

Simulated Annealing - Balls And Bins

Luís Roberto Coelho
Ignacio Pereira Figueredo
Joao Vitor do Amaral Spolavore

Dezembro 2024

1 Balls and Bins - Formulação Inteira

1.1 Variáveis

- \mathbf{l}_i : Lower bound (limite inferior) do recipiente i .
- \mathbf{u}_i : Upper bound (limite superior) do recipiente i .
- \mathbf{x}_i : Número de bolas no recipiente \mathbf{i} , $\forall i \in [n]$
- \mathbf{y}_{ik} : Indica se o recipiente \mathbf{i} contém \mathbf{k} bolas, onde $\mathbf{l}_i \leq \mathbf{k} \leq \mathbf{u}_i$, $\forall i \in [n]$
- \mathbf{m} : Total de bolas disponíveis.
- $\mathbf{L}_k = \frac{k(k+1)}{2}$: Lucro gerado por um recipiente com exatamente k bolas.

1.2 Função Objetivo

Queremos maximizar o lucro dos recipientes:

$$\max \sum_{i=1}^n \sum_{k=\mathbf{l}_i}^{\mathbf{u}_i} \mathbf{L}_k \cdot \mathbf{y}_{ik}$$

1.3 Restrições

- **Restrição para garantir que todas as bolas foram usadas**

$$\sum_{i=1}^n x_i = m$$

- **Restrição de escolha única por recipiente:** Cada recipiente deve conter exatamente uma quantidade \mathbf{k} de bolas dentro de seu intervalo

$$\sum_{k=\mathbf{l}_i}^{\mathbf{u}_i} \mathbf{y}_{ik} = 1, \quad \forall i \in [n]$$

- **Definição de x_i dado y_{ik} :** Cada recipiente **i** deve conter um número válido de bolas

$$x_i = \sum_{k=l_i}^{u_i} k \cdot y_{ik}, \quad \forall i \in [n]$$

- **Domínio das variáveis**

$$y_{ik} \in \mathbf{B}, \quad x_i \in Z^+, \quad \forall i \in [n], \forall k \in \{l_i, \dots, u_i\}$$