇数为 $\frac{6}{5}x + 3$,

四人合采蘑菇为 $x + \frac{3}{2}x + \frac{6}{5}x + \frac{6}{5}x + 3 = \frac{49}{10}x + 3$.

四人采蘑菇平均数为 $\frac{1}{4} \left(\frac{49}{10}x + 3 \right)$ 依题意这是

一个近似为首位的是3的两位整数. 因此, 由近似数的表示有

$$\begin{aligned} 29.5 &\leq \frac{1}{4} \left(\frac{49}{10}x + 3 \right) \leq 39.4 \\ 118 &\leq \frac{49}{10}x + 3 \leq 157.6 \\ 115 &\leq \frac{49}{10}x \leq 154.6 \\ \frac{115 \times 10}{49} &\leq x \leq \frac{154.6 \times 10}{49} \\ 23.5\cdots &\leq x \leq 31.5\cdots \end{aligned}$$

因 x 是整数, x 只能从 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 中选取.

又 $\frac{49}{10}x$ 必须是整数, x 为 10 的倍数.

因此只能有 $x=30$, 即丙采 30 个蘑菇.

此时, 乙采 45 个蘑菇, 甲采 36 个蘑菇, 因此丁采 39 个蘑菇.

检验得, 4人采蘑菇平均数为 $\frac{150}{4} = 37.5$ 依四舍五入, 约为 38 是一个十位数是 3 的两位数.

三、解答题

1. 如图 30 已有三个小正方形的边长为 x , y , z , 我们通过 x , y , z 表示其余正方形的边长依次填在每个正方形中, 它们是 $x+y$, $x+2y$, $x+3y$, $4y$, $x+7y$, $2x+y$, $2x+y+z$, $4x+4y-z$, $4x+4y-2x$, 及 $5x-2y+z$. 因矩形对边相等. 所以得 $11x+3y=7x+16y-z$ 及 $8x+8y-3z=6x+5y+z$

化简上述的两个方程得到 $z=13y-4x$, $4z=2x+3y$. 消去 z 得 $18x=49y$.

因为 18 与 49 互质, 所以 x 、 y 的最小自然数解是 $x=49$, $y=18$, 此时 $z=38$.

以 $x=49$, $y=18$, $z=38$ 代入矩形长、宽的表达式 $11x+3y$ 及 $8x+8y-3z$, 得长、宽分别为 593 和 422. 此时得最小面积值是 $593 \times 422 = 250246$.

2. 答: 找不到满足条件的三个整数理由如下:

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

如果存在整数a, b, c, 使 $(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)=3388$ 成立.

因为3388是偶数, 则左边四个因子中至少有一个是偶数.

不妨设 $a+b+c$ 为偶数, 则 $a-b+c=(a+b+c)-2b$ 为偶数.

同理 $a+b-c=(a+b+c)-2c$ 为偶数. $b+c-a=(a+b+c)-2a$ 为偶数.

因此 $(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)$ 能被16整除, 而3388不能被16整除, 得出矛盾.

故不存在三个整数a, b, c满足关系式

$(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)=3388$.

希望杯第五届（1994年）初中一年级第1试试题

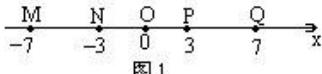
一、选择题（每题3分，共30分）以下每题的四个结论中，仅有一个是正确的.

1. $-|-a|$ 是（ ）

A. 正数 B. 负数 C. 非正数 D. 0.

2. 在下面的数轴上(图1), 表示数(-2) (-5)的点是()

A. M B. N C. P D. Q



3. $\frac{|1-9|-|9-4|}{1-9-9+4}$ 的值的负倒数是()

A. $4\frac{1}{3}$; B. $-\frac{3}{13}$; C. 1; D. -1.

4. $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{6}{7}+\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{7}{8}+\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{8}{9}-\frac{1}{10}\right)=()$

A. 5.5 B. 5.65 C. 6.05 D. 5.85

5. $-4 \times 3^2 - (-4 \times 3)^2 = ()$

A. 0 B. 72 C. 180 D. 108

6. x的 $\frac{4}{5}$ 与 $\frac{1}{3}$ 的差是()

A. $\frac{4}{5}x - \frac{1}{3}x$; B. $\frac{4}{5}x - \frac{1}{3}$; C. $\frac{4}{5}(x - \frac{1}{3})$; D. $\frac{5}{4}x + 3$.

7. n是整数, 那么被3整除并且商恰为n的那个数是()

A. $\frac{n}{3}$; B. $n+3$; C. $3n$; D. n^3 .

8. 如果 $x:y=3:2$ 并且 $x+3y=27$, 则x, y中较小的是()

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

- A. 3 B. 6. C. 9 D. 12

9. 20° 角的余角的 $\frac{1}{14}$ 等于()

- A. $\left(1\frac{3}{7}\right)^0$; B. $\left(11\frac{3}{7}\right)^0$; C. $\left(7\frac{6}{7}\right)^0$; D. 5° .

10. $\frac{1}{7} \times (-7) \div \left(-\frac{1}{7}\right) \times 7 = ()$

- A. 1 B. 49. C. 7 D. 7

二、A组填空题 (每题3分, 共30分)

1. 绝对值比2大并且比6小的整数共有_____个.

2. 在一次英语考试中, 某八位同学的成绩分别是93, 99, 89, 91, 87, 81, 100, 95, 则他们的平均分数是_____.

3. $|1| + |1992-1993| - |1994| - |1995| - |1996| = _____$.

4. 数: $-1.1, -1.01, -1.001, -1.0101, -1.00101$ 中最大的一个数与最小的一个数的比值是_____.

5. $\left|\frac{1}{1001} - \frac{1}{1000}\right| + \left|\frac{1}{1002} - \frac{1}{1001}\right| - \left|\frac{1}{1002} - \frac{1}{1000}\right| = _____$.

6. 在自然数中, 从小到大地数, 第15个质数是N, N的数字和是a, 数字积是b, 则 $\frac{a^2 - b^2}{N}$ 的值是_____.

7. 一年定期储蓄存款, 月利率是0.945%. 现在存入100元, 则明年的今日可取得本金与利息共_____元.

8. 若方程 $19x-a=0$ 的根为 $19-a$, 则 $a=_____$. □ □ □

9. 当 $|x|=x+2$ 时, $19x^{94}+3x+27$ 的值是_____.

+ □ □ □

10. 下面有一个加法竖式, 其中每个□盖着一个数码, 则被□盖住的两个数码之和等于_____.

三、B组填空题 (每题4分, 共40分)

1. 已知a, b是互为相反数, c, d是互为负倒数, x的绝对值等于它的相反数的2倍, 则 $x^3+abcdx+a-bcd$ 的值是_____.

2. $1992 \times 1994 - 1994 \times 1993 = _____$.

3.

a	19	94	3	27	5
a的相反数					
a的倒数					

按上表中的要求, 填在空格中的十个数的乘积是_____.

4. 在数码两两不等的所有五位数中, 最大的减去最小的, 所得的差是_____.

5. 已知 $N=1992 \times 1993 \times 1994 + 1993 \times 1994 \times 1995 + 1994 \times 1995 \times 1996 + 1995 \times 1996 \times 1997$, 则N的末位数字是_____.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

6. 要将含盐15%的盐水20千克, 变为含盐20%的盐水, 需要加入纯盐_____千克.

7. 一次考试共需做20个小题, 做对一个得8分, 做错一个减5分,

不做的得0分. 某学生共得13分. 那么这个学生没有做的题目有_____个.

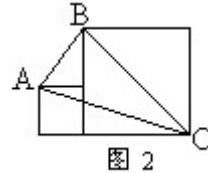
8. 如图2. 将面积为 a^2 的小正方形与面积为 b^2 的大正方形放在一起($a>0, b>0$). 则三角形ABC的面积是_____.

图 2

9. 在1到100这一百个自然数中任取其中的n个数. 要使这几个数中至少有一个合数, 则n至少是_____.

10. 如图3, 是某个公园ABCDE, M为AB的中点, N为CD的中点,

P为DE的中点, Q为FA的中点, 其中游览区APEQ与BNDM的面积和

是900平方米, 中间的湖水面积为361平方米, 其余的部分是草地,

则草地的总面积是_____平方米.

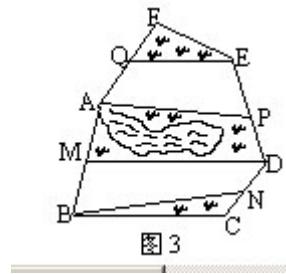


图 3

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案 • 提示**一、选择题**

提示

1. 若 $a=0$, 则 $-|-a|=0$, 排除 (A), (B).若 $a \neq 0$, $-|-a| \neq 0$, 排除 (D).事实上对任意 a , $|-a| \geq 0$, $\therefore -|-a| \leq 0$. 即 $-|-a|$ 为非正数.2. $(-2) - (-5) = -2 + 5 = 3$. 在数轴上对应的是点 P.

$$\begin{aligned} 3. \frac{|1-9|-|9-4|}{1-9-9+4} &= \frac{8-5}{-13} = -\frac{3}{13}, \text{其负倒数为 } \frac{13}{3} \\ &= 4\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{原式} &= \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{6}{7}\right) + \\ &\quad \left(\frac{1}{8} + \frac{7}{8}\right) + \left(\frac{1}{9} + \frac{8}{9}\right) - \frac{1}{10} = 5 + 0.75 - 0.1 = 5.65. \end{aligned}$$

5. 原式 $= -4 \times 9 - (-4 \times 3) \times (-4 \times 3) = -36$ $(-12) \times (-12) = -36 - 144 = -180$.6. 应为 $\frac{4}{5}x - \frac{1}{3}$.7. 被3整除的商恰好为n的数是 $3n$.8. 由 $x : y = 3 : 2$ 得 $x = 1.5y$, 代入 $x + 3y = 27$ 得 $4.5y = 27$, 于是 $y = 6$, $x = 9$, 所以 x, y 中较小的那个数是 6.9. 20° 角的余角为 $90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$, 这个余角的 $\frac{1}{14}$ 为 $\frac{70^\circ}{14} = 5^\circ$.10. 原式 $= \frac{1}{7} \times (-7) \times (-7) \times 7 = 49$.**二、A组填空题**

提示:

1. 绝对值比2大而比6小的整数共有 $-5, -4, -3, 3, 4, 5$ 共6个.2. 平均分为 $\frac{1}{8}(93+99+89+91+87+81+100+95) = 91.875$.3. $|1992-1993|=1$, $||1992-1993|-1994|=1993$. $|||1992-1993|-1994|-1995|=|1993-1995|=2$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\therefore |||1992-1993|-1994|-1995|-1996|=|2-1996|=1994.$$

4. 数 $-1.1, -1.01, -1.001, -1.0101, -1.00101$ 中最大的数是 -1.001 , 最小的数是 -1.1 . 最大数与最小数的比等于 $\frac{-1001}{-11} = 0.91$.

$$\begin{aligned} 5. \text{ 原式} &= -\left(\frac{1}{1001} - \frac{1}{1000}\right) - \left(\frac{1}{1002} - \frac{1}{1001}\right) - \\ &\left[-\left(\frac{1}{1002} - \frac{1}{1000}\right)\right] = -\frac{1}{1001} + \frac{1}{1000} - \frac{1}{1002} + \frac{1}{1001} \\ &+ \frac{1}{1002} - \frac{1}{1000} = 0. \end{aligned}$$

6. 在自然数列中, 质数由小到大依次排列是 $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, \dots$, 第15个质数 $N=47$, 其数字和 $a=11$, 数字积 $b=28$, 所以

$$\frac{a^2 - b^2}{N} = \frac{11^2 - 28^2}{47} = \frac{121 - 784}{47} = -\frac{663}{47} = -14\frac{5}{47}.$$

7. 本金100元, 一年的利息是 $100 \times 0.945\% \times 12 = 11.34$ 元一年到期取的本金与利息之和是 111.34 元.8. 因为 $19-a$ 是方程 $19x-a=0$ 的根, 所以 $19-a$ 满足方程 $19x-a=0$, 即 $19(19-a)=0$, 解得 $a=18.05$.9. 由 $|x|=x+2$, 显然 $|x| \neq x$, 只能 $|x|=-x$.得 $-x=x+2$, 于是 $x=-1$.当 $x=-1$ 时,

$$19x^{94}+3x+27|_{x=-1}=19(-1)^{94}+3(-1)+27=19-3+27=43.$$

10. 显然, 加数的百位数码都是9, 千位数码也都是9, 个位数码之和是14, 和的千位数码是1, 所以被□盖住的数字之和等于 $1+9+9+9+9+14=51$.

三、B组填空题

提示:

1. a, b 互为相反数, 所以 $a+b=0$, c, d 互为负倒数, 所以 $cd=-1$. x 的绝对值等于它的相反数的2倍, 可得 $x=0$.

$$\therefore x^3+abcdx+a-bcd=0+0+a-b(cd)=a+b=0.$$

$$2. 1992 \times 1994 - 1994 \times 1993 = 1992 \times 1994 - 1994 \times 1993$$

$$= 1992 \times 1994 \times 10001 - 1994 \times 1993 \times 10001$$

$$= 1994 \times 10001 \times (1992 - 1993)$$

$$= 1994 \times 10001 = -19941994$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

3. a的相反数为 -a, a的倒数为 $\frac{1}{a}$, 二者的乘

$$\text{积}(-a) \times \frac{1}{a} = -1.$$

所以按表中要求填入的十个数之积是五个-1相乘, 其积为-1.

4. 在五个数码两两彼此不等的五位数中, 最大的一个数是98765, 最小的一个数是10234, 它们的差是
98765-10234=88531.5. $1992 \times 1993 \times 1994$ 的末位数字与 $2 \times 3 \times 4$ 的末位数字相同, 等于4. 容易看出其余三个乘式中每一个都有因子2和因子5, 所以 $1993 \times 1994 \times 1995, 1994 \times 1995 \times 1996, 1995 \times 1996 \times 1997$ 的末位数字都是0. 所以N的末位数字是4.6. 20千克盐水中含纯盐 $20 \times 15\%$ 千克, 设加入x千克的纯盐后盐水浓度变为20%, 则

$$20 \times 15\% + x = (20+x) \times 20\% \text{ 解得: } x = 1.25 \text{ (千克)}.$$

7. 设该生做对x个题, 做错y个题, 没做的是z个题, 则 $x+y+z=20, z=20-(x+y)=13+13y=13(1+y)$

$$\text{又 } 8x-5y=13$$

$$\therefore 8(x+y)=8x+8y=13+13y=13(1+y)$$

$$\because (13, 8)=1, \therefore 13 \mid (x+y). \text{ 又 } 0 < x+y \leq 20$$

$$\therefore x+y=13, z=20-13=7.$$

8. 延长大、小正方形的边交成一个矩形 (图4), 其面积为 $(a+b) \times b$, $\triangle ABC$ 的面积等于这个矩形面积减去外
围三个直角三角形的面积, 即

$$\begin{aligned} & (a+b) \times b - \frac{1}{2}(a+b) \times a - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a(b-a) \\ &= ab + b^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}a^2 \\ &= \frac{1}{2}b^2 \end{aligned}$$

9. 在1~100这100个自然数中, 容易数出来共有25个质数, 不有1既不是质数也不是合数, 所以, 在最坏的情况下, 拿到这26个非合数之后, 只要拿一个数, 必然会出现一个合数, 因此要保证多少取出一个合数, 必须至少取27个数, 所以n至少是27.

10. 连接AD、AE、DB (图5).

根据一个三角形的中线平分这个三角形的面积, 可知:

$$\triangle EQA \text{ 面积} = \triangle EQF \text{ 面积}$$

$$\triangle AEP \text{ 面积} = \triangle ADP \text{ 面积}$$

$$\triangle DBM \text{ 面积} = \triangle DAM \text{ 面积}$$

$$\triangle BND \text{ 面积} = \triangle BNC \text{ 面积}$$

上述四个等式相加, 可知: 游览区APEQ与BNDM的面积之和恰等于 $\triangle EQF, \triangle BNC$, 四边形APDM的面积之和. 因此,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

草地和湖水的面积之和恰为900平方米, 其中湖水面积为361平方米, 所以草地面积是 $900 - 361 = 539$ 平方米.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第五届（1994年）初中一年级第2试试题

一、选择题: (每题4分, 共40分)

1. 若 $a < 0, b > 0$, 且 $|a| < |b|$, 则 $a+b = []$

- A. $|b|-|a|$ B. $-|a|-|b|$ C. $|a|-|b|$ D. $|a|+|b|$

2. 在数 $\frac{22}{7}, \frac{355}{113}, 3.1416, \frac{268}{85}$ 中, 最小的一个数是 []

- A. $\frac{22}{7}$; B. $\frac{355}{113}$; C. $\frac{268}{85}$; D. 3.1416.

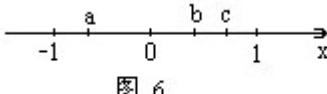


图 6

3. a, b, c在数轴上的位置如图6. 则在 $-\frac{1}{a}, -a, c-b, c+a$ 中, 最大的一个是 []

- A. $-a$; B. $c-b$; C. $c+a$; D. $-\frac{1}{a}$.

4. 若 $\frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{1993+1994+1995+1996+1997}{N}$, 则 $N = []$

- A. 1991 B. 1993. C. 1995 D. 1997

5. a, b在数轴上的位置如图7.

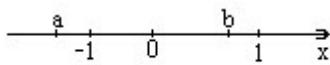


图 7

则在 $a+b, b-2a, |a-b|, |b|-|a|$ 中负数的个数是 []

- A. 1 B. 2. C. 3 D. 4

6. 如果等式 $1992+1994+1996+1998=5000-\square$ 成立, 则 \square 中应当填的数是 []

- A. 5. B. -980 C. -1990 D. -2980

7. 据报道目前用超级计算机找到的最大质数是 $2^{859433}-1$, 这个质数的末尾数字是 []

- A. 1 B. 3. C. 7 D. 9

8. 在-0.1428中用数字3替换其中一个非0数码后, 使所得的数最大, 则替换的数字是 []

- A. 1 B. 4. C. 2 D. 8

9. 当 $-1 < a < 0$ 时, 则有 []

- A. $\frac{1}{a} > a$; B. $|a^3| > a^3$; C. $-a > a^2$; D. $a^3 < -a^2$.

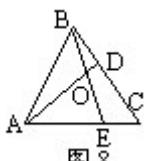


图 8

10. 有如下三个结论:

甲: a, b, c中至少有两个互为相反数, 则 $a+b+c=0$.

乙: a, b, c中至少有两个互为相反数, 则 $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c-a)^2 = 0$.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

丙: a, b, c 中至少有两个互为相反数, 则 $(a+b)(b+c)(c+a)=0$.

其中正确结论的个数是 []

- A. 0 . B. 1. C. 2. D. 3

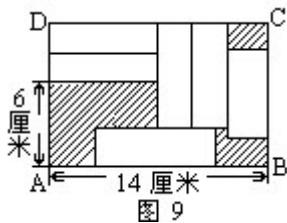
二、填空题: (每题4分, 共40分)

1. 图8中, 以点A, B, C, D, E, O为端点的线段有_____条.
2. 在1, 2, 3..., N这前N个自然数中, 共有p个质数, q个合数, m个奇数, n个偶数, 则 $(p-m)+(q-n)=$ _____.
4. 一个六位数 $\overline{2abcde}$ 的3倍等于 $\overline{abcde9}$, 则这个六位数是_____.
5. 某缝纫师做成一件衬衣、一条裤子、一件上衣所用的时间之比为1:2:3. 他用十个工时能做成2件衬衣、3条裤子和4件上衣. 那么他要做成14件衬衣、10条裤子和2件上衣, 共需_____工时.
6. 若p, q都是质数, 以x为未知数的方程 $px+5q=97$ 的根是1, 则 $p^2-q=$ _____.
7. n是自然数, 我们称n的非0数字的乘积为n的“指标数”, 如1的指标数是1, 27的指标数是14, 40的指标数为4, 则1~99这九十九个自然数的指标数的和是_____.
8. 在等式 $y=ax^2+bx+c$ 中, 当 $x=1$ 时, $y=-2$, 当 $x=-1$ 时, $y=20$, 则 $ab+bc+9b^2=$ _____.
9. 我们用 $\langle x \rangle$ 表示不超过正数x的质数的个数, 如 $\langle 3.1 \rangle=2$, $\langle 7 \rangle=4$ 等等. 那么式子 $\langle\langle 48 \rangle\rangle \times \langle 6.7 \rangle - \langle 10.1 \rangle =$ _____.
10. 电子跳蚤落在数轴上的某点 k_0 , 第一步从 k_0 向左跳1个单位到 k_1 , 第二步由 k_1 向右跳2个单位到 k_2 , 第三步由 k_2 向左跳3个单位到 k_3 , 第四步由 k_3 向右跳4个单位到 k_4 , ..., 按以上规律跳了100步时, 电子跳蚤落在数轴上的点 k_{100} 所表示的数恰是19.94. 则电子跳蚤的初始位置 k_0 点所表示的数是_____.

三、解答题: (每题10分, 满分20分)

1. 在矩形ABCD中, 放入六个形状、大小相同的长方形, 所标尺寸如图9所示.

试求图中阴影部分的总面积(写出分步求解的简明过程)



2. (1) 现有一个19°的“模板”(图10), 请你设计一种办法, 只用这个“模板”和铅笔在纸上画出1°的角来.
 (2) 现有一个17°的“模板”与铅笔, 你能否在纸上面画出一个1°的角来?
 (3) 用一个21°的“模板”与铅笔, 你能否在纸上画出一个1°的角来?
- 对(2)、(3)两问, 如果能, 请你简述画法步骤, 如果不能, 请你说明理由.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

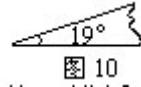


图 10

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案·提示

一、选择题

提示:

1. 依有理数加法法则知, 选(A).

2. $\frac{22}{7} = 3.142857\cdots$, $\frac{355}{113} = 3.14159292\cdots$,

$\frac{268}{85} = 3.1529\cdots$, 及 3.1416 中最小的一个是 $\frac{255}{113}$.

选(B)

3. 由图6可见, $-1 < a < 0$, $0 < b < c < 1$.

$\therefore -1 < c+a < 1$. 又 $c-b < 1-0=1$.

$\therefore -1 < a < 0 \Rightarrow 0 < -a < 1$

$\therefore -\frac{1}{a} > 1$

因此, $-\frac{1}{a}$, $-a$, $c-b$, $c+a$ 中最大的一个是

$-\frac{1}{a}$. 选(D).

4. $\frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{1993+1994+1995+1996+1997}{N}$

即 $\frac{5 \times 5}{5} = \frac{5 \times 1995}{N} \Rightarrow N = 1995$. 选(D).

5. 由图7可见, $a < 0$, $b > 0$, $|a| > |b|$.

$\therefore a+b < 0$, $b-2a > 0$, $|a-b| > 0$, $|b|-|a| < 0$. 选(B).

6. 设□的数是x, 则 $1992+1994+1996+1998=5000-x$, 即 $7980=5000-x$

$\therefore x=5000-7980=-2980$. 选(D).

7. 2^n 的末位数字对指数以4为周期而变化, $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, 2^4 末位数是6. 一般地 2^{4k+1} 末位数字为2, 2^{4k+2} 末位数字为4, 2^{4k+3} 末位数字为8, 2^{4k+4} 末位数字是6(其中k是非负整数).

$859433=214858 \times 4+1$, $2^{859433}=2^4 \times 214858+1$

 $\therefore 2^{859433}$ 末位数字为2. $\therefore 2^{859433}-1$ 末位数字为1. 选(A).8. 实际上是比较 -0.3428 (3换1)、 -0.1328 (3换4)、 -0.1438 (3换2)、 -0.1423 (3换8)哪个最大, 即比较 0.3428 、 0.1328 、 0.1438 、 0.1423 哪个最小. 易知 0.1328 最小. 所以在 -0.1428 中用数字3换4, 所得之数最大. 选(B).

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

9. 采用特殊值法, 取 $a = -\frac{1}{2}$, 则 $\frac{1}{a} = -2$, $a^2 =$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}, a^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}. \text{ 由 } -2 < -\frac{1}{2}, \text{ 排除(A).}$$

$$\left|-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right| = \frac{1}{8} = -\left(-\frac{1}{2}\right)^3, \text{ 排除(B). 由 } -\frac{1}{8} > -\frac{1}{4} \text{ 知}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 > \left(-\frac{1}{2}\right)^2, \text{ 排除(D). 因此选(C).}$$

10. 比如选 $a=5, b=-5, c=3, 5, -5, 3$ 至少有两个互为相反数, 但 $5+(-5)+3=3 \neq 0$. 知(甲)不

真. $[5+(-5)]^2 + (-5+3)^2 + (3-5)^2 = 8 \neq 0$ 知(乙)不真. a, b, c 三数中至少有两个互为相反数, 比如至少 a, b 互为相反数, 即 $a+b=0$, 则有 $(a+b)(b+c)(c+a)=0$, (丙)真. 所以(甲)、(乙)、(丙)中只有丙是真命题. 选(B).

二、填空题

提示:

1. 共有13条不同的线段, AB, AC, BC, AE, EC, CD, BD, BO, OE, BE, AO, AD, OD.

2. $p+q=N-1, m+n=N$. 则 $(p-m)+(q-n)=p-m+q-n=(p+q)-(m+n)=(N-1)-N=-1$.

3. 因为个位是23个3的和 $23 \times 3=69$ 的末位数是9, 向十位进6.

十位是22个3之和 $22 \times 3=66$, 再加上个位进上来的6, 得72, 所以十位数是2, 向百位进7.

百位是21个3之和 $21 \times 3=63$, 再加上十位进上来的7, 得70, 所以百位数是0, 向千位进7. 千位数是 $20 \times 3=60$, 再加上百位进上来的7, 得67, 所以千位数字为7.

所得四位数是7029.

4. 设 $\overline{abcde} = x$, 则六位数 $\overline{2abcde} = 2 \times 10^5 + x$.

依题列方程:

$$(2 \times 10^5 + x) \times 3 = 10x + 9$$

$$\text{即 } x = \frac{600000 - 9}{7} = 85713$$

这个六位数是285713.

5. 设缝纫师做一件衬衣的时间为 x , 则一条裤子的时间为 $2x$, 做一件上衣用时为 $3x$.

由于十个工时完成2件衬衣、3条裤子、4件上衣, 即 $2x+3 \times (2x)+4 \times (3x)=10$ (工时).

即 $20x=10$ (工时), 则完成2件上衣、10条裤子、14件衬衣共需:

$$2 \times (3x) + 10 \times (2x) + 14x = 40x = 20 \text{ (工时)}$$

6. 因为1为方程 $px+5q=97$ 的根, 所以 $p+5q=97$. p 与 $5q$ 必有一个是奇数, 另一个是偶数.

若 p 为奇数, $5q$ 为偶数, 只能 q 为偶质数2, 此时 $p=97-5 \times 2=87=3 \times 29$, 与 p 为质数的条件不符. 所以只能 p 为偶质数2, $5q=95$, $q=19$.

$$\therefore p^2 - q = 4 - 19 = -15.$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

7. 1~9的指标数之和为 $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ 10~19的指标数之和为 $1+1+2+3+4+5+6+7+8+9=46$ 20~29的指标数之和为 $2 \times (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9)=2 \times 46$ 30~39的指标数之和为 $3 \times (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9)=3 \times 46$ 40~49的指标数之和为 $4 \times (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9)=4 \times 46$ 50~59的指标数之和为 $5 \times (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9)=5 \times 46$ 60~69的指标数之和为 $6 \times (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9)=6 \times 46$ 70~79的指标数之和为 $7 \times (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9)=7 \times 46$ 80~89的指标数之和为 $8 \times (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9)=8 \times 46$ 90~99的指标数之和为 $9 \times (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9)=9 \times 46$ 所以1~99的指标数之和为 $45+(1+2+3+4+5+6+7+8+9) \times 46=45 \times 47=2115$ 8. 以 $x=1, y=-2$ 代入 $y=a^2+bx+c$ 得 $a+b+c=-2$ ①以 $x=-1, y=20$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 得 $a-b+c=20$ ②①-②, $2b=-22$, 所以 $b=-11$. 因此 $a+c=9$. 于是

$$ab+bc+9b^2=b(a+c)+9b^2=(-11) \times (9)+9 \times 11^2=990.$$

9. 由定义知, $\langle 48 \rangle=15, \langle 6.7 \rangle=3, \langle 10.1 \rangle=4$.

$$\therefore \langle\langle 48 \rangle \times \langle 6.7 \rangle - \langle 10.1 \rangle \rangle = \langle 15 \times 3 - 4 \rangle = \langle 41 \rangle = 13.$$

10. 设 k_0 点所对应的数为 x , 则

$$(x-1)+2-3+4-5+6-\dots-99+100=19.94 \text{ 即 } x+50=19.94$$

$$\therefore x=-30.06.$$

三、解答题

1. 解: 设小长方形的长为 x , 宽为 y , 依图11可见,

$$x+3y=14 \quad ①$$

$$x+y-2y=6, \text{ 即 } x-y=6 \quad ②$$

$$\text{①}-\text{②} \text{ 得 } 4y=8, \quad y=2, \text{ 代入 } \text{②} \text{ 得 } x=8.$$

因此, 大矩形ABCD的宽 $AD=6+2y=6+2 \times 2=10$.矩形ABCD面积 $=14 \times 10=140$ (平方厘米).阴影部分总面积 $=140-6 \times 2 \times 8=44$ (平方厘米).2. 解: (1) 在平面上取一点O, 过O点画一条直线AOB, 以 19° 模板顶点与O重合, 一边与OB射线重合, 另一边落在射线 OB_1 , 仍以O为顶点, 角一边重合于 OB_1 , 另一边落在射线 OB_2, \dots , 这样做出19个 19° 的角, 其总和为 361° ,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$\angle B_0B_{19}$ 就是 1° 角.

(2) 利用 17° 角的模板, 要画出 1° 的角, 关键在于找到整数m和n, 使得 $17 \times m - 180 \times n = 1$.

事实上 $17 \times 53 - 180 \times 5 = 901 - 900 = 1$. 所以做法如下:

在平面上任取一点O, 过O点画直线AOB, 以OB为始边、O为顶点, 反时针方向依次画53个 17° 的角, 设最后的终边为 OB_{53} , 而 $5 \times 180^\circ$ 的终边在OA射线, 这时 $\angle AOB_{53}$ 即为 1° 的角.

(3) 若用 21° 的模板可以画出 1° 的角, 则存在整数m, n, 使得 $21^\circ \times m - 180^\circ \times n = 1^\circ$

此时, 我们发现 $3|21$, $3|180 \Rightarrow 3|1$, 矛盾. 因此,

用 21° 角的模板和铅笔不能画出 1° 角来.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第六届（1995年）初中一年级第1试试题

一、选择题:

1. 有理数 $-\frac{95}{a-19}$ 的值一定不是[]

- A. 19. B. -19. C. 0. D. 1.

2. 方程 $1-19x=\frac{1}{19}$ 的根是[]

- A. 0; B. $\frac{18}{361}$; C. $\frac{1}{19}$; D. $\frac{1}{361}$.

3. 若 $a < 0$, 则下列结论中不成立的是 []

- A. $a^2=(-a)^2$. B. $a^3=(-a)^3$. C. $a^2=|a^2|$. D. $a^3=-|a^3|$.

4. 下面的数轴上(图1), 表示 $(-5) \div |-2|$ 的值的点是 []

- A. P. B. Q. C. M. D. N.

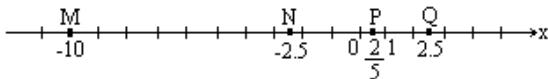


图 1

5. 如果由四舍五入得到的近似数是35, 那么在下列各数中不可能是真值的数是[] A. 34.49.

- B. 34.51. C. 34.99. D. 35.01.

6. 如果a、b均为有理数, 且 $b < 0$, 则a, a-b, a+b的大小关系是 []

- A. $a < a+b < a-b$. B. $a < a-b < a+b$. C. $a+b < a < a-b$. D. $a-b < a+b < a$.

7. 如图2, $\angle AOB=180^\circ$, OD是 $\angle COB$ 的平分线, OE是 $\angle AOC$ 的平分线, 设 $\angle DOB=a$, 则与a的余角相等的角是 []

- A. $\angle COD$. B. $\angle COE$. C. $\angle DOA$. D. $\angle COA$.

8. 在绝对值小于1000的整数中, 完全平方数的个数是[]

- A. 62. B. 63. C. 32. D. 31.

9. 计算: $\frac{1-2+3-4+5-6+7-8+9-10}{0.1+0.2+0.3+0.4+0.5+0.6+0.7+0.8+0.9}=[]$

- A. $\frac{1}{9}$; B. $1\frac{1}{9}$; C. $-\frac{1}{9}$; D. $-1\frac{1}{9}$.

10. 已知 $A=a^2+b^2-c^2$, $B=-4a^2+2b^2+3c^2$, 若 $A+B+C=0$, 则C= []

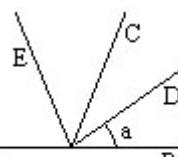


图 2

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

- A. $5a^2+3b^2+2c^2$. B. $5a^2-3b^2+4c^2$. C. $3a^2-3b^2-2c^2$. D. $3a^2+b^2+4c^2$.

二、A组填空题

1. 计算 $(-0.125)^7 \cdot 8^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 计算 $(-11) - (-22) - (-33) - (-44) - (-55) - (-66) = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 由 0.03096 四舍五入精确到万分位得近似数的有效数字是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. a、b 为有理数. 则表中空格内应填的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. 在下表所填的 16 个数中, 最大的一个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

-1.1	-2.2	-3.3	-4.4
-1.21	-95	-1.001	-3
-4.5	-1.01	-1.41	-3.01
-19	-1.31	-3.001	-1.0101

6. 计算: $\left(-\frac{72}{13}\right)^2 + \left(\frac{30}{13}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

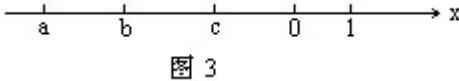


图 3

7. 若 a 被 1995 除, 所得的余数是 2, 则 -a 被 1995 除, 所得的余数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
8. a、b、c 在数轴上的位置如图 3 所示. 则在 $\frac{1}{a-b}, \frac{1}{c-b}, \frac{1}{a-c}$ 中, 最大的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
9. 如图 4, O 为圆心, 半径 OA=OB=r, $\angle AOB=90^\circ$, 点 M 在 OB 上, OM=2MB, 用 r 的式子表示阴影部分的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如果 $a=-2$, 则在 $-3a, 4a, \frac{24}{a}, a^2, 1$ 这五个数中,

值最大的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

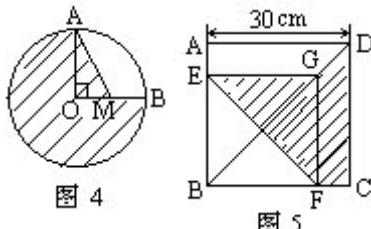


图 4

三、B组填空题

1. 在数轴上, 点 A、B 分别表示有理数 a、

b, 原点 0 恰是 AB 的中点, 则 $1995a \times \frac{26}{3b}$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

2. 某次测验共 20 道选择题、答对一题记 5 分, 答错一题记 -2 分, 不答记 0 分, 某同学得 48 分, 那么他答对的题目最多是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.
3. 计算: $(2 \times 3 \times 4 \times 5) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. ABCD 和 EBFG 都是正方形, 尺寸如图 5 所示, 则阴影部分的面积是 $\underline{\hspace{2cm}} (\text{cm}^2)$.
5. a 与 b 是相邻的两个自然数, 则 a、b 的最大公约数与最小公倍数之和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

6. 若 $|x-y+3|$ 与 $|x+y-1995|$ 互为相反数, 则 $\frac{x+2y}{x-y}$ 的值是_____.

7. 120的所有是合数但不是奇数的正约数的和等于_____.

8. 如图6给出的乘法竖式中, 四个方块盖住的四个数字之和的最大值是_____.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案·提示**一、选择题**

提示:

1. 当 $a = 14$ 时, $-\frac{95}{a-19} = 19$ 排除 (A)

当 $a = 24$ 时, $-\frac{95}{a-19} = -19$ 排除 (B)

当 $a = -76$ 时, $-\frac{95}{a-19} = 1$ 排除 (D)

因此, 选(C). 事实上, 对任意 $a \neq 19$, $-\frac{95}{a-19}$

一定不是0.

2. 以 $x = 0$ 代入, 以 $x = \frac{1}{19}$ 、 $x = \frac{1}{361}$ 代入方程,

两边均不相等, 只有以 $x = \frac{18}{361}$ 代入方程才能使两边

相等, 因此, 选 (B) .

3. 以特殊值 $a = -2$ 代入检验, 易知 $(-2)^2 =$

$$(-(-2))^2, (-2)^3 \neq (-(-2))^3, (-2)^2 = |(-2)^2|, (-2)^3 = -|(-2)^3|, \text{ 所以选 (B) .}$$

4. $(-5) \div |-2| = (-5) \div 2 = -\frac{5}{2} = -2.5$, 对应的

是数轴上的N点, 选(D).

5. 由于 34.51, 34.99, 35.01 四舍五入的近似值都可能是 35, 而只有 34.49 不可能是真值, 选 (A) .

6. 因为 $b < 0$, 所以 $a+b < a < a-b$, 选 (C) .7. $\because \angle AOC + \angle COB = 180^\circ$

$$\therefore \frac{1}{2}\angle AOC + \frac{1}{2}\angle COB = 90^\circ, \text{ 即 } \angle COE + \angle BOD = 90^\circ. \angle COE = 90^\circ - \angle BOD = 90^\circ - a$$

 \therefore 选 (B) .

8. 在绝对值小于 1000 的整数中, 共计 1999 个整数, 其中 -1999, -1998, ..., -2, -1, 这 999 个负整数都不能写成整数的平方。因此可以写成整数的平方的数只能在 0, 1, 2, ..., 998, 999 这一千个整数中去找。 $0=0^2, 1=1^2, 4=2^2, \dots, 961=31^2$ 。共计 32 个, 选 (C) .

9. 原式 $= \frac{-5}{4.5} = -\frac{10}{9} = -1\frac{1}{9}$, 选 (D) .

10. $\because A+B+C=0$

$$\therefore C = -A-B = -(a^2+b^2-c^2) - (-4a^2+2b^2+3c^2)$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$= -a^2 - b^2 + c^2 + 4a^2 - 2b^2 - 3c^2 = 3a^2 - 3b^2 - 2c^2. \text{ 选(C).}$$

二、A组填空题

提示:

$$1. (-0.125)^7 \cdot 8^8 = (-0.125)^7 \cdot 8^7 \cdot 8 = (-0.125 \times 8)^7 \cdot 8 = -8$$

$$2. (-11) - (-22) - (-33) - (-44) - (-55) - (-66)$$

$$= (-11) + 22 + 33 + 44 + 55 + 66$$

$$= (-22) + (11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66)$$

$$= (-22) + 11(1+2+3+4+5+6)$$

$$= (-22) + 11 \times 21 = -(-22) + 231 = 209$$

3. 0.03096四舍五入精确到万分位所得近似值是0.0310, 有效数字是3、1、0.

4. 由表可见, $a+b=-49$, $a-b=-97$ 解得 $a=-73$, $b=24$

$$\therefore \frac{a+1}{b} = \frac{-73+1}{24} = \frac{-72}{24} = -3. \text{ 在表的空格中应}$$

填的数是 -3.

5. 表中所填的数都是负数, 应该以绝对值最小的其值最大, 可按行比较.

第一行最大者为 -1.1, 第二行最大者为 -1.001,

第三行最大都为 -1.01, 第四行最大都为 -1.0101.

在 -1.1、-1.001、-1.01、-1.0101 中最大者为 -1.001, 所以全表 16 个数中最大者为 -1.001

$$\begin{aligned} 6. \left(-\frac{72}{13}\right)^2 + \left(\frac{30}{13}\right)^2 &= \frac{6^2}{13^2} \times 12^2 + \frac{6^2}{13^2} \times 5^2 \\ &= \frac{6^2}{13^2} \times (12^2 + 5^2) = \frac{6^2}{13^2} \times 13^2 = 6^2 = 36. \end{aligned}$$

7. 设 a 被 1995 除商 q 余 2, 则 $a = 1995 \times q + 2 - a = 1995 \times (-q) - 2 = 1995 \times (-q) - 1995 + 1993$ 即 $-a = 1995 \times [(-q) - 1] + 1993$ $\therefore -a$ 被 1995 除的余数是 1993.8. 由图 3 可见, $0 > c > b > a$.于是 $a-b < 0$, $c-b > 0$, $a-c < 0$.因此 $\frac{1}{a-b} < 0$, $\frac{1}{c-b} > 0$, $\frac{1}{a-c} < 0$ $\therefore \frac{1}{a-b}, \frac{1}{c-b}, \frac{1}{a-c}$ 是最大的一个是 $\frac{1}{c-b}$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 当 $a = -2$ 时, $4a < 0$, $\frac{24}{a} < 0$, 不可能取最大, 而 $a^2|_{a=-2} = 4$, $-3a|_{a=-2} = 6$

所以 $a = -2$ 时, 所给五个单项式的值最大的是 6.

三、B组填空题

提示:

1. 在数轴上, 有理数 a 与 b 对应的点 A 与 B 满足原点 O 是线段 AB 的中点。则 $a+b=0$

即 $a = -b$ 或者 $\frac{a}{b} = -1$

$$\therefore 1995a \times \frac{26}{3b} = 1995 \times \frac{26}{3} \times \frac{a}{b} = -665 \times 26 \\ = -17290$$

2. 设小明答对 x 题, 答错 y 题, 没答 z 题

$$\text{则 } x+y+z=20 \quad ①$$

$$5x-2y=48 \quad ②$$

$$②+2 \times ① \text{ 得 } 7x+2z=88$$

$$x = 12 + \frac{4-2z}{7}, \text{ 当 } z=2 \text{ 时, } x \text{ 取最大值 } 12, \text{ 此时}$$

$y = 6$. 所以小明答对的题最多是 12 个.

$$3. (2 \times 3 \times 4 \times 5) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) \\ = 3 \times 4 \times 5 + 2 \times 4 \times 5 + 2 \times 3 \times 5 + 2 \times 3 \times 4 \\ = 60 + 40 + 30 + 24 = 154$$

4. 从图 5 中观察易知, 阴影的面积是正方形 $ABCD$ 面积的一半,

$$\text{为 } \frac{30^2}{2} = 450(\text{cm}^2).$$

5. a 、 b 为两个相邻的自然数, 它们的最大公约数为 1, 所以 a 、 b 的最小公倍数为 ab .

因此, a 、 b 这两个相邻自然数的最大公约数与最小公倍数之和等于 $ab+1$.

6. 因为 $|x-y+3| \geq 0$, $|x+y-1995| \geq 0$, 但二者互为相反数, 只能 $|x-y+3|=0$ 且 $|x+y-1995|=0$.

$$\text{即 } x-y+3=0, x+y-1995=0 \Rightarrow x-y=-3, x+y \\ = 1995, \text{ 相减得 } 2y = 1998 \Rightarrow y = 999$$

$$\therefore \frac{x+2y}{x-y} = \frac{(x+y)+y}{x-y} = \frac{1995+999}{-3} = -\frac{2994}{3} = -998.$$

7. 120 的正约数共有 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120 计有 16 个, 其中是合数但不是奇数的正约数有 4, 6, 8, 10, 12, 20, 24, 30, 40, 60, 120 共 11 个, 它们的和是

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$4+6+8+10+12+20+24+30+40+60+120=334$$

8. 设四个方块中所有数字为a, b, c, d,

即因乘积是两位数, 所以断定a=1.

又由于乘数为5, 所以d=0或5, 即d的最大值是5, 又b≤9, c≤d

$$\therefore a+b+c+d \leq 1+9+9+5=24$$

而事实上 $1+9+9+5=24$, 表明24是可达到的.

所以四个方块盖住的四个数字之和的最大值是24.

9. 设步行所用时间为t小时, 则乘汽车用 $1-t$ 小时, 依题意列方程如下:

$$36 \times (1-t) + 4 \times t = 28 \quad \text{解得} \quad t=0.25$$

答 步行所用时间为0.25小时。

10. a, b, c均为整数, 则a-b, c-a也为整数, $|a-b|^{19}$, $|c-a|^{95}$ 为两个非负整数, 其和为1

$$\text{只能 } |a-b|^{19}=0, \text{ 且 } |c-a|^{95}=1 \quad ①$$

$$\text{或 } |a-b|^{19}=1 \text{ 且 } |c-a|^{95}=0. \quad ②$$

由① a=b且c=a±1

$$\text{于是 } |b-c|=|c-a|=1$$

由② c=a且a=b±1

$$\text{于是 } |b-c|=|a-b|=1$$

无论①或②, 都有

$$|a-b| + |c-a| = 1 \text{ 且 } |b-c| = 1$$

$$\therefore |c-a| + |a-b| + |b-c| = 2$$

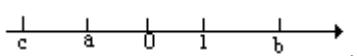
厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第六届（1995年）初中一年级第2试试题

一、选择题:

1. 若y是正数, 且 $x+y < 0$, 则在下列结论中, 错误的一个是 []
 A. $x^3y > 0$. B. $x+|y| < 0$. C. $|x|+y > 0$. D. $x-y^2 < 0$.
2. 已知 $|a| = -a$, 则化简 $|a-1| - |a-2|$ 所得的结果是 []
 A. -1. B. 1. C. 2a-3. D. 3-2a.
3. 已知 $a=1995x+1994$, $b=1995x+1995$, $c=1995x+1996$. 那么 $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ 的值等于 []
 A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.
4. 用一副学生用的三角板的内角(其中一个三角板的内角是 45° , 45° , 90° ; 另一个是 30° , 60° , 90°)可以画出大于 0° 且小于 176° 的不同角度的角共有____种. []
 A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.
5. 数轴上坐标是整数的点称为整点, 某数轴的单位长度是1厘米, 若在这个数轴上随意画出一条长为1995厘米的线段AB, 则线段AB盖住的整点是 [] 个.
 A. 1994或1995. B. 1994或1996. C. 1995或1996. D. 1995或1997.
6. 方程 $1995x+6y=420000$ 的一组整数解(x, y)是 []
 A. (61, 48723). B. (62, 48725). C. (63, 48726). D. (64, 48720).
7. 某同学到集贸市场买苹果, 买每公斤3元的苹果用去所带钱数的一半, 而其余的钱都买了每公斤2元的苹果, 则该同学所买的苹果的平均价格是每公斤____元. []
 A. 2.6. B. 2.5. C. 2.4. D. 2.3.
8. a, b, c的大小关系如图7所示 ,

则 $\frac{a-b}{|a-b|} - \frac{b-c}{|b-c|} + \frac{c-a}{|c-a|} + \frac{ab-ac}{|ab-ac|}$ 的值是 []

A. -1. B. 1. C. 2. D. 3.

9. 设 $P=-\frac{1}{12345 \times 12346}$, $Q=-\frac{1}{12344 \times 12346}$, $R=-\frac{1}{12344 \times 12345}$, 则P, Q, R的大小关系是 []

A. P>Q>R. B. Q>P>R. C. P>R>Q. D. R>Q>P.

10. 某项球类规则达标测验, 规定满分100分, 60分及格, 模拟考试与正式考试形式相同, 都是25道选择题, 第题答对记4分, 答错或不答记0分. 并规定正式考试中要有80分的试题就是模拟考试中的原题. 假设某人在模

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

拟考试中答对的试题, 在正式考试中仍能答对, 某人欲在正式考试中确保及格, 则他在模拟考试中, 至少要得 []

- A. 80分. B. 76分. C. 75分. D. 64分.

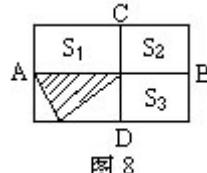


图 8

二、填空题

1. 计算: $1^2 + 2 - 3 \times 4 \div 5 + 6^2 + 7 - 8 \times 9 \div 10 = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若 $a+b < 0$, 则化简 $|a+b-1| - |3-a-b|$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 某市举行环城自行车比赛, 跑的路线一圈

是6千米, 甲车速是乙车速的, 在出发后1小时10分钟时, 甲, 乙二人恰在行进中第二次相遇, 则乙车比甲车每分钟多走 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米.

4. 如图8, 两条线段AB、CD将大长方形分成四个小长方形, 其中 S_1 面积是8, S_2 的面积是6, S_3 的面积是5. 则阴影三角形的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 若 $n = 1\frac{1}{3} - \frac{7}{12} + \frac{9}{20} - \frac{11}{30} + \frac{13}{42} - \frac{15}{56} + \frac{17}{72}$, 则n的负倒数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

6. 一次数学小测验共有十道选择题, 每题答对得3分, 答错或不答均扣1分, 则这次小测验的成绩至多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种可能的分数.

7. 已知p, q均为质数, 并且存在两个正整数m, n, 使得 $p=m+n$, $q=mn$,

$$\text{则 } \frac{p^p + q^q}{m^n + n^m} \text{ 的值为 }$$

$\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如图9, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=1.5BC$, 在AC上取点D, 使得 $AD=0.5BC$, 量得 $BD=1\text{cm}$, 则 $\triangle ABD$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$.

9. 若 $S=15+195+1995+19995+\dots+\underbrace{1999\dots95}_{44个9}$. 则和数S的末四位数字的和是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 用分别写有数字的四张卡片, , , 可以排出不同的四位数, 如1234, 1342, 4231, …等共24个, 则其中可被22整除的四位数的和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 某班参加校运动会的19名运动员的运动服号码恰是1~19号, 这些运动员随意地站成一个圆圈, 则一定有顺次相邻的某3名运动员, 他们运动服号码数之和不小于32, 请你说明理由.

2. 已知 $ax+by=7$, $ax^2+by^2=49$, $ax^3+by^3=133$, $ax^4+by^4=406$, 试求 $1995(x+y)+6xy-\frac{17}{2}(a+b)$ 的值.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案 • 提示**一、选择题**

提示:

1. $\because y > 0$, 若 $x \geq 0$ 则 $x+y \geq 0$, 与 $x+y < 0$ 矛盾. 所以由 $y > 0$, $x+y < 0$ 必有 $x < 0$.因此, $x^3 < 0$, $x^3 y < 0$, 即 (A) 是错误的.事实上, $y > 0$, $x+y < 0$, 即 $x+|y| < 0$, (B) 成立. $|x|+y > 0$, (C) 成立. $x < 0$, $y^2 > 0$, $x-y^2 < 0$, (D) 成立. 因此, 选 (A).2. $\because |a| = -a$, $\therefore a \leq 0$.

$$|a-1| - |a-2| = -(a-1) + (a-2) = -1, \text{ 选 (A).}$$

3. $a-b = (1995x+1994) - (1995x+1995) = -1$

$b-c = (1995x+1995) - (1995x+1996) = -1$

$c-a = (1995x+1996) - (1995x+1994) = 2$

$$\therefore (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = (-1)^2 + (-1)^2 + 2^2 = 6. \text{ 选 (B).}$$

4. 由于 $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$, 所以 15° 可以画出. 因为 30° , 45° , 60° , 90° 都是 15° 的倍数. $0^\circ \sim 176^\circ$ 之间度数为 15° 的倍数的角都可画出. 这些不同度数的角共计 11 种, 它们是: 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , 105° , 120° , 135° , 150° , 165° . 选 (D).5. 若所画的长为 1995 厘米的线段的两个端点 A 与 B 均为整点时, 此时线段 AB 盖住的整点个数是 $1995+1=1996$ 个. 若 A 点不是整点, 则 B 点也不是整点, 此时线段 AB 盖住的整点个数为 1995 个, 所以长为 1995 厘米的线段盖住的整点是 1995 个, 所以长为 1995 厘米的线段盖住的整点是 1995 或 1996 个. 选 (C).6. 设 x , y 均为整数, 且满足 $1995x+6y=420000$.则 $5 \mid 1995x$, $5 \mid 420000$, 所以 $5 \mid 6y$.但 $(5, 6)=1$, 因此 $5 \mid y$. 所以排除 (A), (C). 对 (B), 若 $(62, 48725)$ 满足方程, 则事实上, $1995 \times 64 + 6 \times 48720 = 420000$ 成立. 选 (D).7. 设该同学买了 3 元一公斤的苹果 x 公斤, 2元一公斤的苹果 y 公斤, 所用的钱数都是所带钱数的一半. 所以 $3x = 2y$, 即 $y = \frac{3}{2}x$. 因此, 该同学共买了 $x+y$ 公斤苹果, 花去了 $3x+2y=6x$ 元. 所以所买的苹果平均价格是每公斤 $\frac{3x+2y}{x+y} = \frac{6x}{\frac{5}{2}x} = \frac{12}{5} = 2.4$ 元.

选 (C).

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

8. 从图9中可见, $a < b < c$ 且 $a < 0, b < 0, c > 0$ 所以 $a-b < 0, b-c < 0, c-a > 0, ab > 0, ac < 0$ 所以 $ab-ac > 0$,

$$\frac{a-b}{|a-b|} - \frac{b-c}{|b-c|} + \frac{c-a}{|c-a|} + \frac{ab-ac}{|ab-ac|} = (-1) - (-1) + 1 + 1 = 2. \text{ 选 (C).}$$

9. 因为 $12344 < 12345 < 12346$ 所以 $12344 \times 12345 < 12344 \times 12346 < 12345 \times 12346$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{12344 \times 12345} &> \frac{1}{12344 \times 12346} \\ &> \frac{1}{12345 \times 12346} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{更有 } -\frac{1}{12344 \times 12345} &< -\frac{1}{12344 \times 12346} \\ &< -\frac{1}{12345 \times 12346} \end{aligned}$$

即 $R < Q < P$. 选 (A).10. 设在模拟考试中至少要得 x 分, 则在模拟考试中至少做对 $\frac{x}{4}$ 道题, 做错或不会做的题至多是25 - $\frac{x}{4}$ 道题. 在正式考试中要出现模拟考试中 80 分的试题, 即 $\frac{80}{4} = 20$ 道题. 如果最坏的可能, 即其

余 20 分题 (5 道新题) 某人全不会做, 而且模拟考

试中 $25 - \frac{x}{4}$ 道失分的题又全出现在正式考试试题之

中, 并且该生在模拟考试后也没能复习纠错, 仍按

错误答案在正规考试中失分, 这时该生只能从 $\frac{80}{4} -$ $\left(25 - \frac{x}{4}\right)$ 道题中取得及格分.

$$\text{即 } \left[\frac{80}{4} - \left(25 - \frac{x}{4}\right) \right] \times 4 \geq 60$$

解得 $x \geq 80$. 即某人欲在正式考试中确保及格, 则他在模拟考试中至少要得 80 分. 选 (A).

二、填空题

提示:

1. 原式 = $1+2-3 \times 4 \div 5+36+7-8 \times 9 \div 10=3-12 \div 5+36+7-72 \div 10=3-2.4+43-7=36.4$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

2. $\because a+b < 0, a+b-1 < 0, 3-a-b = 3-(a+b) > 0$

$\therefore |a+b-1| - |3-a-b| = -(a+b-1) - (3-a-b) = -a-b+1-3+a+b=-2$

3. 设乙速为 x 千米/小时, 则甲速是 $\frac{5}{7}x$ 千米/小时.

甲、乙二人在行进中第二次相遇, 乙要追过甲两圈, 所以

$$\frac{7}{6}x - \frac{7}{6} \times \frac{5}{7}x = 2 \times 6$$

解得 $x=36$ (千米/小时), 即乙车速36千米/

小时. 所以甲车速为 $\frac{5 \times 36}{7}$ 千米/小时.

因此, 乙车比甲车每分钟多走

$$\left(36 - \frac{5 \times 36}{7}\right) \div 60 = \frac{2}{7} \times 36 \div 60 = \frac{6}{35} \text{千米}$$

4. 如图8, 设AB、CD交于O, 阴影三角形面积为S, 则矩形

AD面积为 $2S$, 由 $\frac{S_1}{2S} = \frac{CO}{DO} = \frac{S_2}{S_3}$ 得 $\frac{8}{2S} = \frac{6}{5}$, 解

$$\text{得 } S = \frac{10}{3}$$

$$\begin{aligned} 5. \text{ 因为 } n &= 1 + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9}\right) \\ &= 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \\ &\quad - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} \\ &= 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \end{aligned}$$

所以n的负倒数是 $-\frac{9}{10}$

6. 设这次小测验答对x道题, 则有 $10-x$ 道题答错或没答, 应得分数

$$w = 3x - (10-x) = 4x - 10$$

因此, 可能得到的分数为偶数, 且不被4整除, 又最高得分为满分30分, 最低得分为-10分, 在-10~30之间被2整除但不被4整除的数有-10, -6, -2, 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30共11种可能, 容易验证, 这11种分数值都是可以取到的.

7. $\because q$ 是质数, $q=m \times n$,

所以m, n只能一个为1, 另一个为q.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

此时 $p=m+n=1+q$, 而 p 又是质数, 只能 $p=3$, $q=2$.即 m , n 一个是 1, 另一个是 2.

$$\text{于是 } \frac{p^p + q^q}{m^m + n^n} = \frac{3^3 + 2^2}{1^2 + 2^1} = \frac{27 + 4}{3} = \frac{31}{3}.$$

$$\begin{aligned} 8. \quad AC &= 1.5BC, \quad AD = \frac{1}{2}BC, \quad \therefore CD = AC - AD \\ &= BC. \end{aligned}$$

即 $\triangle BCD$ 为等腰直角三角形(图10), 四个等腰直角 $\triangle BCD$ 可以拼成以 BD 为边的一个正方形, 所以

$$\triangle BDC \text{ 的面积} = \frac{1^2}{4} = \frac{1}{4}, \text{ 而 } \triangle ABD \text{ 与 } \triangle BDC \text{ 是等高,}$$

但底 $AD = \frac{1}{2}CD$, 所以 $\triangle ABD$ 面积为 $\triangle BDC$ 面积的 $\frac{1}{2}$,

即 $\triangle ABD$ 面积为 $\frac{1}{8}$ 平方厘米.

$$9. \quad S = (20-5) + (200-5) + (2000-5) + (20000-5) + \cdots + (-5)$$

$$= 20 + 200 + 2000 + 20000 + \cdots + 5 \times 45 = -225$$

所以 S 的末四位数字的和为 $1+9+9+5=24$

10. 在由 1, 2, 3, 4 组成的 24 个四位数中, 末位数字是 1, 3 的不能被 22 整除, 这样的数共 12 个, 而其余 12 个末位数字是偶数, 有可能被 22 整除, 它们是

1234, 1324, 1432, 1342, 2134, 2314,

3124, 3412, 3142, 3214, 4132, 4312.

由奇位数字和减去偶位数字和之差是 11 倍数者, 原数为 11 的倍数, 可知其中被 11 整除的只有 1342, 2134, 3124, 4312. 即这四个数被 22 整除, 它们的和是

$$1342 + 2134 + 3124 + 4312 = 10912$$

三、解答题

1. 证: 在圆周上按逆时针顺序以 1 号为起点记运动服号码数为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{18}, a_{19}$ (图 11), 显然 $a_1=1$, 而 $a_2, a_3, \dots, a_{18}, a_{19}$ 就是 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 18, 19 的一个排列

$$A_1 = a_2 + a_3 + a_4$$

$$A_2 = a_5 + a_6 + a_7$$

$$A_3 = a_8 + a_9 + a_{10}$$

$$A_4 = a_{11} + a_{12} + a_{13}$$

$$A_5 = a_{14} + a_{15} + a_{16}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$A_7 = a_{17} + a_{18} + a_{19}$$

$$\text{则 } A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$$

$$= a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_{17} + a_{18} + a_{19}$$

$$= 2 + 3 + 4 + \cdots + 17 + 18 + 19$$

$$= 189$$

如果 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 中每一个都 ≤ 31 , 则有 $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 \leq 6 \times 31 = 186$, 与 (*) 式矛盾. 所以 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 中至少有一个大于 31. 为确定起见, 不妨就是 $A_1 > 31$, 即 $a_2 + a_3 + a_4 > 31$, 但 $a_2 + a_3 + a_4$ 是整数, 所以必有 $a_2 + a_3 + a_4 \geq 32$ 成立. 即一定有顺次相邻的某三名运动员, 他们运动服号码数之和不小于 32.

说明: 本试题来源于一道常见的试题, “将 1, 2, 3, 4, …, 17, 18, 19 这 19 个自然数任意排成一圈, 必定能找到相邻的 3 个自然数, 它们之和不小于 30.”

