

光学設計の基礎知識

1. 光学設計概論.....	2
1.1 レンズの種類	2
1.2 近軸量.....	3
1.2.1 主点.....	3
1.2.2 焦点.....	4
1.2.3 焦点距離.....	5
1.2.4 倍率.....	6
1.2.5 Fナンバー	7
1.2.6 NA.....	8
2. 収差.....	9
2.1 ザイデルの5収差.....	10
2.1.1 球面収差.....	11
2.1.2 コマ収差.....	11
2.1.3 非点収差と像面湾曲	12
2.1.4 歪曲収差.....	13
2.2 色収差.....	15
2.2.1 波長と屈折率	15
2.2.2 軸上色収差	18
2.2.3 倍率色収差	18
2.2.4 屈折率と分散	18
2.3 温度による収差	20
2.3.1 温度と屈折率	20
2.3.2 温度収差.....	22
2.4 湿度による収差	24
2.4.1 吸湿特性.....	24
2.4.2 吸湿による収差	25
参考文献.....	26

1. 光学設計概論

ここでは広く光学設計がどういうものであり、何をするのか整理する。それにより光学設計の理解が深まり、設計を行う場合の指針となり、また問題点が発生した場合は解決策を探る助けとなることが期待される。

1.1 レンズの種類

光学系を構成しているレンズは大きく分けると、球面レンズと非球面レンズになります（そのほか屈折率分布レンズ、回折レンズ等があるがここでは扱わない）。

球面レンズはレンズ面が球面で構成されるレンズです。平面を含むレンズも、平面を曲率半径が無限大の球面と考えて球面レンズに含めます（2面とも平面の場合はガラス板、ガラス平板、平面ガラス等と呼びます）。

さらに球面レンズは（+の焦点距離を持つ）凸レンズと（-の焦点距離を持つ）凹レンズに分けられ、その形状により図 1.1 のように各 3 種類の計 6 種類に区別されます。凸レンズは凸面同士の両凸レンズ、平面と凸面の平凸レンズ、凸面と凹面によって構成されたメニスカス（凸）レンズ、凹レンズは凹面同士の両凹レンズ、平面と凹面の平凹レンズ、凸面と凹面によって構成されたメニスカス（凹）レンズになります。なお、両凸レンズ、両凹レンズで左右対称な場合はそれぞれ、等凸レンズ、等凹レンズとも呼ばれます。また、平凸レンズ、平凹レンズは左右どちらに平面がきても呼び名は同じです。

メニスカスレンズには焦点距離がほぼ無限大になる場合があります。焦点距離がほぼ無限大の場合や、+の焦点距離か-の焦点距離が不明な場合は単にメニスカスレンズと呼びます。よって、単にメニスカスレンズという場合は、凸レンズか凹レンズかは明確ではありません。

非球面レンズは字の通り球面ではない面によって構成されているレンズです。そのなかには一方向にのみ曲率を持ったシリンドリカルレンズ、レンズの高さによって曲率が変わる回転対称な非球面レ

