

0.1 最尤推定で楕円のパラメータを推定するときの目的関数が以下になることを示せ

$$J_{ML} = \sum_{\alpha=1}^N \frac{(u, \xi_{\alpha})^2}{(u, V_0[\xi_{\alpha}]u)} \quad (1)$$

ただし、 $V_0[\xi_a]$  はデータベクトル  $\xi_a$  に関する正規化共分散行列を表す。

$\xi$ 空間においてノイズモデルを正規分布と仮定すると、最尤推定は次のマハラノビス距離の二乗和の最小化となる。また、ここで  $\xi_{\alpha}$  の真値を  $\bar{\xi}_{\alpha}$  とおくと、以下の式で表すことができる。

$$J = \sum_{\alpha=1}^N (\xi_{\alpha} - \bar{\xi}_a, V[\xi_{\alpha}]^{-1}(\xi_{\alpha} - \bar{\xi}_a)) \quad (2)$$

これを拘束条件

$$(\bar{\xi}_a, u) = 0 \quad , \quad \alpha = 1, \dots, N \quad (3)$$

のもとで最小となる  $\bar{\xi}_a, u$  を考える。式 (3) は  $\bar{\xi}_a$  に関して線形であるため、ラグランジュ乗数を用いて削除することができる。