其证法是, 设这 19 个数在圆圈排列后依次逆时针顺序是 $a_1, a_2, \dots, a_{18}, a_{19}$ (图 12), 则

$$A_1 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$A_2 = a_2 + a_3 + a_4$$

$$A_3 = a_3 + a_4 + a_5$$

$$A_4 = a_4 + a_5 + a_6$$

……

$$A_{17} = a_{17} + a_{18} + a_{19}$$

$$A_{18} = a_{18} + a_{19} + a_1$$

$$A_{19} = a_{19} + a_1 + a_2$$

$$\text{相加得 } A_1 + A_2 + \cdots + A_{18} + A_{19}$$

$$= 3(a_1 + a_2 + \cdots + a_{18} + a_{19})$$

$$= 3 \times (1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 17 + 18 + 19)$$

$$= 570$$

若 $A_1, A_2, \dots, A_{18}, A_{19}$ 这 19 个自然数都小于 30, 则 $A_1 + A_2 + \cdots + A_{18} + A_{19} < 19 \times 30 = 570$ 与 (*) 式矛盾. 所以 $A_1, A_2, \dots, A_{18}, A_{19}$ 中至少有一个不小于 30. 为确定起见, 不妨设 $A_1 \geq 30$, 即 $a_1 + a_2 + a_3 \geq 30$, 即一定有顺相邻的 3 个数, 其和不小于 30.

但在写数排圈试验中不难发现, 总会找到相邻 3 个数之和大于 30, 这表明 30 这个限不是最好的, 我们可以改进到 32. 要达到这个结果, 其一, 找三数组的个数减小, 平均值可能增大, 原来找出 19 个数三数组, 现在我们找出 6

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

个, 且互不重复, 这样, 其用到19个中的18个数, 显然有一个数没用在三数组中, 这个数只有取 $a_1=1$ 时, 才能使其余18个数之和尽可能大. 以上这些想法已经包含着非智力因素在内的对问题灵活处理的综合能力. 克报困难意识强, 遇事思维开阔的学生, 处理本题的能力会表现突出一些.

2. 分析: 已知 $ax+by=7$, $ax^2+by^2=49$, $ax^3+by^3=133$, $ax^4+by^4=406$. 形式很对称, 很容易诱使你将 $ax+by=7$ 两边平方, 再减去 $ax^2+by^2=49$, …想利用乘法公式算出 xy , 但一试发现此路不通. 由于受所作某些训练题型模式的影响, 很多同学仍企图走此路, 以致最后陷入死胡同.

事实上, $ax+by$ 平方后必出现 a^2x^2 与 b^2y^2 , 而 ax^2+by^2 中, a , b 都不是平方, 这一特点已经表明利用乘法公式去消项的方法很难走通. 应及时转向, 通过一项一项表示, 往一起凑这个最基本的方式去做.

解: 显然

$$ax^2=49-by^2, \quad by^2=49-ax^2$$

$$ax^3=49x-bxy^2, \quad by^3=49y-ax^2y$$

相加得

$$133=ax^3+by^3=49(x+y)-xy(ax+by)$$

即

$$49(x+y)-7xy=133$$

$$7(x+y)-xy=19 \quad ①$$

$$\text{同理 } ax^3=133-by^3, \quad by^3=133-ax^3$$

$$ax^4=133x-bxy^3, \quad by^4=133y-ax^3y$$

相加得

$$406=ax^4+by^4=133(x+y)-xy(ax^2+by^2)$$

$$\text{即 } 133(x+y)-49xy=406$$

$$19(x+y)-7xy=58 \quad ②$$

由①、②联立, 设 $x+y=u$, $xy=v$

$$\text{得 } 7u-v=19$$

$$19u-7v=58, \text{ 解得 } u=2.5, v=-1.5$$

$$\text{即 } x+y=2.5, \quad xy=-1.5$$

$$\text{由 } ax=7-by, \quad by=7-ax$$

$$\text{得 } ax^2=7x-bxy, \quad by^2=7y-axy$$

$$\text{相加得 } 49=ax^2+by^2=7(x+y)-xy(a+b)$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

所以 $1.5(a+b) = 49 - 7 \times 2.5$

$$\therefore a+b=21$$

此时即可求得

$$\begin{aligned} & 1995(x+y) + 6xy - \frac{17}{2}(a+b) \\ &= 1995 \times (2.5) + 6 \times (-1.5) - \frac{21 \times 17}{2} \\ &= 4987.5 - 9 - 178.5 = 4800 \end{aligned}$$

说明: 本题虽然所用知识单元块均在初一学过, 但解此题需要考生有较强的应变能力与观察综合能力, 并且计算也要很细心, 因此本题属于对学生数学素质综合检查的题目. 本题改编自下面的问题 “已知 $ax+by=8$, $ax^2+by^2=22$, $ax^3+by^3=62$, $ax^4+by^4=178$, 试求 $1995(x+y)+6xy$ 之值”. 有兴趣的读者不妨解一解看. 答案是 10011. 再想一想, 满足题设条件的 a 与 b 两数之和 $a+b$ 等于多少? 你能独立地求出 $a+b$ 之值吗? (答 $a+b=3$)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第七届（1996年）初中一年级第1试试题

一、选择题:

1. $(-1) - (-9) - (-9) - (-6)$ 的值是 ()

- A. -25. B. 7. C. 5. D. 23

2. 方程 $19x - 96 = 96 - 19x$ 的解是 ()

- A. 0; B.
- $\frac{48}{19}$
- ; C.
- $\frac{192}{19}$
- ; D.
- $\frac{96}{19}$
- .

3. 如果 $a < 0$, 则 a 与它的相反数的差的绝对值是 ()

- A. 0 B.
- a
- . C.
- $-2a$
- D.
- $2a$

4. 如果一个方程的解都能满足另一个方程, 那么, 这两个方程 ()

- A. 是同解方程. B. 不是同解方程. C. 是同一个方程. D. 可能不是同解方程

5. a, b 为有理数, 在数轴上如图1所示, 则 ()

- A.
- $\frac{1}{a} < 1 < \frac{1}{b}$
- ; B.
- $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 1$
- ; C.
- $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < 1$
- ; D.
- $1 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$
- .

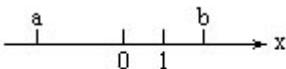


图1

6. 如果 $x < -2$, 那么 $|1 - |1 + x||$ 等于 ()

- A.
- $-2 - x$
- . B.
- $2 + x$
- . C.
- x
- . D.
- $-x$

7. 线段 $AB = 1996$ 厘米, P、Q 是线段 AB 上的两个点, 线段 $AQ = 1200$ 厘米, 线段 $BP = 1050$ 厘米, 则线段 $PQ =$ ()

- A. 254 厘米 B. 150 厘米. C. 127 厘米 D. 871 厘米

8. α, β 都是钝角, 甲, 乙, 丙, 丁计算 $\frac{1}{6}(\alpha + \beta)$ 的结果依次为 $50^\circ, 26^\circ, 72^\circ, 90^\circ$, 其中确有正确的结果, 那么算得结

果正确者是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

9. 如果 $a > b$, 且 $c < 0$, 那么在下面不等式中:(1) $a+c > b+c$; (2) $ac > bc$; (3) $-\frac{a}{c} > -\frac{b}{c}$; (4) $ac^2 > bc^2$. 成立的个数是 ()

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4

10. 如果 $-\frac{5}{3}a > -\frac{2}{7}a$, $2+c > 2$, 那么 ()

- A.
- $a-c > a+c$
- B.
- $c-a > c+a$
- . C.
- $ac > -ac$
- D.
- $3a > 2a$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

二、A组填空题

1. $(-1)^2 + (-2)^3 + (-3)^4 + (-4)^5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 多项式 $3x^2 + 5x - 2$ 与另一个多项式的和是 $x^2 - 2x + 4$, 那么, 这“另一个多项式”是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 若 a, b 互为相反数, c, d 互为负倒数, 则 $(a+b)^{1996} + (cd)^{323} = \underline{\hspace{2cm}}$.

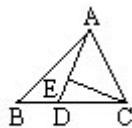
4. 如图2 $\triangle ABC$ 的面积是 1 平方厘米, $DC=2BD$, $AE=3ED$,则 $\triangle ACE$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米.5. 设自然数中两两不等的三个合数之和的最小值是 m ,

图2

则 m 的负倒数等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

6. 一个角 α 与 50° 角之和的 $\frac{1}{7}$ 等于 65° 角的余角, 则 $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 不等式 $\frac{2(x-1)}{-5} - \frac{4x+1}{-15} > 1$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. x, y, z 满足方程组 $\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ 3y + 2z = 0 \\ x - z = -2 \end{cases}$, 则 $xyz = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知关于 x 的方程 $3a-x=\frac{x}{2}+3$ 的解是 4, 则 $(-a)^2 - 2a = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 用一队卡车运一批货物, 若每辆卡车装 7 吨货物, 则尚余 10 吨货物装不完; 若每辆卡车装 8 吨货物, 则最后一辆卡车只装 3 吨货物就装完了这批货物, 那么, 这批货物共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 吨.**二、B组填空题**

1. 计算: $-40\frac{1}{2} \times \left(1\frac{1}{4} + \frac{109}{144}\right) \div (-0.5) \div \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3}[(-2)^2 - 2^2] = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 方程 $\frac{7x-1}{0.024} = \frac{1-0.2x}{0.018} - \frac{5x+1}{0.012}$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 一个四位数能被 9 整除, 去掉末位数字后所得的三位数恰是 4 的倍数, 则这样的四位数中最大的一个的末位数字是 $\underline{\hspace{2cm}}$.4. 在 $-44, -43, -42, \dots, 1995, 1996$ 这一串连续的整数中, 前 100 个连续整数的和 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 如图3, 某公园的外轮廓是四边形 ABCD, 被对角线 AC、

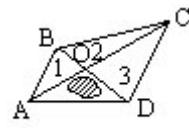
BD 分为四个部分, $\triangle AOB$ 的面积是 1 平方千米, $\triangle BOC$ 的面
积是 2 平方千米, $\triangle COD$ 的面积是 3 平方千米, 公园陆地的
总面积是 6.92 平方千米, 那么人工湖的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方千米.

图3

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案·提示**一、选择题**

提示:

1. $(-1) - (-9) - (-9) - (-6) = 23$, 选D.

2. 解, 移项得 $19x + 19x = 96 + 96$, 合并, 得 $2 \times 19x = 2 \times 96$, $\therefore x = \frac{96}{19}$, 选D.

3. a的相反数为-a, 所以a与它的相反数的差的绝对值是

$|a - (-a)| = |-2a| = -2a$ (其中 $a < 0$), 选C.

4. 当另一个方程的解也都满足第一个方程时, 这两个方程才是同解方程, 因此排除B. 但另一个方程的解不都满足第一个方程时, 它们不是同解方程, 所以排除A、C, 因此选D.

5. 由图1可知, $a < 0$, $b > 1$, 所以 $\frac{1}{a} < 0$,

$0 < \frac{1}{b} < 1$, 因此 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 1$, 选B.

6. $\because x < -2$

$\therefore |1 - |1+x|| = |1+1+x| = -2-x$, 选A.

7. 由图4可见: $PQ = AQ + PB - AB = 1200 + 1050 - 1996 = 254$ (厘米), 选A.

8. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $90^\circ < \beta < 180^\circ$, $\therefore 180^\circ < \alpha + \beta < 360^\circ$

因此 $30^\circ < \frac{1}{6}(\alpha + \beta) < 60^\circ$.

可见 $\frac{1}{6}(\alpha + \beta)$ 应是 50° , 所以甲计算正确, 选A.

9. 已知 $a > b$, $c < 0$, $a+c > b+c$, 显然成立.

而 $ac > bc$ 不成立, $-\frac{a}{c} > -\frac{b}{c}$ 成立, $ac^2 < bc^2$ 不成立, 所以只有①、③成立, 选B.

10. 由 $-\frac{5}{3}a > -\frac{2}{7}a$ 得 $\frac{29}{21}a < 0$, 推得 $a < 0$.

由 $2+c > 2$ 知 $c > 0$, 所以 $-c < c$, 两边加a得 $a - c < a + c$, 所以排除A.由 $a < 0$, $c > 0$ 知 $ac < 0$, $-ac > 0$,显然 $ac < -ac$ 排除C. $3a < 2a$ 排除D,

因此应选B.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

事实上, 因为 $a < 0$, 所以 $-a > 0$.因此 $-a > a$, 两边同加上 c , 即可得 $c - a > c + a$.**二、A组填空题**

提示:

1. $(-1)^2 + (-2)^3 + (-3)^4 + (-4)^5 = 1 + (-8) + 81 + (-1024) = -950$

2. $(x^2 - 2x + 4) - (3x^2 + 5x - 2) = -2x^2 - 7x + 6$

3. 因为 a 、 b 互为相反数, 所以 $a + b = 0$, c 、 d 互为负倒数, 所以 $cd = -1$.因此 $(a+b)^{1996} + (cd)^{323} = 0 + (-1) = -1$

4. 由于 $S_{\triangle ABC} = 1$, $DC = 2BD$. 所以 $S_{\triangle ACD} = \frac{2}{3}$

又因为 $AE = 3ED$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{3}{4} S_{\triangle ACD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$
 (平方厘米)

5. 三个两两不等的合数之和的最小值应是三

个最小的合数之和, 所以 $m = 4 + 6 + 8 = 18$, m 的负倒数是 $-\frac{1}{18}$.

6. 由题意列方程得 $\frac{1}{7}(\alpha + 50^\circ) = 90^\circ - 65^\circ$

$$\therefore \frac{1}{7}(\alpha + 50^\circ) = 25^\circ$$

解得 $\alpha = 125^\circ$.

7. 原不等式可为 $\frac{-2(x-1)}{5} - \frac{-4x-1}{15} > 1$

去分母得 $-6(x-1) - (-4x-1) > 15$, $-2x > 8$, $\therefore x < -4$.8. 由 $2x - 3y = 8$ 及 $3y + 2z = 0$, 相加得 $2x + 2z = 8$, 即 $x + z = 4$ 与 $x - z = -2$ 联立.解得 $x = 1$, $z = 3$. 代入第二个方程求得 $y = -2$, 所以 $xyz = 1 \cdot (-2) \cdot 3 = -6$ 9. 由于 4 是关于 x 的方程 $3a - x = \frac{x}{2} + 3$ 的解,所以有 $3a - 4 = \frac{4}{2} + 3$, 则 $a = 3$.

$$\therefore (-a)^2 - 2a = (-3)^2 - 2 \times 3 = 3.$$

10. 设这队卡车共有 x 辆, 依题意得 $7x + 10 = 8(x-1) + 3$, 解得 $x = 15$ (辆) 所以, 这批货物共有 $7 \times 15 + 10 = 115$ (吨)**三、B组填空题**

提示:

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

1. 原式

$$\begin{aligned} &= -\frac{81}{2} \times \frac{289}{144} \div \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3}[4-4] \\ &= -\frac{81}{2} \times \frac{289}{144} \times (-2) \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = 289 \end{aligned}$$

2. 方程两边都乘以 $\frac{1}{1000}$, 得

$$\frac{7x-1}{24} = \frac{1-0.2x}{18} - \frac{5x+1}{12}$$

去分母 $3(7x-1) = 4(1-0.2x) - 6(5x+1)$

解得

$$x = \frac{5}{259}$$

3. 四位数要最大, 百位、千位均应是9, 因此,

最大的满足条件的四位数可设为 $\overline{99cd}$.由于 $4 \mid \overline{99c}$, c最大取6.又 $9 \mid \overline{99cd}$, 知d = 3.

4. 这前100个连续整数是

 $-44, -43, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 43, 44, 45, 46, \dots, 54, 55$, 其中前89个整数之和

$$(-44) + (-43) + \dots + 0 + \dots + 43 + 44 = 0$$

后11个数之和是 $45 + 46 + 47 + 48 + 49 + 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 = 550$

所以, 所给一串连续整数中, 前100个连续整数的和等于550.

5. 由 $\triangle AOB$, $\triangle BOC$ 的底边AO、OC共线, 由B到AC的距离是这两个三角形的共同的高线.

$$\text{所以 } \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{AD}{OC}$$

$$\text{同理可得 } \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle COD}} = \frac{AO}{OC}$$

$$\text{所以 } \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle COD}}$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} = \frac{3}{S_{\triangle COD}}$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = 1.5$$

因此 $S_{\text{四边形ABCD}} = 1 + 2 + 3 + 1.5 = 7.5$ (平方千米)

由于公园陆地面积是6.92平方千米, 所以人工湖面积是

$$7.5 - 6.92 = 0.58$$
 (平方千米)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第七届（1996年）初中一年级第2试试题

一、选择题（以下每题的四个结论中，仅有一个是正确的。）

1. 当 $a=-0.01$ 时，在 $-(-a)^2$, $-|-a|$, $-a^2$, $-(-a^2)$ 中，其值为正数的是()

- A. $-(-a)^2$ B. $-|-a|$. C. $-a^2$ D. $-(-a^2)$

2. 如果 $\frac{a}{b}=0$, 那么有理数a, b()

- A. 都是零 B. 互为相反数. C. 互为倒数 D. 不都是零

3. 五个有理数a, b, c, d, e在数轴上的位置如图5所示：则 $a+b-d \times c \div e$ 等于()

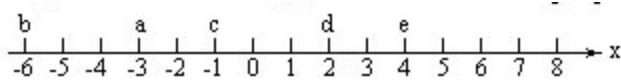


图5

A. -8.5 B. -4. C. 5 D. 8.5

4. 若 $a < 0$, $ab < 0$, 那么 $|b-a+1| - |a-b-5|$ 等于 ()

- A. 4. B. -4. C. $-2a+2b+6$. D. 1996

5. A、B两地相距s千米. 甲、乙的速度分别是a千米/小时, b千米/小时 ($a > b$). 甲、乙都从A到B去开会, 如果甲比乙先出发1小时, 那么乙比甲晚到B地的小时数是 ()

- A. $\frac{s}{a} - \left(\frac{s}{b} + 1\right)$; B. $\frac{s}{b} - \left(\frac{s}{a} + 1\right)$; C. $\frac{s}{a} - \left(\frac{s}{b} - 1\right)$; D. $\frac{s}{b} - \left(\frac{s}{a} - 1\right)$.

6. 若 $|x|=a$, 则 $|x-a| =$ ()

- A. $2x$ 或 $2a$ B. $x-a$. C. $a-x$ D. 零

7. 设关于x的方程 $a(x-a) + b(x+b) = 0$ 有无穷多个解, 则 ()

- A. $a+b=0$; B. $a-b=0$; C. $ab=0$; D. $\frac{a}{b}=0$.

8. 从 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}$ 中删去两个加数后使余下的四个加数之和恰等于1, 那么删去的两个加数是 ()

- A. $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}$; B. $\frac{1}{4}, \frac{1}{12}$; C. $\frac{1}{6}, \frac{1}{10}$; D. $\frac{1}{10}, \frac{1}{8}$.

9. 如果关于x的方程 $3(x+4)=2a+5$ 的解大于关于x的方程 $\frac{(4a+1)x}{4} = \frac{a(3x-4)}{3}$ 的解, 那么 ()

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

A. $a > 2$; B. $a < 2$; C. $a < \frac{7}{18}$; D. $a > \frac{7}{18}$.

10. 在某浓度的盐水中加入一杯水后, 得到新盐水, 它的浓度为20%, 又在新盐水中加入与前述一杯水的重量相等的纯盐后, 盐水浓度变为 $33\frac{1}{3}\%$, 那么原来盐水的浓度是() A. 23%; B. 25%; C. 30%; D. 32%.

二、填空题

11. 若 $(x-1996)^2 + (7+y)^2 = 0$, 则 $x+y = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. 自然数m, n是两个不同的质数, $m+n+mn$ 的最小值是p, 则 $\frac{m^2+n^2}{p^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
13. 角 α, β, γ 中有两个锐角和一个钝角, 其数值已经给出, 在计算 $\frac{1}{15}(\alpha+\beta+\gamma)$ 的值时, 全班得 $5^0, 24.5^0, 25.5^0$ 这样三个不同结果, 其中确有正确答案, 那么 $\alpha+\beta+\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 已知有理数a, b的和a+b及差a-b在数轴上如图6所示, 则化简 $|2a+b| - 2|a| - |b-7|$, 得到的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 在长方形ABCD中, M是CD边的中点, DN是以A为圆心的一段圆弧, KN是以B为圆心的一段圆弧, AN=a, BN=b, 则图7中阴影部分的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

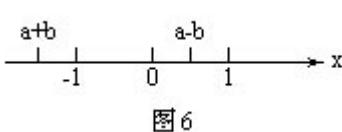


图6

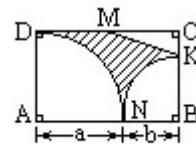


图7

16. 快慢两列火车的长分别是150米和200米, 相向行驶在平行轨道上. 若坐在慢车上的人见快车驶过窗口的时间是6秒, 那么坐在快车上的人见慢车驶过窗口所用的时间是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 秒.
17. 若一个三角形的底边a增加3厘米, 该底边上的高 h_a 减少3厘米后面积保持不变, 那么 $h_a - a = \underline{\hspace{2cm}}$ 厘米.
18. 一次数学测验满分是100分, 全班38名学生平均分是67分. 如果去掉A、B、C、D、E五人的成绩, 其余人的平均分是62分, 那么在这次测验中, C的成绩是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分.
19. 从3点15分开始到时针与分针第一次成 30° 角, 需要的时间是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分钟.
20. 甲、乙两人从400米的环形跑道的一点A背向同时出发, 8分钟后两人第三次相遇, 已知每秒钟甲比乙多行0.1米, 那么两人第三次相遇的地点与点A沿跑道上的最短距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.

三、解答题

21. (1) 请你写出不超过30的自然数中的质数之和.
 (2) 请回答, 千位数是1的四位偶自然数共有多少个?
 (3) 一个四位偶自然数的千位数字是1, 当它分别被四个不同的质数去除时, 余数也都是1, 试求出满足这些

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

条件的所有自然数, 其中最大的一个是多少?

22. (1) 用 1×1 , 2×2 , 3×3 三种型号的正方形地板砖铺设 23×23 的正方形地面, 请你设计一种铺设方案, 使得 1×1 的地板砖只用一块.

(2) 请你证明: 只用 2×2 , 3×3 两种型号的地板砖, 无论如何铺设都不能铺满 23×23 的正方形地面而不留空隙.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案·提示

一、选择题

提示:

1. 当 $a < 0$ 时, $(-a)^2 > 0$, $|-a| > 0$, $a^2 > 0$

所以 $-(-a)^2 < 0$, $-|-a| < 0$, $-a^2 < 0$, 因此排除A、B、C, 选D.

事实上, $a < 0$ 时, $a^2 > 0$, $-(-a^2) > 0$. 当然 $a = -0.01$ 时更是如此.

2. 当 $b = 0$ 时, $\frac{a}{b}$ 无意义, 故排除A. 当 $a = 0$ 且 b

$= 1$ 时, $\frac{a}{b} = 0$, 易知1与0既不互为相反数, 也不互

为倒数, 排除B、C. 因此选D.

事实上, $\frac{a}{b} = 0$, 只能 $a = 0, b \neq 0$, 此时 a, b 不都为零.

3. $a = -3, b = -6, c = -1, d = 2, e = 4$,

$a + b - d \times c \div e = (-3) + (-6) - 2 \times (-1) \div 4 = -8.5$, 选A.

4. 由 $a < 0, ab < 0$ 可知 $b > 0$, 于是 $b - a > 0$,

$b - a + 1 > 0, a - b < 0, a - b - 5 < 0$.

因此 $|b - a + 1| - |a - b - 5| = b - a + 1 + a - b - 5 = -4$, 选B.

5. 走完全程乙用 $\frac{s}{b}$ 小时, 甲用 $\frac{s}{a}$ 小时, 所以

乙比甲晚到 $\frac{s}{b} - \left(\frac{s}{a} - 1\right)$ 小时, 选D.

6. 因 $|x| = a$, 所以 $a \geq 0$, 下面对x分情况讨论.

当 $x < 0$ 时 $x - a < 0$, $|x - a| = -(x - a) = a - x$.

当 $x \geq 0$ 时, $x = a$, $x - a = 0 = a - x$, $\therefore |x - a| = a - x$.

综上, 对任意x, 都有 $|x - a| = a - x$ 成立, 选C.

7. 整理原方程得 $(a+b)x = a^2 - b^2$.

要使该方程有无穷多解, 只当 $a+b=0$ 且 $a^2-b^2=0$, 当 $a+b=0$ 时 $a=-ba^2-b^2=0$.

所以当 $a+b=0$ 时, 原方程有无穷多个解, 选A.

8. 易知 $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, 所以 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} +$

$\frac{1}{12} = 1$, 因此删去的两个加数为 $\frac{1}{8}$ 和 $\frac{1}{10}$, 选D.

9. 关于x的方程 $3(x+4) = 2a+5$ 的解为

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$x = \frac{2a - 7}{3}$$

关于x的方程 $\frac{(4a+1)x}{4} = \frac{a(3x-4)}{3}$ 的解为
 $x = -\frac{16}{3}a$

由题意 $\frac{2a-7}{3} > -\frac{16}{3}a$, 解得 $a > \frac{7}{18}$, 选D.

10. 设原盐水溶液为a克, 其中含纯盐m克, 后加入“一杯水”为x克, 依题意得

$$\begin{cases} (a+x) 20\% = m \\ (a+x+x) 33\frac{1}{3}\% = m+x \end{cases} \quad \begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{array}$$

由① $a+x=5m$ ③

由② $a+2x=3m+3x$ 即 $a-x=3m$ ④

③+④得 $2a=8m$, $\therefore a=4m$.

于是原盐水的浓度为 $\frac{m}{a} = \frac{m}{4m} = 25\%$, 选B.

二、填空题

提示:

11. 由 $(x-1996)^2 + (7+y)^2 = 0$ 得 $x=1996$, $y=-7$.

$\therefore x+y^3 = 1996 + (-7)^3 = 1996 - 343 = 1653$.

12. m、n都是质数, 要 $m+n+mn$ 取最小值,

只能m、n取2与3, 所以 $p=2+3+2\times 3=11$.

因此 $\frac{m^2+n^2}{p^2} = \frac{2^2+3^2}{11^2} = \frac{13}{121}$.

13. 由 α 、 β 、 γ 中有两个锐角一个钝角, 易知

$90^\circ < \alpha + \beta + \gamma < 360^\circ$

所以 $6^\circ < \frac{1}{15}(\alpha+\beta+\gamma) < 24^\circ$

于是断定正确答案 $\frac{1}{15}(\alpha+\beta+\gamma) = 23.5^\circ$

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 352.5^\circ$.

14. 由图6中可见, $0 < a-b < 1$, $a+b < -1$

所以 $2a < 0$, 因此 $a < 0$, 若 $b \geq 0$

则 $a-b < 0$ 与 $a-b > 0$ 不等, 所以 $b < 0$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

此时 $2a+b < 0, b-7 < 0$.

$$\text{所以 } |2a+b| - 2|a| - |6-7|$$

$$= -(2a+b) - 2(-a) - [-(b-7)]$$

$$= -2a-b+2a+b-7 = -7.$$

15. 矩形面积为 $a(a+b)$ 设阴影面积为 S . 则

$$\begin{aligned} S &= a(a+b) - \frac{\pi}{4}(a^2 + b^2) - \frac{(a+b)}{4}(a-b) \\ &= a^2 + ab - \frac{\pi}{4}a^2 - \frac{\pi}{4}b^2 - \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} \\ &= ab - \frac{(\pi-3)}{4}a^2 - \frac{(\pi-1)}{4}b^2 \end{aligned}$$

16. 设快车速为 x 米/秒, 慢车速为 y 米/秒,

两车相向而行, 由坐在慢车上的人见快车驶过窗

$$\text{口时间为6秒钟得 } \frac{150}{x+y} = 6.$$

$$\therefore x+y = \frac{150}{6} = 25$$

因此坐在快车上的人见慢车驶过窗口所用时

$$\text{间为 } \frac{200}{x+y} = \frac{200}{25} = 8 \text{ (秒).}$$

17. 由题意得

$$\frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}(a+3)(h_a - 3)$$

$$\text{即 } ah_a = ah_a + 3h_a - 3a - 9, \therefore 3(h_a - a) = 9. h_a - a = 3.$$

18. 设 A、B、C、D、E 分别得分为 a、b、c、d、e.

$$\text{则 } \frac{38 \times 67 - (a+b+c+d+e)}{38-5} = 62,$$

$$\text{因此 } a+b+c+d+e = 500$$

由于最高满分为 100 分, 因此 $a=b=c=d=e=100$, 即 C 得 100 分.19. 记分针每分钟旋转的角度为 α , 则时针每分钟旋转角度为 $\frac{5\alpha}{60} = \frac{\alpha}{12} 30^\circ$ 角是 5α , 3 点整时, 时针领先分针 15α .作为追及问题, 由于 3 点 15 分时分钟与时针成角小于 30° , 所以分针必须追上时针并超出

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

时针 5α , 从3点整算起, 所需时应是 $(15\alpha + 5\alpha) \div$

$$(\alpha - \frac{1}{12}\alpha) = 21\frac{9}{11} \text{ (分)}.$$

$$21\frac{9}{11} - 15 = 6\frac{9}{11} \text{ (分)}.$$

20. 解法1 (方程法): 设乙每秒行 x 米, 则甲每秒行 $(x+0.1)$ 米, 依题意有

$$8 \times 60(x+x+0.1) = 400 \times 3, \text{解得 } x=1.2$$

则在8分钟内, 乙共行 $1.2 \times 60 \times 8 = 576$ (米)

去掉乙走过了一整圈400米, 还余176米, 由于不足200米, 故是相遇地点沿跑道距A点的最短距离.

解法2 (算述法): 在8分钟内, 甲比乙共多行 $0.1 \times 60 \times 8 = 48$ 米, 这时一共有三圈, 每圈甲比乙多行16米, 即相遇地是越过此出发地始终端的400米跑道的中点 $16 \div 2 = 8$ (米). 三圈累计, 越过 $8 \times 3 = 24$ (米). 所以第三次相遇点距A沿跑道的距离是176米或224米, 较小值176米是所求的最短距离.

三、解答题

21.

(1) 不超过30的质数和为

$$2+3+5+7+11+13+17+19+23+29=129.$$

(2) 千位数是1的四位自然数中最小为1000最大为1999. 共连续1000个自然数. 其中有500个是偶数. 所以千位数是1的四位偶自然数共有500个.

(3) 设满足题设性质的自然数为 x , 则 x 的千位数字是1, 个位数字是偶数码.

又设质数 $p_1 < p_2 < p_3 < p_4$, 则依题意有 $x = kp_1p_2p_3p_4 + 1$ ①, 其中 k 为自然数.

若 $p_1=2$, 则 $kp_1p_2p_3p_4 + 1$ 为奇数, 与 x 为偶数不符. 所以 p_1, p_2, p_3, p_4 均为奇质数.

设 $p_1=3, p_2=5, p_3=7, p_4=11$, 有 $3 \times 5 \times 7 \times 11 = 1155$, 所以 $k=1$.

而 $p_1=3, p_2=5, p_3=11, p_4=13$ 时 $3 \times 5 \times 11 \times 13 = 2145 > 1999$.

所以 $p_1=3, p_2=5, p_3=7$ 是①中 p_1, p_2, p_3 的唯一取值法. 这样一来, 只须再对 p_4 讨论:

当 $p_4=11$ 时, $x_1 = 3 \times 5 \times 7 \times 11 + 1 = 1156$.

当 $p_4=13$ 时, $x_2 = 3 \times 5 \times 7 \times 13 + 1 = 1366$.

当 $p_4=17$ 时, $x_3 = 3 \times 5 \times 7 \times 17 + 1 = 1786$.

当 $p_4=19$ 时, $x_4 = 3 \times 5 \times 7 \times 19 + 1 = 1996$.

而当 $p_4=23$ 时, $x_5 = 3 \times 5 \times 7 \times 23 + 1 > 2000$ 不合要求.

所以, 满足题设条件的自然数共四个, 它们是1156, 1366, 1786, 1996.

其中最大的一个是1996.

22. (1) 如图8, 用12块 3×3 地板砖与6块 2×2 地板砖能铺成 12×11 的长方形地面.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

如图9的铺设方案. 用4个 12×11 的图8所示的板块, 恰用1块 1×1 地板砖, 可以铺满 23×23 的正方形地面.

(2) 我们将 23×23 的大正方形分成23行23列共计529个 1×1 的小方格, 再将第1行, 第4行, 第7行, 第10行, 第13行, 第16行, 第19行, 第22行这八行染红色, 其余的15行都染白色, 如图10所示.

任意 2×2 或 3×3 的小正方块无论怎样放置(边线与大正方形格线重合), 每块 2×2 或 3×3 的正方块都将盖住偶数块 1×1 的白色小方格.

假设用 2×2 及 3×3 的正方形地板砖可以铺满 23×23 后正方形地面, 则它们盖住的白色 1×1 的小方格总数为偶数个. 然而 23×23 地面染色后共有 23×15 (奇数) 个 1×1 的白色小方格, 矛盾.

所以, 只用 2×2 , 3×3 两种型号地板砖无论如何铺设, 都不能铺满 23×23 的正方形地面而不留空隙.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第八届（1997年）初中一年级第1试试题

一、选择题:

1. $-\frac{|-a|^8}{1997}$ 是()

- A. 正数 B. 负数. C. 非正数. D. 零.

2. 下面说法中, 不正确的是 []

- A. 小于-1的有理数比它的倒数小. B. 非负数的相反数不一定比它本身小
C. 小于0的有理数的二次幂大于原数. D. 小于0的有理数的立方小于原数

3. $\frac{1+(-9)\times|+9|-7}{1\times 9+9\times 7}$ 的值的负倒数是()

- A. $\frac{83}{72}$; B. $\frac{24}{29}$; C. $\frac{29}{24}$; D. $\frac{72}{83}$.

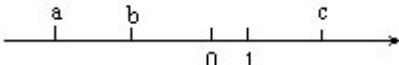


图1

4. 在图1的数轴上, 标出了有理数a、b、c的位置, 则 []

- A. $a-c < b-a < b-c$. B. $a-b < b-c < a-c$
C. $b-c < a-c < a-b$. D. $a-c < b-c < b-a$

5. 下面判断中正确的是 []

- A. 方程 $2x-3=1$ 与方程 $x(2x-3)=x$ 同解
B. 方程 $2x-3=1$ 与方程 $x(2x-3)=x$ 没有相同的解
C. 方程 $x(2x-3)=x$ 的解都是方程 $2x-3=1$ 的解
D. 方程 $2x-3=1$ 的解都是方程 $x(2x-3)=x$ 的解

6. $(3x+9)(2x-5)$ 等于 []

- A. $5x^2+3x-45$. B. $6x^2-3x+45$. C. $5x^2+33x+45$. D. $6x^2+3x-45$

7. 若 $a=\frac{19951995}{19961996}$, $b=\frac{19961996}{19971997}$, $c=\frac{19971997}{19981998}$, 则()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$. C. $c < b < a$ D. $a < c < b$

8. 有理数a、b满足 $a=1997b$, 则 []

- A. $a \geq b$ B. $|a| \leq b$. C. $a \geq |b|$ D. $|a| \geq |b|$

9. 有理数a、b满足 $|a+b| < |a-b|$, 则 []

- A. $a+b \geq 0$ B. $a+b < 0$. C. $ab < 0$ D. $ab \geq 0$.

10. 有理数b满足 $|b| < 3$, 并且有理数a使得 $a < b$ 恒能成立, 则a的取值范围是 []

- A. 小于或等于3的有理数. B. 小于3的有理数

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

C. 小于或等于-3的有理数. D. 小于-3的有理数

二、A组填空题:

11. $\left(-1\frac{1}{36} + \frac{13}{107} \div \frac{24}{107} - \frac{17}{18}\right) \div \left(-\frac{7}{8}\right) \times 1\frac{7}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$.

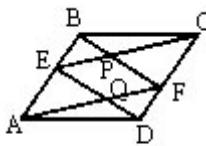


图 2

12. 图2中, 三角形的个数是_____.

13. 已知 $\frac{3}{1997}x^{2n-1}$ 与 $\frac{1997}{4}x^{n+7}$ 是同类项, 则 $(n-17)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $\frac{|1995-1996|+|1996-1998|+|1997-2000|+|1998-2002|}{|1-2|+|2-4|+|3-6||4-8||5-10||6-12||7-14|} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 数学晚会上, 小明抽到一个题签如下: 若 $ab < 0$, $(a-b)^2$ 与 $(a+b)^2$ 的大小关系是 ()

A. $(a-b)^2 < (a+b)^2$. B. $(a-b)^2 = (a+b)^2$

C. $(a-b)^2 > (a+b)^2$. D. 不能确定的

小明答对了, 获得了奖, 那么小明选择答案的英文字母代号是_____.

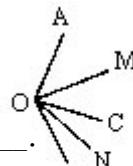


图 3

16. 如图3, OM是 $\angle AOB$ 的平分线, 射线OC在 $\angle BOM$ 内部,ON是 $\angle BOC$ 的平分线, 已知 $\angle AOC=80^\circ$, 那么 $\angle MON$ 的大小等于_____.

17. 已知 $a-b=2$, $b-c=-3$, $c-d=5$, 则 $(a-c)(b-d) \div (a-d) = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 10位评委为某体操运动员打分如下:

10, 9.7, 9.85, 9.93, 9.6, 9.8, 9.9, 9.95, 9.87, 9.6 去掉一个最高分和一个最低分, 其余8个分数的平均数记为该运动员的得分, 则这个运动员的得分是_____.

19. 如图4, 长方形ABCD中, $\triangle ABP$ 的面积为20平方厘米, $\triangle CDQ$ 的面积为35平方厘米, 则阴影四边形的面积等于_____平方厘米.

□□□

20. $\times \square$ 在左边的算式中乘数不是1, 且每个小方纸片都盖住了一个数字, 这五个被盖住的数字的和等于_____.

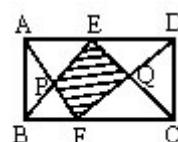


图 4

住了一个数字, 这五个被盖住的数字的和等于_____.

三、B组填空题:

21. 初一“数学晚会”上, 有10个同学藏在10个大盾牌后面. 男同学的盾牌前面写的是一个正数, 女同学的盾牌前面写的是一个负数, 这10个盾牌如下所示.

$$(-30)^{30}, \frac{(-5)}{(-25)}, a^2 + 0.1, \frac{(-1)^8}{1997}, \frac{8}{19-97}, |-8|, -|-2|, \frac{3}{(-3)^3}, 4 \times (-2), 5 \times |-1|,$$

则盾牌后面的的同学中有女同学_____人; 男同学_____人.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

22. 甲、乙两商店共有练习本200本, 某日甲店售出19本, 乙店售出97本, 甲乙两店所剩的练习本数相等, 由甲店原有练习本_____本; 乙店原有练习本_____本.

23. 一个有理数恰等于它的相反数, 则这个有理数是_____; 一个有理数恰等于它的倒数, 那么这个有理数是_____.

24. 一个有理数的n倍是8, 这个有理数的 $\frac{1}{n}$ 是2, 那么这个有理数是_____.

25. 关于x的方程 $|a|x = |a+1| - x$ 的解是1, 那么, 有理数a的取值范围是_____; 若关于x的方程 $|a|x = |a+1| - x$ 的解是0, 则a的值是_____.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案·提示**一、选择题**

提示:

1. 当 $a > 0$ 或 $a < 0$ 时, $-\frac{|-a|^8}{1997} < 0$;当 $a = 0$ 时, $-\frac{|-a|^8}{1997} = 0$.故 $-\frac{|-a|^8}{1997}$ 是非正数, 选 (C).2. 设 a 为有理数, 当 $-1 < a < 0$ 时, $a^3 > a$, \therefore (D) 的说法不正确.3. 原式 $= \frac{1-81-7}{9+63} = \frac{-87}{72} = -\frac{29}{24}$, 其负倒数为 $\frac{24}{29}$, 选 (B).4. 由图1可知, $a < b$, 所以 $a-c < b-c$; 又知 $c > a$, 所以 $c-b > a-b$,不等式两边都乘以 -1 , 则有 $b-c < b-a$.综上所述, 有 $a-c < b-c < b-a$, 选 (D).5. 方程 $2x-3=1$ 的解是 $x=2$; 方程 $x(2x-3)=x$ 的解是 $x=0$ 和 $x=2$. 因此, (A)、(B)、(C) 的判断都是错误的, 只有 (D) 判断正确.6. 原式 $= 6x^2 - 15x + 18x - 45 = 6x^2 + 3x - 45$. 所以, 选 (D).7. 设 $A=19951995$, $B=19961996$, $C=19971997$, $D=19981998$, 则有 $B=A+10001$, $C=B+10001$, $D=C+10001$.

$$\therefore (B+10001)(B-10001) = B^2 - 10001^2$$

亦即, $C \cdot A = B^2 - 10001^2 \therefore C \cdot A < B^2$.由于 B 、 C 均为正数, 不等式两边同时除以 $B \cdot C$, 得到

$$\frac{A}{B} < \frac{B}{C}, \text{ 也就是 } \frac{19951995}{19961996} < \frac{19961996}{19971997}.$$

$$\text{同理, 可以得到 } \frac{B}{C} < \frac{C}{D}, \text{ 也就是 } \frac{19961996}{19971997} < \frac{19971997}{19981998}.$$

因此, 选 (A).

8. $\because 1997 > 0$, 可以确定有理数 a 、 b 同是正数, 或同是负数, 或同是0. 又 $\because 1997 > 1$, 所以必须 $|a| \geq |b|$, 选 (D).9. 由 $|a+b| < |a-b|$ 有 $(a+b)^2 < (a-b)^2$

即 $a^2 + 2ab + b^2 < a^2 - 2ab + b^2$.

不等式两边都减去 $a^2 + b^2$, 然后除以2, 则有 $ab < -ab$,只有 $ab < 0$ 时才能成立, 选 (C).10. $|b| < 3$ 就是 $-3 < b < 3$, 只有当 $a \leq -3$ 时, $a < b$ 恒成立, 选 (C).

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

三、 A组填空题

提示:

$$\begin{aligned}
 11. \text{ 原式} &= \left(-\frac{37}{36} + \frac{13}{107} \times \frac{107}{24} - \frac{17}{18} \right) \times \left(-\frac{8}{7} \right) \\
 &\quad \times \frac{18}{11} \\
 &= \frac{-74 + 39 - 68}{12} \times \left(-\frac{8}{7} \right) \times \frac{3}{11} \\
 &= \frac{103}{12} \times \frac{8}{7} \times \frac{3}{11} \\
 &= \frac{206}{77}.
 \end{aligned}$$

12. 图中的三角形有: $\triangle BPC$ 、 $\triangle AQD$ 、 $\triangle BEP$ 、 $\triangle EAQ$ 、 $\triangle CPF$ 、 $\triangle FQD$ 、 $\triangle BEC$ 、 $\triangle BFC$ 、 $\triangle EAD$ 、 $\triangle FAD$ 、 $\triangle CED$ 和 $\triangle BFA$, 共12个.13. 由题意有 $2n-1=n+7$. 解此方程得到 $n=8$, 代入 $(n-17)^3 = (8-17)^3 = (-9)^3 = -729$.

$$14. \text{ 原式} = \frac{1+2+3+4}{1+2+3+4+5+6+7} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}.$$

$$15. (a-b)^2 - (a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2 = -4ab$$

$$\because ab < 0, \therefore -4ab > 0 \text{ 即 } (a-b)^2 - (a+b)^2 > 0.$$

$$\therefore (a-b)^2 > (a+b)^2. \therefore \text{选 (C).}$$

16. 设 $\angle 1 = \angle AOM = \angle BOM$, $\angle 2 = \angle BON = \angle CON$, $\angle 3 = \angle MOC$ \angle 由题意有 $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$ ① $2\angle 2 + \angle 3 = \angle 1$ ②

①和②等式两边相加, 则有

$$2\angle 2 + 2\angle 3 + \angle 1 = 80^\circ + \angle 1.$$

两边减 $\angle 1$, 有 $2(\angle 2 + \angle 3) = 80^\circ$.

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 40^\circ.$$

$$\angle MON = \angle MOC + \angle CON = \angle 2 + \angle 3 = 40^\circ.$$

$$17. a-c = (a-b) + (b-c) = 2 + (-3) = -1.$$

$$b-d = (b-c) + (c-d) = (-3) + 5 = 2.$$

$$a-d = (a-b) + (b-c) + (c-d)$$

$$= 2 + (-3) + 5 = 4.$$

$$\therefore \text{原式} = (-1) \cdot 2 \div 4 = -\frac{1}{2}.$$

18. 由题意去掉10和一个9.6, 其余8个分数的整数部分都是9, 所以只需对小数部分求平均数, 为了计算简便

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

可将各数的次序调整:

$$\frac{(0.6+0.7+0.8+0.9)+(0.85+0.95)+(0.87+0.93)}{8} \\ = \frac{3+18+18}{8} = \frac{6.6}{8} = 0.825.$$

所以该运动员得分是9.825分.

19. 由于 $\triangle BEC$ 的高与矩形ABCD的AB边相等, 所以

$$S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 } ABCD}.$$

又有 $S_{\triangle ABF} + S_{\triangle CDF} = \frac{AB \cdot BF}{2} + \frac{CD \cdot FC}{2}$
 $= \frac{AB(BF+FC)}{2}$
 $= \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 } ABCD}.$

$$\therefore S_{\triangle BEC} = S_{\triangle ABF} + S_{\triangle CDF}.$$

等式左边 = $S_{\triangle BPF} + S_{\triangle QFC} + S_{\text{阴影部分}}$ 等式右边 = $S_{\triangle ABP} + S_{\triangle BPF} + S_{\triangle CDQ} + S_{\triangle FQC}$.等式两边都减去 $(S_{\triangle BPF} + S_{\triangle QFC})$, 则有

$$S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle CDQ} = 20 + 35 = 55 \text{ (平方厘米)}.$$

20. 两数相乘所得积的个位数为1, 这两个数只可能是1、1或3、7或9、9. 按题意排除1、1。又由于5991不能被9和7整除, 所以又排除9、9, 且乘数只能是3.

因为 $5991 \div 3 = 1997$, 所以被乘数是1997, 这5个数的和是: $1+9+9+7+3=29$.

三、B组填空题

提示:

21. $(-30)^{30}$ 是正数, $\frac{(-5)}{(-25)}$ 是正数,
 $a^2 + 0.1$ 是正数, $\frac{(-1)^8}{1997}$ 是正数,
 $\frac{8}{19-97}$ 是负数, $| -8 |$ 是正数,
 $-|-2|$ 是负数, $\frac{3}{(-3)^3}$ 是负数,
 $4(-2)$ 是负数, $5|-1|$ 是正数.

 \therefore 有女同学4人, 男同学6人.22. 设甲店有x本, 则乙店有 $(200-x)$ 本.由题意列方程: $x-19=(200-x)-97$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

解方程得到 $x=61$, $200-x=200-61=139$. \therefore 甲店有61本; 乙店有139本.23. 0的相反数 $-0=0$.1的倒数 $\frac{1}{1}=1$.-1的倒数 $\frac{1}{-1}=-1$.

24. 设这个有理数为x, 由题意有:

$$nx = 8 \quad ①$$

$$\text{和} \quad \frac{x}{n} = 2 \quad ②$$

$$\text{由} ② \text{有} \quad x = 2n \quad ③$$

$$③ \text{代入} ① \quad 2n^2 = 8n = \pm 2.$$

$$\text{由} ③ \quad x = \pm 4.$$

25. 将解 $x=1$ 代入原方程, 则有: $|a| = |a+1| - 1$. $|a| + 1 = |a+1|$, $\therefore a \geq 0$. 将解 $x=0$ 代入原方程, 则有: $0 = |a+1|$, $\therefore a = -1$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第八届（1997年）初中一年级第2试试题

一、选择题（以下每题的四个结论中，仅有一个是正确的。）

1. x 的 8 倍与 $\frac{17}{97}$ 的和是（ ）

A. $8x + \frac{17}{97}x$; B. $8x + \frac{17}{97}$; C. $8\left(x + \frac{17}{97}\right)$; D. $x^8 + \frac{17}{97}$.

2. $|a-b| = |a| + |b|$ 成立的条件是 []

- A. $ab > 0$ B. $ab > 1$. C. $ab \leq 0$ D. $ab \leq 1$

3. 文具店、书店和玩具店依次坐落在一条东西走向的大街上，文具店在书店西边20米处，玩具店位于书店东边100米处，小明从书店沿街向东走了40米，接着又向东走了-60米，此时小明的位置在 []

- A. 文具店 B. 玩具店. C. 文具店西边40米 D. 玩具店东-60米

4. 有四个关于 x 的方程: (1) $x-2=-1$; (2) $(x-2)+(x-1)=-1+(x-1)$; (3) $x=0$; (4) $x-2+\frac{1}{x-1}=-1+\frac{1}{x-1}$.

其中同解的两个方程是（ ）

- A. (1)与(2). B. (1)与(3). C. (1)与(4). D. (2)与(4).

5. 已知 $a < -b$, 且 $\frac{a}{b} > 0$, 则 $|a| - |b| + |a+b| + |ab|$ 等于（ ）

- A. $2a+2b+ab$. B. $-ab$. C. $-2a-2b+ab$. D. $-2a+ab$

6. 1997个不全相等的有理数之和为零，则这1997个有理数中 []

- A. 至少有一个是零. B. 至少有998个正数
C. 至少有一个是负数. D. 至多有1995个是负数

7. a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图1所示，则 []

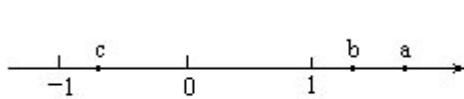


图1

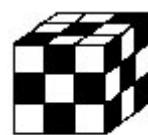


图2

- A. $\frac{a-b}{a+b} < \frac{a+b}{a-b} < \frac{a+cb}{a-cb}$; B. $\frac{a+b}{a-b} < \frac{a-b}{a+b} < \frac{a-cb}{a+cb}$; C. $\frac{a-b}{a+b} < \frac{a+cb}{a-cb} < \frac{a-b}{a+b}$;
D. $\frac{a-cb}{a+cb} < \frac{a+b}{a-b} < \frac{a-b}{a+b}$;

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

8. 平面上三条直线相互间的交点个数是 []

A. 3 B. 1或3 C. 1或2或3 D. 不一定是1, 2, 3

9. 如果a个同学在b小时内共搬运c块砖, 那么c个同学以同样速度搬运a块砖所需要的小时数是 []

A. $\frac{c^2}{a^2b}$; B. $\frac{c^2}{ab}$; C. $\frac{ab}{c^2}$; D. $\frac{a^2b}{c^2}$

10. 将27个大小相同的小正方体组成一个大正方体, 现将大正方体各面上的某些小方格涂上黑色, 如图2所示, 而且上与下、前与后、左与右相对两个面上的涂色方式相同, 这时, 至少有一个面上涂有黑色的小正方体的个数是 []

A. 18 B. 20 C. 22 D. 24

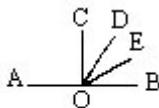
二、填空题11. 化简 $-3x^2y+4x^2y+5xyx-7x^2y^2+|-8xy^2x|=$ _____.12. $8-x$ 的负倒数等于19, 则 $x-97=$ _____. 于x, y的二元一次方程, 则的值为_____.
13. 若 $3x^{3m+5n+9}+4y^{4m-2n-7}=2$ 是关于x, y的二元一次方程, 则 $\frac{m}{n}$ 的值为_____.
14. 《数理天地》(初中版)月刊, 全年共出12期, 每期定价2.50元, 某中学初一年级组织集体订阅, 有些学生订半年而另一些学生订全年, 共需订费1320元, 若订全年的同学都改订半年, 而订半年的同学均改订全年时, 共需订费1245元, 则该中学初一年级订阅《数理天地》(初中版)的学生共有_____人.
15. 如图3所示, O是直线AB上一点, $\angle AOD=120^\circ$, CO $\perp AB$ 于O, OE平分 $\angle BOD$, 则图中彼此互补的角共有_____对.
16. 设 $m^2+m-1=0$, 则 $m^3+2m^2+1997=$ _____.
17. 如图4所示, $\triangle ABC$ 中, 点P在边AB上, $AP=\frac{1}{3}AB$, Q点在边BC上, $BQ=\frac{BC}{4}$, R点在CA边上, $CR=\frac{1}{5}CA$, 已知阴影 $\triangle PQR$ 的面积是19平方厘米, 那么 $\triangle ABC$ 的面积是_____平方厘米.
18. 容器A中盛有浓度为a%的农药溶液m升, 容器B中盛有浓度为b%的同类农药溶液m升($a>b$), 现将A中药液的 $\frac{1}{4}$ 倒入B中, 混合均匀后再由B倒溶液回A, 使A中的药液恢复为m升, 则互掺后A、B两容器中的药量差比互掺前A、B两容器中的药量差减少了_____升.
19. 计算:
$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{1997}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{1996}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{1997}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{1996}\right)=$$
_____.

图3

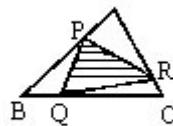


图4

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289
物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,
英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

20. 有一满池水, 池底有泉总能均匀地向外涌流, 已知用24部A型抽水机6天可抽干池水, 若用21部A型抽水机8天也可抽干池水, 设每部抽水机单位时间的抽水量相同, 要使这一池水永抽不干, 则至多只能用_____部A型抽水机抽水.

三、解答题

21. 已知一个七位自然数 $62xy427$ 是99的倍数(其中x、y是阿拉伯数字), 试求 $950x+24y+1$ 之值, 简写出求解过程.
22. 用24个面积为1的单位正三角形拼成如图5所示的正六边形, 我们把面积为4的正三角形称为“希望形”.
- (1) 请你回答, 图中共可数出多少个不同的“希望形”?
- (2) 将1~24这24个自然数填入24个单位正三角形中(每个里只填1个数). 我们依次对所有“希望形”中的4个单位正三角形中填的数同时加上一个相同的自然数称为一次操作, 问能否经过有限次操作后, 使图中24个单位正三角形中都变为相同的自然数? 如果能, 请给出一种填法, 如果不能, 请简述理由.

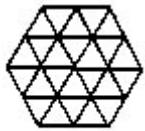


图5

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案·提示

一、选择题

提示:

1. 和是 $8x + \frac{19}{97}$,

 \therefore 选(B).2. 当a、b异号或a、b均为0时, $|a-b| = |a| + |b|$ 成立, \therefore 选(C).

3. 由题意画图6:

因为, 向东走了-60米就是向西走了60米. 所以, 小明从书店向东走了40米, 再向西走60米, 结果是小明的位置在书店西边20米, 也就是文具店的位置, \therefore 选(A).

4. 方程①的解 $x=1$, 将 $x=1$ 代入方程②, 方程②成立, $\therefore x=1$ 也是方程②的解. 方程①和②是同解方程, 而①与③显然不同解; ①的解代入④, ④无意义. \therefore (B)、(C)、(D)都不正确, 只有(A)正确, \therefore 选(A).

5. $\because \frac{a}{b} > 0$,

 $\therefore a$ 和**b**同号,又 $\because a < -b$. $\therefore a$ 和**b**均为负数.

原式 $= -a - (-b) + [- (a+b)] + ab$

$= -a + b - a - b + ab = -2a + ab$, \therefore 选(D).

6. 由题意, 这1997个有理数可以有零, 也可以没有零, 则排除(A). 这1997个有理数中, 必须有正数和负数. 例如, 1996个-1和一个1996相加为零, 则否定了(B)和(D), \therefore 选(C).

7. 由图有 $a-b < a+cb < a-cb < a+b$.

由此关系式可以得到 $\frac{a+b}{a-b} > \frac{a+cb}{a-cb}$,

 \therefore 排除(A).

又可以得到 $\frac{a+b}{a-b} > \frac{a-b}{a+b}$,

 \therefore 排除(B)和(D).

还可以得到 $\frac{a-b}{a+b} < \frac{a+cb}{a-cb} < \frac{a+b}{a-b}$,

 \therefore 选(C).

8. 当平面上三条直线互相平行时, 没有交点,

 \therefore 排除(A)、(B)、(C), 选(D).

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

9. 由题意, 一个同学一小时搬运 $\frac{c}{ab}$ 块砖. 同样的速度, c 个同学一小时搬运 $\frac{c^2}{ab}$ 块砖. c 个同学搬运 a 块砖所需小时数是: $a \div \left(\frac{c^2}{ab}\right) = \frac{a^2b}{c^2}$, ∴ 选 (D).

10. 由图2可见, 大正方体正面中心的一个小正方体, 以及它后面的两个小正方体(共3个)没有涂黑, 顶面中间一排左右两个小正方体, 及其底面相对应的两个小正方体没有涂黑, 所以, 总共有7个小正方体没有涂黑, 其余20个小正方体至少有一面涂黑了, 选 (B).

二、填空题

提示:

11. 原式 = $-3x^2y + 4x^2y + 5x^2y - 7x^2y^2 + 8x^2y^2 = 6x^2y + x^2y^2$

12. 由题意 $\frac{1}{x-8} = 19$, 解为 $x = \frac{153}{19}$.

$$\begin{aligned}\therefore x - 97 &= \frac{153}{19} - 97 = \frac{153 - 97 \times 19}{19} \\ &= -\frac{1690}{19}.\end{aligned}$$

13. 由题意列方程

$$\begin{cases} 3m + 5n + 9 = 1 & ① \\ 4m - 2n - 7 = 1 & ② \end{cases}$$

② - ①得 $m = 7n + 16$ ③

③代入①有 $21n + 48 + 5n + 9 = 1$, $26n = -56$, $n = -\frac{28}{13}$

将n代入③, 有 $m = -\frac{28 \times 7}{13} + 16 = \frac{12}{13}$.

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{12}{13} \div \left(-\frac{28}{13}\right) = \frac{12}{13} \times \frac{13}{28} = -\frac{3}{7}.$$

14. 设订半年的学生 x 人, 订全年的学生 y 人, 按照题意列方程:

$$\begin{cases} 2.5 \times 6x + 2.5 \times 12y = 1320 \\ 2.5 \times 6y + 2.5 \times 12x = 1245 \end{cases}$$

化简后得到 $\begin{cases} x + 2y = 88 \\ y + 2x = 83 \end{cases}$

由②得到 $y = 83 - 2x$,

代入①后求得 $x = 26$, $y = 83 - 2x = 31$.

\therefore 订阅的学生人数 = $x + y = 26 + 31 = 57$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

15. 由题意有 $\angle COD = \angle DOE = \angle EOB = 30^\circ$, 这三个角都与 $\angle AOE$ 互补.

$$\because \angle COE = \angle DOB = 60^\circ,$$

\therefore 这两个角与 $\angle AOD$ 互补.

另外, $\angle AOC$ 和 $\angle COB$ 都是直角, 二者互补. 因此, 共有6对互补角.

16. 原式 $= m^3 + m^2 - m + m^2 + m - 1 + 1998$

$$= m(m^2 + m - 1) + (m^2 + m - 1) + 1998$$

$$= (m^2 + m - 1)(m + 1) + 1998$$

由于 $m^2 + m - 1 = 0$, \therefore 原式 = 1998.