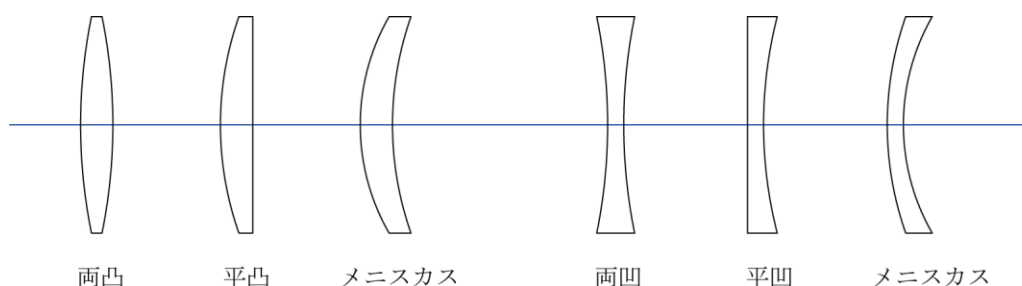


図 1.1 レンズの形状

レンズや、回転対称軸の無い自由曲面による非球面レンズなどがあります。

1.2 近軸量

近軸量は理想光学系の結像関係によって導き出される諸量です。“近軸”量と呼ばれるのは、その値を求める方法が光軸に限りなく近い領域での計算に相当するからです。

主な近軸量には

- (1) 主点
- (2) 焦点
- (3) 焦点距離
- (4) 倍率
- (5) Fナンバー
- (6) NA

等があります。

1.2.1 主点

レンズの厚さが厚い場合や、複数のレンズを使用した光学系を考える場合に便利な概念があります。それは厚いレンズも、複数のレンズによる光学系も1枚の非常に薄い仮想のレンズ（薄肉レンズ）で置き換えるやり方です。その薄肉レンズの位置を主点といいます。主点を通る光軸に垂直な平面を主平面といいます。レンズの基本的な機能（例えば、焦点距離や倍率）はその主点に薄肉レンズがあるのと同じと考えられます。

定性的な検討にはレンズ1枚に対して1つの主点で代表すればよいのですが、定量的に正確な近軸関係を把握するには後側と前側の2種類の主点を用います。光が入射する側（レンズ前側）から光を入れた場合の主点を後側主点、射出側（レンズ後側）から光を入れた場合の主点を前側主点とよびます。また前側と後側は1:1で倍率1倍の関係にあります。つまり前後が空気の場合、前側主点に入射した光線は同じ角度で後側主点より射出し、前側主平面に入射した光線は後側主平面の同じ高さから射出します。なお、光学では光が入射してくる側を前側、射出する側を後側と呼びます。よって、光が入射する側（レンズ前側）から光を入れた場合の射出側（レンズ後側）の主点を後側主点、射出側（レンズ後側）から光を入れた場合のレンズ前側の主点を前側主点と呼ぶことになります。

図1.2に主点の求め方を示します。レンズに入射する光軸に平行な光線を延長した線と、レンズから射出する光線を前側（逆）にたどった線との交点から光軸へ垂線を下ろしたとき光軸との交点が後側主点（H'）になります。後側主点を通して、光軸に垂直な平面を後側主平面になります。レンズの射出側から平行な光線を入れた場合に同様に求めた点が前側主点（H）、前側主平面になります。

図1.3にいろいろな形状の厚レンズの主点、主平面位置を示しました。

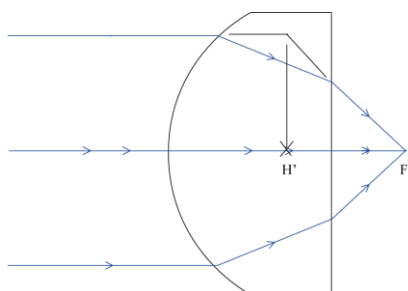


図 1.2 主点の求め方

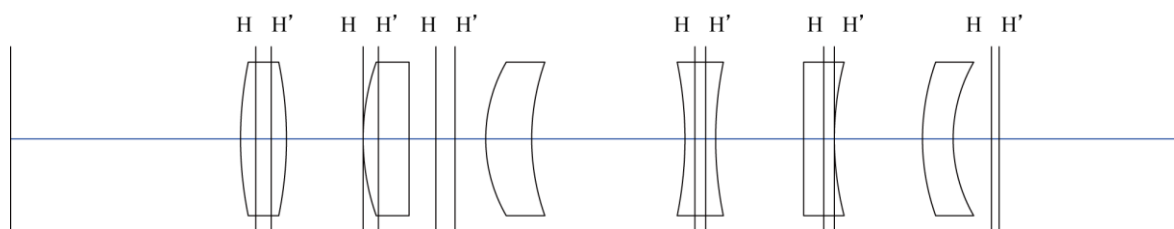


図 1.3 レンズの主点位置

1.2.2 焦点

焦点は焦（こ）げる点と書きますが、語源はラテン語で暖炉を表わす **focus** とか、ギリシャ語で火を表わす **Feuer** (=fire) と言われてます。虫眼鏡で太陽の光を集めて紙を焦がした経験を持つ人も多いでしょう。このように凸レンズの場合焦点は、太陽光のように無限遠から平行にきた光が集光する点になります。