17. 连AQ, 则有 $\triangle ABQ$.

$$\because BQ = \frac{1}{4}BC,$$

$$\therefore S_{\triangle ABQ} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}, \text{ 又 } AP = \frac{1}{3}AB,$$

$$\therefore S_{\triangle PBQ} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABQ} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6}S_{\triangle ABC}.$$

连BR,

$$\because RC = \frac{1}{5}AC,$$

$$\therefore S_{\triangle BCR} = \frac{1}{5}S_{\triangle ABC}.$$

$$\text{又} \because BQ = \frac{1}{4}BC,$$

$$\therefore S_{\triangle QCR} = \frac{3}{4}S_{\triangle BCR} = \frac{3}{20}S_{\triangle ABC}.$$

连CP,

$$\because AP = \frac{1}{3}AB,$$

$$\therefore S_{\triangle ACP} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}.$$

$$\text{又} \because RC = \frac{1}{5}AC,$$

$$\therefore S_{\triangle APR} = \frac{4}{5}S_{\triangle ACP} = \frac{4}{15}S_{\triangle ABC}.$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle APR} + S_{\triangle QCR} + S_{\triangle PBQ} &= \left(\frac{4}{15} + \frac{3}{20} + \frac{1}{6}\right)S_{\triangle ABC} \\ &= \frac{16 + 9 + 10}{60}S_{\triangle ABC} \\ &= \frac{35}{60}S_{\triangle ABC} \\ &= \frac{7}{12}S_{\triangle ABC}. \end{aligned}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$S_{\text{阴影} \triangle PQR} = \left(1 - \frac{7}{12}\right) S_{\triangle ABC}$$

$$= \frac{5}{12} S_{\triangle ABC}.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{12}{5} S_{\text{阴影} \triangle PQR}$$

$$= \frac{12}{5} \times 19$$

$$= 45.6 \text{ (平方厘米)}.$$

18. 先计算互掺后A、B两容器药液浓度:

$$\begin{aligned} B \text{容器药液浓度} &= \left(mb\% + \frac{m}{4} a\% \right) \div \left(m + \frac{m}{4} \right) \\ &= \left(\frac{a+4b}{5} \right)\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \text{容器药液浓度} &= \left[\frac{3}{4} ma\% + \frac{m}{4} \left(\frac{a+4b}{5} \right)\% \right] \div m \\ &= \left(\frac{4a+b}{5} \right)\% \end{aligned}$$

$$\text{掺前A、B药量差} = am\% - bm\% = (a-b)m\%$$

$$\begin{aligned} \text{掺后A、B药量差} &= \left(\frac{4a+b}{5} - \frac{a+4b}{5} \right)m\% \\ &= \frac{3}{5} (a-b)m\% \end{aligned}$$

$$\therefore \text{掺前A、B药量差} - \text{掺后A、B药量差}$$

$$= \frac{2}{5} (a-b)m\%.$$

19. 由题可见, 被减数项比减数项多 $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1997})$,少 $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1996})$, 因此,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1997}) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1996}) \\ &= \frac{1}{1997}. \end{aligned}$$

20. 设每部抽水机每天抽水量为x, 泉水每天的涌流量为y, 由题意列方程:

$$\begin{cases} 24 \times 6x - 6y = 0 & ① \\ 21 \times 8x - 8y = 0 & ② \end{cases}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得到 } 24x = 2y, y = 12x$$

因此, 至多只能用12部抽水机抽水.

三、解答题

21. 由 $99\overline{)62xy427}$ 知 $9\overline{)62xy427}$ 且 $11\overline{)62xy427}$

由 $9\overline{)62xy427}$ 及可被9整除的数的判别方法知道

$6 + 2 + x + y + 4 + 2 + 7$ 是9的倍数.

$$\therefore x + y + 3 = 9m \quad (m \text{是自然数})$$

$$\because 0 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9,$$

可以导出 $3 \leq x + y + 3 \leq 21$

$$\text{从而 } x + y = 6 \text{ 或 } x + y = 15 \quad \textcircled{1}$$

由 $11\overline{)62xy427}$ 及可被11整除的数的判别方法知道

$$11 \mid (6 + x + 4 + 7) - (2 + y + 2)$$

$$\therefore 13 + x - y = 11k \quad (k \text{是整数})$$

$$\text{又 } -9 \leq x - y \leq 9,$$

即 $4 \leq 13 + x - y \leq 22$.

$$\therefore x - y = -2 \text{ 或 } x - y = 9$$

$\because x + y$ 与 $x - y$ 同奇偶,

$$\therefore \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = -2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 9 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases} \quad (\text{不合题意, 舍去})$$

$$\therefore x = 2, y = 4,$$

$$950x + 24y + 1 = 950 \times 2 + 24 \times 4 + 1 = 1997.$$

22. (1) 有12个不同的“希望形”.

(2) 不可能, 理由如下:

假设经过 m 次操作后, 24个单位正三角形的数均变为 a , 则总和为 $24a$.

另一方面, 设第 i 次操作中每个“希望形”的4个单位正三角形中的数都增加自然数 n_i , 则

第 i 次操作共增加: $12 \times 4n_i$

m 次操作后共增加: $12 \times 4(n_1 + n_2 + \dots + n_m)$

这24个单位正三角形最初填入的24个数之和为 $1 + 2 + 3 + \dots + 24 = 25 \times 12$ 所以 m 次操作后24个单位正三角形中填数的总和为

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$25 \times 12 + 12 \times 4 (n_1 + n_2 + \dots + n_m)$

于是有 $25 \times 12 + 12 \times 4 (n_1 + n_2 + \dots + n_m) = 24 \times a$ 进而推出 $24 \mid 25 \times 12$, 即 $2 \mid 25$ 但这是不成立的.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第九届（1998年）初中一年级第1试试题

一、选择题: (每小题6分, 共60分)

1. 数 $(-1)^{1998}$ 是 ()

- A. 最大的负数 B. 最小的非负数 C. 最小的正整数 D. 绝对值最小的整数

2. $a = \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right)$, 则a的相反数是()

- A. $-\frac{17}{60}$; B. $-\frac{7}{60}$; C. $\frac{17}{60}$; D. $\frac{7}{60}$.

3. “a与b的和的立方”的代数式表示是 ()

- A. $a^3 + b^3$ B. $a + b^3$ C. $a^3 + b$ D. $(a+b)^3$

4. 有下面4个命题: ①两个数的差一定是正数. ②两个整式的和一定是整式.

③两个同类项的系数相同. ④若两个角的和等于 180° , 则这两个角互为邻补角.

其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 若 $19a+98b=0$, 则ab是 ()

图1

- A. 正数 B. 非正数 C. 负数 D. 非负数

6. 有理数a, b, c在数轴上的表示如图1, 则在 $\frac{1}{b^2}, \frac{1}{|b|}, |ac|$ 中, ()

- A. $\frac{1}{b^2}$ 最小; B. $|ac|$ 最大; C. $\frac{1}{|b|}$ 最大; D. $\frac{1}{b^2}$ 最大.

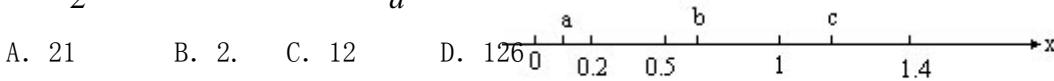
7. 一杯盐水重21千克, 浓度为7%. 当再加入0.7千克纯盐后, 这杯盐水的浓度是()

- A. 7.7% B. 10% C. 10.7% D. 11%

8. a、b都是有理数, 现有4个判断:

①如果 $a+b < a$, 则 $b < 0$. ②如果 $ab < a$, 那么 $b < 0$ ③如果 $a-b < a$, 则 $b > 0$ ④如果 $a > b$, 那么 $\frac{a}{b} > 1$, 其中正确的判断是 ()

- A. ①② B. ②③ C. ①④ D. ①③

9. 若 $\frac{1}{2} \leq a \leq 3, 6 \leq b \leq 63$, 则 $\frac{b}{a}$ 的最大值是()

10. 数a、b、c如图2所示, 有以下4个判断:

图2

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\text{① } \frac{1}{a} > a+b+c; \quad \text{② } ab^2 > c; \quad \text{③ } a-b > -c; \quad \text{④ } 5a > 2b. \text{ 其中正确的是 ()}$$

- A. ①和② B. ①和③. C. ②和④ D. ②和③

二、A组填空题 (每小题6分, 共60分)

11. $1 - \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left[1 - \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{5} \right) \right] \right\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若 $m = -1998$, 则 $|m^2 + 11m - 999| - |m^2 + 22m + 999| + 20 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 两个三位自然数之和减去1999所得之差的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 一个有理数的倒数的相反数的3倍是 $\frac{1}{3}$, 那么这个有理数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 17个连续整数的和是306, 那么紧接在这17个数后面的那17个连续整数的和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 1998年某人的年龄恰等于他出生的公元年数的数字之和, 那么他的年龄是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 岁.

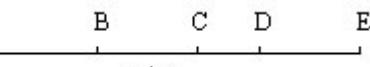
17. 图3中, B、C、D依次是线段AE上的三点, 
已知 $AE = 8.9$ 厘米, $BD = 3$ 厘米, 则图中以A、

图3

B、C、D、E这5个点为端点的所有线段长度之和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 厘米.

18. 五位数 \overline{abcde} 是9的倍数, 其中 \overline{abcd} 是4的倍数, 那么 \overline{abcde} 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 梯形ABCD如图4所示, AB、CD分别为梯形上下底, 已知阴影部分总面积为5平方厘米, $\triangle AOB$ 的面积是0.625平方厘米. 则梯形ABCD的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米.

20. 三个有理数a, b, c两两不等, 那么 $\frac{a-b}{b-c}, \frac{b-c}{c-a}, \frac{c-a}{a-b}$ 中有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个是负数.

三、B组填空题 (每小题6分, 共30分)

21. 三个质数之和是86. 那么这三个质数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

22. 线段AB上有P、Q两点, $AB = 26$, $AP = 14$, $PQ = 11$, 那么 $BQ = \underline{\hspace{2cm}}$

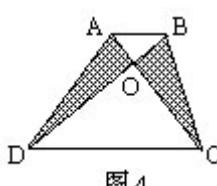


图4

23. 篮、排、足球放在一堆共25个, 其中篮球个数是足球个数的7倍,

那么其中排球的个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

24. 一个有理数的二次幂大于这个有理数, 那么这样的有理数的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

25. 将 $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots$ 按一定规律排成下表:

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第1行		1			
第2行		$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$		
第3行		$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{6}$	
第4行		$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{10}$
第5行	$\frac{1}{11}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{13}$	$-\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$

从表中可以看到, 第4行中自左向右第3个数是 $\frac{1}{9}$, 第5行中自左向右第2个数是 $-\frac{1}{12}$, 那么第199行中自左向

右第8个数是_____, 第1998行中自左向右第11个数是_____.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案·提示**一、选择题**

1 C. 2 D. 3 D. 4 A. 5 B. 6 D. 7 B. 8 D. 9 D. 10 B

提示:

1. $(-1)^{1998} = +1$. 排除A. 由于最小的非负数是0, 排除B. 绝对值最小的整数也是0, 排除D. 显然应选C. 事实上+1是最小的正整数.

$$\begin{aligned} 2. \quad a &= \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{(-10) + (-12) - (-15)}{60} \\ &= \frac{-10 - 12 + 15}{60} = -\frac{7}{60}. \text{ 所以 } a \text{ 的相反数是 } \frac{7}{60}, \text{ 选D.} \end{aligned}$$

3. $a^3 + b^3$ 的意义是 a 立方与 b 立方之和; $a + b^3$ 的意义是 a 与 b^3 立方之和; $a^3 + b$ 的意义是 a 立方与 b 之和; $(a+b)^3$ 的意义是 a 与 b 的和的立方. 选D.

4. 由 $3-4=-1$, 知命题①不真; $3ab^2$ 与 $5ab^2$ 是同类项, 但数字系数不同, ③不真; 由于两条平行线被第三条直线所截, 同旁内角之和为 180° , 但它们并不互为邻补角. 命题④不真. 易知, 两个整式的和仍是整式是真命题. 所以只有1个真命题, 选A.

$$5. \text{ 由 } 19a + 98b = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{98}{19}b \Rightarrow ab = -\frac{98}{19}b^2$$

≤, 选B.

$$6. \text{ 由图1可见, } -\frac{1}{2} < b < 0, \text{ 因此, } b^2 < |b|,$$

$$\text{且 } b^2, |b| > 0. \text{ 所以 } \frac{1}{b^2} > \frac{1}{|b|}. \text{ 又 } -1 < a < 0,$$

$$|a| < 1 \text{ 又 } |c| = c < 2.$$

$$\therefore |ac| = |a||c| < 2. \text{ 而 } 0 < b^2 < \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{b^2} > 4 > |ac|.$$

因此排除A、B、C, 所以选D.

7. 加入0.7千克纯盐后, 这杯盐水的浓度是

$$\frac{21 \times 7\% + 0.7}{21 + 0.7} = \frac{2.17}{21.7} = 10\%, \text{ 选B.}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

8. 由 $a+b < a \Rightarrow b < 0$, 所以①判断正确.当 $a=2$, $b=\frac{1}{2}$ 时, $ab=1 < 2 = a$. 而 $b=\frac{1}{2} > 0$,

所以判断②不正确.

由 $a-b < a \Rightarrow -b < 0 \Rightarrow b > 0$. ③判断正确.当 $a=2$, $b=-1$ 时, 显然 $a > b$, 但 $\frac{a}{b} = -2 < 1$

所以④判断不正确.

综上分析可知, 选D.

9. 当 $a=\frac{1}{2}$, $b=63$ 时, $\frac{b}{a}=126$. 这个值大于21,

大于2, 也大于12, 所以选D.

10. ①: $0 < a < 0.2 \Rightarrow \frac{1}{a} > 5$.又 $0.5 < b < 1$, $1 < c < 1.4$. $\therefore 1.5 < a+b+c < 2.6$. $\therefore \frac{1}{a} > a+b+c$.②: $0 < a < 0.2$, $0.5 < b < 1$. $\therefore ab^2 < 1$ 而 $c > 1$. 故 $ab^2 > c$ 不成立.③: $|a-b| < |c|$ 而 $a-b$, $-c$ 都是负数. $\therefore a-b > -c$.④: $\therefore 5a < 1$, $2b > 1$. 所以 $5a > 2b$ 不成立.

因此只有①、③正确, 选B.

二、A组填空题

11. $\frac{19}{30}$ 12. 20000 13. -1 14. -9 15. 595 16. 18 17. 41.6

18. 10008 19. 15.625 20. 2

提示:

$$\begin{aligned}
11. & 1 - \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left[1 - \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{5} \right) \right] \right\} \\
& = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \\
& \quad \times \frac{1}{5} \\
& = \frac{120 - 60 + 20 - 5 + 1}{120} = \frac{76}{120} = \frac{19}{30}.
\end{aligned}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

12. $m = -1998 \Rightarrow m + 11 = -1987$.

$$m + 22 = -1976.$$

$$\therefore m^2 + 11m = m(m + 11) = 1998 \times 1987 \Rightarrow m^2$$

$$+ 11m - 999 > 0.$$

$$m^2 + 22m = m(m + 22) = 1998 \times 1976 \Rightarrow m^2 + 22m$$

$$+ 999 > 0.$$

$$\therefore |m^2 + 11m - 999| - |m^2 + 22m + 999| + 20$$

$$= (m^2 + 11m - 999) - (m^2 + 22m + 999) + 20$$

$$= 11m - 999 - 22m - 999 + 20$$

$$= -11m + 1998 + 20 = (-1998)(-10) + 20$$

$$= 20000.$$

13. 两个三位数之和的最大值为 $999 + 999 = 1998$, 所以两个三位自然数之和减去 1999 所得之差的最大值是 $1998 - 1999 = -1$.

14. 利用还原算法: 某数 a 的 3 倍是 $\frac{1}{3}$, 显然 $a = \frac{1}{9}$,

而 $\frac{1}{9}$ 应是一个有理数倒数的相反数, 所以这个有理

数的倒数为 $-\frac{1}{9}$. 故这个有理数是 -9 .

15. 设 17 个连续整数为

$$m, m+1, m+2, \dots, m+16 \quad ①$$

$$\text{有 } m + (m+1) + \dots + (m+16) = 306.$$

它后面紧接的 17 个连续自然数应为

$$m+17, m+18, m+19, \dots, m+33 \quad ②$$

② 的每一项比 ① 中对应项多 17, 所以 ② 中 17 个数总和比 ① 中 17 个数总和多 17×17 , 所以 ② 中 17 个数总和为 $306 + 17 \times 17 = 595$.

16. 设某人出生于 $\overline{19xy}$ 年, 则他的年龄应为 $1 + 9$

$$+ x + y = 10 + x + y \text{ 岁.}$$

$$\therefore \overline{1998} - \overline{19xy} = 10 + x + y$$

$$\text{即 } 98 - 10x - y = 10 + x + y$$

$$11x + 2y = 88.$$

$$\text{易知: } y = \frac{88 - 11x}{2}$$

又 x 只能取 0, 2, 4, 6, 8, 而 $0 \leq y \leq 9$,

\therefore 只取 $x=8$, $y=0$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

某人的年龄是18岁.

17. 以A, B, C, D, E这5个点为端点的线段共有十条, 它们是AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE. 其长度总和

$$\begin{aligned} & AB + AC + AD + AE + BC + BD + BE + CD + CE + DE \\ & = 4AB + 6BC + 6CD + 4DE \\ & = 4(AB + DE) + 6(BC + CD) \\ & = 4(AE - BD) + 6BD \\ & = 4AE + 2BD = 4 \times 8.9 + 2 \times 3 = 41.6 \text{ (厘米).} \end{aligned}$$

18. 要五位数 \overline{abcde} 最小, 必须四位数 \overline{abcd} 也最小, 且被4整除, 所以 \overline{abcd} 最小是1000. 要补上一个末位数字e变为五位数, 又要是9的倍数, 这个五位数数字和应是9的倍数. 所以补上的数字只能是8, 所求 \overline{abcde} 的最小值是10008.

19. 易知 $\triangle ADB$ 与 $\triangle ACB$ 面积相等, 所以 $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 面积相等. 但 $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 面积之和为5平方厘米, 所以 $\triangle AOD$ 的面积 = $\triangle BOC$ 的面积 = 2.5平方厘米.

又 $S_{\triangle AOB} : S_{\triangle BOC} = AO : OC = S_{\triangle AOD} : S_{\triangle DOC}$.

即 $0.625 : 2.5 = 2.5 : S_{\triangle DOC}$

$$\therefore S_{\triangle DOC} = \frac{2.5 \times 2.5}{0.625} = 10 \text{ (平方厘米).}$$

所以梯形ABCD面积

$$\begin{aligned} & = S_{\triangle AOB} + (S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOC}) + S_{\triangle DOC} \\ & = 0.625 + 5 + 10 = 15.625 \text{ (平方厘米).} \end{aligned}$$

20. 因为 $\frac{a-b}{b-c} \cdot \frac{b-c}{c-a} \cdot \frac{c-a}{a-b} = 1$.
故 $\frac{a-b}{b-c}, \frac{b-c}{c-a}, \frac{c-a}{a-b}$, 必有一个是正数. 不妨设
 $\frac{a-b}{b-c} > 0$.

只有两种情况. (1) $a > b > c$; (2) $a < b < c$.

当 $a > b > c$ 时, $\frac{b-c}{c-a}, \frac{c-a}{a-b}$, 必均为负数.

当 $a < b < c$ 时, $\frac{b-c}{c-a}, \frac{c-a}{a-b}$ 也均为负数.

所以 $\frac{a-b}{b-c}, \frac{b-c}{c-a}, \frac{c-a}{a-b}$ 中恰有两个是负数.

三、B组填空题

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

21、(2, 5, 79)、(2, 11, 73)、(2, 13, 71)、(2, 17, 67)、(2, 23, 61)、

(2, 31, 53)、(2, 37, 47)、(2, 41, 43)

22、1或23

23、1或9或17

24、大于1的有理数和负有理数

$$25 \quad \frac{1}{19709}, -\frac{1}{1995014}$$

提示:

21. 86是个偶数, 那么3个质数加数中至少有一个偶数, 这个偶数又是质数, 故只能是2. 其余两个加数是奇质数, 其和为84. 易知, 只能是(5, 79), (11, 73), (13, 71), (17, 67), (23, 61), (31, 53), (37, 47), (41, 43)这八组, 所以, 84表示为3个质数和可以有八组, 它们是

(2, 5, 79), (2, 11, 73), (2, 13, 71),

(2, 17, 67), (2, 23, 61), (2, 31, 53),

(2, 37, 47), (2, 41, 43).

22. P、Q在线段AB上可以有两种情形.

对于图5: $BQ = AB - AP - PQ = 26 - 14 - 11 = 1$.对于图6: $BQ = AB - AP + PQ = 26 - 14 + 11 = 23$.

23. 篮球、排球、足球总数是25个. 并且篮球数是足球数的7倍. 所以足球数只能取1, 2, 3个. 这时篮球数对应取7, 14, 21个. 从而排球数可能取的值是17, 或9, 或1个.

24. 画出数轴如图7.

大于1的有理数的二次幂大于它自身; 1的二次幂等于1;

大于0且小于1的有理数的二次幂小于它本身; 0的二次幂是0;

负有理数的二次幂是正数, 大于它自身.

综上可知, 二次幂大于其自身的有理数的范围, 是大于1的有理数和负有理数.

25. 这个数串中奇号项为正, 偶号项为负. 第n

项的绝对值为 $\frac{1}{n}$. ($n = 1, 2, 3, \dots$). 表中第198行

有198个数, 从第1行到第198结束, 共计有

$$1 + 2 + 3 + \dots + 197 + 198 = \frac{198 \times 199}{2} = 19701 \text{个数.}$$

所以第198行第198个数是数串中的第19701项.

因此, 第199行的第8个数是数串中的第 $19701 + 8 = 19709$ 项. 其值为 $\frac{1}{19709}$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

同理, 这个表中第1997行结束时, 共排了

$$\begin{aligned} & 1+2+3+\cdots+1997 \\ = & \frac{(1+1997) \times 1997}{2} = 1995003 \text{个数.} \end{aligned}$$

所以第1997行第1997个数是数串中的第1995003项, 第1998行第11个数应是数串中的第 $1995003+11=1995014$ 项. 其值是 $-\frac{1}{1995014}$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第九届（1998年）初中一年级第2试试题

一、选择题: (每题6分, 共60分)

1. 已知有理数a在数轴上原点的右方, 有理数b在原点的左方, 那么 ()

- A. $ab < b$ B. $ab > b$. C. $a+b > 0$ D. $a-b > 0$

2. 有理数a等于它的倒数, 有理数b等于它的相反数, 则 $a^{1998} + b^{1998} =$ ()

- A. 0 B. 1. C. -1 D. 2

3. 下面的四个判断中, 不正确的是 ()

- A. $34x^3y^6$ 与 $34a^3b^6$ 不是同类项. B. $3x$ 和 $-3x+1$ 不能互为相反数.

- C. $4(x-7) = 6(5-27x)$ 和 $6(5-27y) = 4(y-7)$ 不是同解方程.

- D. 3 和 $\frac{1}{a} + \frac{1}{3}$ 不能互为倒数.

4. 已知关于x的一次方程 $(3a+8b)x+7=0$ 无解, 则ab是 ()

- A. 正数 B. 非正数. C. 负数 D. 非负数

5. 如果 $a-b > a+b$, 那么 ()

- A. $|a-b| > |a+b|$. B. $ab < 0$. C. $-2b > 2b$. D. $-2a > 2b$

6. 方程组 $\begin{cases} 3x+y=7 \\ 5x-8y=31 \end{cases}$ 的解(x, y)是 ()

- A. (3, -2). B. (2, 1). C. (4, -5). D. (0, 7)

7. 一条直线上距离相等地立有10根标杆, 一名学生匀速地从第1杆向第10杆行走, 当他走到第6杆时用了6.6秒, 则当他走到第10杆时所用时间是 ()

- A. 11秒. B. 13.2秒. C. 11.88秒. D. 9.9秒

8. 有以下两个数串:

1, 3, 5, 7, ..., 1991, 1993, 1995, 1997, 1999和1, 4, 7, 10, ..., 1990, 1993, 1996, 199. 同时出现在这两个数串中的数的个数共有 ()

- A. 333 B. 334. C. 335 D. 336

9. 如图8所示, $S_{\triangle ABC}=1$, 若 $S_{\triangle BDE}=S_{\triangle DEC}=S_{\triangle ACE}$, 则 $S_{\triangle ADE} =$ ()

- A. $\frac{1}{5}$; B. $\frac{1}{6}$; C. $\frac{1}{7}$; D. $\frac{1}{8}$.

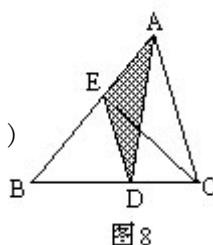


图8

10. 若关于x的方程 $|2x-3|+m=0$ 无解, $|3x-4|+n=0$ 只有一个解, $|4x-5|+k=0$ 有两个解, 则m, n, k的大小关系是 ()

- A. $m > n > k$ B. $n > k > m$. C. $k > m > n$ D. $m > k > n$

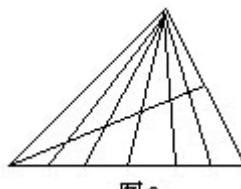


图9

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

二、填空题 (每题6分, 共60分)

11. 计算: $\frac{78^3 + 22^3}{78^2 - 78 \times 22 + 22^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若 $a+19=b+9=c+8$, 则 $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 图9中三角形的个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.14. 甲、乙两列客车的长分别为150米和200米, 它们相向行驶在平行的轨道上, 已知甲车上某乘客测得乙车在他窗口外经过的时间是10秒, 那么乙车上的乘客看见甲车在他窗口外经过的时间是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 秒.15. 某人以4千米/时的速度步行由甲地到乙地, 然后又以6千米/时的速度从乙地返回甲地, 那么某人往返一次的平均速度是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米/时.16. 对于不小于3的自然数n, 规定如下一种操作: $\langle n \rangle$ 表示不是n的约数的最小自然数, 如 $\langle 7 \rangle = 2$, $\langle 12 \rangle = 5$ 等等, 则 $\langle \langle 19 \rangle \times \langle 98 \rangle \rangle = \underline{\hspace{2cm}}$. (式中的 \times 表示乘法)17. 一个布袋中装有红、黄、蓝三种颜色的大小相同的木球, 红球上标有数字1, 黄球上标有数字2, 蓝球上标有数字3, 小明从布袋中摸出10个球, 它们上面所标数字的和等于21, 则小明摸出的球中红球的个数最多不超过 $\underline{\hspace{2cm}}$.18. 图10, 中, 两个半径为1的 $\frac{1}{4}$ 圆扇形 $A'O'B'$ 与 AOB 叠放在一起, $PQOO'$ 是正方形, 则整个阴影图形的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.19. $(3a+2b)x^2+ax+b=0$ 是关于x的一元一次方程, 且x有唯一解, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.20. 某校运动会在400米球形跑道上进行10000米比赛, 甲、乙两运动员同时起跑后, 乙速超过甲速, 在第15分时甲加快速度, 在第18分时甲追上乙并且开始超过乙, 在第23分时, 甲再次追上乙, 而在第23分50秒时, 甲到达终点, 那么乙匀速跑完全程所用的时间是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分.**二、解答题** (每题15分, 共30分, 解答本题时, 请写出推算过程)

21. 23个不同的正整数的和是4845, 问: 这23个数的最大公约数可能达到的最大值是多少? 写出你的结论, 并说明理由.

22. (a) 请你在平面上画出6条直线(没有三条共点), 使得它们中的每条直线都恰与另三条直线相交, 并简单说明画法.

(b) 能否在平面上画出7条直线(任意3条都不共点), 使得它们中的每条直线都恰与另3条直线相交? 如果能, 请画出一例, 如果不能, 请简述理由.

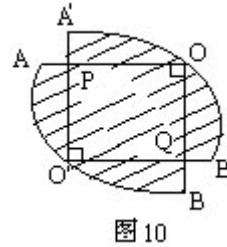


图10

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案·提示**一、选择题**

1、D 2、B 3、C 4、B 5、C 6、A 7、C 8、B 9、B 10、A

提示:

1. a在数轴上原点右方, $a > 0$; b在原点左方, $b < 0$.当 $a=1$, $ab=b$, 显然应排除A、B.当 $a=1$, $b=-2$ 时, $a+b=-1 < 0$, 排除C.所以应选D, 事实上, 当 $a > 0$, $b < 0$ 时, $a-b > 0$ 总成立.2. 有理数a等于它的倒数, 即 $a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 1$,所以 $a = \pm 1$, 因此 $a^{1998} = 1$ 有理数b等于它的相反数, 则 $b = -b$. 即 $2b$ $= 0 \Rightarrow b = 0$, 因此 $b^{1998} = 0$.所以 $a^{1998} + b^{1998} = 1 + 0 = 1$, 应选B.3. ① $34x^3y^6$ 与 $34a^3b^6$, 因字母不同, 不是同类项, 所以A是正确的, 排除A.②若 $3x$ 与 $-3x+1$ 互为相反数, 则 $-(-3x) = -3x+1$ 得出 $0=1$ 的矛盾. 所以“ $3x$ 和 $-3x+1$ 不能互为相反数”这句话正确, 排除B.③ $4(x-7) = 6(5-27x)$ 的解为 $\frac{29}{83}$. $6(5-27y) = 4(y-7)$ 的解也是 $\frac{29}{83}$.因为这两个方程的解集相同, 因此, 它们是同解方程. 即C “ $4(x-7) = 6(5-27x)$ 和 $6(5-27y) = 4(y-7)$ 不是同解方程”这句话是不正确的.④若 3 与 $\frac{1}{a} + \frac{1}{3}$ 互为倒数, 则 $\frac{1}{3} = \frac{1}{a} + \frac{1}{3} \Rightarrow 0 = \frac{1}{a}$, 矛盾.所以“ 3 和 $\frac{1}{a} + \frac{1}{3}$ 不能互为倒数”这句话是正确的, 所以排除D.

综上所述, 应选择C.

4. 关于x的一次方程 $(3a+8b)x+7=0$ 无解.

当且仅当

 $3a+8b=0 \Rightarrow a = -\frac{8}{3}b \Rightarrow ab = -\frac{8}{3}b^2 \leqslant 0$, 选B.5. 由 $a-b > a+b$ 可知 $-b > b$, 即 $b < 0$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

由 $-b > b \Rightarrow -2b > 2b$. C 成立. 当 $a = -2, b = -1$

时, $|a-b| = 1 < 3 = |a+b|$, 因而排除 A. $ab =$

$(-2)(-1) = 2 > 0$, 因而排除 B. 当 $a = 2, b = -1$

时, $-2a = -4 < 2(-1) = 2b$, 排除 D, 所以选择 C.

6. 以 $(3, -2), (2, 1), (4, -5), (0, 7)$ 代入方程组检验, 只有 $(3, -2)$ 满足方程组, 选 A.

7. 从第1根标杆到第6根标杆有5个间隔. 因而, 每个间隔行进 $6.6 \div 5 = 1.32$ (秒). 而从第1根标杆到第10根标杆共有9个间隔. 所以行进9个间隔共用 $1.32 \times 9 = 11.88$ (秒), 选择 C.

8. 第一个数串是 1~1999 的整数中被 2 除余 1 的数, 共有 1000 个.

第二个数串是 1~1999 的整数中被 3 除余 1 的数, 共有 667 个.

同时出现在这两个数串中的数是 1~1999 的整数中被 6 除余 1 的数. 它们是: 1, 7, 13, 19, 25, …, 1993, 1999.

共计 334 个, 选择 B.

9. 由 $S_{\triangle BDE} = S_{\triangle DEC} \Rightarrow BD = DC$.

又 $S_{\triangle BCE} = 2S_{\triangle ACE} \Rightarrow BE = 2AE$

因此 $\frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{BE}{AE} = 2$

$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6}$

选择 B.

10. $|2x-3|+m=0$ 无解, 则 $m>0$.

$|3x-4|+n=0$ 有一个解, 则 $n=0$.

$|4x-5|+k=0$ 有两个解, 则 $k<0$.

所以, $m>n>k$ 成立, 选择 A.

二、填空题

题号 答案

11、100 12、222 13、48 14、7.5 15、4.8 16、4

17、4 18、 $\frac{\pi-1}{2}$ 19、1.5 20、25

提示:

$$11. \text{ 原式} = \frac{(78+22)(78^2 - 78 \times 22 + 22^2)}{78^2 - 78 \times 22 + 22^2}$$

$$= 78 + 22 = 100.$$

12. 由 $a+19=b+9=c+8$ 得

$a-b=-10, b-c=-1, c-a=11$.

$$\therefore (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$=(-10)^2 + (-1)^2 + 11^2 = 100 + 1 + 121 = 222.$$

13. 如图11所示, 标上字母A、B、C、D. 当不考虑AD时, $\triangle ABC$ 被从顶点B引出的五条线分成的三角形个数是 $6+5+4+3+2+1=21$ 个.

当考虑AD时, 在AD上方也可以数出21个三角形, 而在AD下方只可以数出6个三角形.

总计, 共有 $21+21+6=48$ 个三角形.

14. 甲、乙两车相向在平行轨道上行驶, 当从甲车某个窗口看乙车时, 从看到车头到车尾通过, 要经过200米的距离, 而这200米的距离是以两车速度之和来通过的, 是个相遇问题.

设甲、乙两车速度和为 u 米/秒. 甲车上某乘客从

窗口看到乙车通过的时间是10秒, 也就是 $\frac{200}{u} = 10$,

所以 $u = 20$ (米/秒). 同样理由求得乙车上的乘客

从窗口看甲车通过的时间为 $\frac{150}{20} = 7.5$ (秒).

15. 设甲、乙两地距离为 S 千米. 某人由甲地

到乙地所用时间为 t_1 , 从乙地返回甲地时间为 t_2 ,

则 $t_1 = \frac{S}{4}$ (时), $t_2 = \frac{S}{6}$ (时), 某人从甲→乙

→甲往返一次共走距离 $2S$ 千米, 共用时间 $t = t_1$

$$+ t_2 = \frac{S}{4} + \frac{S}{6} = \frac{5}{12} S \text{ (时)}.$$

所以某人从甲→乙→甲往返一次的平均速度

$$v = \frac{2S}{\frac{5S}{12}} = \frac{24}{5} = 4.8 \text{ (千米/时)}.$$

16. 根据定义, $\langle n \rangle$ 表示不是 n 的约数的最小自然数. 我们可以求得:

$$\langle 19 \rangle = 2, \langle 98 \rangle = 3$$

$$\therefore \langle 19 \rangle \times \langle 98 \rangle = 2 \times 3 = 6$$

$$\langle \langle 19 \rangle \times \langle 98 \rangle \rangle = \langle 6 \rangle = 4.$$

17. 设小明摸出的10个球中有 x 个红球, y 个黄球, z 个蓝球.

依题意列得方程组:

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ 1 \cdot x + 2 \cdot y + 3 \cdot z = 21 \end{cases} \quad \begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}$$

$$① \times 3 - ② \text{ 得 } 2x + y = 9, \text{ 即 } y = 9 - 2x.$$

由于 y 是非负整数, x 也是非负整数.

易知 x 的最大值是4. 即小明摸出的10个球中至多有4个红球.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

所以阴影的总面积为

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\pi - 1}{2}.$$

19. 方程 $(3a+2b)x^2+ax+b=0$ 是关于 x 的一元一次方程, 且有唯一解, 则 $3a+2b=0$, 且 $a \neq 0$. 因此

$$a = -\frac{2}{3}b, b \neq 0$$

以 $a = -\frac{2}{3}b$ 代入 $ax+b=0$ 得

$$-\frac{2}{3}bx+b=0$$

$$x = 1.5.$$

20. 设出发时甲速度为 a 米 / 分, 乙速度为 b 米 / 分. 第 15 分甲提高的速度为 x 米 / 分, 所以第 15 分后甲的速度是 $(a+x)$ 米 / 分. 依题意, 到第 15 分时, 乙比甲多跑 $15(b-a)$ 米, 甲提速后 3 分钟 (即第 18 分) 追上乙, 所以

$$(a+x-b) \times 3 = 15(b-a) \quad ①$$

接着甲又跑了 5 分 (即第 23 分钟), 已经超过乙一圈 (400 米) 再次追上乙, 所以

$$(a+x-b) \times 5 = 400 \quad ②$$

到了第 23 分 50 秒时甲跑完 10000 米, 这 10000 米

前 15 分是以速度 a 跑完的, 后面的 $8\frac{5}{6}$ 分是以速度 $a+x$ 跑完的, 所以

$$15a + 8\frac{5}{6}(a+x) = 10000$$

解 ①, ② 得 $b-a=16$ 米 / 分, $x=96$ 米 / 分.代入 ③ $a=384$ 米 / 分, 所以 $b=400$ 米 / 分.

乙是一直以 400 米 / 分的速度跑完 10000 米的, 所以乙跑完全程所用的时间是 25 分.

三、解答题

21. 设这 23 个彼此不同的正整数为 a_1, a_2, \dots, a_{23} .不妨设 $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{23}$. 它们的最大公约数是 d .则 $a_1 = d \cdot b_1, a_2 = d \cdot b_2, \dots, a_{23} = d \cdot b_{23}$ 依题意, 有 $4845 = a_1 + a_2 + \dots + a_{23} = d(b_1 + b_2 + \dots + b_{23})$ 则应当有 b_1, b_2, \dots, b_{23} 也为彼此不等的正整数.且 $b_1 + b_2 + \dots + b_{23} \geq 1 + 2 + \dots + 23 = 276$.因此 $4845 = d(b_1 + b_2 + \dots + b_{23}) \geq 276 \cdot d$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\therefore d \leq \frac{4845}{276} = 17\frac{51}{92}.$$

又因为 $4845 = 19 \times 17 \times 15$

因此, 这23个不同的正整数的最大公约数的最大值可能是17.

我们证明, 存在两两不等的23个正整数, 它们的最大公约数恰为17. 例如

$$a_1 = 17, a_2 = 17 \times 2, a_3 = 17 \times 3, \dots, a_{21} = 17 \times 21,$$

$$a_{22} = 17 \times 22, a_{23} = 17 \times 32.$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{23} = 17(1+2+\dots+22) + 17 \times 32$$

$$= 17 \times 253 + 17 \times 32 = 17 \times 285 = 4845.$$

$$\text{而 } (a_1, a_2, \dots, a_{22}, a_{23}) = 17.$$

所以符合题设条件的23个正整数的最大公约数的最大值是17.

22. (a) 在平面上任取一点A. 过A作二直线 m_1 与 n_1 . 在 n_1 上取两点B, C, 在 m_1 上取两点D, G. 过B作 $m_2 // m_1$, 过C作 $m_3 // m_1$, 过D作 $n_2 // n_1$, 过G作 $n_3 // n_1$, 这时, m_2 、 m_3 、 n_2 、 n_3 交得E、F、H、I四点, 如图14所示. 由于彼此平行的直线不相交, 所以图14中每条直线都恰与另3条直线相交.

(b) 在平面上不能画出没有3线共点的7条直线, 使得其中每条直线都恰与另外3条直线相交.

理由如下:

假设平面上可以画出7条直线, 其中每一条都恰与其他3条相交, 因两直线相交只有一个交点, 又没有3条直线共点, 所以每条直线上恰有与另3条直线交得的3个不同的交点.

我们按直线去计数这些交点, 共有 $3 \times 7 = 21$ 个交点, 但每个交点分属两条直线, 被重复计数一次, 所以这7条直线交点总数为

$$\frac{21}{2} = 10.5 \text{ 个}, \text{ 因为交点个数应为整数, 矛盾.}$$

所以, 满足题设条件的7条直线是画不出来的.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第十届（1999年）初中一年级第1试试题

一、选择题（每小题 6 分，共 60 分）以下每题的四个结论中，仅有一个是正确的，请将表示正确答案的英文字母填在表格内和每题后面的圆括号内。

1、 $0 - (0 - 1999) = (\quad)$ 。

- (A) 19.99; (B) -1999; (C) 1999; (D) 0。

2、下面四个命题中正确的是()。

- (A) 1 是最小的正有理数; (B) -1 是最大的负有理数;
 (C) 0 是最小的正整数; (D) 0 是最大的非正整数。

3、若 $|\alpha| = 1$, 则 $\alpha^4 = (\quad)$ 。

- (A) 1; (B) -1; (C) 0; (D) 2。

4、设 $\alpha < 0$, 则下述命题中正确的是()。

- (A) a 的偶次方的偶次方是负数; (B) a 的奇次方的偶次方是负数;
 (C) a 的奇次方的奇次方是负数; (D) a 的偶次方的奇次方是负数。

5、一元一次方程 $2x+1=0$ 有()。

- (A) 正整数解; (B) 负整数解; (C) 正分数解; (D) 负分数解。

6、设 a 是最小的自然数, b 是最大的负整数, c 是绝对值最小的有理数, 则 $a-b+c=(\quad)$ 。

- (A) -1; (B) 0; (C) 1; (D) 2。

7、 $-\frac{1997}{1998}, -\frac{97}{98}, -\frac{1998}{1999}, -\frac{98}{99}$ 这四个数由小到大的排列顺序是()。

$$(A) -\frac{1997}{1998} < -\frac{97}{98} < -\frac{1998}{1999} < -\frac{98}{99};$$

$$(B) -\frac{1998}{1999} < -\frac{1997}{1998} < -\frac{98}{99} < -\frac{97}{98};$$

$$(C) -\frac{97}{98} < -\frac{98}{99} < -\frac{1997}{1998} < -\frac{1998}{1999};$$

$$(D) -\frac{98}{99} < -\frac{1998}{1999} < -\frac{97}{98} < -\frac{1997}{1998}.$$

8、a, b, c 三个整数满足 $a < b < c$, 则()。

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

(A) $a+c < b+c$; (B) $|a|+|c| < |b|+|c|$; (C) $ab < ac$; (D) $|a||b| < |a||c|$ 。

9、若 $|a+b+1|$ 与 $(a-b+1)^2$ 互为相反数, 则 a 与 b 的大小关系是()。

(A) $a > b$; (B) $a = b$; (C) $a < b$; (D) $a \geq b$ 。

10、定义: 一个工厂一年的生产增长率就是 $\frac{\text{当年产值减去前一年产值}}{\text{前一年产值}} \times 100\%$, 如果该工厂 2000 年的产值要达到 1998 年产值的 1.44 倍, 而且每年的生产增长率都是 x , 则 x 等于()。

(A) 5%; (B) 10%; (C) 15%; (D) 20%。

二、A 组填空题 (每小题 6 分, 共 60 分)

11、 $-117 \times \left(\frac{1}{32} - 0.125\right) \div (-1.2) \times \left(-1\frac{3}{13}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

12、若 a, b, c 是 1998 的三个不同的质因数, 且 $a < b < c$, 则 $(b+c)^a = \underline{\hspace{2cm}}$

13、 $\left(\frac{1}{1998} - 1\right)\left(\frac{1}{1997} - 1\right)\left(\frac{1}{1996} - 1\right) \cdots \left(\frac{1}{1001} - 1\right)\left(\frac{1}{1000} - 1\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

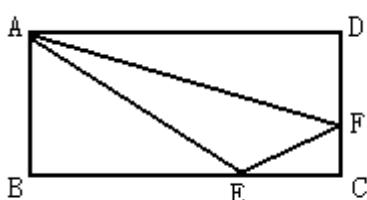
14、如图, 矩形 ABCD 的面积为 1, BE:EC=5:2, DF:CF=2:1, 则三角形 AEF 的面积的大小为_____。

15、已知 $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{11} + \frac{1}{20} + \frac{1}{41} + \frac{1}{110} + \frac{1}{1640} = 1$, 则

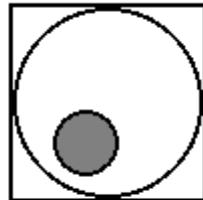
$-\frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{11} - \frac{1}{20} - \frac{1}{41} + \frac{1}{110} + \frac{1}{1640} = \underline{\hspace{2cm}}$

16、计算 $2 - 2^2 - 2^3 - 2^4 - 2^5 - 2^6 - 2^7 - 2^8 - 2^9 + 2^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

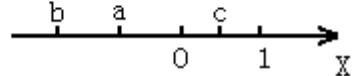
17、已知 $1999x^{n+7}$ 和 $10x^{2m+3}$ 是同类项, 则 $(2m-n)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$



题二14图



题二18图



题二20图

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

18、如图, 正方形的边长为 a , 小圆的直径是 b , S 表示正方形面积与大圆面积的差, A 是小圆面积, 设圆周率为 π , 则

$$\frac{S}{A} = \underline{\hspace{2cm}}$$

19、一次测验共出 5 道题, 做对一题得 1 分, 已知 26 人的平均分不少于 4.8, 最低得 3 分, 至少有 3 人得 4 分, 则得 5 分的有 人。

20、有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 则化简

$$|a+b|-|b-1|-|a-c|-|1-c| \text{ 得的结果是 } \underline{\hspace{2cm}}$$

三、B 组填空题 (每小题 6 分, 共 30 分)

21、若 $0 < x < 10$, 则满足条件 $|x-3|=a$ 的整数 a 的值共有 个, 它们的和等于 。

22、若长方形的长、宽都是整数, 且周长与面积的数值相等, 则长方形的面积等于 。

23、将一筐桔子分给若干个儿童, 如果每人分 4 个桔子, 则剩下 9 个桔子; 如果每人分 6 个桔子, 则最后一个儿童分得的桔子数将少于 3 个, 由以上可推知共有 个儿童分 个桔子。

24、设 x, y 满足 $x+3y+|3x-y|=19$, $2x+y=6$, 则 $x=\underline{\hspace{2cm}}$, $y=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

25、某种出租汽车的车费是这样计算的: 路程在 4 公里以内 (含 4 公里) 为 10 元 4 角, 达到 4 公里以后, 每增加 1 公里加 1 元 6 角; 达到 15 公里后, 每增加 1 公里加 2 元 4 角, 增加不足 1 公里时按四舍五入计算, 则乘坐 15 公里该种出租车应交车费 元, 某乘客乘坐该种出租车交了车费 95 元 2 角, 则这个乘客乘该出租车行驶的路程为 公里。 (精确到个位)

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	A	C	D	D	B	A	C	D

二、A 组填空题

题号	11	12	13	14	15	1 6	1 7	18	1 9	20
----	----	----	----	----	----	--------	--------	----	--------	----

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答 案	$11\frac{1}{4} 16$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{11}{42}$	$-\frac{131}{164}$	6	1 6	$\frac{(4-\pi)a^2}{\pi b^2}$	2	- 2
--------	--------------------	----------------	-----------------	--------------------	---	--------	------------------------------	---	--------

三、B 组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	7; 21	18 或 16	7 人; 37 个	$x = \frac{1}{2}, y = 5$	28 元; 43 千米

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第十届（1999年）初中一年级第2试试题

一、选择题: (每小题6分, 共60分) 以下每题的四个结论中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母填在每题后面的圆括号内.

1. $\frac{1}{1999}$ 的相反数是().

- (A) 1999 (B) -1999 (C) $-\frac{1}{1999}$; (D) $\left| -\frac{1}{1999} \right|$

2. 已知a、b、c都是负数, 并且 $|x-a| + |y-b| + |z-c| = 0$, 则xyz是().

- (A) 负数 (B) 非负数 (C) 正数 (D) 非正数

3. 下面四个命题中正确的是().

- (A) 相等的两个角是对顶角
 (B) 和等于 180° 的两个角是互为邻补角
 (C) 连接两点的最短线是过这两点的直线
 (D) 两条直线相交所成的四个角都相等, 则这两条直线互相垂直

4. a、b、c三个有理数在数轴上的位置如图所示, 则().

(A) $\frac{1}{c-a} > \frac{1}{c-b} > \frac{1}{a-b}$; (B) $\frac{1}{b-c} > \frac{1}{c-a} > \frac{1}{b-a}$ 

(C) $\frac{1}{c-a} > \frac{1}{b-a} > \frac{1}{b-c}$; (D) $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a-c} > \frac{1}{b-c}$

5. $7-a$ 的倒数的相反数是-2, 那么a=().

- (A) 9 (B) 7.5 (C) 5 (D) 6.5

6. 一个角的补角的 $\frac{1}{17}$ 是 6° , 则这个角是().

- (A) 68° (B) 78° (C) 88° (D) 98°

7. 如果 $ac < 0$, 那么下面的不等式: $\frac{a}{c} < 0$; $ac^2 < 0$; $a^2c < 0$; $c^3a < 0$; $ca^3 < 0$ 中, 必定成立的有().

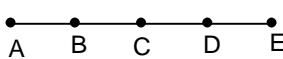
- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

8. 不超过100的所有质数的乘减去不超过60且个位数字为7的所有质数的乘积所得之差的个位数字是().

- (A) 3 (B) 1 (C) 7 (D) 9

9. 已知 $0 \leq a \leq 4$, 那么 $|a-2| + |3-a|$ 的最大值等于().

- (A) 1 (B) 5 (C) 8 (D) 3



全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 若n是奇自然数, a_1, a_2, \dots, a_n 是n个互不相同的负整数, 则().

(A) $(a_1+1)(a_2+2)\dots(a_n+n)$ 是正整数; (B) $(a_1-1)(a_2-2)\dots(a_n-n)$ 是正整数.

(C) $\left(\frac{1}{a_1}+1\right)\left(\frac{1}{a_2}+2\right)\dots\left(\frac{1}{a_n}+n\right)$ 是正数; (D) $\left(1-\frac{1}{a_1}\right)\left(2-\frac{1}{a_2}\right)\dots\left(n-\frac{1}{a_n}\right)$ 是正数.

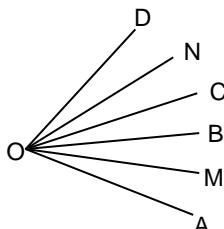
二、填空题(每小题6分, 共60分)

11. 如图, 线段AB=BC=CD=DE=1厘米, 那么图中所有线段的长度之和等于_____厘米.

$$12. \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{50} + \frac{2}{50} + \dots + \frac{48}{50} + \frac{49}{50}\right) = -$$

13. P是长方形ABCD的对角线BD上的一点, M为线段PC的中点. 如果三角形APB的面积是2平方厘米, 则三角形BCM的面积等于_____平方厘米.

14. 五位数 $\overline{538xy}$ 能被3, 7和11整除, 则 $x^2-y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.



15. 如图, OM平分∠AOB, ON平分∠COD. 若∠MON=50°,
∠BOC=10°, 则∠AOD= _____.

16. 三个不同的质数, a, b, c满足 $ab^c+a=200$, 则 $a+b+c=\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 从0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这十个数中选出五个组成五位数,
使得这个五位数都被3, 5, 7, 13整除. 这样的五位数中最大的是_____.

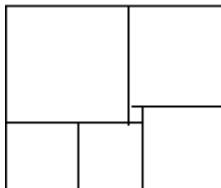
18. A、B两个港口相距300公里. 若甲船顺水自A驶向B, 乙船同时自B逆水驶向A, 两船在C处相遇. 若乙船顺水自A驶向B, 甲船同时自B逆水驶向A, 则两船于D处相遇, C、D相距30公里. 已知甲船速度为27公里/小时, 则乙船速度是_____公里/小时.

19. 已知 $x=1999$, 则 $|4x^2-5x+9| - 4|x^2+2x+2| + 3x+7 = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 甲、乙、丙、丁、戊五名同学参加推铅球比赛, 通过抽签决定出赛顺序. 在未公布顺序前每人都对出赛顺序进行了猜测. 甲猜: 乙第三, 丙第五; 乙猜: 戊第四, 丁第五; 丙猜: 甲第一, 戊第四; 丁猜: 丙第一, 乙第二; 戊猜: 甲第三, 丁第四. 老师说每人的出赛顺序都至少被一人所猜中, 则出赛顺序中, 第一是_____, 第三是_____, 第五是_____.

三、解答题: (每小题15分, 共30分) 要求: 写出推算过程.

21. 一个长方形如图所示恰分成六个正方形, 其中最小的正方形面积是1 平方厘米. 求这个长方形的面积.



22. 已知一组两两不等的四位数, 它们最大公约数是42, 最小公倍数是90090. 问这组四位数最多能有多少个?

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

它们的和是多少?

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

1999年度(第十届)初一第二试“希望杯”全国数学邀请赛答案:**一、选择题**

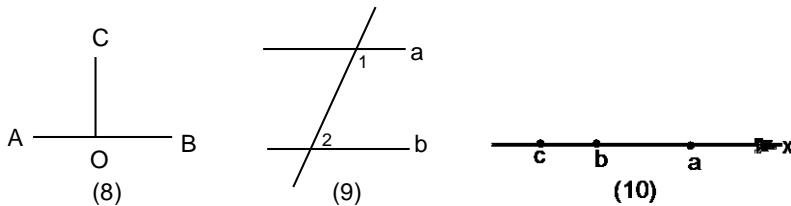
1. 根据相反数的定义, $\frac{1}{1999}$ 的相反数是 $-\frac{1}{1999}$, 选(C).

2. 由绝对值定义 $|x-a| \geq 0$, $|y-b| \geq 0$, $|z-c| \geq 0$. 而已知 $|x-a| + |y-b| + |z-c| = 0$, 当且仅当 $|x-a| = |y-b| = |z-c| = 0$, 即 $x=a$ 且 $y=b$ 且 $z=c$. 已知 a , b , c 均为负数, 则 x , y , z 均为负数, 因此 xyz 是负数. 选(A).

3. 如图8, $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$, 但 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 不是对顶角, 排除(A).

如图9, $a \parallel b$, 同旁内角 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 但 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 并非互为邻补角, 排除(B).

两点之间最短距离是连接这两点的线段, 不能表述为过这两点的直线, 排除(C). 因此应选(D). 事实上, (D) 正是两条直线互相垂直的定义.



4. 由图10可见 $c < b < a$, 所以 $0 < a-b < a-c$, $0 < b-c < a-c$, 由此

$$0 < \frac{1}{a-c} < \frac{1}{a-b} \quad ①$$

$$0 < \frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-c} \quad ②$$

$$\text{由①有 } 0 > \frac{1}{c-a} < \frac{1}{b-a} \quad ③$$

$$\text{由②有 } 0 > \frac{1}{c-a} < \frac{1}{c-b} \quad ④$$

由②知, 应排除(D), 由 $\frac{1}{a-b} > 0$ 及④可知应排除(A). 由 $\frac{1}{b-c} > 0$ 及③可知应排除(C), 肯定(B), 所以应

选(B).

5. $7-a$ 的倒数是 $\frac{1}{7-a}$, $\frac{1}{7-a}$ 的相反数是 $-\frac{1}{7-a} = \frac{1}{a-7}$. 依题意列方程: $\frac{1}{a-7} = -2$.

解得: $a=6.5$, 选(D)

6. 设这个角为 α , α 的补角等于 $180^\circ - \alpha$, 其 $\frac{1}{17}$ 为 $\frac{180^\circ - \alpha}{17}$, 依题意它是 6° ,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

所以 $\frac{180^\circ - \alpha}{17} = 6^\circ$. 解得 $\alpha = 78^\circ$. 选(B).

7. 由 $ac < 0$, 可知 $a \neq 0, c \neq 0$, a, c 符号相反. 所以 $\frac{a}{c} < 0$, 而 $a^2 > 0, c^2 > 0$, 因此 $a^2 ac < 0, ca^3 < 0$, 且 $c^2 ac < 0, c^3 a < 0$.

若 $a = -1, c = 1, ac = -1 < 0$, 但 $a^2 c = 1 > 0$;

若 $a = 1, c = -1, ac = -1 < 0$, 但 $a c^2 = 1 > 0$;

可见, $ac^2 < 0, a^2 c < 0$ 不一定成立.

所以 $ac < 0$ 时, 只有 $\frac{a}{c} < 0, c^3 a < 0, ca^3 < 0$ 三个不等式必然成立. 选(C).

8. 不超过1000的所有质数中包含质数2与5, 所以不超过100的所有质数的乘积个位数字是0. 不超过60的个位数字是7的质数只有7, 17, 37, 47四个, 其乘积的末位数字是1, 所以, 不超过100的所有质数的乘积减去不超过60的个位数字为7 的所有质数的乘积所得差的个位数字为9. 选(D).

9. ①当 $0 \leq a \leq 2$ 时,

$$|a-2| + |3-a| = 2-a+3-a=5-2a \leq 5, \text{ 当 } a=0 \text{ 时达到最大值5.}$$

②当 $2 < a \leq 3$ 时,

$$|a-2| + |3-a| = a-2+3-a=1$$

③当 $3 < a \leq 4$ 时,

$$|a-2| + |3-a| = a-2+a-3=2a-5 \leq 2 \times 4 - 5 = 3. \text{ 当 } a=4 \text{ 时, 达到最大值3.}$$

综合①、②、③的讨论可知, 在 $0 \leq a \leq 4$ 上, $|a-2| + |3-a|$ 的最大值是5, 选(B).

10. a_1, a_2, \dots, a_n 是n个互不相同的负整数, 其中n是奇自然数.

若 $a_1=-1, a_2=-2, a_3=-3, \dots, a_n=-n$, 时, $(a_1-1)(a_2-2) \dots (a_n-n) = (-2)(-4)((-6)\dots(-2n)) = (-1)^n 2 \times 4 \times 6 \times \dots \times (2n) < 0$ (因为n是奇数), 故排除(B).

若 $a_1=-1$ 时, $\left(\frac{1}{a_1}+1\right)=0$, 故 $\left(\frac{1}{a_1}+1\right)\left(\frac{1}{a_2}+2\right)\dots\left(\frac{1}{a_n}+n\right)=0$, 排除(C). 故选(D).

事实上, 若 $a_1 < 0, a_2 < 0, \dots, a_n < 0$, 则 $-\frac{1}{a_1} > 0, -\frac{1}{a_2} > 0, \dots, -\frac{1}{a_n} > 0$,

所以 $1 - \frac{1}{a_1} > 0, 2 - \frac{1}{a_2} > 0, \dots, n - \frac{1}{a_n} > 0$,

所以 $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right)\left(2 - \frac{1}{a_2}\right)\dots\left(n - \frac{1}{a_n}\right) > 0$, 故选(D).

二、填空题

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

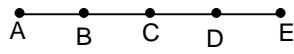
全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

11. 图中, 长为1厘米的线段共4条, 长为2厘米的线段共3条, 长为3 厘米的线段共2条, 长为4厘米的线段仅1条.

图中所有线段长度之和为

$$1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 20 \text{ (厘米)}.$$



(11)

$$12. \text{ 设 } s = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{50} + \frac{2}{50} + \dots + \frac{48}{50} + \frac{49}{50} \right),$$

$$\text{又 } s = \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{49}{50} + \frac{48}{50} + \dots + \frac{1}{50} \right),$$

相加得 $2s = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 49$,

又 $2s = 49 + 48 + 47 + \dots + 2 + 1$,

相加得 $4s = 50 \times 49 = 2450$,

故 $s = 612.5$

13. 根据题意画图, 如图12所示. 连接AC交BD于O, 则 $\triangle ABO$ 的面积等于 $\triangle CBO$ 的面积, $\triangle APO$ 的面积等于 $\triangle CPO$ 的面积. 因此, $\triangle APB$ 的面积等于 $\triangle CBP$ 的面积, 所以由 $\triangle APB$ 面积是2平方厘米, 可知 $\triangle CBP$ 面积是2平方厘米. 而BM是 $\triangle CBP$ 的一条中线, 三角形中线平分三角形的面积, 所以 $\triangle BCM$ 的面积等于1平方厘米.

14. 由于五位数 $\overline{538xy}$ 能被3, 7和11整除, 可知 $3 \times 7 \times 11 = 231$ 整除 $\overline{538xy}$.

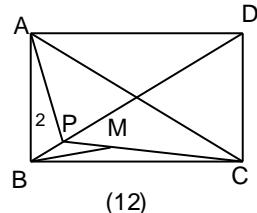
试除知 $231 \times 230 = 53130$

$$231 \times 231 = 53361$$

$$231 \times 232 = 53592$$

$$231 \times 233 = 53823$$

$$231 \times 234 = 54054$$



(12)

可见 $x=2$, $y=3$. $x^2-y^2=4-9=-5$.

15. 如图13: $\angle AOD = \angle AOB + \angle BOC + \angle COD$

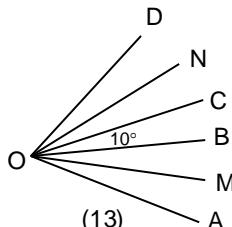
$$= 2\angle MOB + \angle BOC + 2\angle CON$$

$$= 2(\angle MOB + \angle BOC + \angle CON) - \angle BOC$$

$$= 2\angle MON - \angle BOC$$

$$= 2 \times 50^\circ - 10^\circ$$

$$= 90^\circ$$



(13)

16. 易知 $a(b^b c + 1) = 2000 = 2^4 \times 5^3$.

若 $a=5$, 则 $b^b c + 1 = 400$,

$$\therefore b^b c = 399 = 3 \times 133 = 3 \times 7 \times 19$$

无论 $c=3, 7$ 或 19 都不能求得质数 b , 故 $a \neq 5$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

只能取 $a=2$, 此时 $b^b c+1=1000$,

$\therefore b^b c=999=3^3 \times 37$, 则 $b=3, c=37$,

因此, $a+b+c=2+3+37=42$.

17. 所求五位数能被3、5、7、13整除, 当然也能被3、5、7、13的最小公倍数整除. 即这个五位数是 $3 \times 5 \times 7 \times 13 = 1365$ 的倍数.

通过除法, 可算出五位数中1365的最大倍数是 $73 \times 1365 = 99645$.

但99645的五个数码中有两个9, 不合题意要求, 可依次算出

$72 \times 1365 = 98280$ (两个8重复, 不合要求).

$71 \times 1365 = 96915$ (两个9重复, 不合要求).

$70 \times 1365 = 95550$ (三个5重复, 不合要求).

$69 \times 1365 = 94185$ (五个数码不同).

因此, 所求的五位数最大的是94185.

18. 已知A、B两港相距300公里, 甲船速为27公里/小时. 设乙船速为v公里/小时, 小流速为x公里/小时, 则甲船顺水速为 $(27+x)$ 公里/小时, 逆水速为 $(27-x)$ 公里/小时. 乙船顺水速为 $(v+x)$ 公里/小时, 逆水速为 $(v-x)$ 公里/小时.

甲船自A顺水, 乙船自B逆水同时相向而行, 相遇在C处时间为:

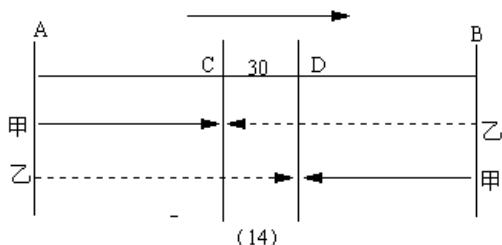
$$\frac{300}{(27+x)+(v-x)} = \frac{300}{27+v}$$

同理, 乙船自A顺水, 甲船自B逆水同时相向而行, 相遇在D处所需时间为:

$$\frac{300}{(27-x)+(v+x)} = \frac{300}{27+v}$$

可见, 两个时间相等.

由图易见, $\frac{300}{27+v}$ 小时中, 乙船比甲船多走30公里, 即:



$$(v+x) \frac{300}{27+v} - (27+x) \frac{300}{27+v} = 30,$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

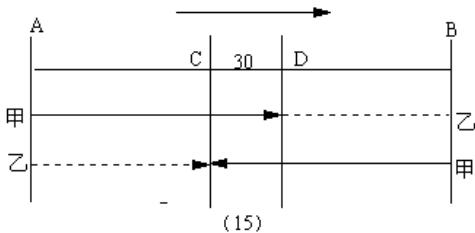
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$[(v+x)-(27+x)] \frac{300}{27+v} = 30,$$

$$\frac{v-27}{27+v} = \frac{1}{10}, v=33.$$

如果C在D的右边, 由图15易见, $\frac{300}{27+v}$ 小时中, 甲船比乙船多走30公里, 即:



$$(27+x) \cdot \frac{300}{27+v} - (v+x) \cdot \frac{300}{27+v} = 30, v=22\frac{1}{11}.$$

答: 若C在D的左边, 乙船速度是33公里/小时; 若C在D的右边, 乙船速度是 $22\frac{1}{11}$ 公里/小时.

19. 由观察可知, 当 $x \geq 1$ 时, $4x^2-5x+9 > 0$, $x^2-2x+2 > 0$,

所以, 当 $x=1999$ 时,

$$\text{原式} = 4x^2-5x+9-4(x^2-2x+2)+3x+7 = -13x+9-8+3x+7 = -10x+8$$

将 $x=1999$ 代入, 原式的值 $=-19990+8=-19982$.

20. 将每人猜测的出赛顺序列如下表:

	1	2	3	4	5
甲	∨		∨		
乙		∨	∨		
丙	∨				∨
丁				∨	∨
戊				∨	

由于每人的出赛顺序至少被一人猜中, 戊被猜测的两个顺序号都是第四、 故可确定戊是第四位出赛. 这时丁不能第四位出赛, 而丁的顺序至少被一人猜中, 所以丁应第五位出赛. 顺序推得丙只能第一位出赛, 甲第三位出赛, 乙第二位出赛.

答: 出赛顺序第一个是丙, 第三个是甲, 第五个是丁.

三、解答题

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

21. 图中的正方形分别标以A, B, C, D, E, F, 显然最小的正方形A的面积是1 平方厘米, 它的边为长1厘米.

设最大正方形B的边长为x厘米, 则C的边长为 $(x-1)$ 厘米, D的边长为 $(x-2)$ 厘米, E的边长为 $(x-3)$ 厘米, F的边长也为 $(x-3)$ 厘米.

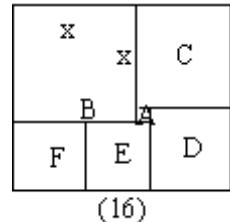
根据矩形对边相等, 得 $2(x-3)+(x-2)=x+(x-1)$

$$\text{即 } 3x-8=2x-1$$

$$\text{所以 } x=7 \text{ (厘米)}$$

于是, C的边长为6厘米, D的边长为5厘米, E和F的边长均为4厘

米. 长方形的面积为 $(7+6) \times (7+4)=13 \times 11=143$ (平方厘米).



(16)

22. ①设这组四位数共n个, 分别为

$a_1=42x_1, a_2=42x_2, a_3=42x_3, \dots, a_n=42x_n$, 其中的每个 $a_i=42x_i$ 是四位数,

所以

$$1000 \leq 42x_i < 10000,$$

$$23 < \frac{1000}{42} \leq x_i < \frac{10000}{42} < 239.$$

②由题设知

$$90090 = [a_1, a_2, \dots, a_n] = [42x_1, 42x_2, \dots, 42x_n] = 42[x_1, x_2, \dots, x_n]$$

$$\text{所以 } [x_1, x_2, \dots, x_n] = \frac{90090}{42} = 2145 = 3 \times 5 \times 11 \times 13, \text{ 其中 } 23 < x_i < 239. \quad (*)$$

可知 x_i 是由3, 5, 11, 13每个至多用一次组合成的在23和239之间的自然数, 并且两两不同. 其中两个质因数组合且满足(*)式者, 只有33, 39, 55, 65, 143, 三个质因数组合且满足(*)式者, 有165和195, 一个质因数以及多于三个质因数的积, 都不能满足(*)式. 因此最多产生7个两两不同的四位数.

$$a_1=42 \times 33=1386, \quad a_2=42 \times 39=1638,$$

$$a_3=42 \times 55=2310, \quad a_4=42 \times 65=2730,$$

$$a_5=42 \times 143=6006, \quad a_6=42 \times 165=6930,$$

$$a_7=42 \times 195=8190.$$

它们的和等于 $42 \times (33+39+55+65+143+165+195)=42 \times 695=29190$.

答: 这组两两不同的四位数最多是7个, 它们的和是29190.

希望杯第十一届（2000 年）初中一年级第 1 试试题

一、选择题（每小题 6 分，共 60 分）

1. $(-1)^{2000}$ 的值是（ ）

- A 2000 B 1 C -1 D -2000

2. a 是有理数，则 $\frac{11}{a+2000}$ 的值不能是（ ）

- A 1 B -1 C 0 D -2000

3. 若 $a < 0$, 则 $2000a + 11|a|$ 等于（ ）

- A $2007a$ B $-2007a$ C $-1989a$ D $1989a$

4. 已知: $a = 2, b = 3$, 则（ ）

- A ax^2y^2 和 bm^3n^2 是同类项 B $3x^a y^3$ 和 $bx^3 y^3$ 是同类项

- C $bx^{2a+1}y^4$ 和 ax^5y^{b+1} 是同类项 D $5m^{2b}n^{5a}$ 和 $6n^{2b}m^{5a}$ 是同类项

5. 已知: $a = -\frac{1999 \times 1999 - 1999}{1998 \times 1998 + 1998}, b = -\frac{2000 \times 2000 - 2000}{1999 \times 1999 + 1999}, c = -\frac{2001 \times 2001 - 2001}{2000 \times 2000 + 2000}$ 则 $abc =$ ()

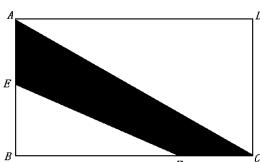
- A -1 B 3 C -3 D 1

6. 某种商品若按标价的八折出售, 可获利 20%, 若按原标价出售, 则可获利 ()

- A 25% B 40% C 50% D 66.7%

7. 如图, 长方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 的中点, F 是 BC 上的一点, 且 $CF = \frac{1}{3}BC$,

则长方形 $ABCD$ 的面积是阴影部分面积的 () 倍。



- A 2 B 3 C 4 D 5

8. 若四个有理数 a, b, c, d 满足 :

$$\frac{1}{a-1997} = \frac{1}{b+1998} = \frac{1}{c-1999} = \frac{1}{d+2000}, \text{ 则 } a, b, c, d \text{ 的大小关系是 ()}$$

- A $a > c > b > d$ B $b > d > a > c$

- C $c > a > b > d$ D $d > b > a > c$

9. If $a^2 + b^2 > 0$, then the equation $ax + b = 0$ for x has ()

- A only one root. B no root.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

C infinite roots(无穷多个根). D only one root or no root.

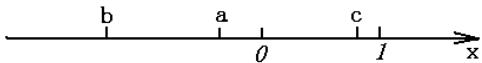
10. 小明编制了一个计算程序。当输入任一有理数，显示屏的结果总等于所输入有理数的平方与 1 之和。若输入 -1，并将所显示的结果再次输入，这时显示的结果应当是（ ）
 A 2 B 3 C 4 D 5

二、A 组填空题 (每题 6 分, 共 60 分)

11. 用科学计数法表示 $2150000 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

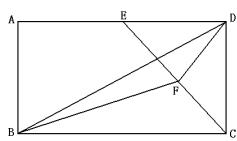
12. 一个角的补角的 $\frac{1}{3}$ 等于它的余角，则这个角等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度。

13. 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示：



若 $m = |a+b| - |b-1| - |a-c| - |1-c|$, 则 $1000m = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如图，在长方形 ABCD 中，E 是 AD 的中点，F 是 CE 的 $\frac{1}{3}$ 平方厘米，则长方形 ABCD 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米。



15. a 的相反数是 $2b+1$, b 的相反数是 $3a+1$, 则

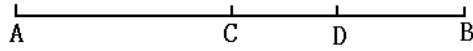
中点。若 $\triangle BDF$ 的面积为

$$a^2 + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

16. Suppose(设) A spends 3 days finishing $\frac{1}{2}$ of job, B 4 days doing $\frac{1}{3}$ of it. Now if A and B work together, it will take $\underline{\hspace{2cm}}$ days for them to finish it.

17. 某商店将某种超级 VCD 按进价提高 35%，然后打出“九折酬宾，外送 50 元出租车费”的广告。结果每台超级 VCD 仍获利 208 元。那么每台超级 VCD 的进价是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元。

18. 如图，C 是线段 AB 上的一点，D 是线段 CB 的中点。已知图中所有线段的长度之和为 23，线段 AC 的长度与线段 CB 的长度都是正整数，则线段 AC 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



19. 张先生于 1998 年 7 月 8 日买入 1998 年中国银行发行的 5 年期国库券 1000 元。回家后他在存单的背面记下了当国库券于 2003 年 7 月 8 日到期后他可获得的利息为 390 元。若张先生计算无误的话，则该种国库券的年利率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

20. 甲、乙分别自 A、B 两地同时相向步行，2 小时后在中途相遇。相遇后，甲、乙步行速度都提高了 1 千米/小时。当甲到达 B 地后立刻按原路返向 A 返行，当乙到达 A 地后也立刻按原路返向 B 地返行。甲乙二人在第一

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

次相遇后 3 小时 36 分钟又再次相遇。则 A、B 两地的距离是_____千米。

三、B 组填空题 (每题 6 分, 共 30 分)

21. 有理数 $-3, +8, -\frac{1}{2}, 0, 1, 0, \frac{1}{3}, -10, 5, -0.4$ 中, 绝对值小于 1 的数共有 _____ 个; 所有正数的平方和等于
_____。
22. 若 $-4x^{m-2}y^3$ 与 $\frac{2}{3}x^3y^{7-2n}$ 是同类项, 则 $m^2 + 2^n = \underline{\hspace{2cm}}$, $n^2 + 2^m = \underline{\hspace{2cm}}$.
23. 设 m 和 n 为大于 0 的整数, 且 $3m + 2n = 225$ 。(1) 如果 m 和 n 的最大公约数为 15, 则 $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2)
如果 m 和 n 的最小公倍数为 45, 则 $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$.
24. 若 a, b, c 是两两不等的非 0 数码。按逆时针箭头指向组成的两位数 $\overline{ab}, \overline{bc}$ 都是 7 的倍数。则可组成三位数 \overline{abc}
共 _____ 个; 其中的最大的三位数与最小的三位数的和等于 _____。
25. 某书店积存了画片若干张。按每张 5 角出售, 无人买。现决定按成本价出售, 一下子全部售出。共卖了 31
元 9 角 3 分。则该书店积存了这种画片 _____ 张, 每张成本价 _____ 元。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

2000年度初一第一试“希望杯”全国数学邀请赛答案:**一、选择题**1. 由 -1 的偶次方为正1, -1 的奇次方为负1可得 $(-1)^{2000}=1$, 所以应选(B).2. $\because a$ 是有理数, \therefore 不论a取任何有理数, $\frac{11}{a+2000}$ 的值永远不会是0. \therefore 选(C). 但要注意当选(D)时, $\frac{11}{a+2000}$ 这个式子本身无意义, \therefore 不能选(D). 故选(C)是正确的.3. $\because a<0$, $\therefore |a|=-a$, $\therefore 2000a+11|a|=2000a-11a=1989a$, 所以应选(D).4. 由同类项的定义可知, 当a=2, b=3时, (A)为 $2x^3y^2$ 和 $3m^2n^2$, 显然不是同类项. (B)为 $3x^2y^3$ 和 $3x^3y^3$, $\because x^2$ 与 x^3 不同, 所以也不是同类项. (C)为 $3x^{2\times 2+1}y^4$ 和 $3x^5y^{3+1}$, 即 $3x^5y^4$ 和 $3x^5y^4$, \therefore (C)是同类项, 故应是(C).(D)为 $5m^2 \times 3n^{5\times 2}=5m^6n^{10}$ 和 $6n^{2\times 3}m^{5\times 2}=6n^6m^{10}$, 显然也不是, 所以本题的答案应为(C).

5. $\because a=-\frac{1999 \times (1999-1)}{1998 \times (1998+1)}=-\frac{1999 \times 1998}{1998 \times 1999}=-1$,

$b=\frac{2000 \times (2000-1)}{1999 \times (1999+1)}=-\frac{2000 \times 1999}{1999 \times 2000}=-1$,

$c=\frac{2001 \times (2001-1)}{2000 \times (2000+1)}=-\frac{2001 \times 2000}{2000 \times 2001}=-1$,

 $\therefore abc=(-1) \times (-1) \times (-1)=-1$, 故应选(A).

6. 设某种商品的标价为x, 进价为y. 由题意可得:

$80\%x=(1+20\%)y$

解之得 $x=\frac{3}{2}y$.

 $\therefore \frac{x}{y}=\frac{3}{2}$, 这就是说标价是进价的1.5倍,所以若按标价出售可获利为 $\frac{3}{2}y-y=\frac{1}{2}y$, 即是进价的50%, 所以应选(C).7. 设长方形ABCD的长为a, 宽为b, 则其面积为ab. 在 $\triangle ABC$ 中, $\because E$ 是AB的中点,

$\therefore BE=\frac{1}{2}b$, 又 \because 以FC $=\frac{1}{3}a$, $\therefore BF=\frac{2}{3}a$,

 $\therefore \triangle EBF$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}a \times \frac{1}{2}b=\frac{1}{6}ab$, 但 $\triangle ABC$ 的面积 $=\frac{1}{2}ab$,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2}ab - \frac{1}{6}ab = \frac{1}{3}ab,$$

\therefore 长方形的面积是阴影部分面积的3倍, 故应选(B).

$$8. \text{由 } \frac{1}{a-1997} = \frac{1}{b+1998} = \frac{1}{c-1999} = \frac{1}{d+2000},$$

可知 $a-1997=b+1998=c-1999=d+2000$, 由这个连等式可得: $a>b, a<c, a>d; b<c, b>d, c>d$, 由此可得 $c>a>b>d$, 故应选(C).

$$9. \text{由 } ax+b=0 \text{ 可得 } x=-\frac{b}{a}, \because a^2+b^2>0, \therefore a, b \text{ 不会同时为 } 0, \text{ 当 } a=0 \text{ 时, 方程无解; 当 } a \neq 0 \text{ 时, 方程有唯一的解 } x=-\frac{b}{a}, \text{ 所以应选(D).}$$

10. 因为当输入任一有理数, 显示屏的结果总等于所输入有理数的平方与1之和, 所以若输入-1, 则显示屏的结果为 $(-1)^2+1=2$, 再将2输入, 则显示屏的结果为 $2^2+1=5$, 故应选择(D).

二、A组填空题

$$11. \because 2150000=2.16 \times 10^6$$

\therefore 用科学计数法表示 $2150000=2.15 \times 10^6$.

$$12. \text{设这个角的度数为 } x, \text{ 则它的余角为 } 90^\circ - x, \text{ 它的补角为 } \frac{1}{3}(180^\circ - x). \text{ 由题意知,}$$

$$\frac{1}{3}(180^\circ - x) = 90^\circ - x$$

解之得 $x=45$

\therefore 这个角等于45度.

$$13. \text{由图示可知, } b < a < 0, c > 0,$$

$$\therefore |a+b| = -(a+b), |b-1| = 1-b, |a-c| = c-a, |1-c| = 1-c,$$

$$\therefore 1000n = 1000 \times (-a-b-1+b-c+a-1+c)$$

$$= 1000 \times (-2)$$

$$= -2000$$

14. 如图所示. 设这个长方形ABCD的长为a厘米, 宽为b厘米. 即BC=a, AB=b, 则其面积为ab平方厘米. \because E为AD的中点, F

为CE的中点, \therefore 过F作FG \perp CD, FQ \perp BC且分别交CD于G、BC于Q, 则 $FQ = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}b$, $FG = \frac{1}{4}a$.

因 $\triangle BFC$ 的面积 $= \frac{1}{2}BC \cdot FQ = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}b$, 同理 $\triangle FCD$ 的面积 $= \frac{1}{2}b \cdot \frac{1}{4}a$,

$\therefore \triangle BDF$ 的面积 $= \triangle BCD$ 的面积 $- (\triangle BFC$ 的面积 $+ \triangle CDF$ 的面积), 即

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$6 = \frac{1}{2}ab - \left(\frac{1}{4}ab + \frac{1}{8}ab \right) = \frac{1}{8}ab$$

$$\therefore ab = 48.$$

∴ 长方形ABCD的面积是48平方厘米.

15. ∵ a的相反数是2b+1, b的相反数是3a+1, 由此可得: $\begin{cases} -a = 2b + 1 \\ -b = 3a + 1 \end{cases}$

解之得 $a = -\frac{1}{5}$, $b = -\frac{2}{5}$.

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{1}{5}.$$

16. 设A、B一起工作需要x天完成这件工作. 由题意知, A的工作效率为 $\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6}$, B的工作效率为 $\frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{12}$, 根据题

意可列方程为 $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right)x = 1$

解之得 $x = 4$.

∴ A and B work together, it will take 4 days for them to finish it.

17. 设每台超级VCD的进价为x元, 则按进价提高35%, 然后打出“九折”的出售价每台为 $x \cdot (1+35\%) \times 90\%$ 元, 由题意可列方程为:

$$x \cdot ((1+35\%) \times 90\%) - 50 = x + 208$$

$$1.35 \times 0.9x = x + 258$$

$$0.215x = 258$$

$$x = 1200$$

∴ 每台超级VCD的进价是1200元.

18. 由图知, 图中共有六条线段, 即AC、AD、AB、CD、CB、DB. 又因D是CB的中点,

所以CD=DB, CB=2CD, AB=AC+2CD, AD=AC+CD, 由题意可得

$$AC + AD + AB + CD + CB + DB = 23, \text{ 即}$$

$$AC + AC + CD + AC + 2CD + CD + 2CD + CD = 23, \text{ 也即}$$

$$3AC + 7CD = 23$$

$$\therefore AC = \frac{23 - 7CD}{3},$$

∵ AC是正整数, ∴ $23 - 7CD \mid 3$ 的条件是CD=2, 也即 $23 - 7CD = 9$ 时, 能被3整除, ∴ AC=3.

19. 设该国库券的年利率为x, 则由题意可列方程:

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

1000×5×x=390

解之得 $x=7.8\%$

所以, 该国库券的年利率为7.8%.

20. 设甲每小时行 v_1 千米, 乙每小时行 v_2 千米, 则甲乙两地的距离就是 $2(v_1+v_2)$ 千米.

由题意可得:

$$3.6 \cdot (v_1+v_2+2) = 4(v_1+v_2), 0.4(v_1+v_2) = 7.2, v_1+v_2 = 18.$$

 $\therefore 2(v_1+v_2) = 2 \times 18 = 36$, 即A、B两地的距离为36千米.**三、B组填空题**21. 绝对值小于1的数共有5个. 所有正数的平方和等于 $89\frac{109}{900}$.22. $\because -4x^{m-2}y^3$ 与 $\frac{2}{3}x^3y^{7-2n}$ 是同类项,

$$\therefore \begin{cases} 7-2n=3 \\ m-2=3 \end{cases}, \text{解之, 得 } m=5, n=2$$

$$\therefore m^2+n^2=29, n^2+2^m=36.$$

23. $\because m, n$ 为大于0的整数, 且 $3m+2n=225$, 若 $(m, n)=15$, 则 $3m=3 \times 15=45$, $2n=2 \times 90=180$,

$$\therefore m=15, n=90$$

$$\therefore (1) m+n=15+90=105.$$

$$(2) \text{若 } [m, n]=45, \text{ 则 } m+n=45+45=90.$$

24. 若 $\overline{ab}, \overline{bc}$ 都是7的倍数, 则可组成 \overline{abc} 的三位数共有15个, 其中最大的是984, 最小的是142, 它们的和是1126.25. \because 每张的成本价小于5角. 但又能被31元9角3分整除. 所以可设每张成本价为x角y分, 则 $3193 \mid \overline{xy}$, 显然

$$\overline{xy}=31(\text{分}). \text{即每张成本价为 } 0.31 \text{ 元. 这种画片共有 } 3193 \div 31=103 \text{ (张).}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第十一届（2000 年）初中一年级第 2 试试题

初一 第 2 试

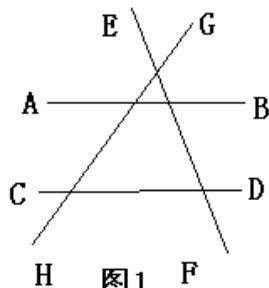
一、选择题（每小题 6 分，共 60 分）以下每题的四个结论中，仅有一个是正确的，请将表是正确答案的英文字母添在每题后面的圆括号内。

1. $-\frac{1}{2000}$ 的相反数是（ ） (A) 2000 (B) $\frac{1}{2000}$ (C) -2000 (D) 1

2. 有如下四个命题：

- ① 有理数的相反数是正数
- ② 两个同类项的数字系数是相同的
- ③ 两个有理数的和的绝对值大于这两个有理数绝对值的和
- ④ 两个负有理数的比值是正数

其中真命题有（ ） (A) 4 个 (B) 3 个 (C) 2 个 (D) 1 个



3. 如图 1, 平行直线 AB、CD 与相交直线 EF、GH 相交, 途中的同旁内角共有（ ）

- (A) 4 对 (B) 8 对 (C) 12 对 (D) 16 对

4. If [a] indicates the greatest integer less than a, then ()

- (A) $a-1 < [a] \leq a$ (B) $a-1 < [a] < a$ (C) $a \leq [a] \leq a+1$ (D) $a-1 \leq [a] < a$

5. 已知三个锐角的度数之和大于 180° , 则一定有一个锐角大于（ ） (A) 81° (B) 76° (C) 68° (D) 60°

6. 如果有理数 a,b,c,d 满足 $a+b > c+d$, 则（ ） (A) $|a-1| + |b+1| > c+d$ (B) $a^2 + b^2 > c^2 + d^2$ (C) $a^3 + b^3 > c^3 + d^3$ (D) $a^4 + b^4 > c^4 + d^4$

7. 有三个正整数 a,b,c, 其中 a 与 b 互质且 b 与 c 也互质。给出下面四个判断：① $(a+c)^2$ 不能被 b 整除 ② $a^2 + c^2$ 不能被 b 整除 ③ $(a+b)^2$ 不能被 c 整除 ④ $a^2 + b^2$ 不能被 c 整除

其中, 不正确的判断有（ ） (A) 4 个 (B) 3 个 (C) 2 个 (D) 1 个

8. 已知 a 是不为 0 的整数。并且关于 x 的方程 $ax = 2a^3 - 3a^2 - 5a + 4$ 有整数根。则 a 的值共有（ ） (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 6 个 (D) 9 个

9. 已知代数式 $\frac{x^2(ax^5 + bx^3 + cx)}{x^4 + dx^2}$ 当 $x=1$ 时, 值为 1, 那么该代数式当 $x=-1$ 时的值是（ ） (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2

10. 在某班的新年晚会上, 每个同学都写若干字条祝福他人, 已知在任意四个人中, 每一位都祝福其他三人中的至少一位, 那么该班中没有得到其他同学祝福字条的同学最多有（ ）位 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、填空题（每小题 6 分，共 60 分）

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

11. 甲车的车轮转一周在地上的车轮印痕长为 90 厘米, 乙车的车轮转 120° 时, 车轮印痕长为 20 厘米, 那么, 甲车轮直径是乙车轮直径是_____倍

12. 已知: $a = -3\frac{1}{7} + 6\frac{3}{49}$, $b = (-1)^{100} + 3\frac{8}{11} \div (-5\frac{1}{2})$, $c = (\frac{1}{3} - 4) \times (-2\frac{1}{3})$, $d = \frac{20}{21} - (-3)^2$, 则 $a \times b \times c \div d =$

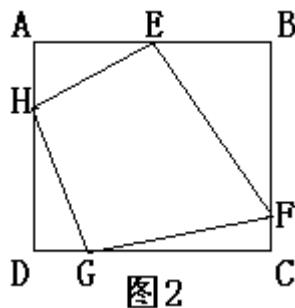
13. If $|x| \leq 3$, $|y| \leq 1$, $|z| \leq 4$, and $|x - 2y + z| = 9$, then $x^2 y^4 z^6 =$

14. 若 $(2x^2 - x - 1)^3 = a_0 x^6 + a_1 x^5 + a_2 x^4 + a_3 x^3 + a_4 x^2 + a_5 x + a_6$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 =$

15. 已知 $a = 1999$, $b = 1$. 则 $a^2 + 2b^2 + 3ab =$

16. 如图 2, 正方形 ABCD 的面积是 1。AE=EB, DH=2AH, 边形 EFGH 的面积是_____

17. 从甲地到乙地是上坡路, 从乙地到丙地是下坡路, 王丙地, 立即在沿原路返回甲地, 公用 3.5 小时, 已知王燕也相同, 并且走上坡路所用时间比下坡路所用时间多 0.5 小时。那么, 王燕走上坡路共用了_____小时



CH=3DG, BF=4FC。则四

燕同学自甲地途径乙地到上坡速度相同, 下坡速度小时。那么, 王燕走上坡

18. 满足 $m^3 + n = 331$ 的正整数 m 和 n 的最大公约数记为 k。那么所有这样的 k 值得和等于 _____

19. 在满足 $x + 2y \leq 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ 的条件下 $x + 2y$ 能达到的最大值是 _____

20. 某商店每月的销售额存放在计算机中。用 4 位数码表示月份: 第 1, 2 位是年份数的后两位, 第 3, 4 位是月份数。现有如下数据

月份	销售额(万元)	月份	销售额(万元)
9909	1.2	0001	2.4
9910	1.3	0002	2.0
9911	1.5	0003	1.8
9912	2.0	0004	1.9

某软件提供自动统计的功能: 输入开始、结束月份 (如 9910, 0002), 计算机则会输出从开始月份到结束月份的总销售额。该软件的统计方法是: 检查存放数据中每个月的信息, 如果某一个月的 4 位数码的每一位都不大于结束月份对应位的数码, 并且不小于开始月份对应位的数码, 则将该月份的销售额计算在内, 否则就跳过去, 将计算机统计 1999 年 9 跃到 2000 年 3 月的总销售额记为 a, 实际总销售额为 b, 则 $a - b$ 等于 _____

三、解答题 (每小题 10 分, 共 30 分)

21. 一个人的背包可以装 12 千克的物品, 现有五件物品如下:

物品	A	B	C	D	E
重量(千克)	3	3	4	2	6

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

价值 (百元)	12.36	$\frac{255}{13}$	$\frac{307}{17}$	14	60
---------	-------	------------------	------------------	----	----

该人把五件物品中的若干件装入背包, 使得背包中物品的价值最大, 请你指出背包中所装物品时哪几件? 他们的总价值是多少百元?

22. 矩形 ABCD 的面积是 36 平方厘米。在边 AB、AD 上分别取点 E、F, 使得 $AE=3EB$, $DF=2AF$, DE 与 CF 的交点为 O。计算 $\triangle FOD$ 的面积是多少平方厘米。

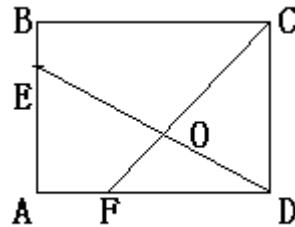
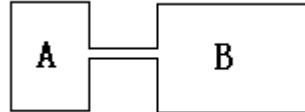


图3

23. A 和 B 是高度同为 h 的圆柱形容器, 底面半径分别为

r 和 R , 且 $r < R$ 。一龙头单

独向 A 注水, 用 T 分钟可以注满容器 A。现将两容器在他们高度的一半处用一个细管连通 (连通细管的容积忽略不计), 仍用该水龙头向注水 A, 问 $2T$ 分钟时, 容器 A 中水的高度是多少? (注: 若圆柱体底面积半径为 R , 高为 h , 体积为 V , 则 $V = \pi R^2 h$ 。)



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
答案	B	D	D	A	D	A	A	C	B	B	
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
答案	1.5	-1	36864	-4	4002000	$\frac{67}{120}$	2	6	6	-12.2	
题号	21	22				23					
答案	$93\frac{8}{13}$	4				① $3r^2 \leq R^2$ 时 $\frac{1}{2}h$ ② 当 $3r^2 > R^2$ 时 $\frac{2r^2h}{r^2 + R^2}$					

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第十二届（2001 年）初中一年级第 1 试试题

一、选择题(每小题 5 分, 共 50 分)

1. $-\frac{1}{2001}$ 的负倒数是()。

- A. $-\frac{1}{2001}$ B. 2001 C. -2001 D. $\frac{1}{2001}$

2. 下列运算中, 正确的一个是()。

- A. $(-2)^3 = -6$ B. $-(-3)^2 = -9$
C. $2^3 \times 2^3 = 2^9$ D. $-2^3 \div (-2) = 4$

3. 若 $|m| > m$, 则 m 的取值范围是()。

- A. $m \geq 0$ B. $m \leq 0$ C. $m > 0$ D. $m < 0$

4. 如图, $\angle AOD$ 是直角, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$. 在图中所有的角中, 45° 的角有()。

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

5. 当 $x = \frac{2}{3}$ 时, 代数式 $1+3x$ 的值是 $-\frac{2}{3}$ 的()。

- A. 绝对值 B. 倒数 C. 相反数 D. 倒数的相反数

6. 珠穆朗玛峰峰顶比吐鲁番盆地底部高 9003 m. 已知, 珠穆朗玛峰海拔高度是 8848 m, 则吐鲁番盆地的海拔高度是()。

- A. -155 m B. 155 m C. -17851 m D. 17851 m

7. 下面四个命题中, 正确的命题是()。

- A. 两个不同的整数之间必定有一个正数
B. 两个不同的整数之间必定有一个整数
C. 两个不同的整数之间必定有一个有理数
D. 两个不同的整数之间必定有一个负数

8. 如图, 在一个正方形的四个顶点处, 按逆时针方向各写了一个数:

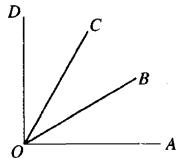
中点, 并在各中点处写上其所在边两端点处的两个数的平均值. 这四

方形, 又在这个新的正方形四边中点处写上其所在边两个端点处的两

做到第 10 个正方形, 则图上写出的所有数的和是()。

- A. 30 B. 27 C. 20 D. 10

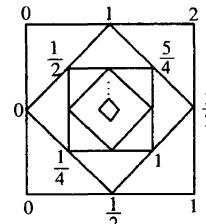
9. If ma^mb^{3-n} and n^ab^m are similar terms, then the value of $(m-n)^{2001}$ is() .



2, 0, 0, 1. 然后取各边

个中点构成一个新的正

个数的平均值. 连续这样



全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

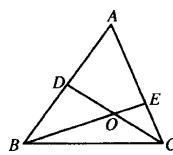
(英汉小字典: similar terms 同类项; value 值.)

A. 0 B. 1 C. -1 D. -3²⁰⁰¹10. 若 k 为整数, 则使得方程 $(k-1999)x=2001-2000x$ 的解也是整数的 k 值有().

A. 4 个 B. 8 个 C. 12 个 D. 16 个

二、A 组填空题(每小题 5 分, 共 50 分)

11. 计算: $\frac{191919}{767676} - \frac{7676}{1919} = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 若 $|x+y-1|$ 与 $|x-y+3|$ 互为相反数. 则 $(x+y)^{2001} = \underline{\hspace{2cm}}$ 13. 已知 5 是关于 x 的方程 $3mx+4n=0$ 的解, 那么 $n/m = \underline{\hspace{2cm}}$ 14. 将 2001 表示为若干个(多于 1 个)连续正奇数的和, 考虑所有不同的表示方法. 将每种表示方法中的最大的奇数取出来归于一组, 则这组数中最大的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.15. 为使某项工程提前 20 天完成任务, 需将原定的工作效率提高 25%. 则原计划完成这项工程需要 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天.16. 如图, $\triangle ABC$ 的面积等于 12 平方厘米. D 是 AB 边的中点. E 为 AC 为 DC 与 BE 的交点. 若 $\triangle DBO$ 的面积为 a 平方厘米, $\triangle CEO$ 的面积为 b 平方厘米.边上一点, 且 $AE=2EC$. 0 平方厘米. 则 $a-b=\underline{\hspace{2cm}}$ 17. 已知 $a < 0$, 且 $|a| \leq a$, 则 $|2x-6|-|x-2|$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.18. If the equation $m(x-1)=2001-n(x-2)$ for x has infinite roots, then $m^{2001}+n^{2001}=\underline{\hspace{2cm}}$

(英汉小字典: equation 方程; infinite roots 无数个根.)

19. 若进货价降低 8% 而售出价不变, 那么利润(按进货价而定)可由目前的 $p\%$ 增加到 $(p+10)\%$, 则原来的利润是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 20. 修建一所房子有一系列工作要做, 其中某些工作要在其他一些工作完成之后才能进行. 表 1 列出修建一所房子的每项工作的前面的工作和完成该工作所需的时间. 问修建该房子最快的时间是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天.

表 1

编号	工作	前面的工作	延续的时间(天)
1	地基	无	4. 0
2	挖沟	无	1. 7
3	管线	2	2. 0
4	砌砖	1. 2, 3	15. 0
5	喷漆	4	4. 8

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

6	木工	4	8. 4
7	屋顶	6	10. 0

三、B 组填空题(每小题 10 分, 共 50 分)

21. 一个整数与 5 之差的绝对值大于 1999 而小于 2001, 则这个整数是_____.
22. 在所有各位数字之和等于 34, 且能被 11 整除的四位数中最大的一个是_____, 最小的一个是_____.
23. 平面内两两相交的 6 条直线, 其交点个数最少为_____个, 最多为_____个
24. We have the following numbers: $\frac{9}{5}, \frac{12}{7}, \frac{27}{17}, \frac{36}{19}, \frac{54}{29}$, the maximum number among them is_____, the minimum number is_____ (英汉小字典: number 数; maximum 最大的; minimum 最小的.)

25. 有两种蠓虫, 一个是疾病的媒介, 记为 A; 另一种却是有益的花粉传播者, 记为 B. 现有 A、B 两种蠓虫各 6 只, 它们的触角和翼的长度列如表 2:

表 2

A 种		B 种	
翼长	触角	翼长	触角
1. 78	1. 14	1. 72	1. 24
1. 86	1. 20	1. 74	1. 36
1. 96	1. 18	1. 70	1. 41
2. 00	1. 26	1. 82	1. 38
2. 00	1. 28	1. 82	1. 48
1. 86	1. 29	1. 82	1. 50

记 6 只 A 种蠓虫的平均翼长、触角长分别为 A_1 和 A_2 , 6 只 B 种蠓虫的平均翼长、触角长分别为 B_1 和 B_2 . 问 $|A_1 - B_1| + |A_2 - B_2|$ 等于_____. 对于一只新捕捉到的蠓虫, 记其翼长和触角长分别为 x 和 y . 如果 $|x - A_1| + |y - A_2| > |x - B_1| + |y - B_2|$, 则认为它是 A 种蠓虫, 否则认为是 B 种蠓虫. 现知, $x=1. 80$, $y=1. 24$, 则可认为该蠓虫是_____种蠓虫.

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

初一 第1试参考答案

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	D	D	A	D	A	C	A	C	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$-\frac{15}{4}$	1	$-\frac{15}{4}$	669	100	2	5	0	15%	37.4
21	22	23	24	25					
2005 或 -1995	9988	1.15	$\frac{36}{19}, \frac{27}{17}$	0.31,B					

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

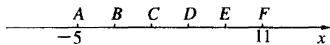
希望杯第十二届（2001 年）初中一年级第 2 试试题

一、选择题(每小题 5 分, 共 50 分)

1. 数 a 的任意正奇数次幂都等于 a 的相反数, 则() .

- A. $a=0$ B. $a=-1$ C. $a=1$ D. 不存在这样的 a 值

2. 如图所示, 在数轴上有六个点, 且 $AB=BC=CD=DE=EF$, 则与点 C 所表示的数最接近的整数是().



- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 我国古代伟大的数学家祖冲之在距今 1500 年以前就已经相当精确地算出圆周率 π 是在 3. 1415926 和 3. 1415927

之间, 并取 $\frac{355}{113}$ 为密率、 $\frac{22}{7}$ 为约率, 则().

- A. $3.1415 < \pi < \frac{333}{106}$ B. $\frac{355}{113} < \pi < \frac{22}{7}$
 C. $\frac{333}{106} < \pi < \frac{355}{113}$ D. $\frac{22}{7} < \pi < 1.429$

4. 已知 x 和 y 满足 $2x+3y=5$, 则当 $x=4$ 时, 代数式 $3x^2+12xy+y^2$ 的值是().

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

5. 两个正整数的和是 60. 它们的最小公倍数是 273, 则它们的乘积是().

- A. 273 B. 819 C. 1911 D. 3549

6. 用一根长为 a m 的线围成一个等边三角形, 测知这个等边三角形的面积为 b m². 现于这个等边三角形内任取一点 P , 则点 P 到等边三角形三边距离之和为().

- A. $\frac{2b}{a}$ m B. $\frac{4b}{a}$ m C. $\frac{6b}{a}$ m D. $\frac{8b}{a}$ m

7. If we let (a) be the greatest prime number not more than a . then the result of the expression $((3) \times (25) \times (30))$ is().

- A. 1333 B. 1999 C. 2001 lb. 2249

(英汉小字典: greatest prime number 最大的质数 result 结果; expression 表达式.)

8. 古人用天干和地支记次序, 其中天干有 10 个: 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸; 地支有 12 个: 子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥. 将天干的 10 个汉字和地支的 12 个汉字分别循环排列成如下两行:

甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸……

子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥……

从左向右数, 第 1 列是甲子, 第 2 列是乙丑, 第 3 列是丙寅……, 则当第 2 次甲和子在同一列时, 该列的序号

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

是()。

- A. 31 B. 61 C. 91 D. 121

9. 满足 $(a-b)^2 + (b-a) |a-b| = ab$ ($ab \neq 0$) 的有理数 a 和 b , 一定不满足的关系是()。

- A. $ab < 0$ B. $ab > 0$ C. $a+b > 0$ D. $a+b < 0$

10. 已知有如下一组 x , y 和 z 的单项式:

$$7x^3z^2, 8x^3y, \frac{1}{2}x^2yz, -3xy^2z, 9x^4zy, zy^2, -\frac{1}{5}xyz, 9y^3z, xz^2y, 0, 3z^3.$$

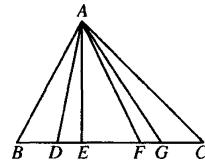
我们用下面的方法确定它们的先后次序: 对任两个单项式, 先看 x 的幂次, 规定 x 幂次高的单项式排在 x 幂次低的单项式的前面; 再看 y 的幂次, 规定 y 的幂次高的排在 y 的幂次低的前面; 再看 z 的幂次, 规定 z 的幂次高的排在 z 的幂次低的前面。

将这组单项式按上述法则排序, 那么, $9y^3z$ 应排在()。

- A. 第 2 位 B. 第 4 位 C. 第 6 位 D. 第 8 位

二、填空题(每小题 5 分, 共 50 分)

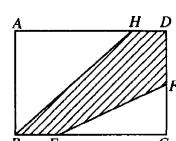
11. 一个锐角的一半与这个锐角的余角及这个锐角的补角的和等于平角。则这个锐角的度数等于_____。

12. If $a^2+a=0$, then the result of $a^{2001}+b^{2000}+12$ is _____13. 如图, $\triangle ABC$ 中, D, E, F, G 均为 BC 边上的点, 且 $BD=CG, DE=GF=\frac{1}{2}BD$,EF=3DE. 若 $S_{\triangle ABC}=1$, 则图

中所有三角形的面积之和为_____。

14. 使关于 x 的方程 $|x|=ax+1$ 同时有一个正根和一个负根的整数 a 的值是_____。

15. 小明的哥哥过生日时, 妈妈送了他一件礼物: 即 3 年后可以支取 3000 元的教育储蓄。小明知道这笔储蓄年利率是 3% (按复利计算), 则小明妈妈为这件生日礼物在银行至少要存储_____元(银行按整数元办理存储)。

16. m 为正整数。已知二元一次方程组 $\begin{cases} mx + 2y = 10 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$ 有整数解, 即 x, y 均为整数, 则 $m^2=$ _____。17. 如图。矩形 $ABCD$ 中, F 是 CD 的中点, $BC=3BE$, $AD=4HD$. 若长方形的面积是 300 平方米, 则阴影部分的面积等于_____平方米。18. 一幅图象可以看成由 m 行 n 列个小正方形构成的大矩形, 其中每个小正方形称为一个点, 每个点的颜色是若干个颜色中的一个。给定了 m, n 以及每个点的颜色就确定了一幅图象。现在, 用一个字节可以存放两个点的颜色。那么当 m 和 n 都是奇数时, 至少需要_____个字节存放这幅图象的所有点的颜色。

19. 在正整数中。不能写成 3 个不相等的合数之和的最大奇数是_____。

20. 在密码学中, 称直接可以看到的内容为明码, 对明码进行某种处理后得到的内容为密码。对于英文, 人们将 26

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

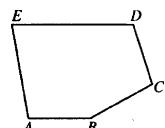
个字母按顺序分别对应整数 0 到 25. 现有 4 个字母构成的密码单词, 记 4 个字母对应的数字分别为 x_1, x_2, x_3, x_4 . 已知整数 $x_1+2x_2, 3x_2, x_3+2x_4, 3x_4$ 除以 26 的余数分别为 9, 16, 23, 12, 则密码的单词是_____.

三、解答题(21、23 题各 15 分, 22 题 20 分, 共 50 分)

21. 有依次排列的 3 个数: 3, 9, 8. 对任相邻的两个数, 都用右边的数减去左边的数, 所得之差写在这两个数之间, 可产生一个新数串: 3, 6, 9, -1, 8. 这称为第一次操作; 做第二次同样的操作后也可产生一个新数串: 3, 3, 6, 3, 9, -10, -1, 9, 8. 继续依次操作下去, 问: 从数串 3, 9, 8 开始操作第一百次以后所产生的那个新数串的所有数之和是多少?

22. 如图, $AB \parallel ED$, $\alpha = \angle A + \angle E$, $\beta = \angle B + \angle C + \angle D$.

证明: $\beta = 2\alpha$.



23. 一玩具有工厂用于生产的全部劳力为 450 个工时, 原料为 400 个单位. 生产一个小熊要使用 15 个工时、20 个单位的原料, 售价为 80 元; 生产一个小猫要使用 10 个工时、5 个单位的原料, 售价为 45 元. 在劳力和原料的限制下合理安排生产小熊、小猫的个数, 可以使小熊和小猫的总售价尽可能高. 请用你所学过的数学知识分析, 总售价是否可能达到 2200 元?

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

【答案】

一. 选择题:

- | | | | | |
|------|------|------|------|-------|
| 1. A | 2. C | 3. C | 4. D | 5. B |
| 6. C | 7. B | 8. B | 9. A | 10. D |

二. 填空题 (本大题共 60 分。对于每个小题, 答对, 得 6 分; 答错或不答, 不给分)

- | | | | |
|----------------|----------|-----------|---------------------------|
| 11. 60° | 12. 12 | 13. 7 | 14. 0 |
| 15. 2746 | 16. 4 | 17. 137.5 | 18. $\frac{1}{2}(mn + 1)$ |
| 19. 17 | 20. hope | | |

三. 解答题:

21. 一个依次排列的
- n
- 个数组成一个
- n
- 一数串:
- $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$
- ,

依题设操作方法可得新增的数为:

$$a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_4 - a_3, \dots, a_n - a_{n-1}$$

所以, 新增数之和为:

$$(a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + (a_4 - a_3) + \dots + (a_n - a_{n-1}) = a_n - a_1 (*)$$

原数串为 3 个数: 3, 9, 8

第 1 次操作后所得数串为: 3, 6, 9, -1, 8

根据 (*) 可知, 新增 2 项之和为: $6 + (-1) = 5 = 8 - 3$

第 2 次操作后所得数串为:

$$3, 3, 6, 3, 9, -10, -1, 9, 8$$

根据 (*) 可知, 新增 2 项之和为:

$$3 + 3 + (-10) + 9 = 5 = 8 - 3$$

按这个规律下去, 第 100 次操作后所得新数串所有数的和为:

$$(13 + 9 + 8) + 100 \times (8 - 3) = 520$$

22. 证法 1: 因为
- $AB // ED$
- ,

所以 $\alpha = \angle A + \angle E = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补)过 C 作 $CF // AB$ (如图 1)因为 $AB // ED$, 所以 $CF // ED$ (平行于同一条直线的两条直线平行)因为 $CF // AB$, 有 $\angle B = \angle 1$, (两直线平行, 内错角相等)又因为 $CF // ED$, 有 $\angle 2 = \angle D$, (两直线平行, 内错角相等)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

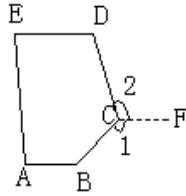
物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

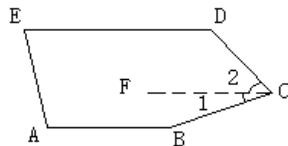
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

所以 $\beta = \angle B + \angle C + \angle D = \angle 1 + \angle BCD + \angle 2 = 360^\circ$ (周角定义)所以 $\beta = 2\alpha$ (等量代换)证法 2: 因为 $AB // ED$,所以 $\alpha = \angle A + \angle E = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补)过 C 作 $CF // AB$ (如图 2)因为 $AB // ED$, 所以 $CF // ED$ (平行于同一条直线的两条直线平行)因为 $CF // AB$, 有 $\angle B + \angle 1 = 180^\circ$, (两直线平行, 同旁内角互补)又因为 $CF // ED$, 有 $\angle 2 + \angle D = 180^\circ$, (两直线平行, 同旁内角互补)所以 $\beta = \angle B + \angle C + \angle D$

$$= \angle B + (\angle 1 + \angle 2) + \angle D = (\angle B + \angle 1) + (\angle 2 + \angle D)$$

$$= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

所以 $\beta = 2\alpha$ (等量代换)23. 设小熊和小猫的个数分别为 x 和 y , 总售价为 z , 则 $z = 80x + 45y = 5(16x + 9y)$ (*)根据劳力和原材料的限制, x 和 y 应满足

$$15x + 10y \leq 450, \quad 20x + 5y \leq 400$$

$$\text{化简为 } 3x + 2y \leq 90 \quad (1)$$

$$\text{及 } 4x + y \leq 180 \quad (2)$$

当总售价 $z = 2200$ 时, 由 (*) 得

$$16x + 9y = 440 \quad (3)$$

$$(2) \cdot 9 \text{ 得 } 36x + 9y \leq 720 \quad (4)$$

$$(4) - (3) \text{ 得 } 20x \leq 720 - 440 = 280,$$

$$\text{即 } x \leq 14(A)$$

$$(1) \times \frac{9}{2} \text{ 得 } \frac{27}{2}x + 9y \leq 405 \quad (5)$$

$$(3) - (5) \text{ 得 } \frac{5}{2}x \geq 440 - 405 = 35,$$

$$\text{即 } x \geq 14 \quad (B)$$

综合 (A)、(B) 可得 $x = 14$, 代入(3)求得 $y = 24$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

当 $x = 14$, $y = 24$ 时, 有 $3x + 2y = 90$, $4x + y = 80$ 满足工时和原料的约束条件, 此时恰有总售价

$$z = 80 \times 14 + 45 \times 24 = 2200 \text{ (元)}$$

答: 只需安排生产小熊 14 个、小猫 24 个, 就可达到总售价为 2200 元。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第十三届（2002 年）初中一年级第 1 试试题

一、选择题(每小题 5 分, 共 50 分)

1. $(-1) \cdot 2002 - (-1)^{13} = (\quad)$.

- A. -2001 B. -1989 C. 2 D. -2015

2. $\frac{1}{a}$ 是有理数, 则它的相反数是() .

- A. a B. -a C. $-\frac{1}{a}$ D. $\frac{1}{a}$

3. 如果 $(a+b)^{2001} = -1$, $(a-b)^{2002} = 1$, 则 $a^{2003} + b^{2003}$ 的值是().

- A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

4. 下面四个命题中, 正确的是().

A. 一切有理数的倒数还是有理数

B. 一切正有理数的相反数必是负有理数

C. 一切有理数的绝对值必是正有理数

D. 一切有理数的平方是正有理数

5. 如果 $x=-1$ 是方程 $x^2+mx+n=0$ 的一个根, 那么 m, n 的大小关系是 ().

- A. $m > n$ B. $m=n$ C. $m < n$ D. 不确定的

6. 某品牌的 VCD 机成本价是每台 500 元, 3 月份的销售价为每台 625 元. 经市场预测, 该商品销售价在 4 月份将降低 20%, 而后在 5 月份再提高 8 %. 那么在 5 月份销售该品牌的 VCD 机可获利().

- A. 25% B. 20% C. 8% D. 12 %

7. If $ax^m y^p$ and $bx^n y^q$ are similar terms, then we must have().

- A. $a=b$ B. $mn=pq$ C. $m+n=p+q$ D. $m=n$ 且 $p=q$

(英汉小字典: similar terms: 同类项)

8. 如果 $2a+b=0$, 则 $|\frac{a}{|a|}-1| + |\frac{|a|}{b}-2|$ 等于().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

9. 当 x 取 1 到 10 的整数时. 整式 x^2+x+11 所对应的数值中质数的个数是 ().

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

10. 某学生骑自行车上学, 开始以某一速度匀速行进, 中途由于自行车发生故障, 停下修车耽误了几分钟. 为了按时到校, 他加快了速度, 但仍然保持匀速行进, 结果准时到校. 他骑自行车行进的路程 s 与行进的时间 t 的关系有如下 4 种示意图, 其中正确的是().

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

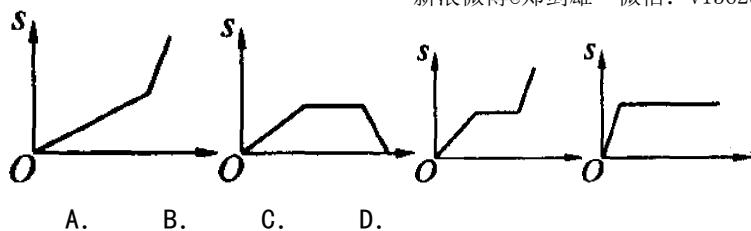
物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437



二、A 组填空题(每小题 5 分, 共 50 分)

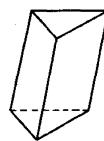
11. 下表是我国北方某城市 2001 年各月的平均气温表:

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均气温 (°C)	-15	-9	-2	7	16	23	27	27	24	14	-9	-11

这个城市 2001 年全年的月平均气温是_____°C.

12. 如图是一个三棱柱, 在它的五个面内的 18 个角中, 直角最多可达到_____个.

13. 某种电器产品, 每件若以原定价的 95 折销售, 可获利 150 元, 若以原定价元. 该种商品每件的进价为_____元.



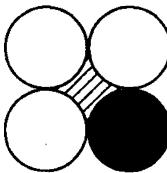
的 75 折销售, 则亏损 50

14. 2002 的约数有_____个.

15. The radius of the four circles is one in the Fig. 2, then the area of the shade part is_____.

(英汉小字典: radius: 半径; shade: 阴影) 16. 一轮船从甲地到乙地顺流行驶需 4 h, 从乙地到甲地逆流行驶需 6 h, 有一木筏由甲地漂流至乙地, 需_____ h.

17. 甲乙两市相距 55 km. 王鸣同学从甲市出发去乙市, 先步行了 25 km, 提高了 1 倍, 到达乙市后, 他发现行程中步行所用的时间比骑自行车所用



接着改骑自行车, 速度的时间多 1 h, 则王鸣同

同学步行的速度是_____km / m

18. 红、黄、蓝三个小精灵, 在同一时间、同一地点按顺时针方向沿一条圆形跑道匀速行进. 当绕行一周时, 红精灵用 12 s, 黄精灵用 8 s, 蓝精灵用 9 s. 那么在 1 h 内红、黄、蓝三个小精灵共相遇_____次. (初始的状态也记为 1 次)

圆形跑道匀速行进. 当

19. C 是线路 AB 的中点, D 是线段 CB 上的一点, 如图 3 所示, 若所有线段的长度都是正整数, 且线段 AB 的所有可能的长度数的乘积等于 140, 则线段 AB 的所有可能的长度数的和等于_____.

20. 对于整式 $6x^5+5x^4+4x^3+3x^2+2x+2002$, 给定 x 的一个数值后, 如果李平按四则运算的规则计算该整式的值. 需算 15 次乘法和 5 次加法. 小梅同学说: “有另外一种算法, 只要适当添加括号, 可以做到加法次数不变, 而乘法只算 5 次.” 小梅同学的说法是_____的(填“对”或“错”).

三、B 组填空题(每小题 10 分, 共 50 分)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

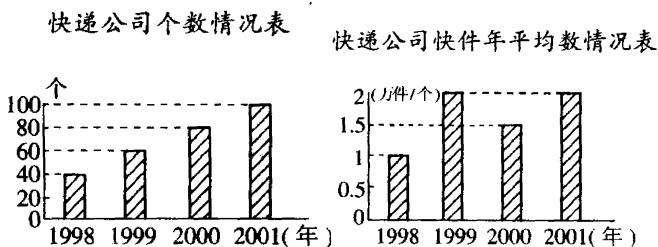
21. 已知 $a + \frac{1}{a} = -2$, 则 $a^4 + \frac{1}{a^4} = \underline{\hspace{2cm}}$ $a^4 - \frac{1}{a^4} = \underline{\hspace{2cm}}$

22. 若一个正整数 a 被 2, 3, ..., 9 这八个自然数除, 所得的余数都为 1, 则 a 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$. a 的一般表达式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

23. 已知 m 是整数且 $-60 < m < -30$, 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -3x - 7y = m \end{cases}$

有整数解, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ $x^2 + y = \underline{\hspace{2cm}}$.

24. 小燕同学对某地区 1998 年至 2001 年快递公司的发展情况作了调查, 制成了快递公司个数情况的条形图(如图 1)和快递公司快件传递的年平均数情况条形图(如图 2). 那么, 利用图 1、图 2 共同提供的信息可知, 2001 年该地区邮递快件共 $\underline{\hspace{2cm}}$ 万件; 这四年中该地区年均邮递快件数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 万件.



25. 计算机中的最小存储单位是“位”, 位有 0 与 1 两个状态. 一个字节由 8 个“位”构成. 利用固定位数的存储空间每位不同的状态可以记忆数字. 如果用两个字节共 16 位记忆不小于 0 且不大于 N 的整数, 那么 N 最大可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$. 现在用两个字节记忆不小于 m 且不大于 M 的整数, 如果 $M+m=-1$, $m < M$, 那么 m 最小可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

参考答案**一、选择题**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	D	B	A	C	D	B	B	C

二、A组填空题

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	8.25	14	800	16	4	24	10	51	24	对

三、B组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	2; 0	1; $2520n+1$ (n 是自然数)	-50; 30	200; 120	65535; -32768

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第十三届（2001 年）初中一年级第 2 试试题

一、选择题. (每小题 5 分, 共 50 分)

1. $2002 + (-2002) - 2002 \times (-2002) \div 2002 = (\quad).$

- A. -4004 B. -2002 C. 2002 D. 6006.

2. 下列四个命题:

- ①如果两个角是对顶角, 则这两个角相等.
- ②如果两个角相等, 则这两个角是对顶角.
- ③如果两个角不是对顶角, 则这两个角不相等.
- ④如果两个角不相等, 则这两个角不是对顶角.

其中正确的命题有().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3. 爸爸给女儿园园买了一个(圆柱形的)生日蛋糕, 园园想把蛋糕切成大小不一定相等的若干块(不少于 10 块), 分给 10 个小朋友, 若沿竖直方向切分这块蛋糕, 至少需要切()刀.

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 9

4. 当 x 取 1 到 10 之间的质数时, 四个整式: x^2+2 , x^2+4 , x^2+6 和 x^2+8 的值中, 共有质数()个.

- A. 6 B. 9 C. 12 D. 16

5. If a is an odd number, then there must exist an integer n such that $a^2-1=(\quad).$

(英汉小字典: odd number 奇数; there must exist 一定存在; such that 使得)

- A. $3n$ B. $5n$ C. $8n$ D. $16n$

6. 如图, 直线上有三个不同的点 A、B、C, 且 $AB \neq BC$. 那么, 到 A、B、C 三点距离的和最小的点().



- A. 是 B 点 B. 是线段 AC 的中点 C. 是线段 AC 外的一点 D. 有无穷多个

7. 下面四个命题中一定不正确的命题是().

- A. $3a^2b^7$ 和 $7b^7a^2$ 是同类项

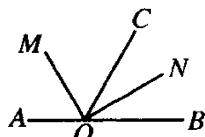
- B. $3x-1=0$ 和 $3+\frac{2}{x-1}=0$ 是同解方程

- C. $a-3$ 和 $3-a$ 互为倒数

- D. x^3-6 和 $-x^3-6$ 互为相反数

8. 如图, O 为直线 AB 上的一点, OM 平分 $\angle AOC$, ON 平分 $\angle BOC$, 则

- A. 1 对 B. 2 对 C. 3 对 D. 4 对



图中互余的角有().

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

9. 如图 3, 点 A、B 对应的数是 a、b, 点 A 在一 3、-2 对应的两点(包括这两点)之间移动, 点 B 在-1、0 对应的两点(包括这两点)之间移动, 则以下四式的值, 可能比 2008 大的是().



- A. $b-a$ B. $\frac{1}{b-a}$ C. $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ D. $(a-b)^2$

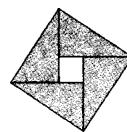
10. Let a be the average of all odd prime numbers less than 50. The integer, most close to a is ().

(英汉小字典: average 平均值; odd prime number 奇质数.)

- A. 23 B. 24 C. 25 D. 26

二、填空题(每小题 5 分, 共 50 分)

11. 2002 年 8 月, 在北京召开国际数学家大会. 大会会标如图 4 所示. 它是由 4 个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形. 若大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1. 则每个直角三角形的两条直角边的立方和等于_____.



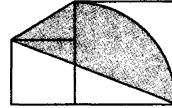
由 4 个相同的直角三角形的面积是 1. 则每个直角三角形的两条直角边的立方和等于_____.

12. 数学小组中男孩子人数大于小组总人数的 40 %且小于 50%, 则这个数学小组的成员至少有_____人.

13. 甲、乙两同学从 400 m 环形跑道上的某一点背向出发, 分别以每秒 2 m 和每秒 3 m 的速度慢跑. 6 s 后, 一只小狗从甲处以每秒 6 m 的速度向乙跑, 遇到乙后, 又从乙处以每秒 6 m 的速度向甲跑, 如此往返直至甲、乙第一次相遇. 那么小狗共跑了_____m.