焦点にも主点と同様、後側と前側の2種類があります。図 1.4 (a) のようにレンズ前方の無限遠から光を入射させたときに集光する点を後側焦点 (F')、(b) のようにレンズ後方の無限遠から光を入射させたときに集光する点を前側焦点 (F) とよびます。(b) は分かり易いよう光がレンズ後方の右より左に進むように示しました。(c) は (b) と逆向きに光が進む場合で、前側焦点 (F) より出た光が、レンズを通過後平行な光となっている様子を示しており、(b) と同じ道筋を逆に進みます。これは光の可逆性によるもので、光は、光が伝わった道筋（光路）と逆方向に光を入射させても同一の光路を逆にたどります。よって焦点からでた光は凸レンズを通過後平行になるということも出来ます。

凹レンズは、平行に入射する光を集光せずに発散させています。しかしながら、図 1.5 に示すように発散する光線を前側にたどって行くと仮想的集光点があります。その点が凹レンズの焦点になります。凹レンズにも凸レンズと同様に後側焦点、前側焦点がありますが、レンズに対するそれぞれの位置が凸レンズと異なり、図 1.5 の場合は後側焦点 (F') になります。

なお、焦点のより正確な定義では、「光軸の非常に近くに無限遠からの光を平行に入射させて、その光がレンズを通過後光軸を横切る点、あるいは逆にたどったときに光軸を横切る点」となります。