14. 小红的妈妈将一笔奖金存入银行, 一年定期, 按照银行利率牌显示: 定期储蓄一年的年利率是 2.25%, 利息税是 20%, 经计算, 小红的妈妈可在一年后得到税后利息 108 元, 那么小红的妈妈存入的奖金是元.

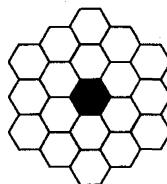
15. 如图所示, 边长为 3cm 与 5 cm 的两个正方形并排放在一起. 在大正方形中画一段以它的一个顶点为圆心, 边长为半径的圆弧. 则阴影部分的面积是_____cm² (π 取 3).



正方形中画一段以它的一个顶点为圆心, 边长为半径的圆弧. 则阴影部分的面积是_____cm² (π 取 3).

16. 一辆新型家庭轿车油箱的容积为 50 L, 加满油由北京出发前往相距 2300 km 的第九届全国运动会举办地广州, 已知汽车行驶 100 km 耗油 8 L, 为保证行车安全, 油箱内至少应存油 6 L, 则在去广州的途中至少需要加油_____次.

17. 如图所示的是蜂巢的一部分. 从中间阴影算起, 有 27 层, 每个正六边形的小室中放进一个幼蜂, 那么这个蜂巢总计可以放_____只幼蜂.



六边形的小室中放进一个

18. 已知 $x=2$, $y=-1$, $z=-3$ 是三元一次方程组

$$\begin{cases} mx - ny - z = 7 \\ 2nx - 3y - 2mz = 5 \\ x + y + z = k \end{cases}$$

19. 5 位数 $\overline{2X9Y1}$ 是某个自然数的平方, 则 $3X+7Y=$ _____.

20. 研究发现, 某种感冒药含有使人感到困倦的物质, 如果成年人按规定剂量服用, 服药后 3 h 时血液中这种物质

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

的含量最高(每毫升血液中含 6 微克, $1 \text{ 微克} = 10^{-6} \text{ 克}$), 随后逐步减少, 在 9 h 的时候, 血液中这种物质的含量降到每毫升 3 微克, 当每毫升血液中该物质的含量不少于 4 微克时, 人会有困倦感, 那么服用这种药后人会有困倦感的时间会持续

_____ 小时(设人体对该药物的吸收与释放是均匀的).

三、解答题(21、22 题各 15 分, 23 题 20 分, 共 50 分)

21. 为鼓励居民用电, 某市电力公司规定了如下电费计算方法:

每月用电不超过 100 度, 按每度电 0.50 元计费;

每月用电超过 100 度, 超出部分按每度电 0.40 元计费.

(1) 若某用电户 2002 年 1 月交电费 68.00 元, 那么该用户 1 月份

(2) 若某用电户 2002 年 2 月平均每度电费 0.48 元, 那么该用户 2 月份用电多少度? 应交电费多少元?

22. $\triangle ABC$ 的面积是 1 cm^2 . 如图所示, $AD=DE=EC$, $BG=GF=FC$, 求阴影四边形的面积.

23. 我国除了用公历年法外, 在很多场合还采用干支纪年法表示年代. 例如: 公历 2002 年, 干支纪年为壬午.

天干有 10 个: 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸;

地支有 12 个: 子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥.

将天干的 10 个汉字与地支的 12 个汉字对应排列成如下两行:

.....甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸.....,

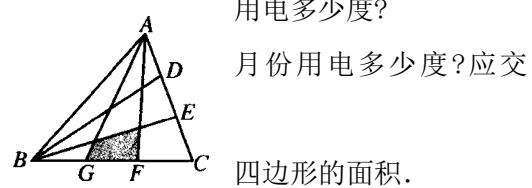
.....子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥.....

同一列上下对应的两个字就是一个干支年年号.

请你阅读下面的故事:

我国著名的数学家苏步青在 1983 年讲过一个学文史的也要学点数学的故事: “我有一个学生研究古典文学, 送我好几本研究苏东坡的文集, 我翻看了一篇《赤壁赋》, 《赤壁赋》是苏东坡哪一年写的? 书上印的是 1080 年, 苏东坡生于 1037 年, 活了 64 岁. 《赤壁赋》开头几句就是: 壬戌之秋, 七月既望. 大家知道 1982 年是干支纪年法的壬戌年. 我一看苏东坡写《赤壁赋》的年代是 1080 年, 就知道一定是错的.”

请说明苏步青是通过怎样的“神机妙算”得出这个结论的? 并推算苏东坡是哪一年写的《赤壁赋》?



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

答案**一、选择题**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	B	A	C	A	C	D	C	A

二、填空题

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	35	7	444	6000	18.75	4	2107	113	29	5

三、解答题

21、(1) 100 度电的电费为

$$0.50 \times 100 = 50 \text{ (元)}$$

又 $68 > 50$

所以该用户 1 月份的电量超过了 100 度, 超出部分为

$$\frac{68 - 50}{0.40} = 45 \text{ (度)}$$

该用户 1 月份共用电 $100 + 45 = 145$ (度)(2) 设该用户 2 月份用电 x 度, 则应交电费 $0.48x$ 元.

因为 2 月份平均每度电交 0.48 元电费

所以 2 月份用电量超过 100 度

根据题意列方程 得

$$0.50 \times 100 + 0.40(x - 100) = 0.48x$$

整理 得 $50 + 0.40x - 40 = 0.48x$ 即 $(0.48 - 0.40)x = 50 - 40$ 解得 $x = 125$ (度)

$$0.48x = 0.48 \times 125 = 60.00 \text{ (元)}$$

答: 该用户 1 月份用电 145 度; 2 月份用电 125 度, 应交电费 60.00 元

22、解: 如图 7, 设 AG 与 BE 交于 N, AF 与 BE 交于 P, 连接 NC, ND, PC, PD

设 $\triangle NGB$ 的面积为 x , $\triangle NGE$ 的面积为 y , 则有 $\triangle NCG$ 的面积为 $2x$, $\triangle NEA$ 的面积为 $2y$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

因为 $\triangle ABC$ 的面积是 1 平方厘米且 $AD=DE=EC$, $BG=GF=FC$ 所以 $\triangle BCE$, $\triangle ACF$ 的面积是 $\frac{1}{3}$ 平方厘米 $\triangle ACG$ 的面积是 $\frac{2}{3}$ 平方厘米

$$\text{所以 } \begin{cases} 3x + y = \frac{1}{3} \\ 2x + 3y = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{21} \\ y = \frac{4}{21} \end{cases}$$

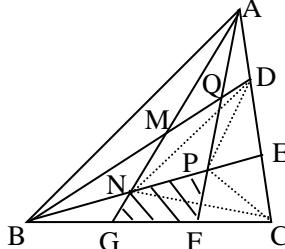
所以 $\triangle NGB$ 的面积是 $\frac{1}{21}$ 平方厘米

图 7

设 $\triangle PCF$ 的面积为 u , $\triangle PCE$ 的面积为 v , 则有

$$\begin{cases} 3u + v = \frac{1}{3} \\ u + 3v = \frac{1}{3} \end{cases}$$

所以 $4u + 4v = \frac{2}{3}$ 即 $u + v = \frac{1}{6}$

即 四边形 PEFC 的面积是 $\frac{1}{6}$ 平方厘米

所以 阴影四边形的面积 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{21} - \frac{1}{6} = \frac{5}{42}$ (平方厘米)

23、(1) 理由如下:

因为 12 与 10 的最小公倍数是 60,

所以 干支纪年法每 60 年为一个循环

因为 1982 年壬戌年, 而 $1982 - 1080 = 902$

而 902 显然不是 60 的倍数

所以 1908 年秋天不可能是“壬戌之秋”

所以 苏步青一看苏轼(苏东坡)写《赤壁赋》的时间是 1080 年, 就知道一定是错的

(2) 因为 $1982 - 1080 = 902$ 是 60 的倍数

又 1982 年是壬戌年, 所以 1082 年也是壬戌年

故 1082 年之前的壬戌年是 $1082 - 60 = 1022$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

1082 年之后的壬戌年是 $1082 + 60 = 1142$

又 苏轼(苏东坡)生于 1037 年, 活了 64 岁, 而

$1037 > 1022$, 且 $1143 > 1037 + 64$

所以 可由《赤壁赋》中的“壬戌之秋”推测, 苏东坡写《赤壁赋》的时间是 1082 年

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第十四届（2003年）初中一年级第1试试题

一、选择题(每小题5分, 共50分)

1. $(-1)^{2003} - (-1)^{2002}$ 的值是() .
A. 2 B. 1 C. 0 D. -2
2. 2003年3月23日是星期日, 那么2003年的元旦是().
A. 星期二 B. 星期三 C. 星期四 D. 星期五
3. a为有理数, 下列说法中正确的是().
A. $(a + \frac{1}{2003})^2$ 为正数 B. $-(a - \frac{1}{2003})^2$ 为负数
C. $a + (\frac{1}{2003})^2$ 为正数 D. $a^2 + \frac{1}{2003}$ 为正数
4. 如果 $a^{2003} + b^{2003} = 0$, 那么().
A. $(a+b)^{2003} = 0$ B. $(a-b)^{2003} = 0$
C. $(a \cdot b)^{2003} = 0$ D. $(|a| + |b|)^{2003} = 0$
5. 在下列4个判断
①在同一平面内, 不相交也不重合的两条线段一定平行.
②在同一平面内, 不相交也不重合的两条直线一定平行.
③在同一平面内, 不平行也不重合的两条线段一定相交.
④在同一平面内, 不平行也不重合的两条直线一定相交.
中. 正确判断的个数量().
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
6. 若 $a = -\frac{2004}{2003}$, $b = -\frac{2003}{2002}$, $c = -\frac{2002}{2001}$, 则().
A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$
7. The admission price (入场费) per child at an amusement park (游乐园) is $\frac{5}{9}$ of the admission price per adult. If the admission price for 6 adults and 3 children is ¥276, then the admission price per adult is().
A. ¥24 B. ¥32 C. ¥36 D. ¥40
8. 如图1, 将一个长为a、宽为b的长方形($a > b$)沿虚线剪开, 拼接成图2, 成为在一角去掉一个小正方形后的一个

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

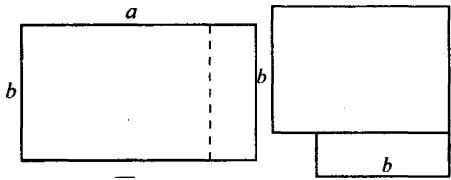
英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

大正方形, 则去掉的小正方形的边长为()。



- A. $\frac{a-b}{2}$ B. $a-b$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{b}{2}$

9. 用 10 根长度相同的木棍拼成一个三角形(不剩余木棍也不折断木棍), 则只能拼成()。

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等边三角形

10. 有一个边长为 4 m 的正六边形容厅, 用边长为 50 cm 的正三角形瓷砖铺满, 则需要这种瓷砖()。

- A. 216 块 B. 288 块 C. 384 块 D. 512 块

A 组填空题(每小题 5 分, 共 50 分)

11. 小明和小华做掷硬币的游戏: 将同一枚硬币各掷三次, 小明掷时, 朝上的面都是“国徽”, 才获胜; 小华掷时, 朝上的面只要一次是“国徽”, 即获胜. 获胜可能性大的是_____.

12. 某电脑公司派甲、乙二人各携带两台电脑分别乘坐出租车送给同一个客户, 其中一辆起价为 4 km10 元, 而后每公里收 1. 2 元; 另一辆起价为 3 km10 元, 而后每公里收 1. 6 元, 当他们到达时, 发现所付车费相差 10 元, 则该电脑公司与客户处相距_____km.

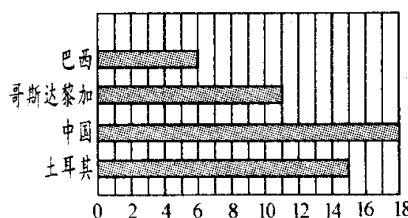
13. The sequence (序列) $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}$ then the 2003rd number is_____.

14. 某校初中一年级有三个班: 1 班有 34 人, 2 班有 38 人, 3 班有 32 人. 三个班都按统一的比例派同学参加运动会的比赛项目, 全年级未参加比赛的有 78 人, 则 3 班参加比赛项目的有_____人.

15. 已知 p, q 都是质数, 以 x 为未知数的方程 $px+5q=97$ 的根是 1, 则 $40p+101q+4$ 的值是_____.

16. 文件保密传递常常是按一定规则将其加密, 收件人再按约定的规则将其解密. 某电文按下面规则加密: 将一个英文字母变成英文字母表中其后的第四个字母, 如 a 变成 e, b 变成 f, w 变成 a, z 变成 d……那么“hope”加密后是_____.

17. 世界杯中, 中国男足与巴西、土耳其、哥斯达黎加 50 名球迷就 C 组哪支球队将以小组第二名进入十六强. 认为中国队将以小组第二名的身份进入十六强的为_____.



加队同分在 C 组. 赛前, 强进行竞猜, 统计结果如人 数 占 的 百 分 比

18. 长度相等, 粗细不同的两枝蜡烛, 其中的一枝可燃 3 小时, 另一枝可燃 4 小时. 将这两枝蜡烛同时点燃, 当余

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

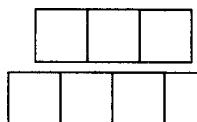
英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

下的长度中, 一枝是另一枝的 3 倍时, 蜡烛点燃了_____小时.

19. 用盆栽菊花摆在如图所示的大小相同的 7 个正方形花坛的边摆 n ($n \geq 3$) 盆花. 那么所需菊花的总盆数 S 与 n 的关系可以表示



缘, 正方形每边都等距离地为_____.

20. 一排蜂房编号如图 5, 左上角有一只小蜜蜂, 还不会飞. 只会向前爬行, 它爬行到 8 号蜂房, 共有_____种路线.

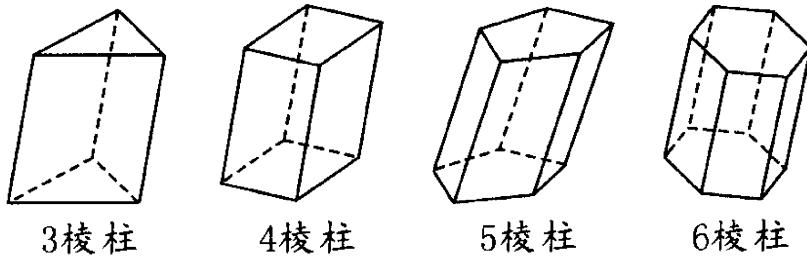


三、B 组填空题(每小题 10 分, 共 50 分)

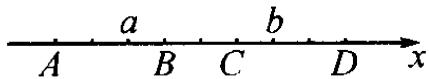
21. 用一个两位数去除 2003, 余数是 8. 这样的两位数共有_____个, 其中最大的两位数是_____.

22. 用一张长 20 m、宽 8 m 的纸片卷成(无重合部分)一个高为 8 m 的圆柱, 那么这个圆柱的底面圆的半径是 m, 圆柱的体积是_____m³.

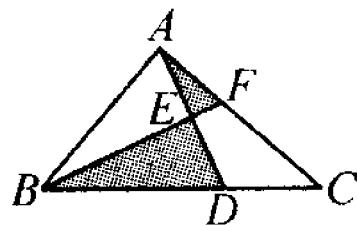
23. 观察图, 三棱柱有 5 个面 6 个顶点 9 条棱, 四棱柱有 6 个面 8 个顶点 12 条棱, 五棱柱有 7 个面 10 个顶点 15 条棱, 由此可推测 n 棱柱有 $(n+2)$ 个面 _____ 个顶点 _____ 条棱.



24. 如图, 若数轴上 a 的绝对值是 b 的绝对值的 3 倍, 则数轴的原点在点_____或点_____. (填“ A ”、“ B ”、“ C ”或“ D ”)



25. 如图, $\triangle ABC$ 的面积等于 25 cm^2 , $AE=ED$, $BD=2DC$, 则 $\triangle AEF$ 与 $\triangle BDE$ 的面积之和等于_____cm², 四边形 CDEF 的面积等于_____cm².



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	D	A	C	B	C	A	B	C
题号	11	12	13	14	15	16	17	18		
答案	小 华	25	50/63	8	2003	1sti	36%	8/3		
题号	19		20		21					
答案	$S=23n-28$		55		6: 95					
题号	22		23		24		25			
答案	$10/\pi$; $800/\pi$		$2n: 3n$		C; D		10; $20/3$			

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

希望杯第十四届（2003 年）初中一年级第 2 试试题

一、选择题(每小题 5 分. 共 50 分)

1. 某班有 30 名男生和 20 名女生. 60%的男生和 30%的女生参加了天文小组, 该班参加天文小组的人数占全班人数的().

- A. 60% B. 48% C. 45% D. 30%

$$2. \frac{\frac{2}{3} - 4.5}{-\frac{1}{2} \times 1.3} - \frac{(1-2)^2}{|-\frac{5}{23}|} = (\quad)$$

- A. $-\frac{7}{20}$ B. $-\frac{122}{45}$ C. $-\frac{177}{20}$ D. $-\frac{292}{45}$

3. 数轴上的点 A、B、C 分别对应数: 0, -1, x, C 与 A 的距离大于 C 与 B 的距离, 则().

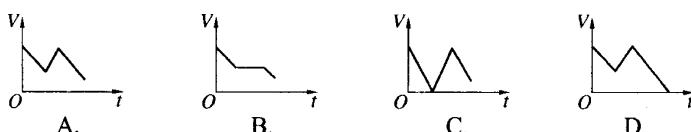
- A. $x > 0$ B. $x > -1$ C. $x < -\frac{1}{2}$ D. $x < -1$

4. 对任意的三个整数. 则().

- A 它们的和是偶数的可能性小 B. 它们的和是奇数的可能性小
C. 其中必有两个数的和是奇数 D. 其中必有两个数的和是偶数

5. 油箱装满油的一辆汽车在匀速行驶. 当汽油剩余油箱体积的一半时就加满油. 接着又按原速度行驶, 到目的地

时油箱中还剩有 $\frac{1}{3}$ 体积的汽油. 设油箱中所剩汽油量为 V(升), 时间为 t(分钟). 则 V 与 t 的图象是().



6. 将长为 12 的线段截成长度为整数的三段, 使它们成为一个三角形的三边, 则构成的三角形().

- A 不可能是等腰三角形 B. 不可能是直角三角形
C. 不可能是等边三角形 D. 不可能是钝角三角形

7. 有一个最多能称 16 kg 的弹簧秤, 称重时发现, 弹簧的长度(cm)与物体的重量(kg)之间有一定的关系. 根据下表考虑: 在弹簧称重范围内. 弹簧最长为()cm

重量(kg)	0. 5	1. 0	1. 5	2. 0	2. 5	3. 0
长度(cm)	5. 5	6. 0	6. 5	7. 0	7. 5	8. 0

- A. 18 B. 19 C. 20 D. 21

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

8. If $a = \frac{a(a+1)}{2}$ for all integers (整数) a , and $b < 8$, then (b) is ().

- A. 36 B. 13. 72 C. 666 D. 1332

9. 有一串数: -2003, -1999, -1995, -1991……按一定的规律排列, 那么这串数中前()个数的和最小.

- A. 500 B. 501 C. 502 D. 503

10. “希望杯”四校足球邀请赛规定:

- (1) 比赛采用单循环赛形式;
- (2) 有胜负时, 胜队得 3 分, 负队得 0 分;
- (3) 踢平时每队各得 1 分.

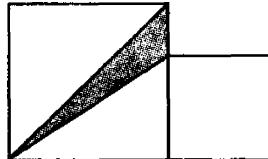
比赛结束后, 四个队各自的总得分中不可能出现().

- A. 8 分 B. 7 分 C. 6 分 D. 5 分

填空题(每小题 5 分. 共 50 分)

11. 如果方程 $2003x+4a=2004a-3x$ 的根是 $x=1$, 则 $a=$ _____.

12. 如图中的大、小正方形的边长均为整数(厘米), 它们的面积之和等于 74 平方厘米. 则阴影三角形的面积是平方厘米.



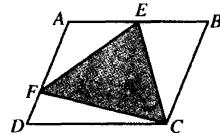
13. 如果 $x^2+x-1=0$, 则 $x^3+2x^2+3=$ _____.

14. If a, b, c, d are rational numbers (有理数), $|a-b| \leq 9$, $|c-d| \leq 16$ and $|a-b-c+d|=25$, then $|b-a|-|d-c|=$ _____.

15. a 和 $\frac{18}{a^2+a-2}$ 都是正整数, 则 $a=$ _____.

16. 如图, ABCD 是平行四边形, E 在 AB 上, F 在 AD 上, $S_{\triangle BCE}=2S_{\triangle CDF}=\frac{1}{4}S_{\square ABCD}=1$, 则 $S_{\triangle CEF}=$ _____.

17. 用中心角为 120° , 半径为 6 cm 的扇形卷成一个圆锥(没有重叠), 这个圆锥的表面积是 cm².



18. 画一条直线, 可将平面分成 2 个部分, 画 2 条直线, 最多可将平面分成 4 个部分, 那么, 画 6 条直线最多可将平面分成 _____ 个部分.

19. a 与 b 互为相反数, 且 $|a-b|=\frac{4}{5}$. 那么 $\frac{a-ab+b}{a^2+ab+1}=$ _____

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

20. 正整数 m 和 n 有大于 1 的最大公约数, 且满足 $m^3+n=371$, 则 $mn=$ _____。

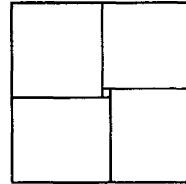
三、解答题(21、23 题各 15 分, 22 题 20 分, 共 50 分)

21. 某同学想用 5 个边长不等的正方形, 拼成如图所示的大正方形. 请问该同学的想法能实现吗? 如果能实现, 试求这 5 个正方形的边长; 如果不能, 请说明理由.

22. 规定: 正整数 n 的“H 运算”是

①当 n 为奇数时, $H=3n+13$;

②当 n 为偶数时, $H=n \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots$ (其中 H 为奇数).



如: 数 3 经过 1 次“H 运算”的结果是 22, 经过 2 次“H 运算”的结果是 11. 经过 3 次“H 运算”的结果是 46.

请解答:

(1) 数 257 经过 257 次“H 运算”得到的结果.

(2) 若“H 运算”②的结果总是常数 a , 求 a 的值.

23. 救灾指挥部, 将救灾物品装入 34 个集装箱: 4 吨的集装箱 3 个, 3 吨的集装箱 4 个, 2.5 吨的集装箱 5 个。1.5 吨的集装箱 10 个, 1 吨的集装箱 12 个, 那么至少需要多少辆载重 5 吨的汽车才能一次将这些救灾物品运走? 提出你的运输方案.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

参考答案:

一. BACDA, DDCBA.

$$\text{二. } 11. 1. 003; \quad 12. 7; \quad 13. 4; \quad 14. -7; \quad 15. 4; \quad 16. \frac{7}{4};$$

$$17. 16\pi; \quad 18. 22; \quad 19. \frac{4}{25}; \quad 20. 196.$$

三.

21. 答: 不能实现.

理由: 假设能够实现, 不妨设中间小正方形的边长为x(x>0), 左下角的正方形的边长为y(y>0), 则左上角的正方形的边长为(y-x), 右上角的正方形的边长为(y-2x), 于是有右下角的正方形的边长为(y-3x)或(y+x).

所以, $y-3x=y+x$,

于是 $4x=0$, 得 $x=0$.

与 $x>0$ 矛盾, 所以该同学的想法不能实现.

22. (1) 一个正整数n经达一次“H运算”的结果是b, 记为: $n \xrightarrow{H} b$, 则257经过

第1次“H运算”: $257 \xrightarrow{H} 257 \times 3 + 13 = 784$;

第2次“H运算”: $784 \xrightarrow{H} 784 \times \frac{1}{2^4} = 49$;

第3次“H运算”: $49 \xrightarrow{H} 49 \times 3 + 13 = 160$;

第4次“H运算”: $160 \xrightarrow{H} 160 \times \frac{1}{2^5} = 5$;

第5次“H运算”: $5 \xrightarrow{H} 5 \times 3 + 13 = 28$;

第6次“H运算”: $28 \xrightarrow{H} 28 \times \frac{1}{2^2} = 7$;

第7次“H运算”: $7 \xrightarrow{H} 7 \times 3 + 13 = 34$;

第8次“H运算”: $34 \xrightarrow{H} 34 \times \frac{1}{2} = 17$;

第9次“H运算”: $17 \xrightarrow{H} 17 \times 3 + 13 = 64$;

第10次“H运算”: $64 \xrightarrow{H} 64 \times \frac{1}{2^6} = 1$;

第11次“H运算”: $1 \xrightarrow{H} 1 \times 3 + 13 = 16$;

第12次“H运算”: $16 \xrightarrow{H} 16 \times \frac{1}{2^4} = 1$;

第13次“H运算”: $1 \xrightarrow{H} 1 \times 3 + 13 = 16$;

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\text{第14次 "H运算": } 16 \xrightarrow{H} 16 \times \frac{1}{2^4} = 1;$$

从第11步以后出现循环, 奇数步的结果为16, 偶数步的结果为1.

因此, 第257步后的结果为16.

- (2) 若对一个正整数进行若干次“H操作”后出现循环, 此时“H运算”②的运算结果总是a, 则a一定是个奇数, 那么, 对a进行“H运算”①的结果 $a \times 3 + 13$ 是偶数.

再对 $a \times 3 + 13$ 进行“H运算”, 即

$$a \times 3 + 13 \text{乘以 } \frac{1}{2^k} \text{ 的结果仍是 } a,$$

$$\text{于是 } \frac{a \times 3 + 13}{2^k} = a,$$

$$\text{也即 } a \times 3 + 13 = a \times 2^k,$$

$$\text{即 } a \times (2^k - 3) = 13 = 1 \times 13.$$

因为a是正整数,

$$\text{所以 } 2^k - 3 = 1 \text{ 或 } 2^k - 3 = 13,$$

解得 $k=2$ 或 $k=4$.

当 $k=2$ 时, $a=13$;

当 $k=4$ 时, $a=1$.

23. 为了用载重量5吨的汽车将救灾物品一次运走, 我们应将不同规格的集装箱进行有效组合, 即尽量使每一节汽车都能装满.

由题设可知, 物资总重63.5吨, 而 $12 < 63.5 \div 5 < 13$, 由此可知, 要把救灾物品一次运走, 需要的汽车不能少于13辆.

于是我们提出如下设计方案:

A类: 每辆装4吨集装箱1个和1吨集装箱1个, 按排3辆汽车;

B类: 每辆装3吨集装箱1个和1吨集装箱2个, 按排4辆汽车;

C类: 每辆装2.5吨集装箱2个, 按排2辆汽车;

D类: 每辆装2.5吨、1.5吨、1吨集装箱各1个, 按排1辆汽车;

E类: 每辆装1.5吨集装箱3个, 按排3辆汽车;

而 $3+4+2+1+3=13$ (辆),

因此, 要把救灾物品一次运走, 需要汽车至少13辆.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

2004 年第十五届希望杯初一第 1 试试题

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分) 以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母写在下面的表格内。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	共得分
答案											

1、如果 m 是大于 1 的偶数, 那么 m 一定小于它的(D)

- (A) 相反数 (B) 倒数 (C) 绝对值 (D) 平方

2、式子 $a - (b - c + d)$ 去括号后是(A)

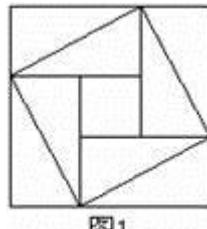
- (A) $a - b + c - d$ (B) $a + b - c + d$
 (C) $a - b - c + d$ (D) $a + b + c + d$

3、图 1 中有 8 个完全相同的直角三角形, 则图中矩形的个数是(B)

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

4、已知 $a = 123456789$, 记 a^2 的个位数字是 x , 十位数字是 y , 则

- (A) 3 (B) 7 (C) 13 (D) 15



$x + y$ 的值是(C)

5、有理数 a , b , c 的大小关系如图 2 所示, 则下列式子中一定成立的是(D)

- (A) $a + b + c > 0$ (B) $|a + b| < c$
 (C) $|a - c| = |a| + c$ (D) $|b - c| > |c - a|$

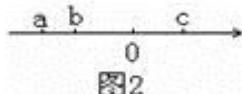


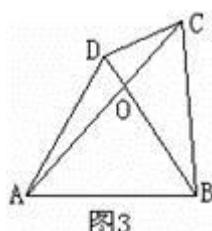
图2

6、某动物园有老虎和狮子, 老虎的数量是狮子的 2 倍。每只老虎每天吃肉 4.5 千克, 每只狮子每天吃肉 3.5 千克, 那么该动物园的虎、狮平均每天吃肉(B)

- (A) $\frac{25}{6}$ 千克 (B) $\frac{25}{7}$ 千克 (C) $\frac{25}{8}$ 千克 (D) $\frac{25}{9}$ 千克

7、如图 3 所示, 凸四边形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 相交于 O 点。若三角形 AOD 的面积是 2, 三角形 COD 的面积是 1, 三角形 COB 的面积是 4, 则四边形 ABCD 的面积是(B)

- (A) 16 (B) 15 (C) 14 (D) 13



8、若 $-1 < a < b < 0$, 则下列式子中正确的是(D)

- (A) $-a < -b$ (B) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (C) $|a| < |b|$ (D)

$$a^2 > b^2$$

9、下列 4 个图形中, 轴对称图形有(D)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师
 物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511,
 英语口语群: 168570356,

资料群: 702457289

赛群: 281798334,

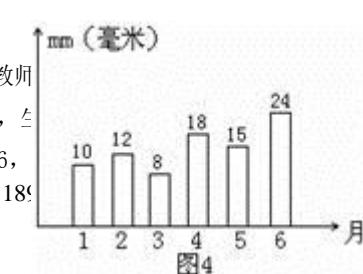
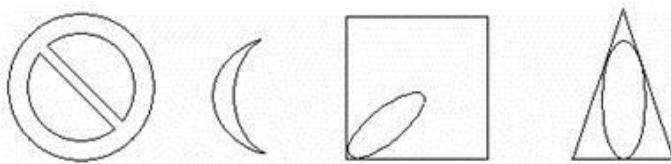


图4

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437



- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

10、若 a, b 为有理数, 且 $2a^2 - 2ab + b^2 + 4a + 4 = 0$, 则 $a^2b + ab^2 =$ (A)

- (A) -8 (B) -16 (C) 8 (D) 16

二、A 组填空题: (每小题 4 分, 共 40 分。含两个空的小题, 每个空 2 分。)

11、2003 年 10 月 15 日 9 时 9 分 50 秒, 我国“神舟”五号载人飞船准确进入预定轨道。16 日 5 时 59 分, 返回舱与推进舱分离, 向地面返回。其间飞船绕地球飞行了 60 万千米。“神舟”五号载人飞船共巡天飞行了 _____ 秒, 飞船的平均速度是 _____ 千米/秒。(答案取整数)

12、计算: $211 \times (-455) + 365 \times 455 - 211 \times 545 + 545 \times 365 =$ _____。

13、某地上半年降雨量如图 4 所示, 那么在该地 25 平方千米的范围内, 上半年平均每月降雨 _____ 立方米。(用科学记数法表示)

14、已知 a, b, c, d 都是整数, 且 $|a+b| + |b+c| + |c+d| + |d+a| = 2$, 则 $|a+d| =$ _____。15、若 $|m| = m+1$, 则 $(4m+1)^{2004} =$ _____。16、若 $\overline{k45k9}$ 是能被 3 整除的五位数, 则 k 的可能取值有 _____ 个; 这样的五位数中能被 9 整除的是 _____。17、For a real number α , let $[a]$ denote the maximum integer which does not exceed α . For example, $[3.1] = 3$, $[-1.5] = -2$, $[0.7] = 0$. Now let $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$,then $[f(2)] + [f(3)] + \dots + [f(100)] =$ _____。
(英汉小词典 real number: 实数; the maximum integer which does not exceed α : 不超过 α 的最大整数)18、同学们参加了高空气球飞行实验, 把实验的设计者介绍: 气球的高度每增加 1 千米, 其温度将下降约 6°C。现测得地面的温度是 8°C, 高空气球的温度是 -3°C, 则这个实验气球的飞行高度大约是 _____ 千米。
(保留至小数点后两位)

19、某同学步行前往学校时的行进速度是 6 千米/小时, 从学校返回时的行进速度是 4 千米/小时, 那么该同学往返学校的平均速度是 _____ 千米/小时

20、如图 5 所示, 在一块三角形绿地上开辟一块四块形花圃 (四边形 CDFE), $AC = CB = 10$ 米, 四边形花圃的最长边 $CD = 8$ 米, 三角形 BDF 的面积是 _____ 平方米; 四边形花圃 CDFE 的面积是 _____ 平方米。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师
物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生
英语口语群: 168570356,
190

76, 大学数学资料群: 702457289

9830, 信息竞赛群: 281798334,

33273

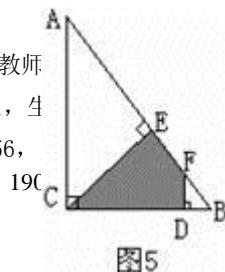


图5

三、B 组填空题: (每小题 8 分, 共 40 分。每题两个空, 每个空 4 分。)

21、在中关村电脑节上, 希望电脑在让利 288 元后, 再以八折销售, 售价是 5280 元, 那么该电脑的原售价是_____元; 在得知如此销售仍可获利 5.6% 后, 希望公司董事会决定将已经售出的 100 台电脑的利润全部捐献给希望工程。那么, 此次希望工程可获得捐款_____元。

22、图 6 中正方形 GFCD 和正方形 AEHG 的边长都是整数, 它们的面积之和是 117, P 是 AE 上一点, Q 是 CD 上一点。则三角形 BCH 的面积是_____; 四边形 PHQG 的面积是_____。

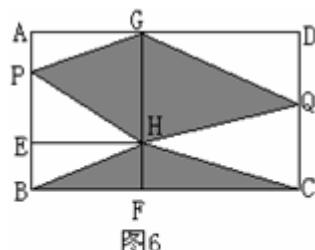


图6

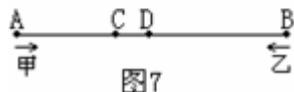


图7

23、如图 7, 甲乙两车分别自 A、B 两城同时相向行驶, 在 C 地相遇, 继续行驶分别达到 B、A 两城后, 立即返回, 在 D 处再次相遇。已知 AC=30 千米, AD=40 千米, 则 AB=_____千米, 甲的速度: 乙的速度=_____。

24、有理数 a, b, c 满足条件 $2ab > c^2$ 和 $2ac > b^2$, 则

① $a^2 + b^2 > c^2$; ② $a^2 - b^2 < c^2$; ③ $a^2 + c^2 > b^2$; ④ $a^2 - c^2 > b^2$ 中, 正确不等式的序号是_____和_____。

25、在期中考试中, 同学甲、乙、丙、丁分别获得第一、第二、第三、第四名。在期末考试中, 他们又是班上的前四名。如果他们当中只有一位的排名与期中考试中的排名相同, 那么排名情况有_____种可能; 如果他们的排名都与期中考试中的排名不同, 那么排名情况有_____种可能。

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第十五届“希望杯”全国数学邀请赛**初一第1试参考答案****一、选择题:**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	C	A	C	A	B	D	D	B

二、A组填空题:

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
74950, 8	154000	3.625×10^5	0或1	1	$3, \frac{94599}{102}$	1.83	4.8	2, 23	

三、B组填空题:

21	22	23	24	25
6888, 28000	22.5, 45	65, 6:7	①, ③	8, 9

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

希望杯第十五届（2004 年）初中一年级第 2 试试题

一、选择题（每小题 5 分，共 50 分）以下每题的四个选项中，仅有一个正确的，请将表示正确答案的英文字母填在后面的圆括号内。

1、已知 $a = |-2004| + 15$, 则 a 是 ()

- A、合数 B、质数 C、偶数 D、负数

2 若 $7a + 9|b| = 0$, 则 ab^2 一定是 ()

- A、正数 B、负数 C、非负数 D、非正数

3、 a 与 b 之和的倒数的 2003 次方等于 1, a 的相反数与 b 之和的 2005 次方也等于 1, 则 $a^{2003} + b^{2004} =$ ()

- A、 2^{2005} B、2 C、1 D、0

4、如图 1, 三角形 ABC 的底边 BC 长 3 厘米, BC 边上的高是 2 厘米的速度沿高的方向向上移动 2 秒, 这时, 三角形扫过的面积是

厘米, 将三角形以每秒 3

() 平方厘米。

- A、21 B、19 C、17 D、15

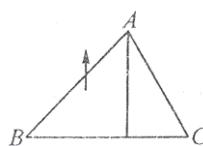


图 1

5、小明的妈妈春节前去市场买了 3 公斤葡萄和 2 公斤苹果, 花了 8 元钱, 春节后, 再去市场买这两种水果, 由于葡萄每公斤提价 5 角钱, 苹果每公斤降 3 角钱, 买 7 公斤葡萄和 5 公斤苹果共花了 21 元, 则春节后购物时, (葡萄、苹果) 每公斤的价格分别是 () 元。

- A、(2.5, 0.7) B、(2, 1) C、(2, 1.3) D、(2.5, 1)

6、当 $x = -1$ 时, 代数式 $2ax^2 - 3bx + 8$ 的值为 18, 这时, 代数式 $9b - 6a + 2 =$ ()

- A、28 B、-28 C、32 D、-32

7、The sum of n different positive integers is less than 50. The greatest possible value of n is ()

- A、10 B、9 C、8 D、7 (英汉小词典 positive integer: 正整数)

8、已知 $\angle A$ 与 $\angle B$ 之和的补角等于 $\angle A$ 与 $\angle B$ 之差的余角, 则 $\angle B =$ ()

- A、 75° B、 60° C、 45° D、 30°

9、如图 2, 一个正方体的六个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6。根据图中三种状态所显示的数字, “?” 表示的数字是 ()

- A、1 B、2 C、4 D、6

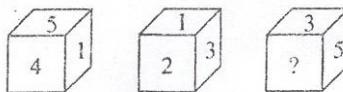


图 2

10、若 a , b 都是有理数, 且

$a^2 - 2ab + 2b^2 + 4a + 8 = 0$, 则 $ab =$ ()

- A、-8 B、8 C、32 D、2004

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

二、填空题 (每小题 5 分, 共 50 分, 含两个空的小题, 前空 3 分, 后空 2 分)

11、若正整数 x, y 满足 $2004x=15y$, 则 $x+y$ 的最小值是_____;

12、数列 1, 12, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …的排列规律: 前两个数是 1, 从第 3 个数开始, 每一个数都是它前两个数的和, 这个数列叫做斐波契数列, 在斐波契数列前 2004 个数中共有_____个偶数。

13、2004 年 6 月 2 日依照美语习惯写作 6/3/2004, 依照英语习惯写作 3/6/2004, 像 6/3/2004 就难以判断是美语日期还是英语日期, 也难以判断是哪一天, 称为易混日期, 而 4/18/2004 显然是美语日期, 可以准确断定为 2004 年 4 月 18 日; 18/4/2004 显然是英语日期, 可以准确断定为 2004 年 4 月 18 日; 2/2/2004 虽不能断定是美语日期还是英语日期, 但总可断定为 2004 年 2 月 2 日, 这些都是不混日期。那么每月有易混日期_____个; 2004 年全年的不混日期共有_____个。

14、若 $x^2 + 3x - 1 = 0$, 则 $x^3 + 5x^2 + 5x + 18 = _____$ 。

15、如图 3, 甲、乙两船同时从 B 港分别向 C 港和 A 港行驶。已知甲船速度是乙船速度的 1.2 倍, A、B 两港相距 540 千米。甲船 3 小时后到达 C 港, 然后立即驶向 A 港, 最后与乙船同时到达 A 港, 则乙船速度是_____千数/小时。

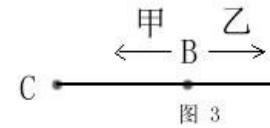


图 3

16、If n is a positive integer, and if the units' digit of n^2 is 6 and the units' digit of $(n-1)^2$ is 9, the units' digit of $(n-1)^2$ is_____。

17、用若干条长为 1 的线段围成一个长方形, 长方形的长和宽的最大公约数是 7, 最小公倍数是 7×20 , 则围成这个长方形最少需要_____条长为 1 的线段, 它的面积是_____。

18、关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x + 4y = 3 \\ 2mx + 3y = 2 \end{cases}$ 的解 x, y 的和等于 1, 则 m 的值是_____

19、甲、乙两打字员, 甲每页打 500 字, 乙每页打 600 字。已知甲每完成 8 页, 乙恰能完成 7 页, 若甲打完 2 页后, 乙开始打字, 则当甲、乙打的字数相同时, 乙打了_____页。

20 将 2004 写成若干质数的乘积, 如果 a, b, c 是这些质数中的三个, 且 $a < b < c$, 那么关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} bx - ay = 1 \\ ax - cy = -165 \end{cases}$ 的解是 $x = \text{_____}$, $y = \text{_____}$ 。

三、解答题 (每题 10 分, 共 30 分) 要求: 写出推理过程。

21、观察下面的等式

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$2 \times 2 = 4, \quad 2 + 2 = 4;$$

$$\frac{3}{2} \times 3 = 4\frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} + 3 = 4\frac{1}{2};$$

$$\frac{4}{3} \times 4 = 5\frac{1}{3}, \quad \frac{4}{3} + 4 = 5\frac{1}{3};$$

$$\frac{5}{4} \times 5 = 6\frac{1}{2}, \quad \frac{5}{4} + 5 = 6\frac{1}{2}.$$

(1) 小明归纳上面各式得出一个猜想: “两个有理数的积等于这两个有理数的和”, 小明的猜想正确吗? 为什么?

(2) 请你观察上面各式的结构特点, 归纳出一个猜想, 并证明你的猜想。

22、能否在图 4 中的四个圆圈内填入 4 个互不相同的数, 使得任意两个圆圈中所填数的平方和等于另外两个圆圈中所填数的平方和? 所果能填, 请填出一例; 如果不能填, 请说明理由。

23、在 3×3 的方格表中填入九个不同的正整数: 1, 2, 3, 4, 5, ϵ

得各行、各列所填三个数

的和都相等, 请确定 x 的值, 并给出一种填数法。

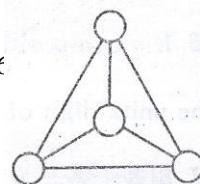


图 4

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

参考答案及评分标准

一、选择题 (每小题 5 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	A	A	C	B	C	D	B

二、填空题 (每小题 5 分, 含两个空格的, 前空 3 分, 后空 2 分)

题号	11	12	13	14	15
答案	673	668	11; 234	20	15
题号	16	17	18	19	20
答案	5	126; 980	1	35	1; 1

三、解答题:

21. (1) 小明的猜想显然是不正确的, 易举出反例; 如 $1 \times 3 \neq 1+3$ (4 分)(2) 将第一组等式变形为: $\frac{2}{1} \times 2 = 4$, $\frac{2}{1} + 2 = 4$ 得出如下猜想: “若 n 是正整数, 则 $\frac{n+1}{n} \times (n+1) = \frac{n+1}{n} + (n+1)$ ” (7 分)证法 1: 左边 $= (1 + \frac{1}{n})(n + 1) = (n + 1) + \frac{n+1}{n} =$ 右边

所以猜想是正确的 (10 分)

证法 2: 右边 $= \frac{n+1}{n} + \frac{n(n+1)}{n} = \frac{(n+1)^2}{n} =$ 左边

所以猜想是正确的 (10 分)

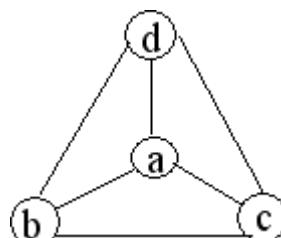
22. 不能填, 理由如下:

设所填的互不相同的 4 个数为 a, b, c, d ; 则有

$$\begin{cases} a^2 + c^2 = b^2 + d^2 & ① \\ a^2 + d^2 = c^2 + b^2 & ② \\ a^2 + b^2 = c^2 + d^2 & ③ \end{cases}$$

① - ② 得 $c^2 - d^2 = d^2 - c^2$

$c^2 = d^2$

因为: $c \neq d$, 只能是 $c = -d$ ④ (6 分)同理可得 $c^2 = b^2$ 因为 $c \neq b$, 只能 $c = -b$ ⑤ (8 分)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

比较④, ⑤得 $b=d$, 与已知 $b \neq d$ 矛盾, 所以题设要求的填数法不存在。 (10 分)

23、因为, x 是正整数, 所以表中各行或各列三数之和都是相等的正整数即:

$$\frac{1+2+3+4+5+6+7+8+x}{3} = 12 + \frac{x}{3} \quad (2 \text{ 分})$$

不妨

2	4	9
6	8	1
7	3	5

$a+b$

又 a

所以 $12 - \frac{2x}{3} \geq 5$, 即 $x \leq \frac{21}{2}$ (6 分) 又因为 $12 - \frac{2x}{3} = a+b$ 是整数, 且 x 是不同于 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 的正整数, 因此 $x=9$ (8 分)

设 a, b 与 x 在同一行, c, d 与 x 在同一列, 则有

$$= c+d = 12 + \frac{x}{3} - x = 12 - \frac{2}{3}x \quad (4 \text{ 分})$$

+ b 和 $c+d$ 的最小值是 $\frac{1+2+3+4}{2} = 5$

		c
a	b	x
		d

(10 分)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第十六届“希望杯”全国数学邀请赛**初一 第1试**

2005年3月20日 上午8:30至10:00

校名_____ 班次_____ 姓名_____ 辅导教师_____ 成绩_____

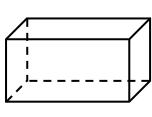
一、选择题 (每小题4分, 共40分) 以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母写在下面的表格内。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	共得分
答案											

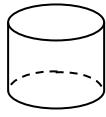
1、以下四个判断中不正确的是

- A. 在数轴上, 关于原点对称的两个点所对应的两个有理数互为相反数
- B. 两个有理数互为相反数, 则它们在数轴上对应的两个点关于原点对称
- C. 两个有理数不等, 则它们的绝对值不等
- D. 两个有理数的绝对值不等, 则这两个有理数不等

2、我们从不同的方向观察同一物体时, 可能看到不同的图形. 则从正面、左面、上面观察都不可能看到长方形的是



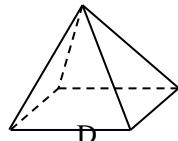
A



B



C

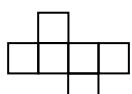


D

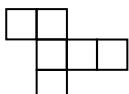
3、105的负约数的和等于

- A. -105
- B. -87
- C. -86
- D. -192

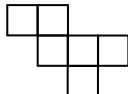
4、下列图形中经过折叠不能围成正方体的是



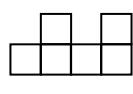
A



B



C



D

5、公园里准备修五条甬道, 并在甬道交叉路口处设一个报亭, 这样的报亭最多设

- A. 9个
- B. 10个
- C. 11个
- D. 12个

6、如果 $a+b+c=0$, 且 $|a|>|b|>|c|$. 则下列说法中可能成立的是

- A. a 、 b 为正数, c 为负数
- B. a 、 c 为正数, b 为负数

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

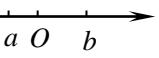
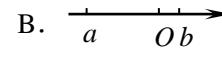
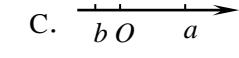
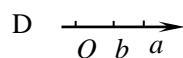
新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

C. b, c 为正数, a 为负数 D. a, c 为负数, b 为正数7、如果 $|a^3 - b^3| = -|a|^3 + b^3$, 那么下列不等式中成立的是A. $ab > 0$ B. $ab \geq 0$ C. $ab < 0$ D. $ab \leq 0$ 8、一艘轮船由 A 地向南偏西 45° 的方向行驶 40 海里到达 B 地, 再由 B 地向北偏西 15° 的方向行驶 40 海里到达 C 地, 则 A, C 两地相距

A. 30 海里 B. 40 海里 C. 50 海里 D. 60 海里

9、商家获得的利润按以下公式计算: $\text{利润} = \text{售价} - \text{进价} - \text{售价} \times \text{税率}$. 若税率由 $b\%$ 调为 $c\%$, 且商品的进价和利润都未改变, 则商品的售价是原来的A. $\frac{1-b\%}{1-c\%}$ 倍 B. $\frac{1-b}{1-c}$ 倍 C. $\frac{b\%}{1-c\%}$ 倍 D. $\frac{1-b\%}{c\%}$ 倍10、If we have $\frac{a}{b} < 0$, $a - b < 0$ and $a + b > 0$, then the points in real number axis, given by a and b , can be

represented as

A.  B.  C.  D. 

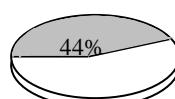
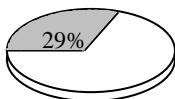
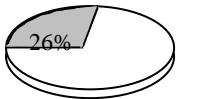
(英汉词典 point: 点; real number axis: 实数轴; represent: 表示)

二、A 组填空题 (每小题 4 分, 共 40 分。含两个空的小题, 每个空 2 分。)11、下表是 2004 年雅典奥运会男子 110 米栏决赛的结果. 其中最后一名选手的成绩比第一名选手的成绩少
秒.

跑道	姓名	成绩	跑道	姓名	成绩
1	查尔斯·阿伦 (加拿大)	13 秒 48	5	毛里斯·维格纳尔 (牙买加)	13 秒 21
2	斯坦尼斯拉夫斯·奥利贾斯 (拉脱维亚)	13 秒 21	6	特伦斯·特拉梅尔 (美国)	13 秒 18
3	拉德基·多库雷	13 秒 76	7	阿尼尔·加西亚 (古巴)	13 秒 20
4	刘翔 (中国)	12 秒 91	8	马蒂乌斯·法科·因诺森西奥 (巴西)	13 秒 49

12、计算: $\left[-\frac{7}{5} \times \left(-2\frac{1}{2} \right) - 1 \right] \div 9 \div \frac{1}{(-0.75)^2} - \left| 2 + \left(-\frac{1}{2} \right)^3 \times 5^2 \right| =$ _____

13、一台计算机的硬盘分为 3 个区, 每个区的使用情况如图 1 所示, 则这个硬盘的使用率为 _____

 已用空间 可用空间

总计: 12.5GB 厦门数学教师交流群: 259652195 总计: 102GB 厦门培训教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

图 1

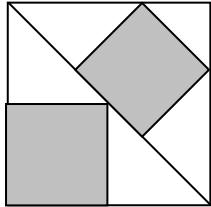
14、如图 2 所示, 在一个大正方形中有两个小正方形, 它们的面积分别为 m 、 n , 则 $\frac{n}{m} = \underline{\hspace{2cm}}$ 

图 2

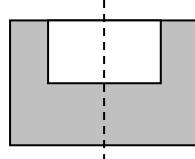
15、图 3 中的大矩形长 8 厘米、宽 6 厘米, 小矩形长 4 厘米、宽 3 厘米, 以长边中点连线 (图中的虚线) 为轴, 将图中的阴影部分旋转一周得到的几何体的表面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米.

图 3

16、120 名学生去推车运土, 规定每 3 名女生推一辆车, 每 2 名男生推一辆车, 共 48 辆车. 其中女生共 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人17、已知 $abc \neq 0$, 且 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$, 则 $\frac{3a+2b+c}{a-2c-3c} = \underline{\hspace{2cm}}$ 18、甲、乙两个公司用相同的价格购粮, 他们各购两次. 已知两次的价格不同, 甲公司每次购粮 1 万公斤, 乙公司每次用 1 万元购粮, 则两次平均价格较低的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公司19、有 a 个人都属鸡, 而且生日都是 3 月 20 日. 某年, 他们的年龄数的乘积为 207025, 他们的年龄数之和是 102. 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 20、小纪念册每本 5 元, 大纪念册每本 7 元. 小明买这两种纪念册共花 142 元, 则两种纪念册共买 $\underline{\hspace{2cm}}$ 本**三、B 组填空题** (每小题 8 分, 共 40 分。每题两个空, 每个空 4 分)21、分母是 21, 且大小在 $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{1}{3}$ 之间的分数有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个分母是 10, 且大小在 $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{1}{3}$ 之间的分数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 22、点 A 、 B 分别是数 -3 , $-\frac{1}{2}$ 在数轴上对应的点. 使线段 AB 沿数轴向右移动

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

图 4

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

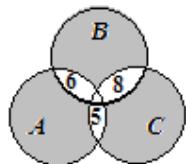
新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

到 $A'B'$, 且线段 $A'B'$ 的中点对应的数是 3, 则点 A' 对应的数是_____，点 A

移动的距离是_____.

23、如图 4 所示, 每个圆纸片的面积都是 30. 圆纸片 A 与 B 、 B 与 C 、 C 与 A

的重叠部分面积分别为 6, 8, 5. 三个圆纸片覆盖的总面积为_____, 图中阴影部分的面积为_____



24、如图 5 所示, $\angle BOD=45^\circ$, 那么不大于 90° 的角有____个, 它们的度数之和是_____

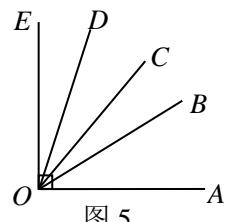


图 5

25、一个分母为 7 的最简真分数化成小数后, 从小数点后第一位起, 连续 k 位数字之和恰等于 2005, 则 $k=$ _____或_____

(已知 $\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$, $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$, $\frac{3}{7}=0.\dot{4}2857\dot{1}$, $\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$,

$\frac{5}{7}=0.\dot{7}1428\dot{5}$, $\frac{6}{7}=0.\dot{8}5714\dot{2}$)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第十六届“希望杯”全国数学邀请赛**答案•评分标准****初一 第1试****1. 答案****(1)选择题**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	D	D	B	C	B	B	A	A

(2)A组填空题

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	-0.85	$-\frac{31}{32}$	32%	$\frac{9}{8}$	92π	72	$-\frac{3}{2}$	乙	6	22

(3)B组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	$6; -\frac{4}{10}, -\frac{5}{10}, -\frac{6}{10}$	$\frac{7}{4}; \frac{19}{4}$	2; 58	$10; 450^0$	445; 447

2. 评分标准

(1)第1~10题: 答对得4分; 答错或不答, 得0分

(2)第11~20题: 答对得4分; 两个空的小题, 每个空2分; 答错或不答, 得0分

(3)第21~25题: 答对得8分, 每个空4分; 答错或不答, 得0分

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第十六届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

2005年4月17日 上午8:30至10:30

一、选择题: (以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母填在每题后面的圆括号内。)

1. 如果 $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4$, 则一定成立的是 ()

- (A) a 是 b 的相反数 (B) a 是 $-b$ 的相反数 (C) a 是 b 的倒数 (D) a 是 $-b$ 的倒数

2. 当 $x = -\frac{7}{12}$ 时, 式子 $(x-2)^2 - 2(2-2x)-(1+x)(1-x)$ 的值等于 ()

- (A) $-\frac{23}{72}$ (B) $\frac{23}{72}$ (C) 1 (D) $\frac{49}{72}$

3. 从不同的方向看同一物体时, 可能看到不同的图形, 其中, 从正面看到的图叫主视图, 从左面看到的图叫左视图, 从上面看到的图叫俯视图。由若干个 (大于 8 个) 大小相同的正方体组成一个几何体的主视图和俯视图如图 1 所示, 则这个几何体的左视图不可能是 ()

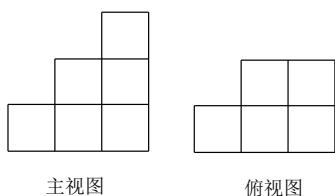
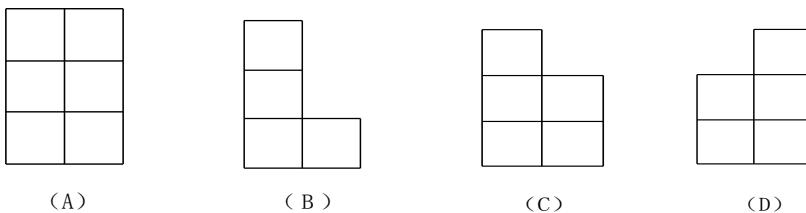


图 1



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

4. 如图2所示, 在矩形ABCD中, $AE = BG = BF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{3}AB = 2$, E、H、G在同一条直线上, 则阴影部分的面积等于()

- (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 20

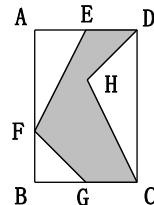


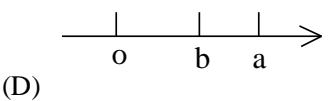
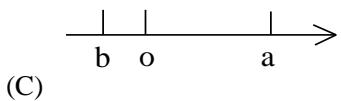
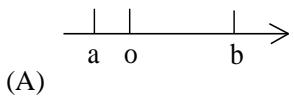
图 2

5. In a triangle, if measures of three angles are $x, 2x$ and $3x$ respectively, then the measure of the largest angle is ()

- (A) 150° (B) 120° (C) 90° (D) 60°

(英汉词典 triangle: 三角形。measure: 量度。the largest angle: 最大角)

6. If we have $\frac{a}{b} < 0$, $a - b < 0$ and $a + b < 0$, then the points in real number axis, given by a and b, can be represented as ()



7. 方程 $|x-2|+|x+3|=6$ 的解的个数是()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8. 如果 $|a^3 - b^3| = -|a|^3 + b^3$, 那么下列不等式中成立的是()

- (A) $a > b$ (B) $a < b$ (C) $a \geq b$ (D) $a \leq b$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

9. 如图 3, 两直线 AB、CD 平行, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = (\quad)$

- (A) 630° (B) 720° (C) 800° (D) 900°

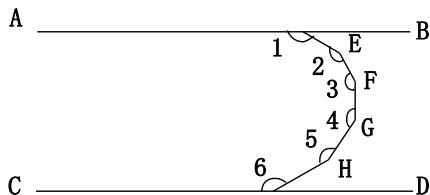


图 3

10. 若大于 1 的整数 n 可以表示成若干个质数的乘积, 则这些质数称为 n 的质因数, 则下面四个命题中正确的是 ()

- (A) n 的相反数等于 n 的所有质因数的相反数之积
 (B) n 的倒数等于 n 的所有质因数的倒数之积
 (C) n 的倒数的相反数等于 n 的所有质因数的倒数的相反数之积
 (D) n 的相反数的倒数等于 n 的所有质因数的相反数的倒数之积

二、填空题

11. 若 $x=0.7$ 是方程 $ax+\frac{1}{2}=\frac{5}{3}$ 的解, 则 $a=$ _____。

12. 张师傅加工一批同样类型的零件, 他用 A 车床加工了这批零件的二分之一后, 再用 B 车床加工余下的零件, 共用了 4 小时。已知用 B 车床比用 A 车床每小时可以多加工 8 个零件, 后两个小时比前两个小时多加工了 12 个零件。张师傅加工零件的总数是 _____ 个。

13. 如果 $x^2+2x=3$, 那么 $x^4+7x^3+8x^2-13x+15=$ _____。

14. 两个正整数 x 和 y 的最大公约数是 4, 最小公倍数是 20, 则 $x^2y^2+3xy+1=$ _____。

15. If two rational numbers x, y satisfy $|x|+y=3$ and $|x|y+x^2=0$, then $x=$ _____.

(英汉词典 rational number: 有理数)

16. 小明的妈妈买了葡萄、苹果、雪梨和芒果果脯各若干袋, 用了 340 元。葡萄、苹果、雪梨和芒果果脯每袋

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

售价分别为 14 元、22 元、28 元和 42 元。小明的妈妈至少买了_____袋果脯，其中苹果果脯是_____袋。

17. 地球陆地总面积相当于海洋总面积的 41%，北半球的陆地面积相当于其海洋面积的 65%，那么，南半球的陆地面积相当于其海洋面积的_____%（精确到个位数）。

18. 在公路上汽车 A、B、C 分别以每小时 80、70、50 公里的速度匀速行驶，A 从甲站开往乙站，同时，B、C 从乙站开往甲站。A 在与 B 相遇后两小时又与 C 相遇，则甲、乙两站相距_____公里。

19. 我们用记号“|”表示两个正整数间的整除关系，如 $3|12$ 表示 3 整除 12，那么满足 $x|(y+1)$ 与 $y|(x+1)$ 的正整数组 (x, y) 共有_____组。

20. 用大小相同的正六边形瓷砖按如图 4 所示的方式来铺设广场，中间的正六边形瓷砖记为 A，定义为第一组，在它的周围铺上六块同样大小的正六边形瓷砖，定义为第二组，在第二组的外围用同样大小的正六边形瓷砖来铺满，定义为第三组，…，按这种方式铺下去，用现有的 2005 块瓷砖最多能完整地铺满_____组，此时还剩余_____块瓷砖。

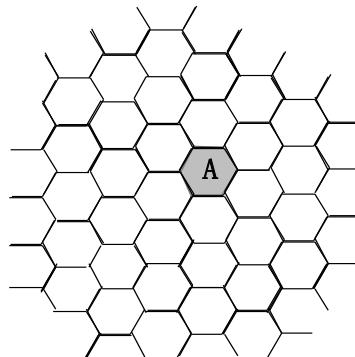


图 4

三、解答题：（要求：写出推算过程）

21. 请在下面的五个方框中画出 5 种不同的正方体的展开图（经过平移或旋转后能够重合的，算作一种）。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

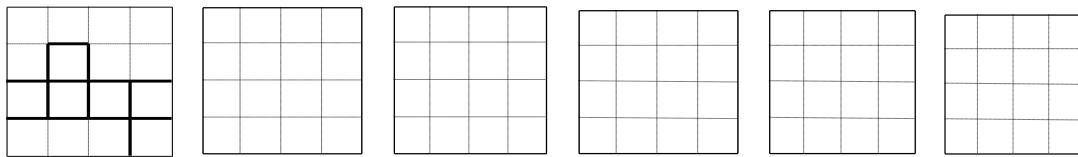
物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437



22. 已知非负实数 x, y, z 满足 $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z-3}{4}$, 记 $W = 3x + 4y + 5z$, 求 W 的最大值与最小值。

23. 如图 6 (a) 是一个 3×3 的网格, 其中放了“希、望、杯、数、学、竞、赛、题”八个字块, 但是放错了顺序。问:

是否可以移动网格中的字块, 将图 6 (a) 中所示的八个字块校正成图 6 (b) 中所示的八个字块。如果能, 请写出操作过程; 如果不能, 请说明理由。

要求: 在每次移动网格中的字块时, 只能将字块滑动到相邻的空的网格中。

希	望	杯
学		数
竞	赛	题

(a)

希	望	杯
数		学
竞	赛	题

(b)

图 6

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第十六届“希望杯”全国数学邀请赛**参考答案及评分标准**

初中一年级 第2试

一、选择题 (每小题 5 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	B	C	B	B	D	D	B

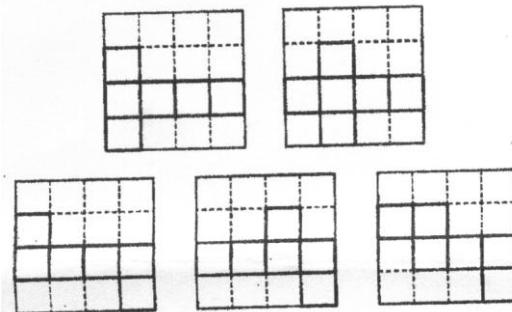
二、填空题 (每小题 5 分, 含两个空的, 前空 3 分, 后空 2 分)

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	$\frac{5}{3}$	60	18	6641	0	11; 4	23	1950	5	26; 54

三、解答题

21. 答案不惟一.