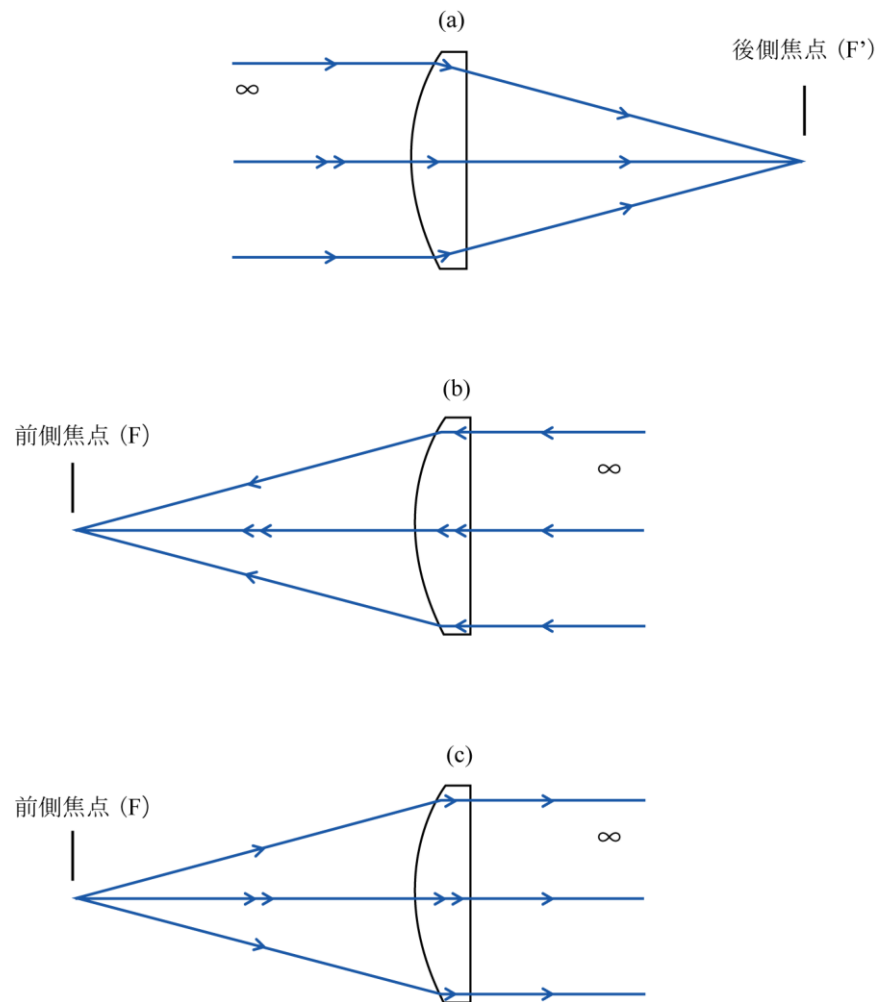


図 1.4 焦点

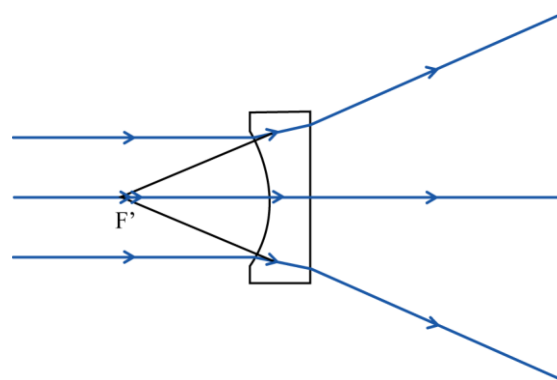


図 1.5 凹レンズの焦点

1.2.3 焦点距離

主点から焦点までの距離を焦点距離といいます。前項の主点，焦点はともに前側，後側があり，焦点距離もそれぞれに対応して，前側焦点距離，後側焦点距離があります。図 1.6 で示すように， HF が前側焦点距離（-）， $H'F'$ が後側焦点距離（+）になります。レンズが空気中にある場合，前側焦点距離，後側焦点距離の絶対値は等しいことから図 1.6 の HF と $H'F'$ の距離は等しくなります。

単に焦点距離とよぶ場合は後側焦点距離を指します。

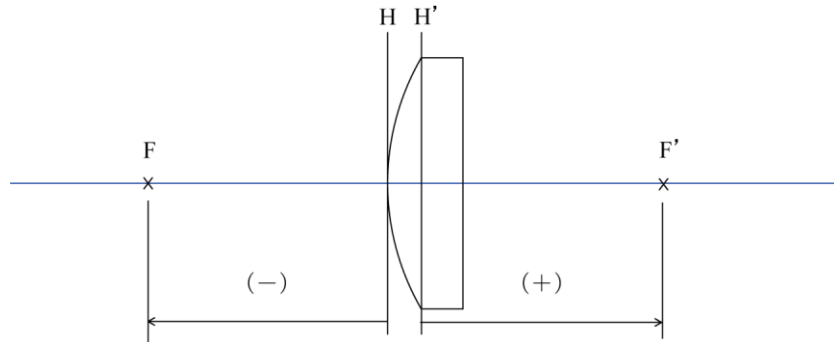


図 1.6 焦点距離

1.2.4 倍率

図 1.7 に結像の様子を表す光路図の書き方を示しました。

基本は以下の 3 本の光線です。

- (1) レンズの中心を通る光線はまっすぐ通過する。(前側主点に入射した光線は後側主点より同じ角度で射出する。)
- (2) 光軸と平行に入射する光線はレンズ通過後 (前側主平面と後側主平面を同じ高さで通過後) に後側焦点を通過する。
- (3) 前側焦点を通った光線はレンズ通過後 (前側主平面と後側主平面を同じ高さで通過後) に光軸と平行になる。

像空間で複数の光線が交差した点が結像点になります。作図は定性的な検討の場合は 1 つの主平面で代表し、定量的な検討の場合は図 1.7 のように前側主平面と後側主平面の 2 種類の主平面を使います。前側主平面と後側主平面の関係は 1 倍で、光路図ではその間光線を平行移動させます。

図 1.7 にあるように物点の高さを y としたとき、像点の光軸からの高さが y' であったとします。これは高さを y の物体を光軸上に置いたとき、高さを y' の像が光軸上に出来たのと同じ意味になります。このときの像の倍率 β は、

$$\beta = y' / y \quad (1.1)$$

で像の高さを光軸を基準にして計ると図 1.7 の場合、像是倒立 ($y' < 0$) で負 (−) の倍率となります。

一方、図の三角形 ABF' と三角形 $F'CD$ が相似であることにより焦点距離を f とすると、

$$y' / y = -f / Z \quad (1.2)$$

となり、

$$\beta = -f / Z \quad (1.3)$$

となります。

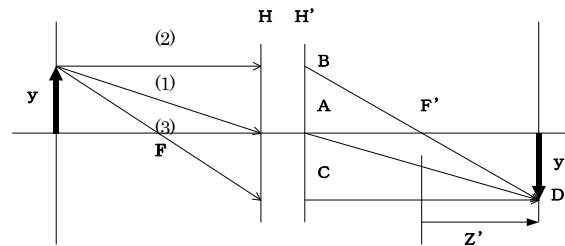


図 1.7 光路図

1.2.5 F ナンバー

物体が無限遠にあるとき，絞りで規制される光線束の大きさを表します。

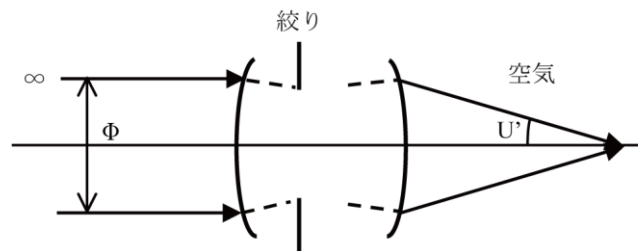


図 1-8 F ナンバー

図 1-8 に示すように，入射する光線束の直径を ϕ ，焦点距離を f としたときの F ナンバーを F とすると

$$F = \frac{f}{\phi} \quad (1.4)$$

になります。F ナンバーの 2 乗は像の明るさに反比例します。すなわち

$$\text{像の明るさ} \propto \frac{1}{F^2} \quad (1.5)$$

となり，よって F ナンバーを $\sqrt{2}$ の等比級数，例えば

$$1 \quad 1.4 \quad 2 \quad 2.8 \quad 4 \quad 5.6 \quad \dots \quad (1.6)$$

で表すと，像の明るさは $\frac{1}{2}$ ずつ減少していくことになります。レンズ絞りの F ナンバー表記はこの $\sqrt{2}$

の等比級数を用います。

1.2.6 NA

物体側の NA は、物体が有限の距離にあるときの絞りで規定される光線束の大きさを表します。また像側の NA(NA')は、像が有限の距離に出来るとき、絞りで規定される光線束の大きさを表します。

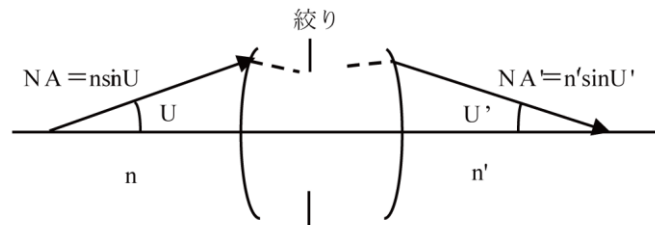


図 1-9 NA

図 1-9 に示すように、光軸上の物点から入射する光線束の光軸となす角度の半角を U として物体側の屈折率が n のときの物体側 NA は

$$NA = n \sin U \quad (1.7)$$

物体側が空気の場合は $n=1$ なので

$$NA = \sin U$$

となります。図 1-8 との違いは、光線束と光軸のなす角度が 0 の無限小（平行）ではなく有限の角度 U をもつ事です。このときの光学系の物体側解像力 R は、使用波長を λ 、 k を物体側定数（条件により値が異なります）とすると

$$R = k \frac{\lambda}{NA} \quad (1.8)$$

で表されます。像が有限距離に作られるとき(物体距離は有限でも無限遠でもよい)、光軸上の像点に入射する光線束の光軸となす角度を U' とすると像側の屈折率が n' のときの像側 NA は

$$NA' = n' \sin U' \quad (1.9)$$

像側が空気の場合は $n=1$ なので

$$NA' = \sin U'$$

となります。このときの光学系の像側解像力 R' は k' を像側定数として

$$R' = k' \frac{\lambda}{NA'} \quad (1.10)$$

で表わされます。物体が無限遠にあるときの像側 NA と F ナンバーの関係は（厳密には正弦条件を満たしているときに成立する）

$$NA' = \frac{1}{2F} \quad (1.11)$$

となります。

2. 収差

理想的な結像からのズレを収差と呼びます。

図 2-1 に光軸よりの高さ y の物点 $P(y, 0)$ より出た光線が物体側主平面 H 像側主平面 H' を持つ光学系を通過して、光軸に垂直な像平面と $P'(y', z')$ で交わった状態を示しました。このとき、 $\bar{P}'(\bar{y}', \bar{z}')$ を理想像点としたとき

$$\Delta y' = y' - \bar{y}' \quad (2.1)$$

$$\Delta z' = z' - \bar{z}' \quad (2.2)$$

が、この光線の横収差になります。光学では光軸方向を縦方向、光軸と垂直な面内を横方向と呼びます。よって $\Delta y'$ 、 $\Delta z'$ は横方向の収差量を表わします。

$P'(y', z')$ を求めるには、光線の通過点を正確に追跡計算することが必要で、その計算に $\sin x$ 、 $\cos x$ 等の三角関数の計算が多く含まれます。その中で例えば $\sin x$ をべき級数に展開すると