(每做对一图得 2 分)

22、设 $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z-3}{4} = k$, 则 $x = 2k + 1$, $y = -3k + 2$, $z = 4k + 3$. (3分)因为 x, y, z 均为非负实数。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\text{所以} \begin{cases} 2k+1 \geq 0, \\ -3k+2 \geq 0, \\ 4k+3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{2}{3} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{于是: } W = 3x + 4y + 5z$$

$$= 3(2k+1) - 4(3k-2) + 5(4k+3)$$

$$= 14k + 26 \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } -\frac{1}{2} \times 14 + 26 \leq 14k + 26 \leq \frac{2}{3} \times 14 + 26, \quad (7 \text{ 分})$$

即

$$\text{所以 } W \text{ 的最小值是 } 19, \text{ 最大值是 } 35\frac{1}{3} \quad (10 \text{ 分})$$

23. 不能.

理由如下:

(1) 将“希、望、杯、数、学、竟、赛、题”八个字编号, 分别是 1、2、3、4、5、6、7、8, 则图 6(8) 变为图(c), 调整汉字就是调整这些数字. (1 分)

(2) 将 3×3 网格中的数字从左至右、从上往下排成一个八位数, 则图(c) 对应的八位数是

12354678, 其中, 数字 5 排在了 4 的左端, 则称这个八位数有一个逆序. 一个网格所对应的八位数的逆序的总数称为这个网格的“逆序量”. 例如: 图(c) 的“逆序量”是 1; 图(d) 对应的八位数是 12357468, 其中, 5 的右端有 1 个数字 4 比 5 小, 7 的右端有 2 个比 7 小的数字 4 和 6, 所以图(d) 的“逆序量”是 3. (3 分)

(3) 两个相邻数字交换位置, 逆序的改变量只能是 1 或 -1. (5 分)

(4) 在同一行中, 按照要求调整数字时, 数字只能左右移动, 移动前后的网格所对应的八位数完全相同, “逆序量”不发生变化, 或称“逆序量”的改变是 0. (6 分)

如果按照要求, 将数字移动到相邻的行中, 相当于在网格所对应的八位数中, 将某个数字向左(或向右)跳过了两个数字, 既然两个相邻数字交换位置, 逆序的改变量只能是 1 或 -1, 那么, 交换两个数字逆序的改变量只能是 2 或者是 0 或者是 -2. (8 分)

如由图(c) 到图(d). 相应的八位数由 12354678 调整为 12357468, 相应的“逆序量”由 1 改变为 3. 改变量是 2.

(5) 按照要求移动汉字时, 逆序的改变量是偶数, 不会改变网格的“逆序量”的奇偶性. (9 分)

但是, 图 6(a) 的“逆序量”是奇数, 图 6(b) 的“逆序量”是偶数, 所以 不能按要求将图 6(a) 调整为图 6(b). (10 分)

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="width: 33px;">1</td><td style="width: 33px;">2</td><td style="width: 33px;">3</td></tr> <tr><td style="width: 33px;">5</td><td style="width: 33px;"></td><td style="width: 33px;">4</td></tr> <tr><td style="width: 33px;">6</td><td style="width: 33px;">7</td><td style="width: 33px;">8</td></tr> </table>	1	2	3	5		4	6	7	8	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="width: 33px;">1</td><td style="width: 33px;">2</td><td style="width: 33px;">3</td></tr> <tr><td style="width: 33px;">5</td><td style="width: 33px;">7</td><td style="width: 33px;">4</td></tr> <tr><td style="width: 33px;">6</td><td style="width: 33px;"></td><td style="width: 33px;">8</td></tr> </table>	1	2	3	5	7	4	6		8
1	2	3																	
5		4																	
6	7	8																	
1	2	3																	
5	7	4																	
6		8																	
(c)	(d)																		

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第十七届“希望杯”全国数学邀请赛**初一 第1试****2006年3月19日 上午8:30至10:00**

学校_____ 班_____ 学号_____ 姓名_____ 辅导教师_____ 成绩_____

一、选择题 (每小题4分, 共40分) 以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母写在下面的表格内.

1. 在数轴上, 点A对应的数是-2006, 点B对应的数是+17, 则A、B两点的距离是()

(A) 1989 (B) 1999 (C) 2013 (D) 2023

2. 有如下四个命题:

- ①两个符号相反的分数之间至少有一个正整数;
 ②两个符号相反的分数之间至少有一个负整数;
 ③两个符号相反的分数之间至少有一个整数;
 ④两个符号相反的分数之间至少有一个有理数.

其中真命题的个数为()

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. 图1是希望中学学生参加课外活动情况的扇形统计图, 其中参加数学兴趣小组的学生占参加课外活动学生总人数的()

(A) 12% (B) 22% (C) 32% (D) 20%

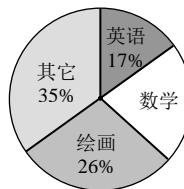


图1

4. 设
- $m = \frac{a+2}{a+3}$
- ,
- $n = \frac{a+1}{a+2}$
- ,
- $p = \frac{a}{a+1}$
- . 若
- $a < -3$
- , 则()

(A) $m < n < p$ (B) $n < p < m$ (C) $p < n < m$ (D) $p < m < n$

5. 图2的交通标志中, 轴对称图形有()

(A) 4个 (B) 3个

(C) 2个 (D) 1个

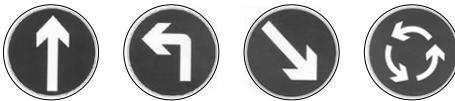


图2

6. 对于数x, 符号
- $[x]$
- 表示不大于x的最大整数. 例如,
- $[3.14] = 3$
- ,
- $[-7.59] = -8$
- , 则满足关系式

$$\left[\frac{3x+7}{7} \right] = 4$$
 的x的整数值有()

(A) 6个 (B) 5个 (C) 4个 (D) 3个

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

7. 在图3所示的 4×4 的方格表中, 记 $\angle ABD=\alpha$, $\angle DEF=\beta$, $\angle CGH=\gamma$, 则()

(A) $\beta < \alpha < \gamma$ (B) $\beta < \gamma < \alpha$ (C) $\alpha < \gamma < \beta$ (D) $\alpha < \beta < \gamma$

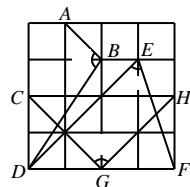


图3

8. 方程 $x+y+z=7$ 的正整数解有()

(A) 10组 (B) 12组 (C) 15组 (D) 16组

9. 如图4, $ABCD$ 与 $BEFG$ 是并列放在一起的两个正方形。 O 是 BF 与 EG 的交点。如果正方形 $ABCD$ 的面积是9平方厘米, $CG=2$ 厘米, 则三角形 DEO 的面积是()

(A) 6.25平方厘米 (B) 5.75平方厘米
(C) 4.50平方厘米 (D) 3.75平方厘米

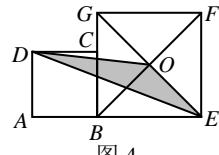


图4

10. 有如下四个叙述:

①当 $0 < x < 1$ 时, $\frac{1}{1+x} < 1-x+x^2$; ②当 $0 < x < 1$ 时, $\frac{1}{1+x} > 1-x+x^2$;

③当 $-1 < x < 0$ 时, $\frac{1}{1+x} < 1-x+x^2$; ④当 $-1 < x < 0$ 时, $\frac{1}{1+x} > 1-x+x^2$.

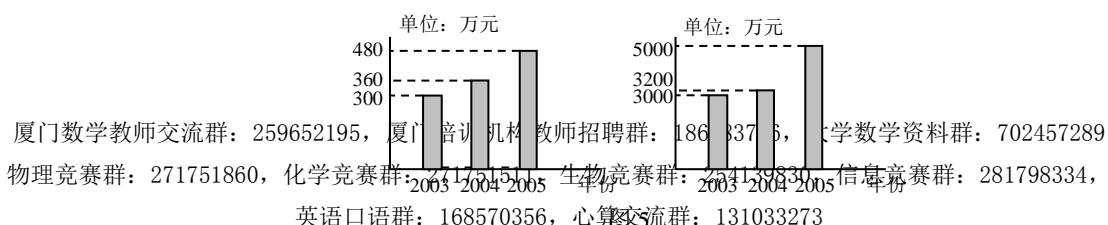
其中正确的叙述是()

(A) ①③ (B) ②④ (C) ①④ (D) ②③

二、A组填空题 (每小题4分, 共40分)

11. 神舟六号飞船的速度是7.8千米/秒, 航天员费俊龙用3分钟在舱内连做4个“前滚翻”, 那么当时费俊龙“翻”完一个跟斗时, 飞船飞行了_____千米。

12. 已知 $a+b=-3$, $a^2b+ab^2=-30$, 则 $a^2-ab+b^2+11=$ _____.



全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

13. 图 5 表示某工厂 2003 年至 2005 年的利润和总资产统计表, 由图可知资产利润率最高的年份是_____年.

(注: 资产利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{总资产}} \times 100\%$)

14. 计算: $\frac{13 \times 17 \times \left(-\frac{2}{13} + 0.125\right) \div \left(-1\frac{1}{16}\right)}{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 图 6 是一个流程图, 图中“结束”处的计算结果是_____.

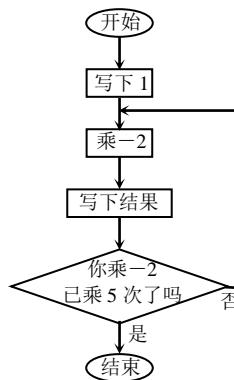


图 6

16. Assume that the reciprocal of $m-2$ is $-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{m}+2\right)$, then the value of $m^2+\frac{1}{m^2}$ is _____.

(英汉词典: to assume 假设; reciprocal 倒数; value 值)

17. n 是自然数, 如果 $n+20$ 和 $n-21$ 都是完全平方数, 则 n 等于_____.

18. If $x=2$ is a solution of the equation $\frac{1}{9}\left\{\frac{1}{6}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{x+a}{2}+4\right)-7\right]+10\right\}=1$, then $a=\underline{\hspace{2cm}}$.

(英汉词典: solution 解; equation 方程)

19. 将 $(1+2x-x^2)^2$ 展开, 所得多项式的系数和是_____.

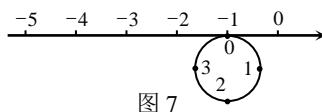


图 7

20. 如图 7 所示, 圆的周长为 4 个单位长度, 在圆的 4 等分点处标上 0, 1, 2, 3. 先让圆周上数字 0 所对应的数与数轴上的数 -1 所对应的点重合, 再让数轴按逆时针方向绕在该圆上, 那么数轴上的数 -2006 将与圆周上的数字_____重合.

三、B 组填空题 (每小题 8 分, 共 40 分. 每小题两个空, 每空 4 分.)

21. 把一块正方体木块的表面涂上漆, 再把它锯成 27 块大小相同的小正方体. 在这些小正方体中, 没涂漆的有_____块, 至少被漆 2 个面的有_____块.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

22. 如图 8 所示, 在三角形 ABC 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=8$ 厘米, $BC=6$ 厘米. 分别以 AC 、 BC 为边作正方形 $AEDC$ 、 $BCFG$, 则三角形 BEF 的面积是_____平方厘米, $AEDFGB$ 的面积是_____平方厘米.

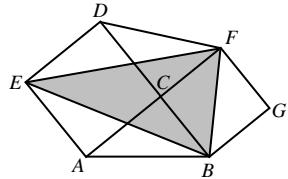


图 8

23. 世界十大沙漠的面积见下表: (面积单位: 万平方千米)

名称	撒哈拉 沙漠	阿拉伯 沙漠	利比亚 沙漠	澳大利亚 沙 漠	戈壁 沙漠	巴塔哥尼亚 沙 漠	鲁卜哈利 沙 漠	卡拉哈里 沙 漠	大沙 沙漠	塔克拉马干 沙 漠
面积	860	233	169	155	104	67	65	52	41	32

十大沙漠的总面积为_____万平方千米.

已知地球陆地面积为 1.49 亿平方千米, 占地球表面积的 29.2%, 则十大沙漠的总面积占地球表面积的_____% (保留三位有效数字).

24. 甲自 A 向 B 走了 5.5 分钟, 乙自 B 向 A 行走, 每分钟比甲多走 30 千米. 他们于途中 C 处相遇. 甲自 A 到 C 用时比自 C 到 B 用时多 4 分钟, 乙自 C 向 A 用时比自 B 向 C 用时多 3 分钟, 则甲从 A 到 C 用了_____分钟, A 、 B 两处的距离是_____千米.
25. 将数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 按任意顺序写成一排, 其中相邻的 3 个数字组成一个三位数, 共有七个三位数, 对这七个三位数求和, 则数字 1~9 的每一种排列对应一个和 (如将数字 1~9 写成 1, 3, 4, 2, 7, 5, 8, 9, 6, 可组成 134, 342, 427, 275, 758, 589, 896 这七个三位数, 它们的和是 3421). 所求得的和中, 最大的数是_____, 最小的数是_____.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第十七届“希望杯”全国数学邀请赛**答案 · 评分标准****初一 第1试****1. 答案****(1) 选择题**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	B	C	C	D	B	C	A	C

(2) A 组填空题

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	351	50	2004	16	-32	$\frac{9}{4}$	421	-4	0	3

(3) B 组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	1; 20	66; 148	1778; 3.48	10; 1440	4648; 3122

2. 评分标准

(1) 第 1~10 题: 答对得 4 分; 答错或不答, 得 0 分.

(2) 第 11~20 题: 答对得 4 分; 答错或不答, 得 0 分.

(2) 第 21~25 题: 答对得 8 分, 每个空 4 分; 答错或不答, 得 0 分.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第十七届“希望杯”全国数学邀请赛初一第2试

2006年4月16日 上午10:30至10:30

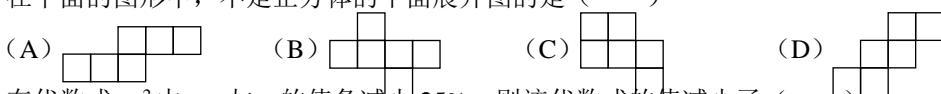
班级_____ 学号_____ 姓名_____ 得分_____

一、选择题 (每小题4分, 共40分)

1. a 和 b 是满足 $ab \neq 0$ 的有理数, 现有四个命题: ① $\frac{a-2}{b^2+4}$ 的相反数是 $\frac{2-a}{b^2+4}$; ② $a-b$ 的相反数是 a 的相反数与 b 的相反数的差; ③ ab 的相反数是 a 的相反数和 b 的相反数的乘积; ④ ab 的倒数是 a 的倒数和 b 的倒数的乘积. 其中真命题有 ()

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

2. 在下面的图形中, 不是正方体的平面展开图的是 ()



3. 在代数式 xy^2 中, x 与 y 的值各减少 25%, 则该代数式的值减少了 ()

- (A) 50% (B) 75% (C) $\frac{27}{64}$ (D) $\frac{37}{64}$

4. 若 $a < b < 0 < c < d$, 则以下结论中, 正确的是 ()

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (A) $a+b+c+d$ 一定是正数 | (B) $d+c-a-b$ 可能是负数 |
| (C) $d-c-b-a$ 一定是正数 | (D) $c-d-b-a$ 一定是正数 |

5. 在图1中, $DA=DB=DC$, 则 x 的值是 ()

- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40

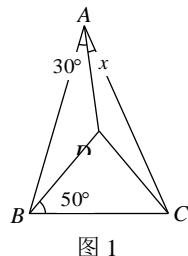


图 1

6. 已知 a , b , c 都是整数, $m = |a+b| + |b-c| + |a-c|$, 那么 ()

- | | |
|--------------------------------------|------------------|
| (A) m 一定是奇数 | (B) m 一定是偶数 |
| (C) 仅当 a , b , c 同奇偶时, m 是偶数 | (D) m 的奇偶性不能确定 |

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

7. 三角形三边的长 a, b, c 都是整数, 且 $[a, b, c]=60$, $(a, b)=4$, $(b, c)=3$. (注: $[a, b, c]$ 表示 a, b, c 的最小公倍数, (a, b) 表示 a, b 的最大公约数), 则 $a+b+c$ 的最小值是 ()
 (A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33
8. 如图 2, 矩形 $ABCD$ 由 3×4 个小正方形组成. 此图中, 不是正方形的矩形有 ()
 (A) 40 个 (B) 38 个 (C) 36 个 (D) 34 个

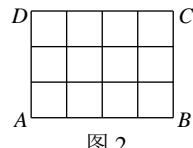


图 2

9. 设 $[a]$ 是有理数, 用 $[a]$ 表示不超过 a 的最大整数, 如 $[1.7]=1$, $[-1]=-1$, $[0]=0$, $[-1.2]=-2$, 则在以下四个结论中, 正确的是 ()
 (A) $[a]+[-a]=0$ (B) $[a]+[-a]$ 等于 0 或 -1
 (C) $[a]+[-a] \neq 0$ (D) $[a]+[-a]$ 等于 0 或 1
10. On the number axis, there are two points A and B corresponding to numbers 7 and b respectively, and the distance between A and B is less than 10. Let $m=5-2b$, then the range of the value of m is ()
 (A) $-1 < m < 39$ (B) $-39 < m < 1$ (C) $-29 < m < 11$ (D) $-11 < m < 29$

(英汉字典: number axis 数轴; point 点; corresponding to 对应于…; respectively 分别地; distance 距离; less than 小于; value 值; range 范围)

二、填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

11. $1\frac{1}{2}-2\frac{5}{6}+3\frac{1}{12}-4\frac{19}{20}+5\frac{1}{30}-6\frac{41}{42}+7\frac{1}{56}-8\frac{71}{72}+9\frac{1}{90}=$ _____.

12. 若 $m+n-p=0$, 则 $m\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{p}\right)+n\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{p}\right)-p\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right)$ 的值等于 _____.

13. 图 3 是一个小区的街道图, A, B, C, \dots, X, Y, Z 是道路交叉的 17 个路口, 站在任一路口都可以沿直线看到这个路口的所有街道. 现要使岗哨们能看到小区的所有街道, 那么, 最少要设 _____ 个岗哨.

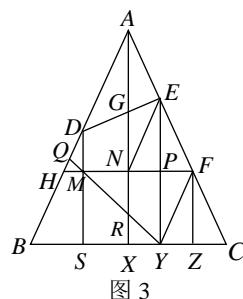


图 3

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

14. 如果 $m - \frac{1}{m} = -3$, 那么 $m^3 - \frac{1}{m^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. $\frac{1+2+3+4+5+\cdots+2005+2006}{\left(1-\frac{1}{1004}\right)\left(1-\frac{1}{1005}\right)\left(1-\frac{1}{1006}\right)\left(1-\frac{1}{1007}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{2005}\right)\left(1-\frac{1}{2006}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 乒乓球比赛结束后, 将若干个乒乓球发给优胜者. 取其中的一半加半个发给第一名; 取余下的一半加半个发给第二名; 又取余下的一半加半个发给第三名; 再取余下的一半加半个发给第四名; 最后取余下的一半加半个发给第五名, 乒乓球正好全部发完. 这些乒乓球共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.

17. 有甲、乙、丙、丁四人, 每三个人的平均年龄加上余下人的年龄之和分别为 29, 23, 21 和 17 岁, 则这四人中最大年龄与最小年龄的差是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 岁.

18. 初一 (2) 班的同学站成一排, 他们先自左向右从 “1” 开始报数, 然后又自右向左从 “1” 开始报数, 结果发现两次报数时, 报 “20” 的两名同学之间 (包括这两名同学) 恰有 15 人, 则全班同学共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.

19. $2^{m+2006} + 2^m$ (m 是正整数) 的末位数字是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

20. Assume that a, b, c, d are all integers, and four equations $(a-2b)x=1, (b-3c)y=1, (c-4d)z=1, w+100=d$ have always solutions x, y, z, w of positive numbers respectively, then the minimum of a is $\underline{\hspace{2cm}}$.

(英汉词典: to assume 假设; integer 整数; equation 方程; solution (方程的) 解; positive 正的; respectively 分别地; minimum 最小值)

三、解答题 (本大题共 3 小题, 第 21 题 10 分, 第 22、23 题 15 分共 40 分) 要求: 写出推算过程.

21. (1) 证明: 奇数的平方被 8 除余 1.

(2) 请你进一步证明: 2006 不能表示为 10 个奇数的平方之和.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

22. 如图 4 所示, 三角形 ABC 的面积为 1, E 是 AC 的中点, O 是 BE 的中点. 连结 AO 并延长交 BC 于 D , 连结 CO 并延长交 AB 于 F . 求四边形 $BDOF$ 的面积.

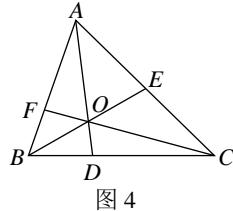


图 4

23. 老师带着两名学生到离学校 33 千米远的博物馆参观. 老师乘一辆摩托车, 速度 25 千米 / 小时. 这辆摩托车后座可带乘一名学生, 带人后速度为 20 千米 / 小时. 学生步行的速度为 5 千米 / 小时. 请你设计一种方案, 使师生三人同时出发后都到达博物馆的时间不超过 3 小时.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第十七届“希望杯”全国数学邀请赛**初一 第2试 参考答案****一、选择题**

1、C , 提示: ①②④正确, ③错误。

2、C , 提示: 正方体的平面展开图中一个顶点能连出 4 个正方形。

3、C , 提示: $xy^2 - (x - 25\%x)(y - 25\%y) = \frac{37}{64}xy^2$

4、C , 提示: (A) $a+b < 0, c+d > 0$, $a+b+c+d$ 不确定, A 错;

(B) $d+c > 0, -a > 0, -b > 0$, $d+c-a-b > 0$, B 错;

(C) $d-c > 0, -a > 0, -b > 0$, $d-c-b-a > 0$, C 对;

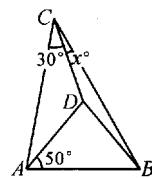
(D) $c-d < 0, -a > 0, -b > 0$, $c-d-b-a$ 不确定, D 错。

5、A , 提示: 如图, $DA=DB=DC, \angle CAD=\angle ACD=30^\circ$,

$$\angle DBA=\angle DAB=50^\circ, \angle DBC=\angle DCB=x^\circ,$$

$$x^\circ+x^\circ+30^\circ+30^\circ+50^\circ+50^\circ=180^\circ,$$

$$x=10.$$



6、B , 提示: 因为 m 中如果有 a, b, c 出现, 则都是以它们的偶数倍形式出现的。

7、B , 提示: $(a,b)=4, (b,c)=3$, 则 $a=4, b=4\times 3$, 则 $a=4, b=4\times 3$, 又 $[a,b,c]=60$, 则

$$c=3\times 5, a+b+c=31.$$

8、A , 提示: 共有矩形 60 个, 共有是正方形的有 20 个。

9、D , 提示: 当 $a=1$ 时, $[a]+[-a]=0$, 当 $a=\frac{1}{2}$ 时, $[a]+[-a]=0+(-1)=-1$ 。

10、C , 提示: $|b-7| < 10, -10 < b-7 < 10, -3 < b < 17, -17 < -b < 3, -34 < -2b < 6, -29 < 5-2b < 11$, 即 $-29 < 5-2b < 11$ 。

二、填空题

$$\begin{aligned} 11、1\frac{9}{10}, \quad \text{提示: } & 1\frac{1}{2}-2\frac{5}{6}+3\frac{1}{12}-4\frac{19}{20}+5\frac{1}{30}-6\frac{41}{42}+7\frac{1}{56}-8\frac{71}{72}+9\frac{1}{90} \\ & = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - 3 + 3 + \frac{1}{12} - 5 + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} - 7 + \frac{1}{42} + \dots + 9 + \frac{1}{90} \\ & = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{90} \end{aligned}$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289
物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,
 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10}$ 英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

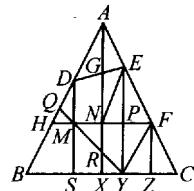
12、 -3 , 提示: $m\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{p}\right)+n\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{p}\right)-p\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)$

$$\begin{aligned}&= \frac{m}{n} - \frac{m}{p} + \frac{n}{m} - \frac{n}{p} - \frac{n}{m} - \frac{p}{n} \\&= \left(\frac{m}{n} - \frac{p}{n}\right) + \left(\frac{n}{m} - \frac{p}{m}\right) - \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p}\right) \\&= -1 - 1 - 1 \\&= -3\end{aligned}$$

13、 4 , 提示: 如图四点: D、N、Y、F

14、 -36 , 提示: $m^3 - \frac{1}{m^3} = (m - \frac{1}{m})(m^2 + 1 + \frac{1}{m^2}) = (m - \frac{1}{m})[(m - \frac{1}{m})^2 + 3]$

$$=(-3) \times [(-3)^2 + 3] = 36$$



15、4026042; 提示:

$$\begin{aligned}&\frac{1+2+3+4+5+\cdots+2005+2006}{(1-\frac{1}{1004})(1-\frac{1}{1005})(1-\frac{1}{1006})(1-\frac{1}{1007})\cdots(1-\frac{1}{2005})(1-\frac{1}{2006})} \\&= \frac{1+2+3+4+5+\cdots+2005+2006}{\frac{1003}{1004} \times \frac{1004}{1005} \times \frac{1005}{1006} \times \frac{1006}{1007} \times \cdots \times \frac{2004}{2005} \times \frac{2005}{2006}} \\&= 2 \times (1+2+3+4+5+\cdots+2005+2006) \\&= 2 \times \frac{2006 \times (1+2006)}{2} \\&= 2006 \times 2007 \\&= 4026042\end{aligned}$$

16、 31 ; 提示: 设这些乒乓球有 x 个, 则发给第一名: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 个;

发给第二名: $(x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2^2}x + \frac{1}{2^2}$ 个,

发给第三名: $\frac{1}{2^3}x + \frac{1}{2^3}$ 个, 发给第四名: $\frac{1}{2^4}x + \frac{1}{2^4}$ 个, 发给第五名: $\frac{1}{2^5}x + \frac{1}{2^5}$ 个。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$\text{则 } \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} \right) (x+1) = x, \quad x = \frac{31}{32}, x = 31.$$

17、18 ; 提示: 设甲, 乙, 丙, 丁四人的年龄为 a, b, c, d , 则

$$\begin{cases} \frac{a+b+c}{3} + d = 29 \\ \frac{a+b+d}{3} + c = 23 \\ \frac{a+c+d}{3} + b = 21 \\ \frac{b+c+d}{3} + a = 17 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+c+3d = 87 \textcircled{1} \\ a+b+3c+d = 69 \textcircled{2} \\ a+3b+c+d = 63 \textcircled{3} \\ 3a+b+c+d = 51 \textcircled{4} \end{cases}$$

(1)+(2)+(3)+(4) 得 $6(a+b+c+d) = 270, a+b+c+d = 45$ ⑤, 将 ⑤ 分别代入 ①, ②, ③, ④, 求得

$$a=3, b=4, c=12, d=21, \quad d-a=21-3=18.$$

18、53 , 提示: $\underbrace{1, 2, \dots, 19}_{15\text{个}}, \underbrace{20, \dots, n-19}_{15\text{个}}, n-18, \dots, n-1, n$
 $n, n-1, \dots, n-18, \underbrace{n-19, \dots, 20, 19, \dots, 2}_{15\text{个}}, 1, \quad 19+15+9=53.$ 19、0 , 提示: $2^{m+2006} + 2^m = 2^m \times (2^{2006} + 1)$, 2^{4n+1} 的末位数字是 2 , 2^{2006} 的末位数字是 4 , $2^{2006} + 1$ 的末位数字是 5 , 故 $2^m \times (2^{2006} + 1)$ 是 0 。

$$20、2433, \quad \text{提示: } \begin{cases} a-2b \geq 0 \\ b-3c \geq 0 \\ c-4d \geq 0 \\ d-100 \geq 0 \end{cases}, \quad \text{又 } a, b, c, d \text{ 为整数, } \begin{cases} a-2b \geq 1 \\ b-3c \geq 1 \\ c-4d \geq 1 \\ d-100 \geq 1 \end{cases}$$

$$d \geq 101, c \geq 405, b \geq 121, a \geq 1+2b \geq 2433$$

三、21、(1) 证明: 设奇数为 $2k+1$, 则 $(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1$;(i) 当 k 为奇数时, $4k(k+1)$ 能被 8 整除, 故 $4k(k+1)+1$ 被 8 除余 1;(ii) 当 k 为偶数时, $4k(k+1)$ 能被 8 整除, 故 $4k(k+1)+1$ 被 8 除余 1。

故奇数的平方被 8 除余 1。

(2) 证明: $2006 \div 8 = 250 \times 8 + 6$, 10 个奇数的平方和为: $8k+10=8m+2$,

故 2006 不能表示为 10 个奇数的平方之和。

22、解: 如图, $S_{\triangle ABC} = 1$, E 为 AC 中点, O 为 BE 中点,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

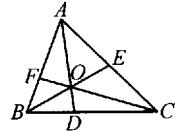
英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

$$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}, \quad S_{\triangle ABO} = S_{\triangle AEO} = S_{\triangle BCO} = S_{\triangle CEO} = \frac{1}{4},$$

$$\text{设 } S_{\triangle OBF} = y, S_{\triangle OBD} = x, \quad \frac{S_{\triangle OBF}}{S_{\triangle CEO}} = \frac{FO \cdot OB}{CO \cdot OE} = \frac{FO}{CO},$$



$$\frac{S_{\triangle AFO}}{S_{\triangle ACO}} = \frac{FO}{CO}, \quad \text{即} \quad \frac{S_{\triangle OBF}}{S_{\triangle CEO}} = \frac{S_{\triangle AFO}}{S_{\triangle ACO}}, \quad \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4} - y}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}, \quad \frac{1}{2}y = \frac{1}{16} - \frac{1}{4}y, \quad \frac{3}{4}y = \frac{1}{16}, \quad y = \frac{1}{12}.$$

$$\frac{S_{\triangle BDO}}{S_{\triangle AEO}} = \frac{DO \cdot OB}{AO \cdot OE} = \frac{DO}{AO}, \quad \frac{S_{\triangle CDO}}{S_{\triangle ACO}} = \frac{DO}{AO}, \quad \text{即} \quad \frac{S_{\triangle BDO}}{S_{\triangle AEO}} = \frac{S_{\triangle CDO}}{S_{\triangle ACO}},$$

$$\frac{x}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4} - x}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}, \quad x = \frac{1}{12}, \quad S_{\text{四边形BDOF}} = \frac{1}{6}.$$

23、解: 让 A 同学先步行, 老师乘摩托车带 B 同学行驶 t 小时后, 让 B 同学步行至博物馆, 老师返回接 A 同学, 并带他到博物馆, 则有 $20t + 5 \times (3-t) = 33, t = 1.2$;

当 $t = 1.2$ 时, $20 \times 1.2 = 24, 5 \times 1.2 = 6, 24 - 6 = 18, 18 \div (25 + 5) = 0.6, 0.6 \times 5 = 3$,

$33 - 6 - 3 = 24, 24 \div 20 = 1.2, 1.2 + 1.2 + 0.6 = 3$, 能到,

故, 让 A 同学先行, 老师乘摩托车带 B 同学行驶 1.2 小时, 也就是 24 千米后, 让 B 步行至博物馆, 老师返回接 A 同学, 这样, 3 小时后, 三人同时到达博物馆。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第十八届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第一试

2007年3月18日 上午8:30至10:00

一、选择题 (每小题4分, 共40分) 以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母写在下面的表格内。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	共得
答案											

1. 在 $(-1)^{2007}$, $|-1|^3$, $-(-1)^{18}$, 18这四个有理数中, 负数共有()

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

2. 小明在作业本上画了4个角, 它们的度数如图1所示, 这些角中钝角有()



图1

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

3. If the n -th prime number is 47, then n is()

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

(英汉词典: the n -th prime number 第 n 个质数)

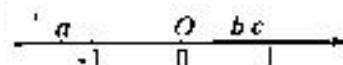


图2

4. 有理数 a, b, c 在数轴上对应的点的位置如图2所示, 给出下面四个命题:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| (A) $abc < 0$ | (B) $ a-b + b-c = a-c $ |
| (C) $(a-b)(b-c)(c-a) > 0$ | (D) $ a (1-bc) < 0$ |

其中正确的命题有()

- (A) 4个 (B) 3个 (C) 2个 (D) 1个

5. 如图3, “人文奥运”这4个艺术字中, 轴对称图形有()

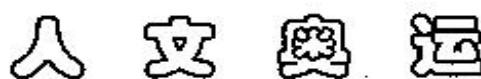


图3

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

6. 已知 p, q, r, s 是互不相同的正整数, 且满足 $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, 则 ()

(A) $\frac{p}{s} = \frac{r}{q}$ (B) $\frac{p}{r} = \frac{s}{q}$ (C) $\frac{p}{q} = \frac{p+r}{q+s}$ (D) $\frac{r}{s} \neq \frac{r-p}{s-q}$

7. 韩老师特制了 4 个同样的立方块, 并将它们如图 4 (a) 放置, 然后又如图 4 (b) 放置, 则图 4 (b) 中四个底面正方形中的点数之和为 ()

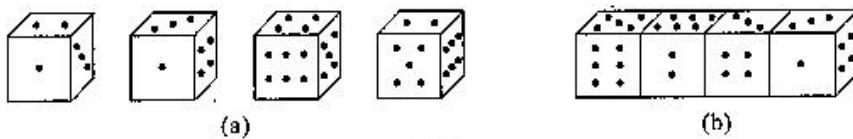
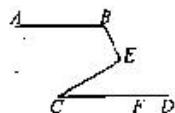


图 4

- (A) 11 (B) 13 (C) 14 (D) 16

8. 如图 5, 若 $AB//CD$, 则 $\angle B, \angle C, \angle E$ 三者之间的关系是 ()



- (A) $\angle B + \angle C + \angle E = 180^\circ$ (B) $\angle B + \angle E - \angle C = 180^\circ$
 (C) $\angle B + \angle C - \angle E = 180^\circ$ (D) $\angle C + \angle E - \angle B = 180^\circ$

9. 以 x 为未知数的方程 $2007x+2007a+2008a=0$ (a, b 为有理数, 且 $b>0$) 有正整数解, 则 ab 是 ()

- (A) 负数 (B) 非负数 (C) 正数 (D) 零

10. 对任意四个有理数 a, b, c, d 定义新运算: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 已知 $\begin{vmatrix} 2x & -4 \\ x & 1 \end{vmatrix} = 18$, 则 $x =$ ()

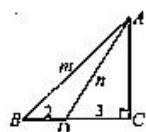
- (A) -1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、A 组填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

11. 小明已进行了 20 场比赛, 其中赢的场数占 95%, 若以后小明一场都不输, 则赢的场数恰好占 96%, 小明还需要进行 ____ 场比赛。

12. 如图 6, D 点在 $Rt\triangle ABC$ 的直角边上 BC 上, 且 $BD=2$, $DC=3$, 若 $AB=m$, $AD=n$, 那么

$$m^2 - n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$



13. The average number of p, q, r is 4, and average number of p, q, r, x is 5, then $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

(英文词典: average number 平均数)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

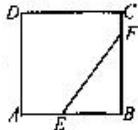
全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

14. 计算: $\left(-\frac{2}{3} \times 2\%\right)^4 \times \left(-\frac{3}{4} \times 3\%\right)^3 \times \left(-\frac{4}{5} \times 4\%\right)^2 \times \left(-\frac{5}{6} \times 5\%\right) \times 10^{20} = \underline{\hspace{2cm}}$

15. 如果 $|m-2005|$ 与 $(n-2006)^2$ 互为相反数, 那么 $(m-n)^{2007} = \underline{\hspace{2cm}}$

16. 如图 7, 正方形 ABCD 的面积为 25 平方厘米, 点 E 在 AB 上, BE=1.5AE, 点 F 在 BC 上, BE=4CF, 则点 D 到 EF 的距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米。



17. 三个有理数 a, b, c 满足 $a:b:c=2:3:5$, 且 $a^2+b^2+c^2=abc$, 则 $a+b+c=\underline{\hspace{2cm}}$

18. 男女运动员各一名, 在环行跑道上练习长跑, 男运动员比女运动员速度快, 如果他们从同一起跑点沿相反方向同时出发, 那么每隔 25 分钟相遇一次, 现在他们从同一起跑点沿相同方向同时出发, 男运动员经过 15 分钟追上女运动员, 并且比女运动员多跑了 16 圈, 女运动员跑了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 圈。

19. 已知 m, n, p 都整数, 且 $|m-n|^3 + |p-m|^5 = 1$, 则 $|p-m| + |m-n| + 2|n-p| = \underline{\hspace{2cm}}$

20. 已知 $a^3+2a=-2$, 则 $3a^6+12a^4-a^3+12a^2-2a-4=\underline{\hspace{2cm}}$

三、B 组填空题 (每小题 8 分, 共 49 分, 每一题两个空, 每空 4 分)

21. 现在含有盐水 15% 的盐水 100 千克, 若要使此盐水含盐百分比增加 5%, 需加纯盐 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千克; 若要使此盐水含盐百分比降低 5%, 需加水 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千克。

22. 我国著名田径运动员刘翔以 12 秒 88 创 110 米跨栏世界新记录后, 专家组将刘翔历次比赛和训练时的图象与数据输入电脑后分析, 显示出他跨过 10 样 (相邻两个栏间的距离相等) 的每个“栏周期”(跨过相邻两个栏所用时间) 都不超过一秒, 最快的一个“栏周期”达到了惊人的 0.96 秒, 从起跑线到第一个栏的距离为 13.72 米, 刘翔此段的最好成绩是 2.5 秒, ; 最后一个栏到终点线的距离为 14.02 米, 刘翔在此段的最好成绩是 1.4 秒。根据上述数据计算: 相邻两个栏间的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米, 在理论上, 刘翔 110 米跨栏的最好成绩可达到 $\underline{\hspace{2cm}}$ 秒。

23. 有位诗人这样赞美漓江的水: 情一样的深啊, 梦一样美。/如情似梦漓江的水。翻译出版的诗集中, 这段话的英译文是: “**Deep as feeling and sweet dreams/The lijiang River ever runs**” 请统计在段英文诗句中英文字母 (26 个) 出现的次数, 出现次数最少的英文字母有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个; 出现次数最多的英文字母的频率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

24. . 如 果 $(2x-1)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$, 那 么 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

25. 将长度为 25 厘米的细铁折成边长都是质数 (单位: 厘米) 的三角形, 若这样的三角形的三边的长分别是 a, b, c , 且满足 $a \leq b \leq c$, 则 (a, b, c) 有_____组解, 所构成的三角形都是_____三角形。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第十八届“希望杯”全国数学邀请赛试题答案（初一）

一、选择题:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	D	B	C	C	D	B	A	C

提示: 2、 $90^\circ < \text{钝角} < 180^\circ$

3、如果第 n 个质数是 47, 那么 $n=$ _____. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47...

7、由 (a) 得: 1—5, 2—4, 3—6, 所以 $1+3+6+6=16$

8、过 E 作 EG//AB 可得: $\angle B + \angle E - \angle C = 180^\circ$

9、解方程得: $x = \frac{20 \times 95\% + x}{2007} - \frac{2007a - 2008b}{2007}$ 为正整数, 所以 $-2007a - 2008b > 0$, 因为 $b > 0$, 所以 $a < 0$, 可得 $ab < 0$.

二、A 组填空题

提示: 11、设还需进行 x 场, 则 $20 \times 95\% + x = (20+x) \times 96\%$ 解得: $x=5$

12、勾股定理: $m^2 = BC^2 + AC^2 = 5^2 + AC^2$ $n^2 = DC^2 + AC^2 = 3^2 + AC^2$ 可得: $m^2 - n^2 = 16$

13、p, q, r 的平均数是 4, p, q, r, x 的平均数是 5, x=?

$p+q+r=4 \times 3=12$, $p+q+r+x=5 \times 4=20$, 所以 $x=8$

$$14、\text{原式} = \frac{2^5}{3^4} \times \frac{3^4}{4^3} \times \frac{4^3}{5^2} \times \frac{5^2}{6} = \frac{2^4}{3} = \frac{16}{3}$$

15、-1

16、连 DE, DF, 由已知得 AB=BC=CD=DA=5, AE=2, BE=3, BF=4, CF=1, 可得 EF=5, 且 $S_{\triangle DEF}=11.5$, 所以 $h=4.6$.

17、设 $a=2k$, $b=3k$, $c=5k$ 代入可得 $k=\frac{19}{15}$, 所以 $a+b+c=10k=\frac{38}{3}$

18、设女运动员跑了 x 圈, 则男运动员跑了 $x+16$ 圈,

$$\text{则: } \frac{x}{15 \times 60} + \frac{x+16}{15 \times 60} = \frac{1}{25}$$

解得: $x=10$

19、由题意得: $m=n+1$, $p=m$ 或 $m=n$, $p=m+1$, 当 $m=n+1$, $p=m$ 时原式=3; , 当 $m=n$, $p=m+1$ 时原式=3。所以原式=3

20、原式= $3a^6 + 12a^4 - (a^3 + 2a) + 12a^2 - 4$

$$=3a^6 + 12a^4 + 12a^2 - 2$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

$$\begin{aligned}
 & \text{新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437} \\
 & = 3a^3(a^3+2a^2+2a) + 12a^2 - 2 \\
 & = 3(-2a-2)(-2+2a) + 12a^2 - 2 \\
 & = 12 - 12a^2 + 12a^2 - 2 \\
 & = 10
 \end{aligned}$$

三、B组填空题

提示:

21、6.25 50 解略

22、 $(110-13.72-14.02) \div (10-1)=9.14$

$2.5+0.96\times 9+1.4=12.54$

23、8; $\frac{11}{53}$

24、杨辉三角:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & \\
 & & & 2 & -1 & & 1 \text{ 次} \\
 & & 4 & -4 & 1 & & 2 \text{ 次} \\
 & 8 & -12 & 6 & -1 & & 3 \text{ 次} \\
 & \dots & & & & & \\
 64 & -192 & 240 & -160 & 60 & -12 & 1 \quad 6 \text{ 次}
 \end{array}$$

所以: 一式= $1-12+60-160+240-192+64=1$

二式= $1+60+240+64=365$

25、有 $11+11+3=25$, $7+7+11=25$, 两组; 且都是等腰三角形

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第十八届“希望杯”全国数学邀请赛初一第 2 试试题

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分.) 以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母写在每题后面的括号内.

1. 假定未拧紧的水龙头每秒钟渗出 2 滴水, 每滴水约 0.05 毫升. 现有一个水龙头未拧紧, 4 小时后, 才被发现并拧紧, 在这段时间内, 水龙头共滴水约() (用科学记数法表示, 结果保留两位有效数字)

- (A) 1440 毫升. (B) 1.4×10^3 毫升.
 (C) 0.14×10^4 毫升. (D) 14×10^2 毫升.

2. 如图 1, 直线 l 与 $\angle O$ 的两边分别交于点 A, B , 则图中以 O, A, B 为端点的射线的条数总和是()

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

3. 整数 a, b 满足: $ab \neq 0$ 且 $a + b = 0$. 有以下判断:

- ① a, b 之间没有正分数; ② a, b 之间没有负分数;
 ③ a, b 之间至多有一个整数; ④ a, b 之间至少有一个整数.

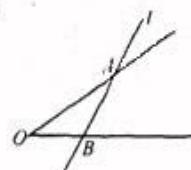


图 1

其中, 正确判断的个数为()

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

4. 方程 $\frac{x}{3} + \frac{x}{15} + \frac{x}{35} + \cdots + \frac{x}{2005 \times 2007} = 1$ 的解是 $x = ()$

- (A) $\frac{2006}{2007}$. (B) $\frac{2007}{2006}$. (C) $\frac{2007}{1003}$. (D) $\frac{1003}{2007}$.

5. 如图 2, 边长为 1 的正六边形纸片是轴对称图形, 它的对称轴的条数是()

- (A) 1. (B) 3. (C) 6. (D) 9.

6. 在 9 个数: $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 中, 能使不等式 $-3x^2 < -14$ 成立的数的个数是()

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

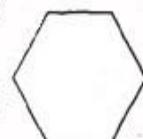
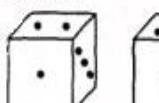


图 2

7. 韩老师特制了 4 个同样的立方块, 并将它们如图 3(a) 放置, 然后又如图 3(b) 放置. 则图 3(b) 中四个底面正方形中的点数之和为()

- (A) 11. (B) 13. (C) 14. (D) 16.



(a)



(b)

图 3

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

8. 对于彼此互质的三个正整数 a, b, c , 有以下判断:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| ① a, b, c 均为奇数; | ② a, b, c 中必有一个偶数; |
| ③ a, b, c 没有公因数; | ④ a, b, c 必有公因数. |

其中, 不正确的判断的个数为()

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

9. 将棱长为 1 厘米的 42 个立方体积木拼在一起, 构成一个实心的长方体. 如果长方体底面的周长为 18 厘米, 那么这个长方体的高是()

- (A) 2 厘米. (B) 3 厘米. (C) 6 厘米. (D) 7 厘米.

10. If $0 < c < b < a$, then()

- | | |
|---|---|
| (A) $\frac{b+a}{c+a} \leqslant \frac{b}{c} \leqslant \frac{b-a}{c-a}$. | (B) $\frac{a-c}{b-c} \leqslant \frac{a}{b} \leqslant \frac{a+c}{b+c}$. |
| (C) $\frac{b-a}{c-a} \leqslant \frac{b}{c} \leqslant \frac{b+a}{c+a}$. | (D) $\frac{a+c}{b+c} \leqslant \frac{a}{b} \leqslant \frac{a-c}{b-c}$. |

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分.)

11. 若有理数 m, n, p 满足 $\frac{|m|}{m} + \frac{|n|}{n} + \frac{|p|}{p} = 1$, 则 $\frac{2mnp}{|3mnp|} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 今天(2007 年 4 月 15 日, 星期日)是第 18 届“希望杯”全国数学邀请赛举行第 2 试的日子, 那么今天以后的第 $2007^1 + 15$ 天是星期 .

13. 孔子诞生在公元前 551 年 9 月 28 日, 则 2007 年 9 月 28 日是孔子诞辰 周年.(注: 不存在公元 0 年)

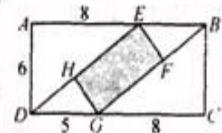


Fig. 4

14. In Fig. 4, $ABCD$ is a rectangle. The area of the shaded rectangle is .

15. 下表是某中学初一(5)班 2007 年第一学期期末考试数学成绩统计表:

分 数	40 ~ 59	60 ~ 70	71 ~ 85	86 ~ 100
人 数	5	19	12	14

这个班数学成绩的平均分不低于 分, 不高于 分.(精确到 0.1)

16. 已知 $\overline{7x} \times \overline{yz6} = 41808$, 其中 x, y, z 代表非 0 数字. 那么 $x^2 + y^2 + z^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 某城市有一百万户居民, 每户用水量定额为月平均 5 吨. 由于 6, 7, 8 月天热, 每户每月多用水 1 吨. 为了不超过全年用水定额, 则全年的其它月份每户的用水量应控制在每月平均 吨之内. 如果每户每天节约用水 2 千克, 则全市一年(按 365 天计) 节约的水量约占全年用水定额的 % (保留三位有效数字).

18. a, b, c 都是质数, 且满足 $a + b + c + abc = 99$, 则

$$\left| \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right| + \left| \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right| + \left| \frac{1}{c} - \frac{1}{a} \right| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

19. 一项机械加工作业, 用 4 台 A 型车床, 5 天可以完成; 用 4 台 A 型车床和 2 台 B 型车床, 3 天可以完成; 用 3 台 B 型车床和 9 台 C 型车床, 2 天可以完成. 若 A 型、B 型和 C 型车床各一台一起工作 6 天后, 只余下一台 A 型车床继续工作, 则再用 天就可以完成这项作业.

20. 设 $0 < a < 1$, $-2 < b < -1$, 则 $\frac{1}{a}, \frac{1}{a-b}, \frac{1}{a+b}$ 和 $\frac{1}{a^2-b^2}$ 四个式子中, 值最大的是 , 值最小的是 .

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

三、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分.) 要求:写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

小明在平面上标出了 2007 个点并画了一条直线 l , 他发现: 这 2007 个点中的每一点关于直线 l 的对称点, 仍在这 2007 个点中. 请你说明: 这 2007 个点中至少有 1 个点在直线 l 上.

22. (本题满分 15 分)

小明和哥哥在环形跑道上练习长跑. 他们从同一起跑点沿相反方向同时出发, 每隔 25 秒钟相遇一次. 现在, 他们从同一起跑点沿相同方向同时出发, 经过 25 分钟哥哥追上了小明, 并且比小明多跑了 20 圈. 求:

- (1) 哥哥速度是小明速度的多少倍?
- (2) 哥哥追上小明时, 小明跑了多少圈?

23. (本题满分 15 分)

满足 $1 + 3n \leq 2007$, 且使得 $1 + 5n$ 是完全平方数的正整数 n 共有多少个?

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第十八届“希望杯”全国数学邀请赛**参考答案及评分标准****初一 第2试****一、选择题(每小题 4 分.)**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答 案	B	D	A	C	C	C	D	C	B	D

二、填空题(每小题 4 分;两个空的小题,每个空 2 分.)

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答 案	$-\frac{2}{3}$	三	2557	18	67.9, 80.9	98	$4\frac{2}{3}, 1.22$	$\frac{17}{19}$	2	$\frac{1}{a}, \frac{1}{a+b}$

三、解答题

21. 假设这 2007 个点都不在直线 l 上。
由于其中每个点 A_i ($i = 1, 2, \dots, 2007$) 关于直线 l

的对称点 A'_i 仍在这 2007 个点中,
所以 A'_i 不在直线 l 上。 (5 分)

也就是说,不在直线 l 上点 A_i ($i = 1, 2, \dots, 2007$) 与 A_i 关于直线 l 对称的点 A'_i 成对出现,即平面上标出的点的总数应是偶数个,与点的总数 2007 相矛盾!

因此,“这 2007 个点都不在直线 l 上”的假设不能成立,即这 2007 个点中至少有 1 个点在直线 l 上。
(10 分)

22. 设哥哥的速度是 v_1 米/秒, 小明的速度是 v_2 米/秒, 环形跑道长 s 米。

(1) 由“经过 25 分钟哥哥追上小明, 并且比小明多跑了 20 圈”, 知

经过 $\frac{25}{20}$ 分钟哥哥追上小明, 并且比小明多跑了 1 圈。

所以 $(v_1 + v_2) \times 25 = (v_1 - v_2) \times \frac{25}{20} \times 60$,
(5 分)

整理, 得 $100v_2 = 50v_1$,
所以 $v_1 = 2v_2$. (8 分)

(2) 根据题意, 得

$$\begin{cases} \frac{s}{v_1 + v_2} = 25, \\ \frac{s}{v_1 - v_2} = \frac{25}{20} \times 60. \end{cases} \quad (10 \text{ 分})$$

即 $\begin{cases} \frac{v_1 + v_2}{s} = \frac{1}{25}, \\ \frac{v_1 - v_2}{s} = \frac{1}{75}. \end{cases}$

解得 $\frac{v_2}{s} = \frac{1}{75}$, (12 分)

故经过 25 分钟小明跑了

$$\frac{v_2}{s} \times 25 \times 60 = \frac{25 \times 60}{75} = 20 \text{ (圈).} \quad (15 \text{ 分})$$

(2) 另解 由 $v_1 = 2v_2$, 知

小明每跑 1 圈, 哥哥就比小明多跑 1 圈, (12 分)

所以当哥哥比小明多跑 20 圈时, 小明也跑了 20 圈。 (15 分)

23. 由条件 $1 + 3n \leq 2007$, 得

$$n \leq 668, n \text{ 是正整数.} \quad (2 \text{ 分})$$

设 $1 + 5n = m^2$ (m 是正整数), 则

$$n = \frac{m^2 - 1}{5}, \text{ 这是正整数,}$$

故可设 $m+1 = 5k$, 或 $m-1 = 5k$ (k 是正整数)。

① 当 $m+1 = 5k$ 时,

$$n = \frac{m^2 - 1}{5} = 5k^2 - 2k \leq 5k^2 \leq 668.$$

由 $5k^2 \leq 668$, 得 $k \leq 11$,

当 $k = 12$ 时, $5k^2 - 2k = 696 > 668$.

所以, 此时有 11 个满足题意的正整数 n 使 $1 + 5n$ 是完全平方数。 (8 分)

② 当 $m-1 = 5k$ 时,

$$n = \frac{m^2 - 1}{5} = 5k^2 + 2k.$$

又 $5k^2 - 2k < 5k^2 + 2k$,

且当 $k = 11$ 时, $5k^2 + 2k = 627 < 668$,

所以, 此时有 11 个满足题意的正整数 n 使 $1 + 5n$ 是完全平方数。 (14 分)

因此, 满足 $1 + 3n \leq 2007$ 且使 $1 + 5n$ 是完全平方数的正整数 n 共有 22 个。 (15 分)

第十九届“希望杯”全国数学邀请赛

(初一 第1试)

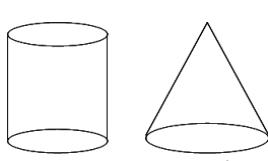
一、选择题 (40分) :

1、 $2008+2008-2008 \times |-2008| \div (-2008) = (\quad)$

- A、2008; B、-2008; C、4016; D、6024;

2、如图所示的4个立体图形中, 左视图是长方形的有()个

- A、0; B、1; C、2; D、3;



3、有 圆柱体, 圆锥体, 半球体, 长方体

- ① 任何一个有理数和它的相反数之间至少有一个有理数;
② 如果一个有理数有倒数, 则这个有理数与它的倒数之间至少有一个有理数。

则()

- A、①, ②都不对; B、①对, ②不对; C、①, ②都对; D、①不对, ②对;

4、正方形内有一点A, 到各边的距离从小到大依次是: 1, 2, 5, 6, 则正方形的面积是()

- A、33; B、36; C、48; D、49;

5、Digits of the product of $25^{17} \times 2^{33}$ is ()

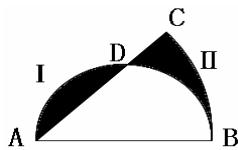
- A、32; B、34; C、36; D、38;

(英汉小词典: digits 位数, product 乘积)

6、如图是以AB为直径的半圆弧ADB和圆心角为 45° 的扇形

ABC, 则图中I的面积和II的面积的比值是()

- A、1.6; B、1.4; C、1.2; D、1;



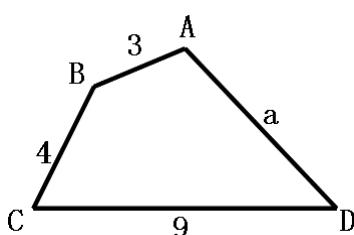
7、正整数x, y满足 $(2x-5)(2y-5)=25$, 则x+y的值是()

- A、10; B、18; C、26; D、10或18;

8、如图, 在四边形ABCD中, AB=3, BC=4, CD=9, AD=a,

则()

- A、 $a \geq 16$; B、 $a < 2$; C、 $2 < a < 16$; D、 $a=16$;



9、初一(1)班7学生60名, 其中参加数学小组的有36人, 参加英语小组的人数比参加数学小组的人数少5人,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

并且这两个小组都不参加的人数比两个小组都参加的人数的 $\frac{1}{4}$ 多 2 人, 则同时参加这两个小组的人数是()

A、16; B、12; C、10; D、8;

10、 $\triangle ABC$ 的三个内角 A、B、C 的外角依次记为 α 、 β 、 γ , 若 $\beta=2B$, $\alpha-\gamma=40^\circ$, 则三个内角 A、B、C 的度数依次为()

A、 $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$; B、 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$; C、 $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$; D、 $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$;

二、A组填空题(40分):

11、 $(2\frac{2}{3}-30\frac{5}{9}) \div [(2\frac{1}{3}-1\frac{1}{9}) \div 4-0.75] \div 0.03125 = \underline{\hspace{2cm}}$;

12、预计 21 世纪初的某一年, 以下六国的服务出口额比上一年的增长率如下表:

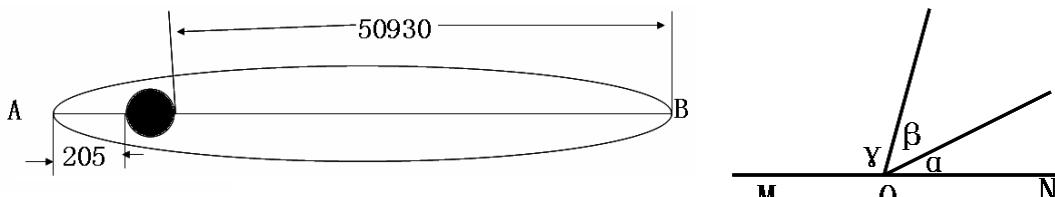
美国	德国	英国	中国	日本	意大利
-3.4%	-0.9%	-5.3%	2.8%	-7.3%	7.3%

则以上六国服务出口额的增长率由高到低的顺序中, 排在第三位的国家是_____;

13、已知 $(x+5)^2 + |y^2 + y - 6| = 0$, 则 $y^2 - \frac{1}{5}xy + x^2 + x^3 = \underline{\hspace{2cm}}$;

14、 $-2a+7$ 和 $-\frac{5}{3}-3a$ 互为相反数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$;

15、“嫦娥一号”第一次入轨运行的椭圆轨道如图所示, 其中黑色圆圈表示地球, 其半径 $R=6371\text{km}$, A 是近地点, 距地球 205km, B 是远地点, 距地球 50930km (已知地心, 近地点, 远地点在一条直线上), 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}\text{km}$ (用科学计数法表示);



16、In the figure 5, MON is a straight line, If the angles α 、 β and γ , satisfy $\beta : \alpha = 2 : 1$, and $\gamma : \beta = 3 : 1$, then the angle $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$; (英汉小词典: a straight line 直线, angle 角, satisfy 满足)

17、小明学了有理数运算法则后, 编了一个程序: 输入任何一个有理数时, 显示屏上的结果总等于输入的有理数的

平方减去 2 得到的差。若他第一次输入 $-\frac{3}{2}$, 然后再将所得的结果输入, 这时显示屏出现的结果

是_____;

18、如果多项式 $2x^2-x$ 的值等于 1, 那么 $4x^4-4x^3+3x^2-x-1$ 的值等于_____;

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

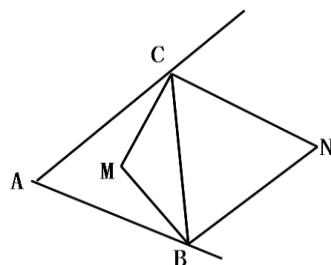
英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

- 19、如图, 点 M 是 $\triangle ABC$ 两个内角平分线的交点, 点 N 是
的交点, 如果 $\angle CMB : \angle CNB = 3 : 2$, 那么 $\angle CAB =$

- 20、两盒糖果共 176 块, 从第二个盒子中取出 16 块放入
一个盒子中糖果的块数比第二个盒子中糖果的块数的 m
31 块, 那么第一个盒子中原来至少有糖果 _____



$\triangle ABC$ 两个外角平分线
度 _____;
第一个盒子中, 这时第一
倍 (m 为大于 1 的整数) 多
块;

三、B 组填空题 (40 分) :

- 21、一个四位数添上一个小数点后变成的数比原数小 2059.2, 则这个四位数是 _____; 它除以 4, 得到的余数
是 _____;

- 22、已知正整数 a, b, c (其中 $a \neq 1$) 满足 $a^b c = a^b + 30$, 则 $a+b+c$ 的最小值是 _____; 最大值是 _____;

- 23、数轴上到原点的距离不到 5 并且表示整数的只有 _____ 个, 它们对应的数的和是 _____;

- 24、设 a, b 分别是等腰三角形的两条边的长, m 是这个三角形的周长, 当 a, b, m 满足方

$$\text{程组} \begin{cases} a - 2b = m - 7 \\ a + b = \frac{m}{4} + 2 \end{cases} \text{时, } m \text{ 的值是 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 或 } \underline{\hspace{2cm}};$$

- 25、甲、乙、丙三人同时出发, 其中丙骑车从 B 镇去 A 镇, 而甲、乙都从 A 镇去 B 镇 (甲开汽车以每小时 24 千米
的速度缓慢行进, 乙以每小时 4 千米的速度步行), 当丙与甲相遇在途中的 D 镇时, 又骑车返回 B 镇, 甲则调
头去接乙, 那么, 当甲接到乙时, 丙已往回走 DB 这段路程的 _____; 甲接到乙后 (乙乘上甲车) 以每小
时 88 千米的速度前往 B 镇, 结果三人同时到达 B 镇, 那么丙骑车的速度是每小时 _____ 千米。

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

参考答案

一、选择题 (每小题 4 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	A	D	B	D	D	C	B	C

二、A 组选择题 (每小题 4 分)

11. 2008; 12. 德国; 13. -94 ; 14. $1\frac{1}{15}$; 15. 6.3877×10^4 ;

16. 40° ; 17. $-1\frac{15}{16}$; 18. 1; 19. 36; 20. 131.