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \quad (2.3)$$

となります。そのうち x の 1 次の項まで使用して

$$\sin x \doteq x \quad (2.4)$$

と近似計算を行った場合を近軸領域といい、その追跡計算を近軸追跡、その結果の諸量が近軸量になります。近軸領域での結像は理想結像と呼ばれ、そのときその光学系は理想光学系や理想レンズと呼ばれます。

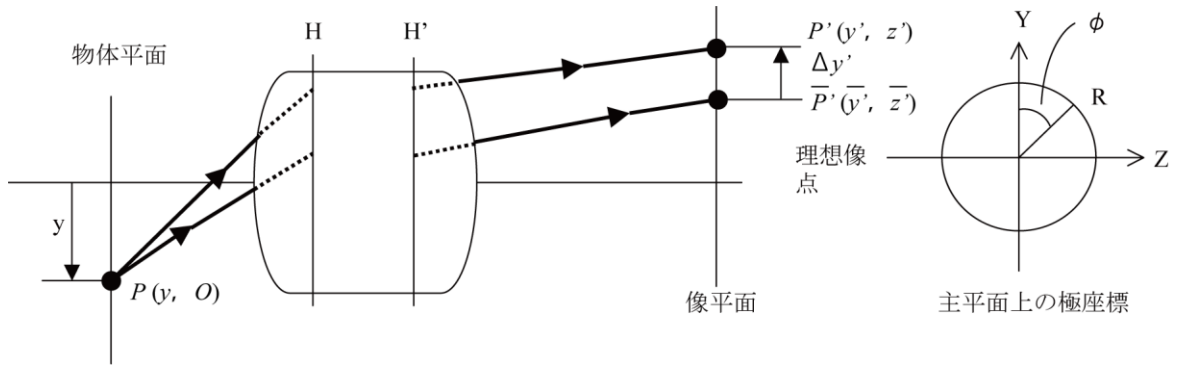


図 2-1 収差

さらに x の 3 次の項まで使用して

$$\sin x \doteq x - \frac{x^3}{3!} \quad (2.5)$$

と近似した場合を 3 次収差領域といい、次項でザイデルの収差論が展開される領域になります。そのときの収差をザイデルの 5 収差と呼びます。

2.1 ザイデルの 5 収差

光線の横収差を 3 次の項まで近似を行うと

$$\Delta y' = I R^3 \cos \phi + II R^2 y (2 + \cos 2\phi) + (III + IV) R y^2 \cos \phi + V y^3 \quad (2.6)$$

$$\Delta z' = I R^3 \sin \phi + II R^2 y \sin 2\phi + IV R y^2 \sin \phi \quad (2.7)$$

となります。R と ϕ は図 2-1 の右に示したように、光線が物体側主平面 (H) 上を切る点を表す極座標です。I, II, III, IV, V はそれぞれ球面収差, コマ収差, 非点収差, 像面湾曲, 歪曲収差を表わす収差係数と呼ばれる値で、すべて近軸追跡によって計算される R, ϕ , y に無関係な定数です。

3 次の項が表す収差は、式 (2.6), 式 (2.7) のように異なる性質を持つ 5 種類の係数をもつ収差に分類できます。それぞれが 3 次の項まで近似をした球面収差, コマ収差, 非点収差, 像面湾曲, 歪曲収差に対応します。

ザイデルの 5 収差はあくまで収差を 3 次の項までで近似したものであり、実際の収差はもっと高次の項の収差を含みます。光学設計においては光線追跡によって高次の収差も含んだ実際の収差を直接計算によって求めることが多いのですが、基本的な性質は実際の収差も 3 次の項まで近似した収差に準じることになります。

2.1.1 球面収差

光軸上にある物点、つまり軸上物点から光線が入射した場合（図 2-2 の実線部分）は式 (2.6) と式 (2.7) で $y=0$ とすれば

$$\Delta y' = I R^3 \cos \phi \quad (2.8)$$

$$\Delta z' = I R^3 \sin \phi \quad (2.9)$$

ϕ を消去すると

$$(\Delta y')^2 + (\Delta z')^2 = (I R^3)^2 \quad (2.10)$$

となります。これは像点 P' が、理想像点である光軸と像平面の交点 $\bar{P}'(0,0)$ に集まらずに $\bar{P}'(0,0)$ を中心とする半径 $I R^3$ の円周状の像となることを示しています。つまり球面収差では、主平面上半径 R の輪帯を通った光束が、図 2-2 右下の図のように像面上で R^3 に比例した円状に結像します。