三、B 组填空题 (每空 4 分, 第 21 题第一空两答案各 2 分)

21. 2288 或 2080; 0; 22. 10; 53; 23. 9; 0; 24. $\frac{16}{3}$; 5; 25. $\frac{5}{7}$; 或 8.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第 19 届“希望杯”全国数学邀请赛初一第 2 试试题

(2008 年 4 月 13 日上午 9:00—11:00)

一、选择题 (每小题 4 分, 满分 40 分)

1. a 是最大的负整数, b 是绝对值最小的有理数, 则 $a^{2007} + \frac{b^{2009}}{2008} = (\quad)$

A、-1 B、0 C、 $\frac{1}{2008}$ D、2007

2. 一片牧场上的草长得一样快, 已知 60 头牛 24 天可将草吃完, 而 30 头牛 60 天可将草吃完. 那么, 若在 120 天里将草吃完, 则需要 () 头牛

A、16 B、18 C、20 D、22

3. 嫦娥一号卫星在未打开太阳翼时, 外形是长 222 厘米、宽 172 厘米、高 220 厘米的长方体. 若在表面包裹 1 厘米厚的防震材料层, 在这外面还有 1 厘米厚的木板包装箱, 则木板包装箱所需木材的体积至少是 () 立方厘米.

A、 $224 \times 174 \times 222 - 222 \times 172 \times 220$ B、 $223 \times 173 \times 221 - 221 \times 171 \times 219$
 C、 $225 \times 175 \times 223 - 224 \times 174 \times 222$ D、 $226 \times 176 \times 224 - 224 \times 174 \times 222$

4. a, b, c 是前 3 个质数, 并且 $a < b < c$, 现给出下列四个判断:

- ① $(a+b)^2$ 不能被 c 整除; ② $a^2 + b^2$ 不能被 c 整除;
 ③ $(b+c)^2$ 不能被 a 整除; ④ $a^2 + c^2$ 不能被 a 整除.

其中不正确的判断是 ()

A、①② B、①③ C、②③ D、③④

5. 在图 1 所示的方格纸中, 点 A、B、C 都在方格线的交点. 则

A、 120° B、 135° C、 150° D、 165°

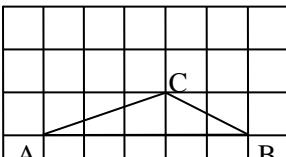


图 1

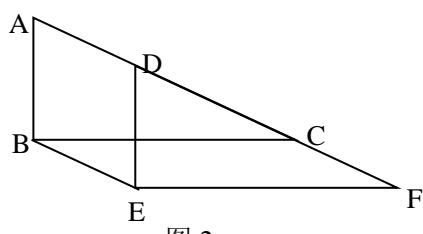
$\angle ACB = (\quad)$

6. 方程 $|xy| - 2|x| + |y| = 4$ 的整数解有 () 组

A、2 B、4 C、6 D、8

7. 如图 2, 将直角三角形 BC 沿着斜边 AC 的方向平移到 (A、D、C、F 四点在同一条直线上). 直角边 DE 交 BC 于点 G. 已知 $BG=4$, $EF=12$, $\triangle BEG$ 的面积等于 4, 那么梯形 ABGD 的

A、16 B、20 C、24 D、28



$\triangle DEF$ 的位置
于点 G. 如果
面积是 ()

8. For each pair of real numbers $a \neq b$, define the operation \star as $(a \star b) = \frac{a+b}{a-b}$, then the value of $((1 \star 2) \star 3)$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

is ()

- A、 $-\frac{2}{3}$ B、 $-\frac{1}{5}$ C、0 D、 $\frac{1}{2}$

(英汉小词典: each pair 每对; real numbers 实数; define 定义; operation 运算; value 值)

9. 平行四边形内的一点到四条边的距离分别是 1, 2, 3, 4, 则这样的平行四边形的面积最小是 ()

- A、21 B、22 C、24 D、25

10. 将 1, 2, 3, 4, ..., 12, 13 这 13 个整数分为两组, 使得一组中所有数的和比另一组中所有数的和大 10, 这样的分组方法 ()

- A、只有一种 B、恰有两种 C、多于三种 D、不存在

二、填空题 (每小题 4 分, 满分 40 分)

11. 图 3 是一个正方体的平面展开图, 若该正方体相对的

- 两个面上的代数式的值相等, 则 $z + y - x$ 的值为 _____.

12. 若 $a + b - c = 3, a^2 + b^2 + c^2 = 3$, 那么

- $a^{2008} + b^{2008} + c^{2008} = _____.$

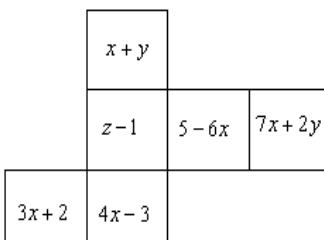


图 3

13. 设 n 是满足 $3 < n \leq 8$ 的整数, 2008 除以 $n(n+1)$ 得余数之比是 _____.

14. 图 1 (1)、(2)、(3) 依
次表示四面体、八面
体、正方体. 它们各自的面
积数如下表:

	F	E	V
四面体	4	6	4
八面体	8	12	6
正方体	6	12	8

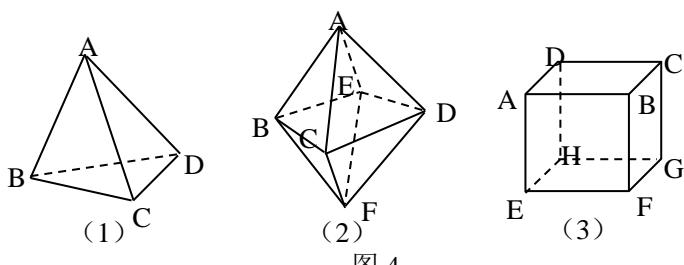


图 4

观察这些数据, 可以发现 F 、 E 、 V 之间的关系满足等式: _____.

15. If the root of equation $(a^2 - 1)x + 5|b| - 10 = 0$ had innumerability, (a, b) is a pair of the real number, then the pair of real number (a, b) is _____.

(英汉小词典: innumerability 无数多; pair 一对)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

16. 将一个棱长为整数的正方体木块的表面涂红色, 然后分割成棱长为 1 的小正方体. 若各面未染红色的小正方体有 2197 个, 则这个正方体的体积是_____.

17. 如图 5, A、B 是网格中的两个格点, 点 C 也是网格中的一个格点, 为等腰三角形时, 格点 C 的不同位置有_____处, 设网格中的每个小正方形的边长为 1, 则所有满足题意的等腰三角形 ABC 的面积之和等于_____.

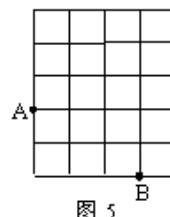


图 5

连结 AB、BC、AC, 当 $\triangle ABC$ 正方形的边长为 1, 则所有

18. 某中学的课外兴趣小组对校园附近的某段路上机动车的车速作了天在某一段时间内, 抽查的若干辆车的车速(车速取整数, 单位: 千米/时)情况.

- (1) 如果车速大于 40 千米/时且不超过 60 千米/时为正常行驶, 统计资料表明正常行驶车辆的百分比为 85%, 那么, 这天在这段时间中他们抽查的车有_____辆;
- (2) 如果全天超速(车速大于 60 千米/时)的车有 240 辆, 则当天的车流量约为_____辆.

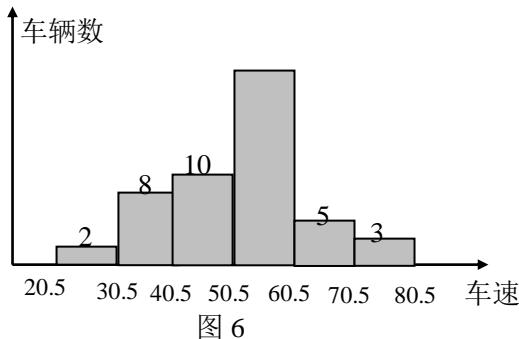


图 6

19. 如图 7, 在 $\triangle ABC$ 中, F 是 BC 的中点, F 在 AE 上, $AE=3AF$, $\triangle ABC$ 的面积是 48, 则 $\triangle AFD$ 的面积等于_____.

BF 延长线交 AC 于 D 点. 若

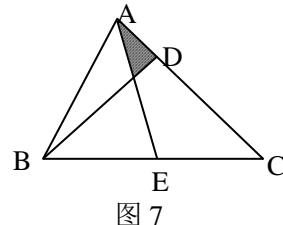


图 7

20. 一个 2000 位数的最高位数字是 3. 这个数中任意相邻的两个数位的数字可看作一个两位数, 这个两位数可被 17 整除、或被 23 整除. 则这个整数的最后六个数位的数字依次是_____或_____.

三、解答题 (共 3 个小题, 满分 40 分)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

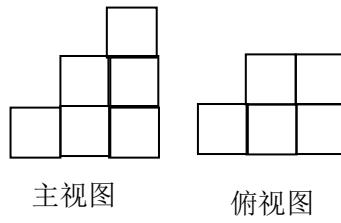
全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

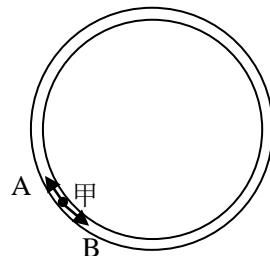
新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

21. (本题满分 10 分) 如图是由一些大小相同的小正方体组成的简单几何体的主视图和俯视图.

(1) 请画出这个几何体的左视图;

(2) 若组成这个几何体的小正方体的块数为 n , 请写出 n 所有可能的值 (不必说理由).

22. (本题满分 15 分) 如图, 小机器人 A 和 B 从甲处同时出发, 相背而行, 在直径为整数米的圆周上运动, 15 分钟内相遇 7 次; 如果 A 的速度每分钟增加 6 米, 则 A 和 B 在 15 分钟内相遇 9 次, 问圆的直径至多是多少米? 至少是多少米? (π 取 3.14)



23. (本题满分 15 分) 某校组织了 20 次天文观测活动, 每次有 5 名学生参加, 任何 2 名学生至多同时参加过一次观测. 证明: 参加这些观测活动的学生数不少于 21 名.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第十九届“希望杯”全国数学邀请赛**参考答案及评分标准****初一 第 2 试****一、选择题(每小题 4 分)**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	D	B	B	C	B	C	A	D

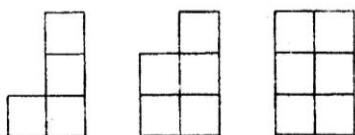
二、填空题(每小题 4 分, 两个空的小题, 每个空 2 分; 第 14 题答案形式不唯一.)

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	-3	3	8:1	$F-E+V=2$	4	3375	3,15	120,3600	1.6	234692,234685

三、解答题

两式相加, 得

21. (1) 左视图有以下 5 种情况:



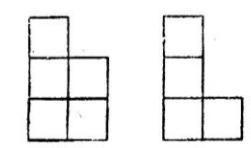
$$\frac{\pi}{15} < \frac{6}{D} < \frac{3\pi}{15}, \frac{30}{\pi} < D < \frac{90}{\pi}, \quad (10 \text{ 分})$$

$$9.5 < D < 28.7,$$

所以 $9 < D < 29.$

因此, 圆周直径至多是 28 米, 至少是 10 米.

(15 分)



(5 分)

$$(2) n = 8, 9, 10, 11. \quad (10 \text{ 分})$$

22. 设开始时, 小机器人 A 和 B 的速度和是每分钟 v 米, 圆周直径为 D 米. A 加速后, 两个小机器人的速度和是每分钟 $(v+6)$ 米.

由题意, 得

$$\begin{cases} 7\pi D \leqslant 15v < 8\pi D, \\ 9\pi D \leqslant 15(v+6) < 10\pi D. \end{cases} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{即 } \begin{cases} 7\pi \leqslant \frac{15v}{D} < 8\pi, \\ 9\pi \leqslant \frac{15(v+6)}{D} < 10\pi, \end{cases}$$

$$\text{所以 } \begin{cases} -\frac{8\pi}{15} < -\frac{v}{D} \leqslant -\frac{7\pi}{15}, \\ \frac{9\pi}{15} \leqslant \frac{v+6}{D} < \frac{10\pi}{15}, \end{cases}$$

23. 设共有 x 名学生参加过这些观测活动,且参加观测活动次数最多的学生 A 参加了 a 次观测.

由于 A 参加的每次观测活动中, 除了 A, 其他学生各不相同(因为任何 2 名学生都至多同时参加过一次观测), 故

$$x \geqslant 4a + 1. \quad ① \quad (5 \text{ 分})$$

另一方面, 学生 A 参加观测的次数不小于每名学生平均观测次数, 即

$$a \geqslant \frac{20 \times 5}{x}. \quad ② \quad (10 \text{ 分})$$

由 ①、②, 得 $x \geqslant \frac{400}{x} + 1,$

斗群: 702457289

群: 281798334,

即 $x^2 - x - 400 \geqslant 0, x(x-1) \geqslant 400.$ 因为 $x(x-1)$ 是两个相邻自然数的乘积,经试算可得 $x \geqslant 21.$

故参加过这些观测活动的学生数不少于 21 名.

(15 分)

第二十届“希望杯”全国数学邀请赛

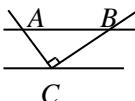
初一 第1试

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 在 2005、2007、2009 这三个数中，质数有（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 如图， $AB \parallel CD$, $AC \perp BC$, $AC \neq BC$, 则图中与 $\angle BAC$ 互余的角有（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3. 在数轴上，坐标是整数的点称为“整点”. 设数轴的单位长度是 1cm, 若在这条数轴上随意画出一条长为 2008cm 的线段 AB , 则线段 AB 盖住的整点至少有（ ）

- A. 2006 个 B. 2007 个 C. 2008 个 D. 2009 个

4. 若 $x^2+x-2=0$, 则 $x^3+2x^2-x+2007=$ ()

- A. 2009 B. 2008 C. -2008 D. -2009

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $2\angle A=3\angle B$, 且 $\angle C-30^\circ=\angle A+\angle B$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形
C. 有一个角是 30° 的直角三角形 D. 等腰直角三角形

6. 设 $M=(|x+2|-|x|+2)(|x+2|-|x|-2)$, 则 M 的取值范围表示在数轴上是 ()



7. The coordinates of the three points A , B , C on the plane are $(-5, -5)$, $(-2, -1)$ and

$(-1, -2)$, respectively, the triangle ABC is ()

- A. a right triangle B. an isosceles triangle
C. an equilateral triangle D. an obtuse triangle

(英汉词典: right 直角的, isosceles 等腰的, equilateral 等边的, obtuse 钝角的)

8. 用一根长为 am 的细绳围成一个等边三角形, 测得它的面积是 bm^2 . 在这个等边三角形内任取一点 P , 则点 P 到等边三角形三边的距离的和等于 ()

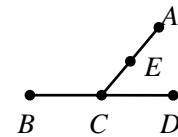
- A. $\frac{2b}{a}m$ B. $\frac{4b}{a}m$ C. $\frac{6b}{a}m$ D. $\frac{8b}{a}m$

9. 用数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成的没有重复的三位数中, 是 9 的倍数的数有 ()

- A. 12 个 B. 18 个 C. 20 个 D. 30 个

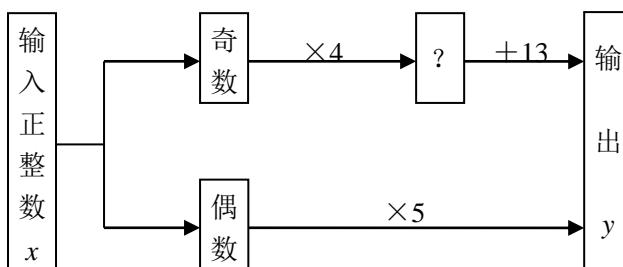
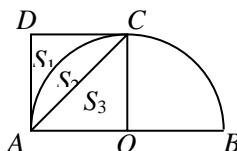
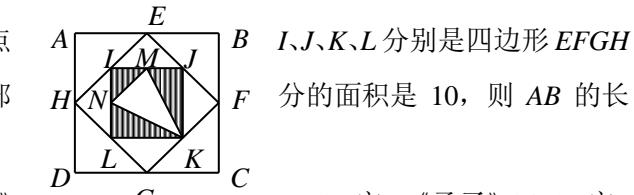
10. 如图, 平面上有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个点, 其中 B 、 C 、 D 及 A 、 E 、 C 在同一条直线上, 那么以这五个点中的三个点为顶点的三角形有 ()

- A. 4 个 B. 6 个 C. 8 个 D. 10 个



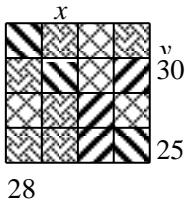
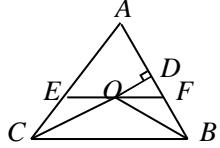
二、A 组填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

11. 当 $a=-1$, $b=0$, $c=1$ 时, 代数式 $\frac{a^{2007}+b^{2008}-c^{2009}}{a^{2010}-b^{2011}+c^{2012}}$ 的值为_____.
12. 《全国土地利用总体规划纲要 (2006—2020)》明确, 全国耕地保有量到 2010 年保持在 18.18 亿亩. 用科学记数法表示此数, 是_____.
13. 如图, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是正方形 $ABCD$ 各边的中点, 点 I 、 J 、 K 、 L 分别是四边形 $EFGH$ 各边的中点, 点 M 、 N 分别是 IJ 、 IL 的中点. 若图中阴影部分的面积是 10, 则 AB 的长是_____.
14. 古代科举考试以四书五经为主要考试内容. 据统计, 《论语》11705 字, 《孟子》34685 字, 《易经》24107 字, 《书经》25700 字, 《诗经》39234 字, 《礼记》99010 字, 《左传》196845 字. 根据以上数据计算, 《论语》字数占这 7 本书字数的_____% (保留两个有效数字).
15. Let a , b and c be rational numbers and $b=\frac{12}{5}-\frac{13}{5}a$, $c=\frac{13}{5}-\frac{12}{5}a$, then $a^2-b^2+c^2=$ _____.
- (英汉词典: rational numbers 有理数)
16. 如图, 半圆 O 的直径 $AB=2$, 四边形 $CODA$ 为正方形. 连接 AC , 若正方形内三部分的面积分别记为 S_1 、 S_2 、 S_3 , 则 $S_1:S_2:S_3=$ _____.
17. 方程 $\frac{x}{2}+\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\cdots+\frac{x}{2008 \times 2009}=2008$ 的解是 $x=$ _____.
18. 如果 $\frac{a+1}{20}=\frac{b+1}{21}=\frac{a+b}{17}$, 那么 $\frac{a}{b}=$ _____.
19. (中国古代问题) 唐太宗传令点兵, 若一千零一卒为一营, 则剩余一人; 若一千零二卒为一营, 则剩余四人. 此次点兵至少有_____人.
20. 如图, 要输出大于 100 的数, 则输入的正整数 x 最小是_____.



三、B 组填空题 (每小题 8 分, 共 40 分)

21. 小明写出了 50 个不等于零的有理数, 其中至少有一个是负数, 而任意两个数中总有一个是正数, 则小明写出的这 50 个数中正数有_____个, 负数有_____个.
22. 若 a 、 b 、 c 都是正整数, 且 $a+b+c=55$, $a-bc=-8$, 则 abc 的最大值为_____, 最小值为_____.
23. 记有序的有理数对 x 、 y 为 (x, y) . 若 $xy>0$, $|x|y-x=0$ 且 $|x|+|y|=3$, 则满足以上条件的有理数对 (x, y) 是_____或_____.
24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于 O 点, 过点 O 作 $EF//CB$, 交 AC 于 E , 交 AB 于 F , 作 $OD \perp AB$ 于 D , $OD=m$. 若 $CE+FB+CB=n$, 则梯形 $BCEF$ 的面积等于_____; 若 $AE+AF=n$, 则 $\triangle AEF$ 的面积等于_____ (用 m 、 n 表示).
25. 如图, 正方形中的每个小图形表示一个数字, 相同的图形表示相同的数字, 不相同的图形表示不同的数字, 正方形外的数字表示该行(或列)的数字的和, 则 $x=$ _____, $y=$ _____.



全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第二十届“希望杯”全国数学邀请赛

答案·评分标准

初一 第1试

1. 答案

(1) 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	C	A	B	D	B	C	B	C

(2) A 组填空题

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	-1	1.818×10^9	8	2.7	1	$(4 - \pi) : (\pi - 2) : 2$	2009	$\frac{8}{9}$	1000000	22

(3) B 组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	49;1	2009;713	$(2,1); (-2, -1)$	$\frac{1}{2}mn; \frac{1}{2}mn$	23;28

2. 评分标准

- (1) 第 1 ~ 10 题: 答对得 4 分; 答错或不答, 得 0 分.
- (2) 第 11 ~ 20 题: 答对得 4 分; 答错或不答, 得 0 分.
- (3) 第 21 ~ 25 题: 答对得 8 分. 每空 4 分. 答错或不答, 得 0 分.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第二十届(2009年)希望杯

初一 第2试

一、选择题(每小题4分,共40分)以下每题的四个选项中,仅有一个是正确的,请将正确答案的英文字母写在每题后面的圆括号内.

1. $\frac{53^2 - 47^2}{61^2 - 39^2} = (\quad)$

- (A) $\frac{3}{11}$ (B) $\frac{5}{11}$ (C) $\frac{7}{11}$ (D) $\frac{9}{11}$

2. 每只玩具熊的售价为250元. 熊的四条腿上各有两个饰物, 标号依次为1, 2, 3, ..., 8. 卖家说: “1, 2, 3, 4, ..., 8号饰物依次要收1, 2, 4, 8, ..., 128元. 如果购买全部饰物, 那么玩具熊就免费赠送.”若按这样的付费办法, 这只熊比原**售价**便宜了()

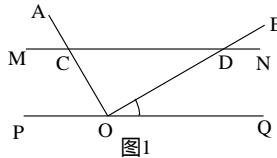
- (A) 5元 (B) -5元 (C) 6元 (D) -6元

3. 如图1, 直线MN//PQ. 点O在PQ上. 射线OA⊥OB, 分别交MN于点C和点D. $\angle BOQ=30^\circ$. 若将射线OB绕点O逆时针旋转 30° , 则图中 60° 的角共有()

- (A) 4个 (B) 5个 (C) 6个 (D) 7个

4. 如果有理数a, b使得 $\frac{a+1}{b-1}=0$, 那么()

- (A) $a+b$ 是正数 (B) $a-b$ 是负数
(C) $a+b^2$ 是正数 (D) $a-b^2$ 是负数



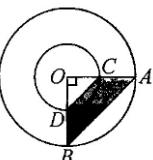
5. As in figure 2. In the circular ring of which center is point O. if $AO \perp BO$, and the area of the shadowy part is 25cm^2 , then the area of the circular ring equals to()($\pi \approx 3.14$)

- (A) 147cm^2 (B) 157cm^2 (C) 167cm^2 (D) 177cm^2

6. 已知多项式 $p_1(x) = 2x^2 - 5x + 1$ 和 $p_2(x) = 3x - 4$, 则

$p_1(x) \times p_2(x)$ 的最

简结果为()



- (A) $6x^3 - 23x^2 + 23x - 4$ (B) $6x^3 + 23x^2 - 23x - 4$
(C) $6x^3 - 23x^2 - 23x + 4$ (D) $6x^3 + 23x^2 + 23x + 4$

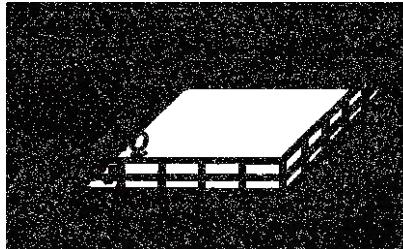
7. 若三角形的三边长a, b, c满足 $a < b < c$, 且 $a^2 + bc = t_1^2$, $b^2 + ca = t_2^2$, $c^2 + ab = t_3^2$, 则 t_1^2 、 t_2^2 、 t_3^2 中()

- (A) t_1^2 最大 (B) t_2^2 最大 (C) t_3^2 最大 (D) t_3^2 最小

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

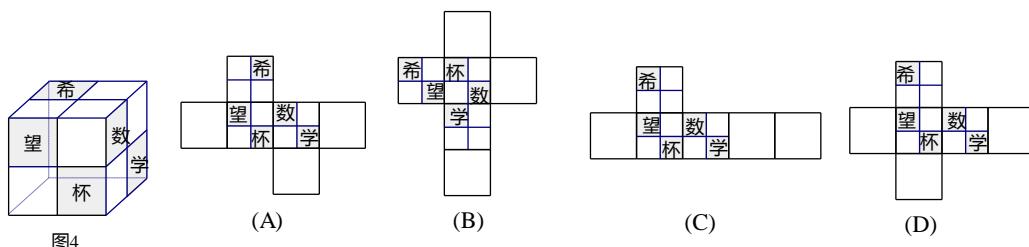
新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

8. 如图 3, 边长 20m 的正方形池塘的四周是草场, 池塘围栏的 M、N、P、Q 处各有一根铁桩, $QP=PN=MN=4m$, 用长 20m 的绳子将一头牛拴在一根铁桩上, 若要使牛的活动区域的面积最大, 则绳子应拴在 ()
- (A) Q 桩 (B) P 桩 (C) N 桩 (D) M 桩



9. 电影票有 10 元、15 元、20 元三种票价, 班长用 500 元买了 30 张电影票, 其中票价为 20 元的比票价为 10 元的多 ()
- (A) 20 张 (B) 15 张 (C) 10 张 (D) 5 张

10. 将图 4 中的正方体的表面展开到平面内可以是下列图形中的 ()



二、填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

11. 据测算, 11 瓦节能灯的照明效果相当于 80 瓦的白炽灯. 某教室原来装有 100 瓦的白炽灯一只. 为了节约能源, 并且保持原有的照明效果, 可改为安装 ____ 瓦 (取整数) 的节能灯一只.

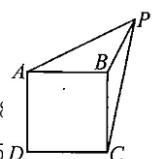
12. 将五个有理数 $\frac{2}{3}, -\frac{5}{8}, \frac{15}{23}, -\frac{10}{17}, \frac{12}{19}$ 每两个的乘积由小到大排列, 则最小的是 ____; 最大的是 ____.

13. 十进制的自然数可以写成 2 的方幂的降幂的多项式, 如:

$$19_{(10)} = 16 + 2 + 1 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 10011_{(2)},$$

- 即十进制的数 19 对应二进制的数 10011. 按照上述规则, 十进制的数 413 对应二进制的数是 ____.

14. 如图 5, 点 P 在正方形 ABCD 外, $PB=10\text{cm}$, $\triangle APB$ 的面积是 60cm^2 , $\triangle BPC$ 的面积是 30cm^2 , 则正方形 ABCD 的面积是 ____ cm^2 .



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186888888

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 256888888

学资料群: 702457289

竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

15. 若 $x^2 + 2x + 5$ 是 $x^4 + px^2 + q$ 的一个因式, 则 pq 的值是_____.16. 若 $abc \neq 0$, 则 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 的最大值是_____;

最小值是_____.

17. 已知 $F(x)$ 表示关于 x 的运算规律: $F(x) = x^3$, (例如 $F(2) = 2^3 = 8, F(3) = 3^3 = 27, \dots$). 又规定 $\Delta F(x) = F(x+1) - F(x)$, 则 $\Delta F(a+b) = \underline{\hspace{2cm}}$.18. 一条公交线路从**起点**到**终点**有 8 个站. 一辆公交车从**起点**站出发, 前 6 站上车 100 人, 前 7 站下车 80 人. 则从前 6 站上车而在**终点**站下车的乘客有_____人.19. If the product of a simple binomial $x+m$ and a quadratic $(x-1)^2$ is a cubic multinomial x^3+ax+b , then $a=\underline{\hspace{2cm}}, b=\underline{\hspace{2cm}}, m=\underline{\hspace{2cm}}$.20. 方程 $x + \frac{x}{1+2} + \frac{x}{1+2+3} + \dots + \frac{x}{1+2+\dots+2009} = 2009$ 的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.**三、解答题** (每题都要写出推算过程)

21. (本题满分 10 分)

如果两个整数 x, y 的和、差、积、商的和等于 100. 那么这样的整数有几对? 求 x 与 y 的和的最小值, 及 x 与 y 的积的最大值.

22. (本题满分 15 分)

某林场安排了 7 天的植树工作. 从第二天起每天都比前一天增加 5 个植树的人, 但从第二天起每人每天都比前一天少植 5 棵树, 且同一天植树的人, 植相同数量的树. 若这 7 天共植树 9947 棵, 则植树最多的那天共植了多少棵树? 植树最少的那天, 有多少人在植树?

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

23. (本题满分 15 分)

5 个有理数两两的乘积是如下的 10 个数:

-10, 0.168, 0.2, 80, -12.6, -15, -6000, 0.21, 84, 100.

请确定这 5 个有理数, 并简述理由.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第二十届“希望杯”全国数学邀请赛

参考答案及评分标准

初一 第2试

一、选择题 (每小题 4 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	D	D	B	A	C	C	C	D

二、填空题 (每小题 4 分, 第 12、16 题, 每空 2 分, 第 19 题, 前两空各 1 分, 后一空 2 分)

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	14	$-\frac{5}{12}, \frac{10}{23}$	110011101	180	150	4; -4	$3(a+b)^2 + 3(a+b) + 1$	20	-3; 2; 2	1005

三、解答题

21. 由题意得, $(x+y)+(x-y)+xy+\frac{x}{y}=100$ ($y \neq 0$),

即 $2x+xy+\frac{x}{y}=1^2 \times 2^2 \times 5^2$, 亦即 $\frac{x}{y}(y+1)^2=1^2 \times 2^2 \times 5^2$,

因为 x , y 为整数, 所以 $x+y$, $x-y$, xy 都是整数, (2 分)

又它们与 $\frac{x}{y}$ 的和是整数 100, 故 $\frac{x}{y}$ 也是整数.

$$(1) \quad \frac{x}{y}=25, \quad (y+1)^2=2^2 \text{ 时 } y+1=\pm 2, \quad \text{所以} \begin{cases} x=25 \\ y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-75 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$(2) \quad \frac{x}{y}=4, \quad (y+1)^2=5^2 \text{ 时 } y+1=\pm 5, \quad \text{所以} \begin{cases} x=16 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-24 \\ y=-6 \end{cases}$$

$$(3) \quad \frac{x}{y}=1, \quad (y+1)^2=10^2 \text{ 时 } y+1=\pm 10, \quad \text{所以} \begin{cases} x=9 \\ y=9 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-11 \\ y=-11 \end{cases}$$

$$(4) \quad \frac{x}{y}=100, \quad (y+1)^2=1^2 \text{ 时 } y+1=\pm 1, \quad \text{所以} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \text{ (舍去) 或 } \begin{cases} x=-200 \\ y=-2 \end{cases}$$

由上可知, 满足题意的整数 x , y 共 7 对. (8 分)

其中 $x+y$ 的最小值为 $-200+(-2)=-202$

xy 的最大值为: $(-200) \times (-2)=400$ (10 分)

22. 设第 4 天有 m 人植树, 每人植树 n 棵, 则第 4 天共植树 mn 棵.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

于是第 3 天有 $(m-5)$ 人植树, 每人植树 $(n+5)$ 棵, 则第 3 天共植树 $(m-5)(n+5)$ 棵.同理, 第 2 天共植树 $(m-10)(n+10)$ 棵;第 1 天共植树 $(m-15)(n+15)$ 棵;第 5 天共植树 $(m+5)(n-5)$ 棵;第 6 天共植树 $(m+10)(n-10)$ 棵;第 7 天共植树 $(m+15)(n-15)$ 棵.

由 7 天共植树 9947 棵, 知:

$$(m-15)(n+15) + (m-10)(n+10) + (m-5)(n+5) + mn + (m+5)(n-5) + (m+10)(n-10) + (m+15)(n-15) = 9947.$$

化简得 $7mn - 700 = 9947$, 即 $mn = 1521$ 因为 $1521 = 3^2 \times 13^2$, 又每天都有人植树, 所以 $m > 15$, $n > 15$. 故 $m = n = 39$. (9 分)因为第 4 天植树的棵数为 $39 \times 39 = 1521$.其它各天植树的棵数为 $(39-a)(39+a) = 39^2 - a^2 = 1521 - a^2 < 1521$ (※)(其中 $a = 5$ 或 10 或 15).

所以第 4 天植树最多, 这一天共植树 1521 棵. (12 分)

由(※)知, 当 $a = 15$ 时, $39^2 - a^2$ 的值最小.又当 $a = 15$ 时, 植树人数为 $39+15=54$ 或 $39-15=24$, 所以植树最少的那天有 54 人或 24 人植树. (15 分)

23. 将 5 个有理数两两的乘积由小到大排列:

$$-6000 < -15 < -12.6 < -12 < 0.168 < 0.2 < 0.21 < 80 < 84 < 100.$$

因为 5 个有理数的两两乘积中有 4 个负数且没有 0, 所以这 5 个有理数中有 1 个负数和 4 个正数, 或者 1 个正数和 4 个负数. (3 分)

(1) 若这 5 个有理数是 1 负 4 正, 不妨设为 $x_1 < 0 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$, 则

$$x_1x_5 < x_1x_4 < x_1x_3 < x_1x_2 < 0 < x_2x_3 < x_2x_4 < \begin{cases} x_2x_5 & < x_3x_5 < x_4x_5 \\ x_3x_4 & \end{cases}$$

(其中 x_2x_5 和 x_3x_4 的大小关系暂时还不能断定)所以 $x_1x_5 = -6000$, $x_1x_4 = -15$, $x_4x_5 = 100$,三式相乘, 得 $(x_1x_4x_5)^2 = 9 \times 10^6$,又 $x_1 < 0$, $x_4 > 0$, $x_5 > 0$, 所以 $x_1x_4x_5 = -3000$,

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

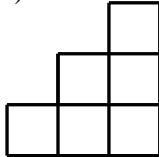
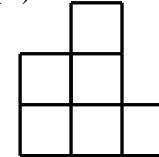
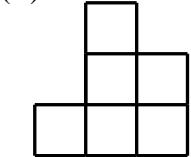
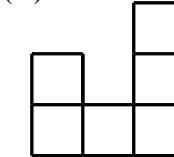
新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

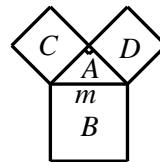
则 $x_1 = -30$, $x_4 = 0.5$, $x_5 = 200$.再由 $x_1 = -30$, $x_1x_2 = -12$, $x_1x_3 = -12.6$, 得 $x_2 = 0.4$, $x_3 = 0.42$.经检验 $x_1 = -30$, $x_2 = 0.4$, $x_3 = 0.42$, $x_4 = 0.5$, $x_5 = 200$ 满足题意. (9分)(2) 若这 5 个有理数是 4 负 1 正. 不妨设为: $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < 0 < x_5$,则 $x_1x_5 < x_2x_5 < x_3x_5 < x_4x_5 < 0 < x_3x_4 < x_2x_4 < \begin{cases} x_1x_4 \\ x_2x_3 \end{cases} < x_1x_3 < x_1x_2$ (其中 x_1x_4 和 x_2x_3 的大小关系暂时还不能断定)所以 $x_1x_5 = -6000$, $x_2x_5 = -15$, $x_1x_2 = 100$ 三式相乘, 得 $(x_1x_2x_5)^2 = 9 \times 10^6$,又 $x_1 < 0$, $x_2 < 0$, $x_5 > 0$, 解得 $x_1x_2x_5 = 3000$,所以 $x_1 = -200$, $x_2 = -0.5$, $x_5 = 30$,再由 $x_5 = 30$, $x_3x_5 = -12.6$, $x_4x_5 = -12$ 得 $x_3 = -0.42$, $x_4 = -0.4$.经检验, $x_1 = -200$, $x_2 = -0.5$, $x_3 = -0.42$, $x_4 = -0.4$, $x_5 = 30$ 满足题意. (15分)

第二十一届“希望杯”全国数学邀请赛 初一 第1试

2010年3月14日上午8:30~10:00

一、选择题 (每小题4分, 共40分)以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将正确答案前的英文字母写在下面的表格内。

1. 设 $a < 0$, 在代数式 $|a|$, $-a$, a^{2009} , a^{2010} , $|-a|$, $(\frac{a^2}{a} + a)$, $(\frac{a^2}{a} - a)$ 中负数的个数是
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
2. 在2009年8月, 台风“莫拉克”给台湾海峡两岸人民带来了严重灾难, 台湾当局领导人马英九在追悼“八八水灾”罹难民众和救灾殉职人员的大会的致辞中说到, 大陆同胞购款金额约50亿新台币, 是台湾接到的最大一笔捐款, 展现了两岸人民血浓于水的情感。50亿新台币折合人民币约11亿多元。若设 $1.1 = m$, 则11亿这个数可表示成
 (A) $9m$ (B) m^9 (C) $m \times 10^5$ (D) $m \times 10^{10}$
3. If $m=2$, then $\frac{(-m)^3 \times (-1)^4 - |-12| \div [(-\frac{1}{m})^2]}{-m^2 \times (-\frac{1}{4}) + [1 - 3^2 \times (-m)]} =$
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2
4. 如图所示, A 是斜边长为 m 的等腰直角三角形, B , C , D 都是正方形。
 则 A , B , C , D 的面积的和等于
 (A) $\frac{9}{4}m^2$ (B) $\frac{5}{2}m^2$ (C) $\frac{11}{4}m^2$ (D) $3m^2$
5. 8个人用35天完成了某项工程的 $\frac{1}{3}$ 。此时, 又增加6个人, 那么要完成剩余的工程, 还需要的天数是
 (A) 18 (B) 35 (C) 40 (D) 60。
6. 若 $\angle AOB$ 和 $\angle BOC$ 互为邻补角, 且 $\angle AOB$ 比 $\angle BOC$ 大 18° , 则 $\angle AOB$ 的度数是
 (A) 54° (B) 81° (C) 99° (D) 162° 。
7. 若以 x 为未知数的方程 $x-2a+4=0$ 的根是负数, 则 (A) $(a-1)(a-2) < 0$ (B) $(a-1)(a-2) > 0$
 (C) $(a-3)(a-4) < 0$ (D) $(a-3)(a-4) > 0$ 。
8. 设 a_1 , a_2 , a_3 是三个连续的正整数, 则
 (A) $a_1^3|(a_1a_2a_3+a_2)$ (B) $a_2^3|(a_1a_2a_3+a_2)$
 (C) $a_3^3|(a_1a_2a_3+a_2)$ (D) $a_1a_2a_3|(a_1a_2a_3+a_2)$ 。(说明: a 可被 b 整除, 记作 $b|a$ 。)
9. 由一些相同的小正方体搭成的几何体的俯视图如右图所示, 其中正方形中的数字表示该位置上的小正方体的个数, 那么该几何体的左视图
 是
 (A) 
 (B) 
 (C) 
 (D) 

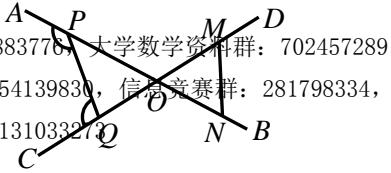


10. 已知 a 和 b 是有理数, 若 $a+b=0$, $a^2+b^2 \neq 0$, 则在 a 和 b 之间一定

- (A) 存在负整数 (B) 存在正整数
 (C) 存在负分数 (D) 不存在正分数。

二、A组填空题 (每小题4分, 共40分。)

11. 已知多项式 $2ax^4+5ax^3-13x^2-x^4+2021+2x+bx^3-bx^4-13x^3$ 是二次多项式,
 则 $a^2+b^2=$ _____。



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

12. 如图所示, 直线
- AB
- 、
- CD
- 相交于点
- O
- 。若
- $OM=ON=MN$
- ,

那么 $\angle APQ+\angle CQP=$ _____。

13. 在数轴上, 点
- A
- 表示的数是
- $3+x$
- , 点
- B
- 表示的数是
- $3-x$
- , 且
- A
- 、
- B

两点的距离为 8, 则 $|x|=$ _____。

14. In right Fig., if the length of the segment
- AB
- is 1,
- M
- is the midpoint

of the segment AB , and point C divides the segment MB into two partssuch that $MC: CB=1: 2$, then the length of AC is _____.

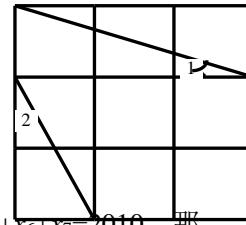
(英汉词典: length 长度; segment 线段; midpoint 中点; divides...into 分为, 分成)

15. 若以
- x
- 为未知数的方程
- $3x-2a=0$
- 与
- $2x+3a-13=0$
- 的根相同, 则
- $a=$
- _____。

16. 甲乙两人沿同一条路骑自行车(匀速)从
- A
- 站到
- B
- 站, 甲需要 30 分钟, 乙需要 40 分钟, 如果乙比甲早出发 5 分钟去
- B
- 站, 则甲出发后经 _____ 分钟可以追上乙。

17. 一个两位的质数, 如果将它的十位数字与个位数字交换后, 仍是一个两位的质数, 这样的质数可称为“特殊质数”。这样的“特殊质数”有 _____ 个。

18. 如图, 在
- 3×3
- 的正方形网格中标出了
- $\angle 1$
- 和
- $\angle 2$
- 。则
- $\angle 1+\angle 2=$
- _____。



19. 如果
- a
- ,
- b
- ,
- c
- 都是质数, 且
- $b+c=13$
- ,
- $c^2-a^2=72$
- , 则
- $a+b+c=$
- _____。

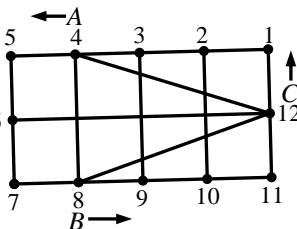
20. 设
- x_1
- ,
- x_2
- ,
- x_3
- ,
- x_4
- ,
- x_5
- ,
- x_6
- ,
- x_7
- 是自然数, 且
- $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6 < x_7$
- ,

$x_1+x_2=x_3$, $x_2+x_3=x_4$, $x_3+x_4=x_5$, $x_4+x_5=x_6$, $x_5+x_6=x_7$, 又 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7=2010$, 那么 $x_1+x_2+x_3$ 的值最大是 _____。

三、B 组填空题 (每小题 8 分, 共 40 分。)

21. 当
- $|x-2|+|x-3|$
- 的值最小时,
- $|x-2|+|x-3|-|x-1|$
- 的值最大是 _____, 最小是 _____。

22. 边长为 1cm 的 8 个小正方形拼成如图所示的长 4cm、宽 2cm 的长方形。将外围的格点从 1 号编到 12 号。最初, 点 A 、 B 、 C 分别位于 4、8、12 号格点上, 现以逆时针方向同时移动 A 、 B 、 C 三点, 每次各移动到下一个格点, 绕了一周回到原先的位置, 这过程中, $\triangle ABC$ 有 _____ 次成为直角三角形; $\triangle ABC$ 的面积最大是 _____ cm^2 。

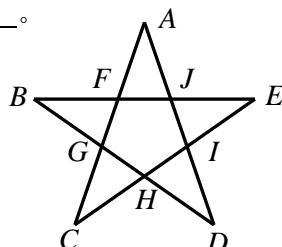


23. 若两个数的最小公倍数为 2010, 这两个数的最大公约数是最小的质数,

则这两个数的和的最大值是 _____, 这两个数的差的最小值是 _____。

24. 右图中的正五角星有 _____ 条对称轴, 图中与
- $\angle A$
- 的 2 倍互补的角有 _____ 个。

25. 整数
- x
- ,
- y
- 满足方程
- $2xy+x+y=83$
- , 则
- $x+y=$
- _____ 或 _____。



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第二十一届“希望杯”全国数学邀请赛 答案. 评分标准
初一 第 1 试

1. 答案

(1) 选择题

1. B; 2. C; 3. D; 4. A; 5. C; 6. C; 7. D; 8. B; 9. B; 10. C;

(2) A 组填空题

11. 13; 12. 240; 13. 4; 14. $\frac{2}{3}$; 15. 3; 16. 15; 17. 9; 18. 45; 19. 20;

20. 236;

(3) B 组填空题

21. 0, -1; 22. 6, 4; 23. 2012, 104; 24. 5, 10; 25. 83, -85;

2. 评分标准

- (1) 第 1~10 题; 答对得 4 分; 答错或不答, 得 0 分。
- (2) 第 11~20 题; 答对得 4 分; 答错或不答, 得 0 分。
- (3) 第 21~25 题; 答对得 8 分, 每空 4 分; 答错或不答, 得 0 分。

解析:

一、选择题

1、B。贴近课本的一道题, 95%的参赛学生可以在 2 分钟内做出来。

2、C。考察科学计数法。

3、D。代数式化简求值。原式 = $\frac{-m^3+12m^2}{\frac{1}{4}m^2+1+9m} = 2$ 4、A. 把正方形 B、C、D 切开可得, $A = \frac{1}{4}B$, $C = D = \frac{1}{2}B$, B 的面积为 m^2 , 所以 A、B、C、D 的和为

$$\left(1 + \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2}\right) \times m^2 = \frac{9}{4}m^2.$$

5、C. 典型的工程问题, 小学方法即可, 总工作量看做单位 “1”。

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \div \left[\frac{1}{3} \div 8 \div 35 \times (8 + 6)\right] = 40$$

6、C. 和差方法, 方程均可以快速求出答案。

7、D. $x = 2a - 4 < 0$, 即 $a < 2$, 所以 $a - 1 > 0$, $a - 2 = 0$, $a - 3 < 0$, $a - 4 < 0$ 。试验可知答案。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359
新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

8、B. 考察平方差公式。 $a_1 = a_2 - 1$, $a_3 = a_2 + 1$, 所以

$$a_1 a_2 a_3 + a_2 = a_2(a_2 - 1)(a_2 + 1) + a_2 = a_2(a_2^2 - 1) + a_2 = a_2^3$$

9、B. 自己画出左视图, 然后找答案即可。

10、C. 排除法即可。令 $a = 0.5$, $b = -0.5$, a , b 间无非 0 整数, A、B 即可排除。无论 a , b 何值, $\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b$ 必然一正一负。

二、A 组填空。

11、多项式合并同类项可得 $(2a - b - 1)x^4 + (5a - 13 + b)x^3 - 13x^2 + 2x + 2021$, 因为此为二次多项式。所以可得二元方程组

$$\begin{cases} 2a - b - 1 = 0 \\ 5a - 13 + b = 0 \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \text{所以 } a^2 + b^2 = 13$$

12 、 $OM = ON = MN$, 所以三角形 OMN 为正三角形 , 所以

$$\begin{aligned} &= (180^\circ - \angle OPQ) + (180^\circ - \angle OQP) = 360^\circ - (\angle OPQ + \angle OQP) = \\ &\angle APQ + \angle CQP = 360^\circ - (180^\circ - \angle POQ) = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ \end{aligned}$$

13、 $|AB| = |(3+x) - (3-x)| = 8$ 化简得 $|2x| = 8$, 即 $|x| = 4$

14、此题较简单, $\frac{2}{3}$ 。

15、同解方程的一道题, 可以看做是关于 x , a 的二元一次方程组

$$\begin{cases} 3x - 2a = 0 \\ 2x + 3a - 13 = 0 \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} x = 2 \\ a = 3 \end{cases}$$

16、把全程看做单位“1”。甲速为 $\frac{1}{30}$, 乙速为 $\frac{1}{40}$, 追及时间 $= \frac{5}{40} \div \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{40}\right) = 15$ (分钟)

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

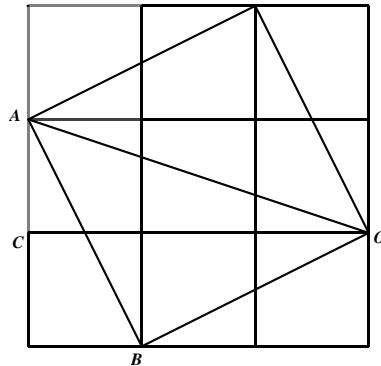
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

17、11, 13, 31, 17, 71, 37, 73, 79, 97 共 9 个。

18、如图, $\angle AOC$ 即为 $\angle 1$, $\angle BOC$ 即为 $\angle 2$, 所以

$$\angle 1 + \angle 2 = 45^\circ.$$

19、由 $b + c = 13$, $c^2 - a^2 = 72$ 得, b , c 中至少有一个 2, 分析可知, $b = 2$, 则 $c = 13 - 2 = 11$,

$$a^2 = 121 - 72 = 49, a = 7, \text{ 所求 } a + b + c = 20$$

20、此题方法很多, 下面用不定方程的思想来解

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 13x_1 + 20x_2 = 2010$$

利用整除性, x_1 必是 10 的奇数倍, 又 $x_1 < x_2$ 可得如下解

$$\begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 94 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1 = 30 \\ x_2 = 81 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1 = 50 \\ x_2 = 68 \end{cases}$$

$$(x_1 + x_2 + x_3)_{\max} = 2(x_1 + x_2)_{\max} = 2(50 + 68) = 236$$

三、B 组填空题

21、当 $|x - 2| + |x - 3|$ 的值最小时, $2 \leq x \leq 3$, 又因为 1 不在 2 和 3 之间, 所以可令 $x = 2$, 则

$$|x - 2| + |x - 3| - |x - 1| = 0$$

$$\text{令 } x = 3, \text{ 则 } |x - 2| + |x - 3| - |x - 1| = -1$$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

所以, 所求最大值为 0, 最小值为 **-1**

22、每种情况都画出来共计 6 次成为直角三角形 (注意, 图形一样, 但点的位置不同算不同的图形)。此时恰好面积最大为 4cm^2 。

23、 $2010 = 2 \times 3 \times 5 \times 67$, 因为两个数的最大公约数为是最小的指数 2, 所以可设一数为 **2a**, 一数为 **2b**。

可知 $a \times b = 3 \times 5 \times 67$

两数乘积一定, 两数差越大, 和越大。所求,

$$(2a + 2b)_{\max} = 2 + 2010 = 2012$$

$$(2a - 2b)_{\min} = 2 \times 67 - 2 \times 3 \times 5 = 104$$

24、5 条对称轴, 与 **A** 的 2 倍互为补角的角共 10 个 (注意: 五角星内部的有 5 个, 每个对顶角也满足题意)。

$$2xy + x + y = 83 \Rightarrow 4xy + 2x + 2y = 166 \Rightarrow 4xy + 2x + 2y + 1 =$$

$$25、167 \Rightarrow (2x + 1)(2y + 1) = 167, \text{ 因为 } 167 \text{ 是质数, 所以}$$

$$\begin{cases} 2x + 1 = 1 \\ 2y + 1 = 167 \end{cases}, \begin{cases} 2x + 1 = -1 \\ 2y + 1 = -167 \end{cases}, \begin{cases} 2x + 1 = 167 \\ 2y + 1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} 2x + 1 = -167 \\ 2y + 1 = -1 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 0 \\ y = 83 \end{cases}, \begin{cases} x = 83 \\ y = 0 \end{cases}, \begin{cases} x = -1 \\ y = -84 \end{cases}, \begin{cases} x = -84 \\ y = -1 \end{cases}$$

所以 $x + y = 83$ 或者 -85

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第二十一届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

2010年4月11日 上午9:00至11:00

得分 _____



一、选择题（每小题4分，共40分。）以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的，请将表示正确答案的英文字母写在每题后面的圆括号内。

1. 若 $a-b$ 的相反数是 $2b-a$, 则 $b=(\quad)$
 (A) -1. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

2. 某工厂3月份的产值比2月份增加10%, 4月份的产值比3月份减少10%, 则(
 (A) 4月份的产值与2月份相等. (B) 4月份的产值比2月份增加 $\frac{1}{99}$.
 (C) 4月份的产值比2月份减少 $\frac{1}{99}$. (D) 4月份的产值比2月份减少 $\frac{1}{100}$.

3. 如图1, $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角分别记为 α 、 β 、 γ . 若 $\alpha : \beta : \gamma = 3:4:5$,
 则 $\angle A : \angle B : \angle C = (\quad)$
 (A) 3:2:1. (B) 1:2:3. (C) 3:4:5. (D) 5:4:3.

4. 若 $m = \frac{2009 \times 2010 + 2010 \times 2011}{2}$, 则 m 是(
 (A) 奇数, 且是完全平方数. (B) 偶数, 且是完全平方数.
 (C) 奇数, 但不是完全平方数. (D) 偶数, 但不是完全平方数.

5. 有两个两位数的质数, 它们的差等于6, 且它们平方的个位数字相同,
 这样的两位质数的组数是(
 (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

6. As in figure 2, the area of square ABCD is 169cm^2 , and the area of
 thombus BCPQ is 156cm^2 . Then the area of the shadow part is (
 (A) 23cm^2 . (B) 33cm^2 . (C) 43cm^2 . (D) 53cm^2 .

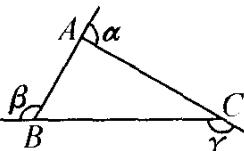


图 1

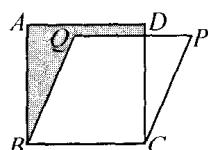


figure 2

7. 要将40kg浓度为16%的盐水变为浓度为20%的盐水, 则需蒸发掉水(
 (A) 8kg. (B) 7kg. (C) 6kg. (D) 5kg.

8. 如图3, 等腰直角 $\triangle ABC$ 的腰长为2cm. 将 $\triangle ABC$ 绕C点逆时针旋转90°。
 则线段AB扫过的面积是(
 (A) $\frac{\pi}{2}\text{cm}^2$. (B) πcm^2 . (C) $\frac{3\pi}{2}\text{cm}^2$. (D) $2\pi\text{cm}^2$.

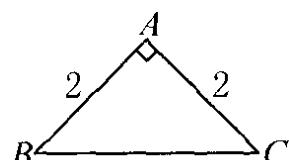


图 3

9. 若一个两位数恰等于它的各位数字之和的4倍, 则这个两位数称为“巧数”. 则不是“巧数”的两位数的个数是(
 (A) 82. (B) 84. (C) 86. (D) 88.

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 如果在一个正方体的每个面内写一个正整数, 然后, 在每个顶点处再写一个数, 该数等于过这个顶点的三个面内的数的乘积, 那么当该正方体各个顶点处的数之和是 290 时, 各个面内的数之和等于()

- (A) 34. (B) 35. (C) 36. (D) 37.

二、填空题 (每小题 4 分, 共 40 分.)

11. 甲、乙两车从 A 向 B 行驶, 甲比乙晚出发 6 小时, 甲、乙的速度比是 4:3. 甲出发 6 小时后, 速度提高 1 倍, 甲、乙两车同时到达 B. 则甲从 A 到 B 共走了_____小时.

12. 若有理数 x, y , 岁满足方程 $(x+y-2)^2 + |x+2y|=0$, 则 $x^2 + y^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

13. 图 4 是一个六角星, 其中 $\angle AOE = 60^\circ$, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 加工某种工件, 须顺次进行三道工序, 工作量的比依次是 2:1:4. 甲完成 1 个工作与第二个工件的前两道工序, 所用时间为 t . 已知甲和乙的加工效率比是 6:7, 则乙完成一个工件, 需要的时间是 f 的____倍.

15. 一个直四棱柱的三视图及有关数据如图 5 所示, 它的俯视图是菱形,

则这个直四棱柱的侧面积为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$.

16. 有这样一种衡量体重是否正常的算法: 一个男生的标准体重 (单位: 千克) 等于其身高 (单位: 厘米) 减去 110. 当实称体重在标准体重的 90% 和 110% 之间 (含边界) 时, 就认为该男生的体重为正常体重, 已知男生甲的身高是 161 厘米, 实称体重是 55 千克. 根据上述算法判定, 甲的体重_____正常体重 (填“是”或“不是”).

17. If $a^2 - a + 1$ and $a^2 + a - 3$ are opposite numbers to each other, and the reverse number of a is less than the opposite number of a ,

then $a^{2009} + a^{2010} = \underline{\hspace{2cm}}$

(英汉词典: inverse number 倒数; opposite 相反的)

18. 从长度为 1 的线段开始, 第一次操作将其三等分, 并去掉中间的一段; 第二次操作将余下的线段各三等分, 并去掉所分线段中间的一段. 此后每次操作都按这个规则进行. 图 6 是最初几次操作的示意图, 当完成第六次操作时, 余下的所有线段的长度之和为

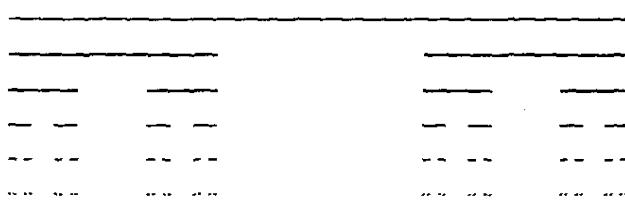


图 6

19. 已知 m, n 都是正整数, 且 $\frac{4m}{6m-3n}$ 是整数. 若 $\frac{m}{n}$ 的最大值是 a , 最小值是 6, 则 $a+b=\underline{\hspace{2cm}}$

20. 从最小的质数算起, 若连续 n (n 是大于 1 的自然数) 个质数的和是完全平方数, 则当 n 最小时,

$|1-n-n^2| = \underline{\hspace{2cm}}$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

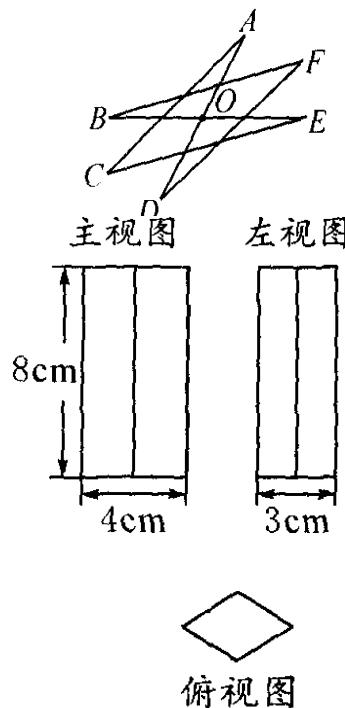


图 5

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

三、解答题 每题都要写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

设 $a=10^9 + 38^3 - 2$, 证明: a 是 37 的倍数.

22. (本题满分 15 分)

(1) 已知平面内有 4 条直线 a, b, c 和 d . 直线 a, b 和 c 相交于一点. 直线 b, c 和 d 也相交于一点, 试确定这 4 条直线共有多少个交点? 并说明你的理由.

(2) 作第 5 条直线 e 与(1)中的直线 d 平行, 说明: 以这 5 条直线的交点为端点的线段有多少条?

23. (本题满分 15 分)

轨道 AB 长 16.8 米, 从起点站 A 到终点站 B, 每 2.4 米设一站点. 甲、乙两个机器人同时从 A 站点出发, 到达 B 站点后, 再返回, 在 A 和 B 两站点之间反复运动. 甲、乙运动的速度都是 0.8 米 / 秒, 甲每到达一个站点就休息 1 秒钟, 而乙从不休息, 若甲、乙从 A 站点出发后 2 分钟结束运动, 问: 它们出发后, 曾几次同时到达同一站点(包括起点站和终点站)?

第二十二届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第 1 试

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

一、选择题(每小题 4 分, 共 40 分)以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将正确答案前的英语字母写在下面的表格内

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总得分
答案											

1、若 a 的负倒数的相反数是 8, b 的相反数的负倒数也是 8, 则()

- A、 $a=b$ B、 $a < b$ C、 $a > b$ D、 $ab=1$

2、两个直角三角形如图 1 放置, 则 $\angle BFE$ 与 $\angle CAF$ 的度数之比等于()

- A、8 B、9 C、10 D、11

3、对有理数 a , b , 有以下四个判断:

①若 $|a|=b$, 则 $a=b$; ②若 $|a|>b$, 则 $|a|>|b|$;

③若 $a=-b$, 则 $(-a)^2=b$; ④若 $|a|<|b|$, 则 $a<b$;

其中正确的判断的个数是()

- A、1 B、2 C、3 D、4

4、If the ratio of the degree of exterior angle of $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$

that are in the triangle ABC is 5: 4: 3, then the ratio of the degree
of $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$ is ()

- A、5: 4: 3 B、3: 4: 5 C、1: 2: 3 D、3: 2: 1

5、6 个人用 35 天完成了某项工程的 $\frac{1}{3}$, 如果再增加工作效率相同的 8 个人, 那么完成这项工程, 前后共用的天数
是()

- A、30 B、40 C、60 D、65

6、若一个三角形的三条边的长是 a , b , c , 并且满足恒等式 $5x^2 + 2cx + 3 = (ax + b)(x + 1)$, 则这个三角形是()

- A、锐角三角形 B、直角三角形 C、钝角三角形 D、等边三角形

7、当 $x \neq -\frac{5}{b}$ 时, $\frac{a+x}{-bx-5} = 2$ 成立, 则 $a^2 - b^2 =$ ()

- A、0 B、1 C、99.25 D、99.75

8、如图 2 所示, 一个正方形水池的四周恰好被 4 个正 n 边形
地板砖铺满, 则 n 等于()

- A、4 B、6 C、8 D、10

9、If $a - b + c > 0$, then ()

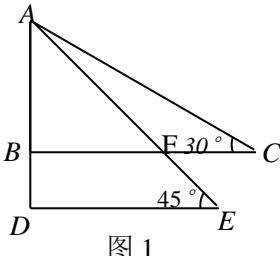
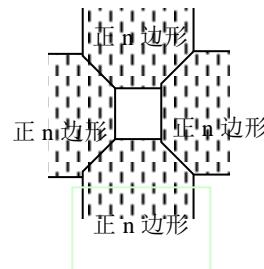


图 1



全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

A、 $b(a+c) > b^2$

B、 $(a+c)^2 > b(a+c)$

C、 $\frac{1}{a+c} < \frac{1}{b}$

D、 $(a+c)^5 > b^5$

10、甲乙两人沿同一路线骑车(匀速)从 A 到 B, 甲需要 30 分钟, 乙需要 40 分钟, 如果乙比甲早出发 6 分钟, 则甲追上乙以后, 乙再经过()分钟到达 B;

- A、25 B、20 C、16 D、10

二、A 组填空题(每小题 4 分, 共 40 分)

11、计算: $\{1 - [\frac{3}{16} - (-0.25)^2] \times (-2)^4\} \div [3 \times (-\frac{3}{8}) + (-5) \div (-2)^3] = \underline{\hspace{2cm}}$;

12、若 $a=2009$, $b=-2010$, 则 $a^2 + 2b^2 + 3ab = \underline{\hspace{2cm}}$;

13、如果 a , b 是互为相反数, c , d 是互为倒数, x 的经验值等于 2, 那么 $x^4 + cdx^2 - a - b$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

14、若将一个两位数的十位数字与个位数字对调后所得的新两位数是其数字和的 3 倍, 则原两位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

15、盒子里有若干个相同的小球, 甲取走一半后, 乙又取各剩余的 $\frac{1}{3}$, 丙再取走 5 个, 这时, 还剩下 3 个, 则盒子里原有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个小球;

16、若 $\overline{2a} \times \overline{3bc} = 6657$, 其中 a , b , c 代表非零数字, 则 $\overline{abc} = \underline{\hspace{2cm}}$;

17、如图 3, $\angle C=45^\circ$, $\angle B=45^\circ + 2\alpha$, $\angle A=45^\circ + 3\alpha$,

AE 平分 $\angle BAD$, 则 $\angle CAE = \underline{\hspace{2cm}}$;

18、一个两位质数, 它的个位数字与十位数字之差的经验值等于 5,

这样的两位质数是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

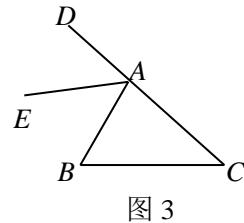


图 3

19、若 a 与 b 是互为相反数, 且 $|a-2b| = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{2a-ab-b^2+2}{a^2+ab+b-1} = \underline{\hspace{2cm}}$;

20、如图 4, $\triangle ABC$ 中, E 为 AD 与 CF 的交点, $AE=ED$, 已知

 $\triangle ABC$ 的面积

是 1, $\triangle BEF$ 的面积是 $\frac{1}{10}$, 则 $\triangle AEF$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

三、B 组填空题(每小题 8 分, 共 40 分)

21、下面是六个推断:

①因为平角的两条边在一条直线上, 所以直线是一个平角;

②因为周角的两条边在一条射线上, 所以射线是一个周角;

③因为扇形是圆的一部分, 所以圆周的一部分是扇形;

④因为平行的线段没有交点, 所以不相交的两条线段平行;

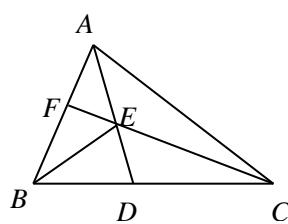


图 4

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,
高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

⑤因为正方形的边长都相等, 所以边长相等的四边形是正方形;

⑥因为等腰三角形有两个内角相等, 所以有两个内角相等的三角形是等腰三角形;

其中正确的结论有_____个, 其序号是_____;

22、陈老师给 42 名学生每人买了一件纪念品, 其中有: 每支 12 元的钢笔, 每把 4 元的圆规, 每册 16 元的词典, 共用了 216 元, 则陈老师买了钢笔_____支, 词典_____册;

23、如图 5, 平行四边形 ABCD 中, $\angle BAD$ 的平分线交

BC 边于点 M, 而 MD 平分 $\angle AMC$, 若 $\angle MDC=45^\circ$, 则

$\angle BAD=$ _____, $\angle BAC=$ _____;

24、规定: $a \oplus b = a^2 + b$, $a \otimes b = (a+b)(a-b)$,

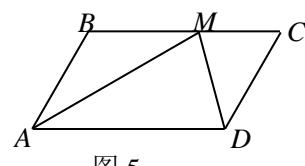


图 5

若 m 是最小的质数, n 是大于 100 的最小的合数,

则 $m \otimes (m-n) =$ _____, $m \oplus (m \otimes n) =$ _____;

25、若 $(2x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 =$

_____, $a_2 + a_4 + a_6 =$ _____;

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第二十二届“希望杯”全国数学邀请赛

初一第1试 答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	A	C	D	B	D	C	D	C
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	2	2011	20	72	24	117	126⁰	61或83	-2	$\frac{1}{15}$
题号	21	22	23	24	25					
答案	1, ⑥	3,2	60°, 120°	-9996, -10396	-4, 5					

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第二十二届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

2011年4月10日 上午9: 00至11: 00 得分_____

未经“希望杯”组委会授权, 任何单位和个人均不准翻印或销售此试卷, 也不准以任何形式(包括网络)转载。

一、选择题(每小题4分, 共40分。)以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确的英文字母写在每题后面的圆括号内。

1. 有理数 a, b 满足 $20a+11|b|=0$ ($b \neq 0$), 则 $\frac{a}{b^2}$ 是

(A) 正数 (B) 负数 (C) 非正数 (D) 非负数。

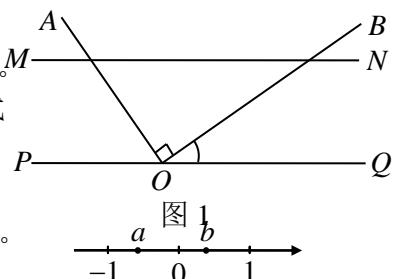
2. 如图1, 直线 $MN \parallel$ 直线 PQ , 射线 $OA \perp$ 射线 OB , $\angle BOQ=30^\circ$ 。若以点 O 为旋转中心, 将射线 OA 顺时针旋转 60° 后, 这时图中 30° 的角的个数是

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

3. 有理数 a, b 在数轴上对应的位置如图2所示, 那么代数式

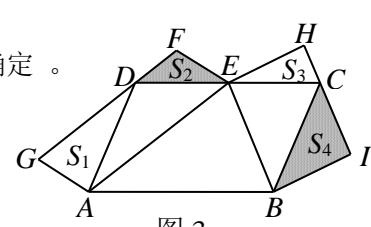
$$\frac{|a+1|}{a+1} - \frac{|a|}{a} + \frac{b-a}{|a+b|} - \frac{1-b}{|b-1|}$$

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。



4. 如图3, $ABCD, AEFG, BIHE$ 都是平行四边形, 且 E 是 DC 的中点, 点 D 在 FG 上, 点 C 在 HI 上。 $\triangle GDA, \triangle DFE, \triangle EHC, \triangle BCI$ 的面积依次记为 S_1, S_2, S_3, S_4 , 则

(A) $S_1+S_2 > S_3+S_4$ (B) $S_1+S_2 < S_3+S_4$
(C) $S_1+S_2 = S_3+S_4$ (D) S_1+S_2 与 S_3+S_4 大小关系不确定。



5. If x is a prime number, y is an integer, and $x^{21-y}=2^{y^2+3}$, then $xy^2=$

(A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64。

(英汉小辞典: prime number 质数, integer: 整数)

6. 如图4, $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH$, $AE \parallel DG$, 点 C 在 AE 上, 点 F 在 DG 上。设与 $\angle \alpha$ 相等的角的个数为 m , 与 $\angle \beta$ 互补的角的个数为 n , 若 $\alpha \neq \beta$, 则 $m+n$ 的值是

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11。

7. 甲用1000元购买了一些股票, 随即他将这些股票转卖给乙, 获利10%, 而后乙又将这些股票反卖给甲, 但乙损失了10%。最后甲按乙卖给甲的价格的九折将这些股票卖给了乙, 若上述股票交易中的其它费用忽略不计, 则

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033253

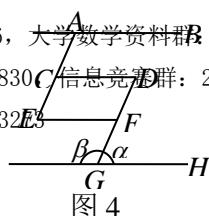


图4

甲

- (A) 盈亏平衡 (B) 盈利 1 元 (C) 盈利 9 元 (D) 亏损 1.1 元。

8. 梯形的上底长 5, 下底长 10, 两腰分别长 3 和 4, 那么梯形的面积是

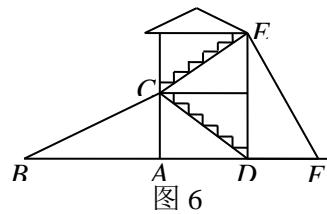
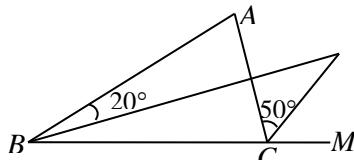
- (A) 18 (B) 22.5 (C) 26.25 (D) 30。

9. 已知 $|x| \leq 3$, $|y| \leq 1$, $|z| \leq 4$ 且 $|x-2y+z|=9$, 则 $x^2y^{2011}z^3$ 的值是

- (A) 432 (B) 576 (C) -432 (D) -576。

10. 如图 5, BP 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle ABC$ 的平分线, CP 是 $\angle ACB$ 的外角的平分线, 如果 $\angle ABP=20^\circ$, $\angle ACP=50^\circ$, 则 $\angle A+\angle P=$

- (A) 70° (B) 80° (C) 90° (D) 100° 。



二、填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

11. 若 $y^2=2x-a$, 则 $4x^2-4ax-4x^2y+2ay^2+y^4+a^2-1=$ _____。

12. 如图 6, 有两个长度相同的滑梯 BC 和 EF , 滑梯 BC 的高度 AC 等于滑梯 EF 在水平方向上的长度 DF , 则 $\angle ABC+\angle DFE=$ _____ 度。

13. 能被 7 整除的各个数码均不相同的最小的十位数是=_____。

14. 如图 7, ①, ②, ③, ④都是由 9 个边长为 1 厘米的正方形组成的 3×3 平方厘米的正方形, 其中的阴影四边形的面积分别记为 S_1 , S_2 , S_3 和 S_4 。则 S_1 , S_2 , S_3 和 S_4 中最小的与最大的和是_____ 平方厘米。

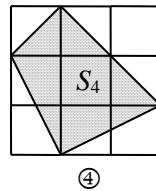
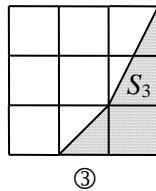
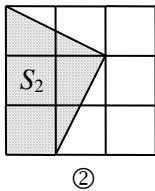
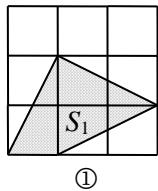


图 7

15. 已知 $x=-1$ 时, $3ax^5-2bx^3+cx^2-2=10$, 其中 $a:b:c=2:3:6$, 那么 $\frac{a^3c}{b^2}=$ _____。

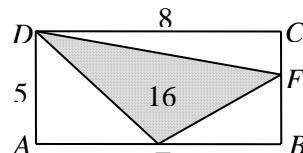
16. 将长与宽分别为 6 与 4 的长方形纸片剪去 3 个等腰直角三角形后, 剩余部分的面积最小是=_____。

17. 有甲、乙两辆小汽车模型, 在一个环形轨道上匀速行驶, 甲的速度大于乙。如果它们从同一点同时出发沿相反方向行驶, 那么每隔 $1\frac{1}{3}$ 分钟相遇一次。现在, 它们从同一点同时出发, 沿相同方向行驶, 当甲第一次追上乙时, 乙已经行驶了 4 圈, 此时它们行驶了_____分钟。

18. 如图 8, 长方形 $ABCD$ 的长为 8, 宽为 5, E 是 AB 的中点, 点 F 在 BC 上, 已知 $\triangle DEF$ 的面积为 16, 则点 D 到直线 EF 的距离为_____。

19. If $A=\frac{810\times 811\times 812\times \cdots \times 2010\times 2011}{810^n}$ is a positive integer, then

the maximum value of positive integer n is _____.



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

20. 自然数 n 的各位数字中, 奇数数字的和记为 $S(n)$, 偶数数字的和记为 $E(n)$, 例如 $S(134)=1+3=4$, $E(134)=4$, 则 $S(1)+S(2)+\dots+S(100)=\underline{\hspace{2cm}}$, $E(1)+E(2)+\dots+E(100)=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

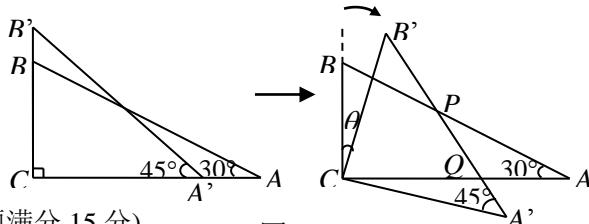
三、解答题 每题都要写出推算过程。

21. (本题满分 10 分)

甲乙两车在 A , B 两城连续地往返行驶。甲车从 a 城出发, 乙车从 b 城出发, 且比甲车早出发 1 小时, 两车在途中分别距离 A , B 两城为 200 千米和 240 千米的 C 处第二次相遇。相遇后, 乙车改为按甲车的速度行驶, 而甲车却提速了, 之后两车又再 C 处第二次相遇。之后如果甲车再提速 5 千米/时, 乙车再提速 50 千米/时, 那么两车在 C 处再次相遇, 求乙车出发时的速度。

22. (本题满分 15 分)

如图 9 所示, $\angle C=90^\circ$, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=30^\circ$, $\text{Rt}\triangle A'B'C$ 中, $\angle A'=45^\circ$ 。点 A' , B 分别在线段 AC , $B'C$ 上。将 $\triangle A'B'C$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转一个锐角 θ 时, 边 $A'B'$ 分别交 AB , AC 于 P , Q , 且 $\triangle APQ$ 为等腰三角形。求锐角 θ 的度数。



23. (本题满分 15 分)

图 9

若矩形的长、宽和对角线的长度都是数, 求证: 这个矩形的面积是 12 的倍数。

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

第二十二届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试简答

一、选择题

1. B, 2. A, 3. D, 4. C, 5. C, 6. D, 7. B, 8. A, 9. D, 10. C,

二、填空题

11. -1, 12. 90, 13. 1023456798, 14. 7, 15. $\frac{64}{3}$, 16. $\frac{5}{2}$, 17. 12, 18. $\frac{32}{5}$, 19. 150, 20. 501;

400, 21. 80 千米/时。 22. 15° , 60° .

23.

[证法 1] 设矩形的长、宽和对角线长分别为 a, b, c 且 a, b, c 都是整数, 则根据勾股定理知 $a^2+b^2=c^2$, 我们只需证明 a, b, c 中必有一个能被 3 整除, 也必有一个能被 4 整除。(1) 先证“ a, b 中必有一个能被 3 整除”。

若 a, b 都不是 3 的倍数, 则 a^2 与 b^2 必被 3 除余 1, 则 c^2 必被 3 除余 2, 但完全平方数被 3 除只能余 0 或 1, 故矛盾。所以 a, b 中必有 3 的倍数, 即 ab 为 3 的倍数。

(2) 再证“ a, b 中必有一个能被 4 整除”。

将 $a^2+b^2=c^2$ 中的 a, b, c 的公约数约去, 得 $x^2+y^2=z^2$, 其中 x, y, z 两两互质。我们只需证明“ x, y 中必有一个能被 4 整除”即可。首先 x, y 不能全是奇数, 因为, 若 x, y 均为奇数, 则 x^2 与 y^2 必都被 4 除余 1, 于是 z^2 必被 4 除余 2, 但完全平方数被 4 除只能余 0 或 1, 故矛盾。所以 x, y 不能全是奇数。因为 x, y 互质, 所以, x, y 也不能全是偶数, 因此 x, y 只能是一奇一偶, 不妨设 $x=2p+1, y=2m$ (其中 p, m 均为整数), 此时 z 是奇数, 设 $z=2q+1$ (q 为整数), 代入 $y^2=z^2-x^2$ 中, 得

$4m^2=(2q+1)^2-(2p+1)^2=4(q^2+q-p^2-p)$, 即 $m^2=q(q+1)-p(p+1)$, 因为 $q(q+1)$ 与 $p(p+1)$ 都是两个连续整数的乘积, 所以 $q(q+1)$ 与 $p(p+1)$ 都能被 2 整除, 于是 m^2 为偶数, 因此 m 为偶数, 设 $m=2n$ (n 为整数), 则 $y=2n=2\times 2m=4m$, 于是 y 能被 4 整除。

综上, a, b 中必有一个能被 3 整除, 也必有一个能被 4 整除。又因为 $(3, 4)=1$, 所以 ab 能被 12 整除, 即这个矩形的面积必为 12 的倍数。

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

[证法 2] 设 a, b 都不是 4 的倍数, 则 a, b 均为奇数; 或 a, b 中的一个为奇数, 另一个为被 4 除余 2 的数; 或 a, b 都是被 4 除余 2 的数。

(1) 若 a, b 均为奇数, 则 a^2 与 b^2 必被 4 除余 1, 则 c^2 必被 4 除余 2, 但完全平方数被 4 除只能余 0 或 1, 矛盾。

(2) 若 a, b 中一个是奇数, 另一个是被 4 除余 2 的数; 不妨设 $a=2k+1, b=2(2m+1)$ (其中 k, m 均为整数), 则 $a^2=4k^2+4k+1=4k(k+1)+1$ 。因为连续整数之积 $k(k+1)$ 能被 2 整除, 所以 a^2 被 8 除余 1, 而 $b^2=2^2(2m+1)^2=16m(m+1)+4$, 于是 b^2 被 32 除余 4, 所以 a^2+b^2 被 8 除余 5, 即 c^2 被 8 除也余 5, 但完全平方数被 8 除只能余 0 或 1 或 4, 矛盾。

(3) 若 a, b 都是被 4 除余 2 的数。设 $a=2(2k+1), b=2(2m+1)$ (其中 k, m 均为整数), 则由 $a^2+b^2=c^2$ 知 c^2 为偶数, 于是 c 为偶数, 设 $c=2n$, 则 $a^2+b^2=(2n)^2=4n^2$, 即 $2^2(2k+1)^2+2^2(2m+1)^2=4n^2$, 约去公因子 4, 得 $(2k+1)^2+(2m+1)^2=4n^2$, 变成两个奇数平

方和的情形, 根据(1)得出矛盾。综上, 假设“ a, b 都不是 4 的倍数”不成立, 所以“ a, b 中必有一个能被 4 整除”成立。

第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第 1 试



一、选择题(每小题 4 分, 共 40 分.) 以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将正确答案前的英文字母写在下面的表格内。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	共得分
答 案											

1. 计算: $1 + (-2)^2 - \frac{-4 \times (-1)^2}{4} = (\quad)$

- (A) -2. (B) -1. (C) 6. (D) 4.

2. 北京景山公园中的景山的相对高度(即从北京的地平面到山顶的垂直距离)是 45.7 米, 海拔高度是 94.2 米, 而北京香山公园中的香炉峰(俗称“鬼见愁”)的海拔高度是 557 米, 则香炉峰的相对高度是()米。

- (A) 508.5. (B) 511.3. (C) 462.8. (D) 605.5.

3. If rational numbers a, b , and c satisfy $a < b < c$, then $|a - b| + |b - c| + |c - a| = (\quad)$

- (A) 0. (B) $2c - 2a$. (C) $2c - 2b$. (D) $2b - 2a$.

4. 某人在练车场上练习驾驶汽车, 两次拐弯后的行驶方向与原来的方向相反, 则这两次拐弯的角度可能是()

- (A) 第一次向左拐 40° , 第二次向右拐 40° .
(B) 第一次向右拐 50° , 第二次向左拐 130° .
(C) 第一次向右拐 70° , 第二次向左拐 110° .
(D) 第一次向左拐 70° , 第二次向左拐 110° .

5. 某单位 3 月上旬中的 1 日至 6 日每天用水量的变化情况如图 1 所示, 那么这 6 天的平均用水量是()吨。

- (A) 33. (B) 32.5. (C) 32. (D) 31.

6. 若两位数 \overline{ab} 是质数, 交换数字后得到的两位数 \overline{ba} 也是质数, 则称 \overline{ab} 为绝对质数. 在大于 11 的两位数中绝对质数有()个。

- (A) 8. (B) 9. (C) 10. (D) 11.

7. 已知有理数 x 满足方程 $\frac{1}{2012 - \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{2012}$, 则 $\frac{x^4 - 2009}{x^6 + 49} = (\quad)$

- (A) -41. (B) -49. (C) 41. (D) 49.

8. 某研究所全体员工的月平均工资为 5500 元, 男员工月平均工资为 6500 元, 女员工月平均工资为 5000 元, 则该研究所男、女员工人数之比是()

- (A) 2 : 3. (B) 3 : 2. (C) 1 : 2. (D) 2 : 1.

9. 如图 2, $\triangle ABC$ 的面积是 60, $AD : DC = 1 : 3, BE : ED = 4 : 1, EF : FC = 4 : 5$. 则 $\triangle BEF$ 的面积是()

- (A) 15. (B) 16. (C) 20. (D) 36.

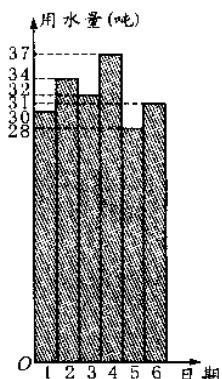


图 1

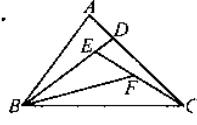


图 2

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 从 3 枚面值 3 元的硬币和 5 枚面值 5 元的硬币中任意取出 1 枚或多于 1 枚, 可以得到 n 种不同的面值和, 则 n 的值是()

(A) 8. (B) 15. (C) 23. (D) 26.

二、A 组填空题(每小题 4 分, 共 40 分.)

11. 若 $x = 0.23$ 是方程 $mx + \frac{1}{5} = 0.12$ 的解, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如图 3, 梯形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = \angle CDA = 90^\circ$, $AB = 5$, $CD = 2$, $AD = 4$.

4. 以梯形各边为边分别向梯形外作四个正方形. 记梯形 $ABCD$ 的面积为 S_1 , 四个正方形的面积和为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

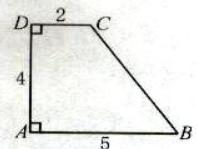


图 3

13. 若有理数 a 的绝对值的相反数的平方的倒数等于它的相反数的立方的 $\frac{1}{32}$, 则

$$a = \underline{\hspace{2cm}}.$$

14. If $a < -2$, $-1 < b < 0$, $H = -a - b$, $O = a^2 + b^2$, $P = -a + b^2$, and $E = a^2 - b$, then the magnitude relation of the four number H , O , P , and E is $\underline{\hspace{2cm}}$.

(英汉小词典: magnitude relation 大小关系)

15. 某农民在农贸市场卖鸡. 甲先买了总数的一半又半只, 然后乙买了剩下的一半又半只, 最后丙买了剩下的一半又半只, 恰好买完. 则该农民一共卖了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 只鸡.

16. 若 $(a - 2b + 3c + 4)^2 + (2a - 3b + 4c - 5)^2 \leqslant 0$, 则 $6a - 10b + 14c - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如图 4, 在直角梯形纸片 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = 10$, $BC = 25$, $AD = 15$, 现以 BD 为折痕, 将梯形 $ABCD$ 折叠, 使 AD 交 BC 于点 E , 点 A 落到点 A_1 , 则 $\triangle CDE$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

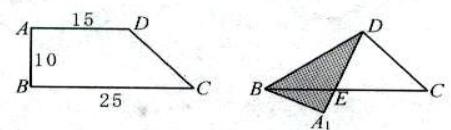


图 4

18. 代数式 $5a^2 + 5b^2 - 4ab - 32a - 4b + 10$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 如图 5, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 1\text{cm}$, $AB = 2\text{cm}$. 以 B 为中心, 将 $\triangle ABC$ 顺时针旋转, 使得点 A 落在边 CB 延长线上的 A_1 点, 此时点 C 落到点 C_1 . 则在旋转中, 边 AC 变到 A_1C_1 所扫过的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm^2 (结果保留 π).

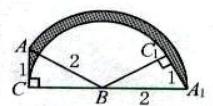


图 5

20. 在一条笔直的公路上, 某一时刻, 有一辆客车在前, 一辆小轿车在后, 一辆货车在客车与小轿车的正中间同向行驶. 过了 10 分钟, 小轿车追上了货车; 又过了 5 分钟, 小轿车追上了客车; 此后, 再过 t 分钟, 货车追上了客车, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、B 组填空题(每小题 8 分, 共 40 分.)

21. 已知 $2x - 3y = z + 56$, $6y = 91 - 4z - x$, 则 x, y, z 的平均数是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 又知 $x > 0$ 并且 $(x - 3)^2 = 36$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$, $z = \underline{\hspace{2cm}}$.

22. 有长为 1cm, 2cm, 3cm, 4cm, 5cm, 6cm 的六根细木条, 以它们为边(不准截断或连接)可以构成 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个不同的三角形. 其中至多 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个三角形

图 5

34,

第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试



2012年4月8日 上午9:00至11:00 得分 _____

希望杯全国数学邀请赛
也不愧以世界闻名(包括国际)而著称。

一、选择题(每小题4分,共40分.)以下每题的四个选项中,仅有一个是正确的,请将表示正确答案的英文字母写在每题后面的圆括号内.

1. 下面四个命题:

- (1) 若两个角是同旁内角,则这两个角互补.
- (2) 若两个角互补,则这两个角是同旁内角.
- (3) 若两个角不是同旁内角,则这两个角不互补.
- (4) 若两个角不互补,则这两个角不是同旁内角.

其中错误的命题的个数是()

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

2. 若两位自然数 ab 是质数,且交换数字后的两位数 ba 也是质数,则称 ab 为绝对质数.于是两位数中的所有绝对质数的乘积的个位数字是().

- (A) 1. (B) 3. (C) 7. (D) 9.

3. 如图1,将边长为4cm的等边 $\triangle ABC$ 沿边 BC 向右平移2cm得 $\triangle DEF$,
 DE 与 AC 交于点 G ,则 $S_{\text{四边形}ABFD} : S_{\triangle ABC} = ()$

- (A) 3:2. (B) 2:1. (C) 5:2. (D) 3:1.

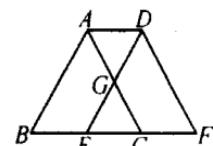


图 1

4. 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图2所示, O 为原点,则代数式

$$|a+b|-|b-a|+|a-c|+c = ()$$

- (A) $-3a+2c$. (B) $-a-ab-2c$.
(C) $a-2b$. (D) $3a$.

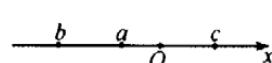


图 2

5. The perimeter of a triangle is 18, while each side is an integer. If the longest side is not a prime number, then the number of such triangle is ()

- (A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

(英汉小词典:perimeter of a triangle 三角形的周长; prime number 质数)

6. 77可以表示成 $n(n \geq 2)$ 个连续自然数的和,则 n 的值的个数是()

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

7. 如图3, $\triangle ABC$ 中, $\angle BCA = 90^\circ$,点 E 在边 CA 上,点 D 和 F 在边 BA 上,若 $BC = CD = DE = EF = FA$,则 $\angle A = ()$

- (A) 20° . (B) 18° .
(C) 15° . (D) 12° .

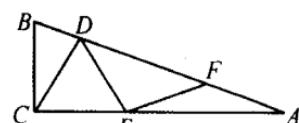


图 3

8. 已知 x, y 是非负整数, 且使 $\frac{x-1}{2} = \frac{4-y}{3}$ 是整数, 那么这样的数对 (x, y) 有()个.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 2012.

8,

359

9. 身高两两不同的 30 个学生面向老师站成一排. 其中恰有 11 个学生高于自己左侧相邻的同学, 那么高于自己右侧相邻同学的学生有()人.

- (A) 11. (B) 12. (C) 18. (D) 19.

10. 若 $x + y = 3, xy = 1$, 则 $x^5 + y^5 = ()$

- (A) 33. (B) 231. (C) 123. (D) 312.

二、填空题 每题都要写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

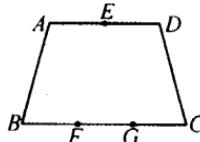
11. 计已 知 a, b, c 都是整数, 如果对任意整数 x , 代数式 $ax^2 + bx + c$ 的值都能被 3 整除.

12. 已 知 abc 可被 27 整除.

13. 若自然数 x 除以 3 余 2, 除以 4 余 3, 除以 5 余 4, 则 x 除以 15 所得余数是_____.

14. If $4x^{2n+3}y^{2m}$ and $-7x^{m+2}y^{6n}$ are similar terms, then $(m+n) \times m^n = _____$.

15. 如图 4, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在 AD 上, 点 F, G 在 BC 上, 并且 $AE = ED = BF = FG = GC$. 以 A, B, C, D, E, F, G 这 7 个点中的三个为顶点的三角形中, 面积最小的三角形有_____个; 面积最大的三角形有_____个.



22. (本题满分 15 分)

某公司以每吨 500 元的价格收购了 100 吨某种药材. 若直接在市场上销售, 每吨的售价是

1000 元. 该公司决定加工后再出售, 相关信息如下表所示:

(1) 中有 3×1

工艺	每天可加工药材的吨数	出品率	售价(元/吨)
粗加工	14	80%	5000
精加工	6	60%	11000

注: ① 出品率指加工后所得产品的质量与原料的质量的比值.

② 加工后的废品不产生效益.

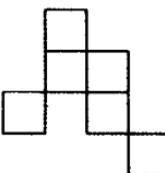
受市场影响, 该公司必须在 10 天内将这批药材加工完毕, 现有 3 种方案:

- (A) 全部粗加工;
(B) 尽可能多地精加工, 剩余的直接在市场上销售;
(C) 部分粗加工, 部分精加工, 恰好 10 天完成.

问: 哪个方案获得的利润最大? 是多少?

图 5

17. 图 6 是用若干个同样的小正方体拼成的立体的俯视图, 若此立体最高有三层, 则此立体最少有_____个小正方体, 最多有_____个小正方体.



18. 1900 年以后出生的人, 他出生年份的最后两个数字组成的两位数(如果末两位数字为 00 或 01, 则看成两位数 00 或 01, 其余类推), 加上这个人今年的年龄数, 所得的结果是

初一 第三页 共四页

19. 已知正 n 边形 $A_1A_2A_3\cdots A_{n-1}A_n$ 的面积是 60, 若四边形 $A_1A_2A_kA_{k+1}$ 是一个面积为 20 的矩形, 则这个正 n 边形的一个内角是_____度.

23. (本题满分 15 分)
有一系

20. 设 $P(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{30}x$, 则 $\frac{1}{3}[P(2) - P(-2)] = _____$.

初一 第二页 共四页

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

列数, 前两个数是 1,2, 从第三个数起, 每个数都等于它前面相邻的两个数的和的个位数数字. 请回答以下问题:

(1) 在这列数中能否依次出现相邻的 2, 0, 1, 2 这四个数? 说明理由. (2) 这列数中的第 2012 个数字是什么? 说明理由.

1. 答案: D

全部错误

2. 答案: B

所有的绝对质数为 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 它们的乘积的个位数字为 3.

3. 答案: B

根据题意, 四边形 ABFD 是梯形, 且 AD=2cm, BF=6cm

$$\therefore S_{\text{梯形 } ABFD} : S_{\triangle ABC} = \frac{AD + BF}{BC} = \frac{2+6}{4} = 2$$

4. 答案: A

$$\text{原式} = -(a+b) - (a-b) + (c-a) + c = -3a + 2c$$

5. 答案: D

设三角形边长为 a , b , c . 且 $a \leq b \leq c$, 则 $2c < 18 < 3c$ $c < 9$ 得到 $6 < c < 9$, $\therefore c = 8$ $a+b=11$, \therefore 三边的可能值为: 2, 8, 8; 3, 7, 8; 4, 6, 8; 5, 5, 8. 共 4 种可能

6. 答案: C

设第一个自然数为 a , 则 $\frac{(2a_1+n-1)n}{2} = 77$, 即 $(2a_1+n-1)=154$. $\therefore n|154$. 经检验, n 可以取 2 和 7 和 11. $\therefore n$ 的值的个数为 3.

7. 答案: B

由已知, $\angle DFE = 2\angle A$ $\angle DEC = 3\angle A$ $\angle B = \angle BDC = 4\angle A$. 而 $\angle B + \angle A = 90^\circ$. $\therefore \angle A = 18^\circ$.

8. 答案: B

将 $\frac{x-1}{2} = \frac{4-y}{3}$ 变为 $3x+2y=11$, 其中 x , y 非负 (1), (1) 的解有两组分别是 $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 都

符合题意.

 \therefore 满足题意的数对有 2 个.

9. 答案: C

有 11 个学生高于自己左侧相邻同学, 说明有 11 个学生矮于自己右侧的同学, 又由于最右边的学生右侧没有同学, 说明有 18 个学生高于自己右侧的同学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

10. 答案: C

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 9 - 2 = 7$$

$$x^3 + y^3 = (x^2 + y^2)(x+y) - xy(x+y) = 7 \times 3 - 3 \times 1 = 18$$

$$x^4 + y^4 = (x^3 + y^3)(x+y) - (x^2 + y^2) \times y = 18 \times 3 - 7 \times 1 = 47$$

$$x^5 + y^5 = (x^4 + y^4)(x+y) - (x^3 + y^3) \times y = 47 \times 3 - 18 \times 1 = 123$$

11. 答案: -2010

$$\text{原式} = 2012^3 - 2013 \times 2012 - 2011 + 2011^2 - 2013 \times 2011$$

$$= 2012 - 2 \times 2011 = -2010$$

12. 答案: 9

$$7 = BC - AC < AC < AC + BC = 11 \quad \text{又 } AC \text{ 长为奇数} \quad \therefore AC = 9$$

13. 答案: 14

由已知, $3|(x+1)$, $4|(x+1)$, $5|(x+1)$. $\therefore 5|(x+1)$. $\therefore x$ 除以 15 的余数为 14.

14. 答案: 12

$$\text{由已知}, \begin{cases} 2n+3=m+2 \\ 2m=6n \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases}$$

$$\therefore (m+n) \times m^* = (3+1) \times 3^1 = 12$$

15. 答案: 17; 3.

面积最小的三角形是面积为 $S_{\triangle AEF}$ 的三角形, 底在 BC 上的有 $3 \times 3 = 9$ 个, 底在 AD 上的有 $2 \times 4 = 8$ 个, 共 17 个, 面积最大的三角形是面积为 $3S_{\triangle AEF}$ 的三角形, 共 3 个.

16. 答案: 671

第 n 个圆中有 $4 + 3(n-1) = 3n+1$ 块砖令 $3n+1 = 2014$, 解得 $n = 671$.

17. 答案: 8; 18.

最少时是只有一堆码了三层, 此时有 8 个, 最多时是每堆都码了三层, 此时有 18 个.

18. 答案: 112; 12

如果这人是 2000 年以前出生, 记他出生年份为 $\overline{19ab}$, 则结果为: $\overline{ab} + 112 - \overline{ab} = 112$.

如果这人是 2000 年以后出生, 记他出生年份为 $\overline{20ab}$, 则结果为: $\overline{ab} + 12 - \overline{ab} = 12$

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

19. 答案: 150

对于面积为 60 的正十二边形 $A_1A_2A_3\cdots A_{11}A_{12}$, 四边形 $A_1A_2A_3A_4$ 是面积为 20 的矩形. 正十二边形一个内角是 150° .

20. 答案: 6

$$\frac{1}{3}[P(2) - P(-2)] = \frac{1}{3} \times 2(\frac{1}{5} \times 2^5 + \frac{1}{3} \times 2^3 - \frac{1}{30} \times 2) = 6$$

21. 证明: 由于对于任意 x , $ax^2 + bx + c$ 的值都能被 3 整除.

$$\therefore 3|a+b+c \text{ (1)} \quad 3|c \text{ (2)} \quad 3|a-b+c \text{ (3)}$$

$$\text{由 (4)(5), } 3|2a \quad 3|2b.$$

$$\therefore 3|a \quad 3|b$$

$$\therefore 27|abc$$

22. 解: 若采用 A 方案. 由于 $14 \times 10 > 100$, 可以全部粗加工, 则利润为

$$5000 \times 100 \times 80\% - 500 \times 100 = 350000 \text{ 元}$$

若采用 B 方案, $\because 6 \times 10 = 60$ $\therefore 60$ 吨精加工, 剩余 40 吨直接销售. 利润为:

$$11000 \times 60 \times 60\% + 40 \times 1000 - 500 \times 100 = 386000 \text{ 元},$$

若采用 C 方案. 记粗加工 x 天. 则 $14x + 6(10-x) = 100$. 得 $x=5$, 即各加工 5 天, 利润为

$$5000 \times 50 \times 80\% + 11000 \times 50 \times 60\% - 500 \times 100 = 480000 \text{ 元}$$

 \therefore C 方案利润最大, 是 480000 元.

答: C 方案利润最大, 是 480000 元.

23. (1) 不能, 由于 $2+0=2$ 的个位数字不是 1, \therefore 不可能出现

(2) 从第 1 个数开始, 1, 2, 3, 5, 8, 3, 1, 4, 5, 9, 4, 3, 7, 0, 7, 7, 4, 1, 5, 6, 1, 7, 8, 5, 3, 8, 1, 9, 0, 9, 9, 8, 7, 5, 2, 7, 9, 6, 5, 1, 6, 7, 3, 0, 3, 3, 6, 9, 5, 4, 9, 3, 2, 5, 7, 2, 9, 1, 0, 1, 1, 2, 又开始出现 1, 2, ... 所以此列数 60 个一循环, 2012 除以 60 的余数为 32.

 \therefore 第 2012 个数为 8.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

第二十四届“希望杯”全国数学邀请赛**初一 第1试试题**

(2013年3月17日 上午8:30至10:00)

一、选择题 (每小题4分, 共40分)

1. 计算: $\frac{(-1) \times (-1)^3 - 3}{3 - |-2| + 1} = (\quad)$

- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3

2. 已知图1是图2中正方体的表面的展开图, 其中有五个面内标注了数字, 则图2中涂有阴影的面在图1中标注的数字是 ()

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

3. 若 $a = \frac{999}{2011}$, $b = \frac{1000}{2012}$, $c = \frac{1001}{2013}$, 则 ()

- (A) $a < b < c$ (B) $b < c < a$
 (C) $c < b < a$ (D) $a < c < b$

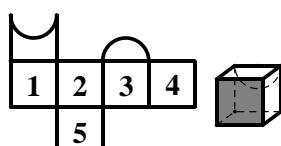


图1 图2

4. 若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x^3 - x^2 - 4x + 1$ 的值是 ()

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

5. If the middle one of three consecutive odd number is n , then their product is ()

- (A) $6n^3 - 6n$ (B) $4n^3 - n$ (C) $n^3 - 4n$ (D) $n^3 - n$

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

(英语小词典: consecutive 连续的; product 乘积; middle 中间的; odd number 奇数)

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A < \angle B < \angle C$, 则 $\triangle ABC$ 是()
- (A) 锐角且不等边三角形; (B) 直角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 等边三角形
7. 图3是某市人口结构的扇形图, 据此得到以下四个结论, 其中正确的是()
- (A) 2000年该市的人口数和1990年时一样
(B) 2000年20岁以下年龄段的人口数量减少
(C) 2000年20岁到40岁年龄的人口保持不变
(D) 该市人口趋于老龄化

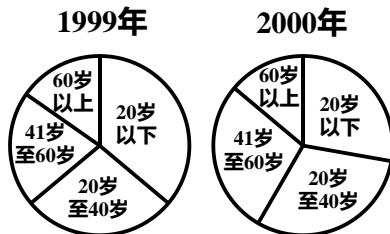


图3

8. 有理数 $a b c d e$ 满足 $a < b < c < d < e$, 并且 $b < c < d < e$, 则 $a+b+c+d+e$ 的值()
- (A) 大于0 (B) 等于0 (C) 小于0 (D) 与0的大小关系不确定
9. A、B两地相距60千米, 甲、乙两人驾车(匀速)从A地驶向B地, 甲的时速为120千米, 乙的时速为90千米, 如果乙比甲早出发6分钟, 则当甲追上乙以后, 乙再经过()分钟可以到达B.
- (A) 25 (B) 20 (C) 16 (D) 10

10. 如图4, 数轴上的六个点满足 $AB=BC=CD=DE=EF$, 则在点B、C、D、E对应的数中, 最接近-10的点是()
- (A) 点B (B) 点C
(C) 点D (D) 点E

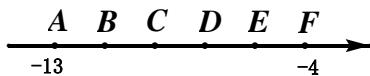


图4

二、A组填空题(每小题4分, 共40分)

11. 天文学中, 1光年是光在一年内走过的距离.已知光速约为每秒30万千米, 一年按365天计算, 那么1光年换成以米为长度单位, 用科学记数法表示应为_____米. (保留三位有效数字)
12. 从1到2013这2013个自然数中, 与21互质的数共有_____个.
13. 已知 $2x-y=-7$, $3x+2y=0$, 则 $xy=$ _____.
14. 如图5, $ABCD$ 和 $DEFG$ 都是正方形, 面积分别为9平方厘米和13平方厘米, 点G在线段AB上.则 $\triangle CDE$ 的面积是_____平方厘米.
15. If the product of all digits of a six-digit number is 1296, among such numbers, the smallest is _____.

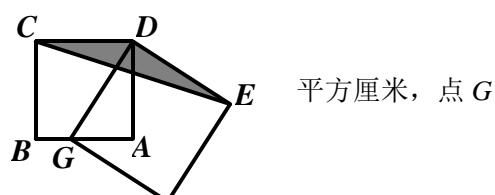


图5

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289
物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,
英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131003273

六位数

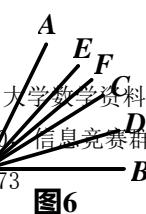


图6

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

16. 如图6, 射线 OC 、 OD 、 OE 、 OF 分别平分 $\angle AOB$ 、 $\angle COB$ 、 $\angle DOB$ 、 $\angle EOF$. 若 $\angle FOD = 30^\circ$, 则 $\angle AOE = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 爸爸, 妈妈, 小慧、小弟, 这四人今年的年龄之和是99岁, 爸爸比妈妈大4岁, 小慧比小弟大3岁, 9年前, 他们的年龄之和为65岁, 由以上条件可知今年爸爸 $\underline{\hspace{2cm}}$ 岁.

18. n 个连续自然数之和为35 ($n > 1$), 则 n 的所有可能取的值之和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 已知当 $x=1$ 时, $3x^2+bx+4=14$, 并且 $ax^2+bx+5=1$, 那么, 当 $x=-1$, $5ax^2+bx+2c$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

20. 小光家的电话号码是八位数, 它的前四位数字相同, 后五位数字是连续的一位自然数, 电话号码的数字和等于它的最后两位数, 那么, 这个电话号码是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、B组填空题 (每小题8分, 共40分)

21. 已知: 直线 AB 与直线 CD 交于点 O , $\angle BOC = 120^\circ$,

- (1) 如图7, 若 $\angle EOA = 90^\circ$, 则 $\angle DOE = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (2) 如图7, 若 EO 平分 $\angle AOC$, 则 $\angle DOE = \underline{\hspace{2cm}}$.

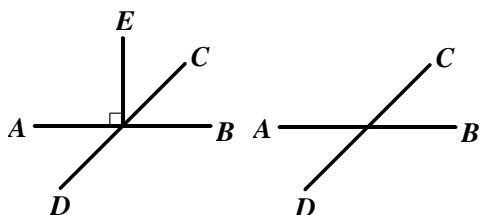


图7



图8

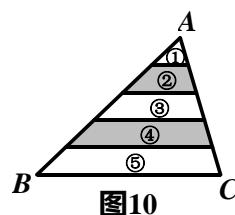


图9

22. 如果四个不同的质数的和为37, 那么这样的四个质数乘积的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

23. 如图9, 已知 C 、 D 是线段 AB 上的两点, 且 $AC = \frac{1}{3}AB$, $DB = \frac{1}{3}AB$, 图中一共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条线段; 若所有线段的长度的总和为31, 则 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$.

24. 如图10, 在 $\triangle ABC$ 中, AB 和 AC 被四条平行于 BC 的线段分成5个三角形, 其中面积是 S , 则阴影部分②与④的面积的和是 $\underline{\hspace{2cm}}$; 梯形③的面积的和是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



25. 若整数 x , y , z 满足方程组 $\begin{cases} xy + z = 94 \\ x + yz = 95 \end{cases}$, 则 $xyz = \underline{\hspace{2cm}}$ 或 $\underline{\hspace{2cm}}$.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

附加题 (每小题 10 分, 共 20 分)

1. 2013 名同学在操场上排成一个长方阵, 小明站在第一排的最左边,

小聪在最后一排的最

右边, 如果左右相邻或前后相邻的两名同学传递一张纸条需要 5
中的纸条传给小聪至少需要_____秒.

秒钟, 那么, 小明将手

2. 已知右表内每一横行中从第二个数起的数都比它左边相邻的数大
数起的数都比它上边相邻的数大 n , 则 $m+n=$ _____, m , 各竖列中从第二个

$$xy+zt=$$
_____.

	z		y	
		12		18
x				
		27	u	

第 24 届中学“希望杯”全国数学邀请赛第 1 试**参考答案****初中一年级**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	A	A	C	A	D	A	C	B
题号	11	12	13	14	15					
答案	9.46×10^{15}	1150	6	3	112899					
题号	16	17	18	19	20					
答案	64°	43	14	2013	88887654					
题号	21	22	23	24	25					
答案	135° : 112.5	2618; 1482	6; 7	$\frac{25}{5}$; $\frac{65}{25}$	0; 1984					
题号	附加题 1				附加题 2					
答案	460				8; 280					

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

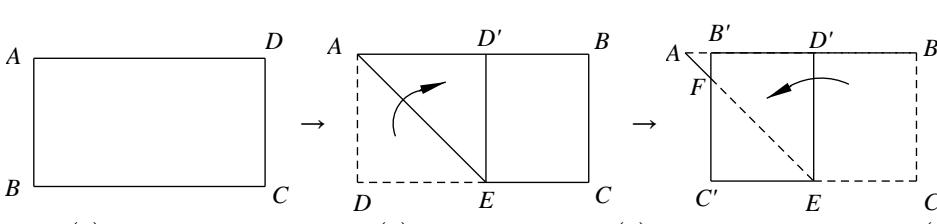
全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

2013 年第二十四届希望杯初一 第 2 试

一、选择题(每小题 4 分, 共 40)

1. 2011 年我国国内生产总值达 47.3 万亿元, 将这个数据用科学记数法表示是()
 (A) 4.73×10^{10} 元. (B) 4.73×10^{11} 元. (C) 4.73×10^{12} 元. (D) 4.73×10^{13} 元.
2. 某天, 黑河凌晨的温度比上午 9 点的温度低 12°C , 中午 12 点的温度比凌晨的温度高 20°C , 晚上 9 点的温度比中午 12 点的温度低 19°C , 若当天上午 9 点的温度记为 $a^{\circ}\text{C}$, 则当天晚上 9 点的温度应记为 ()
 (A) $(a - 32)^{\circ}\text{C}$. (B) $(a - 11)^{\circ}\text{C}$. (C) $(32 - a)^{\circ}\text{C}$. (D) $(11 - a)^{\circ}\text{C}$.
3. 若 $(y^2 - 1)x^2 + (y+1)x + 9 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程, 则代数式 $(4x+y)(2x-y)+y$ 的值是 ()
 A. 54 B. 56 C. 169 D. 171
4. 已知 a 是整数, 则下列代数式中, 值不可能是整数的为 ()
 (A) $\frac{2a-1}{9}$. (B) $\frac{3a-2}{2}$. (C) $\frac{a^2-6a-10}{6}$. (D) $\frac{a^2-2}{3}$
5. 如图 1, 取一张长方形的纸片 ABCD ($AB=9$, $AD=5$); 向右上方翻折 AD, 使 D 恰好落在 AB 边上的 D' 处, 压平后折痕交 CD 于点 E, 再将 BCED' 沿 $D'E$ 向左翻折压平后得 $B'C'ED$, $B'C'$ 交 AE 于点 F. 则此时形成的四边形 $B'FED'$ 的面积是 ()

 (A). 20 (B). 16 (C). 12. (D). 8.
6. $\triangle ABC$ 的内角分别为 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, 若 $\angle 1 = \angle A + \angle B$, $\angle 2 = \angle B + \angle C$, $\angle 3 = \angle A + \angle C$, 则 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ 中 ()
 (A) 至少有一个锐角. (B) 三个都是钝角. (C) 至少有两个钝角. (D) 可以有两个直角.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

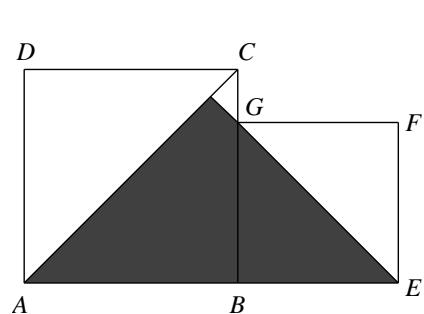
全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

7. 方程 $|x+1| + |2x - 1| = 1$ 的整数解的个数为 ()
 (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.
8. If $\langle a \rangle$ represents the largest prime number not more than a , then the value of the expression $\langle (\langle 8 \rangle \times \langle 3 \rangle \times \langle 4 \rangle) \rangle \times \langle 4 \rangle \times \langle 12 \rangle$ is ()
 (A) 1353. (B) 2013. (C) 2079. (D) 4608.
 (英汉词典: largest 最大的; not more than 不超过; prime number 质数; expression 表达式)
9. 公交车上显示线路号码的每个数字都是由七个同样的液晶条组成. 若某线路号码是两位数, 并且是两个质数之积. 但由于液晶条坏了一个, 不能发光, 显示成“51”路(如图2), 则符合要求的质数中最小的一个是()
 (A) 3. (B) 5. (C) 7. (D) 11.

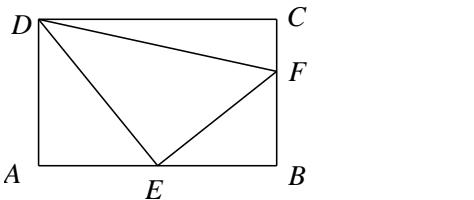
10. 如图, 边长分别为8cm和6cm的两个正方形ABCD与BEFG并排放在一起. 连接EG并延长交AC于K. 则 $\triangle AKE$ 的面积是()
 (A) 48cm^2 . (B) 49 cm^2 . (C) 50 cm^2 . (D) 51 cm^2



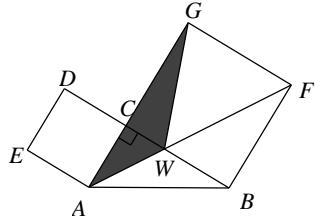
二、填空题(每小题4分, 共40分.)

11. 若 a 表示 x 与 y 的和的平方, b 表示 x 与 y 的平方和, 则当 $a=49$, $b=25$ 时, $xy=$ _____.

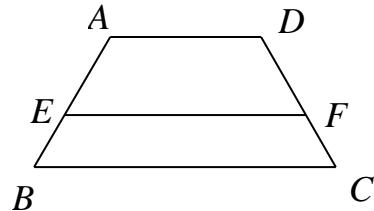
12. 如图, 长方形ABCD的长 $DC=8$, 宽 $AD=5$, E 是AB的中点, 点F在BC上, 已知 $\triangle DEF$ 的面积为16, 则点D到直线EF的距离为_____.



第12题图



第16题图



第18题图

13. 若 a , b , c 都是质数, 其中 a 最小, 且 $a+b+c=44$, $ab+3=c$, 则 $ab+c=$ _____.
14. If $a+3=b-9=c+6$, then the value of $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$ is _____.
15. 奇奇开车从北京去少林寺旅游, 在高速公路和非高速公路上的行驶速度分别是120千米/时, 60千米/时. 若奇奇驶完全程用了6小时, 其中在高速公路上行驶的路程是在非高速公路上行驶的路程的6倍; 则全程长_____千米.
16. 如图5, 在 $\triangle ABC$ 的两直角边AC、CB上分别作正方形ACDE和CBFG. AF交BC于W. 连接GW. 若 $AC=14$, $BC=28$, 则 $S_{\triangle AGW}=$ _____.
17. 用2, 0, 1, 3组成一个自然数, 且每个数字至少用一次, 其中可被225整除的最小的数是_____.
18. 如图6, 梯形ABCD中, $AD \parallel BC$, $BA=AD=DC$, $BC=2AD$, 若平行于底边的一条直线EF把梯形分成周长相等的两部分, 则 $\frac{AE}{EF}=$ _____.

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

19. 已知 $abc \neq 0$, 若 $m = \frac{2a}{|a|} \cdot \frac{3b}{|b|} \cdot \frac{4c}{|c|}$, 则 $m^2 + 2m + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 在图(1)中, 对任意相邻的上下或左右两格中的数字同时加上或减 2, 这算作一次操作. 经过若干次操作后, 图(1)能变成为图(2). 则图 7(2) 中 A 格内的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	A	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

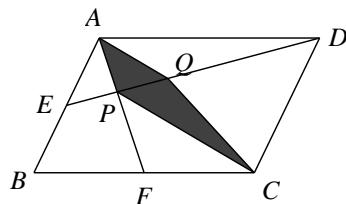
图 1

图 2

三、解答题

21. 两个同样的圆柱形水池 A, B, 深度都是 1.2 米. 1 号抽水机 18 分钟可将 A 池注满, 2 号抽水机 24 分钟可将 A 池的满池水注入 B 池. 现在, 若 A 池中储有 $\frac{1}{6}$ 池水, B 池没有水, 同时打开 1 号, 2 号抽水机, 当 A 池水深 0.6 米时, 同时关闭两个抽水机, 求此时 B 池的水深.

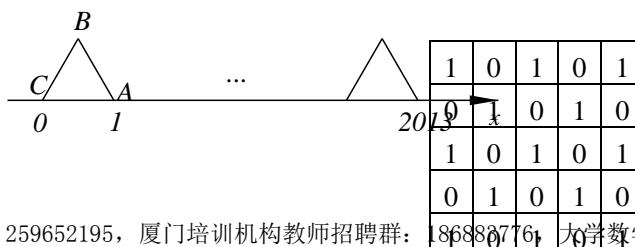
22. 如图, E, F 分别是平行四边形 ABCD 的边 AB, BC 的中点, DE 与 AF 交于点 P, 点 Q 在线段 DE 上, 且 AQ // PC. 求梯形 APCQ 的面积与平行四边形 ABCD 的面积的比值.



23. (本题满分 15 分)

如图 9, 边长为 1 的等边三角形 ABC 从图示的位置开始在数轴上顺时针无滑动地向右滚动. 当三角形的一个顶点落在 $x=2013$ 处时, 三角形停止滚动.

- (1) 落在 $x=2013$ 处的点是三角形 ABC 的哪个顶点? 说明理由.
- (2) 在滚动的过程中, 点 A 走过的路程是多少?
- (3) 若在滚动的过程中 A 走过的路程是某个圆的周长, 求这个圆的半径.



厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 1868807761 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

参考答案

第二十四届“希望杯”全国数学邀请赛

参考答案及评分标准

初一 第 2 试

一、选择题(每小题 4 分.)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	D	D	C	C	A	B	A	B

二、填空题(每小题 4 分.第 19 题每种情况 2 分.)

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	12	$\frac{32}{5}$	55	378	630	196	123300	$\frac{3}{7}$	625 或 529	13

21. 1.2 米

22. $\frac{3}{20}$

23. C 点 894π 447

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273

厦门郑剑雄数学

全国小学奥数群: 221739457, 中考数学群: 579251397, 初中奥数学生群: 253736211, 初中奥数教练群 112464128,

高考数学交流群: 536036395, 全国高中奥数学生群: 591782992 (2 号群: 835403229), 高中奥数教练群 195949359

新浪微博@郑剑雄 微信: v136257437 QQ: 136257437

厦门数学教师交流群: 259652195, 厦门培训机构教师招聘群: 186883776, 大学数学资料群: 702457289

物理竞赛群: 271751860, 化学竞赛群: 271751511, 生物竞赛群: 254139830, 信息竞赛群: 281798334,

英语口语群: 168570356, 心算交流群: 131033273