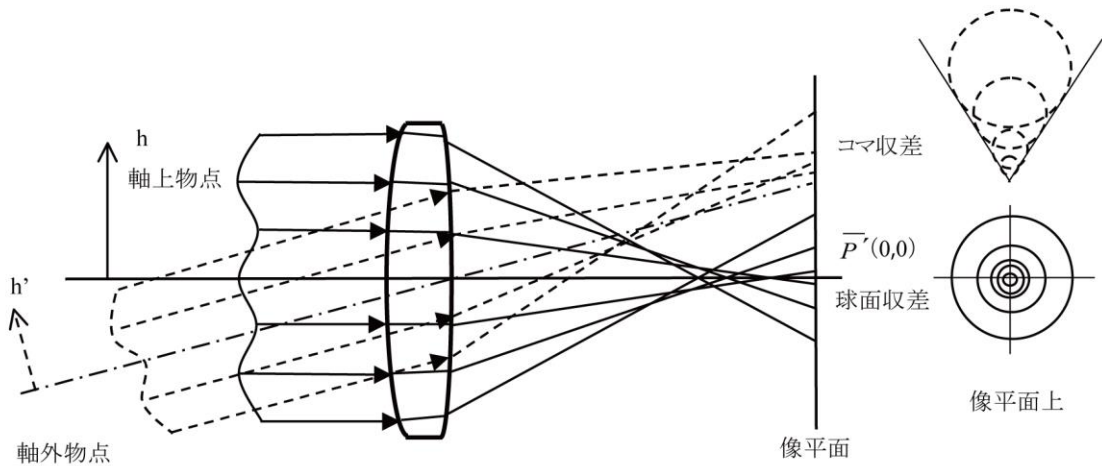


図 2-2 球面収差とコマ収差

2.1.2 コマ収差

光軸上ではなく軸外の物点から光線が入射した場合（図 2-2 の点線の光束）、理想像点を頂点として 3 角形状に尾を引いてぼやける現象（図 2-2 右上の点線の図）があります。これはコマ収差と呼ばれ式 (2.6) と式 (2.7) で y の 1 次に比例した量になります。 y の 1 次の項を取り出すと

$$\Delta y' = II R^2 y (2 + \cos 2\phi) \quad (2.11)$$

$$\Delta z' = II R^2 y \sin 2\phi \quad (2.12)$$

ここで

$$a = II R^2 y \quad (2.13)$$

とにおいて ϕ を消去すると

$$(\Delta y' - 2a)^2 + (\Delta z')^2 = a^2 \quad (2.14)$$

となります。これは、図 2-3 に示すように理想像点から y 方向に $2a$ 離れた点を中心に半径 a の円が重なった像となっていることを示しています。円の中心のズレ量と半径の比が $2:1$ であることより、円像の包絡線は交角が 60° になります。コマ収差の名前の由来は、その形状からコマやコーマが彗星の頭にある丸く広がったガス状の部分を目指すことより言われるようになったとされています。

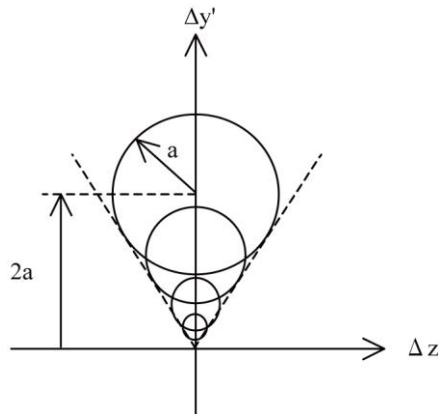


図 2-3 コマ収差

2.1.3 非点収差と像面湾曲

軸外の物点から光線が入射した場合 y^2 の項の影響が大きくなってきます。式 (2.6) と式 (2.7) から y の 2 次の項を取り出すと

$$\Delta y' = (2\text{III} + \text{IV}) Ry^2 \cos \phi \quad (2.15)$$

$$\Delta z' = \text{IV} Ry^2 \sin \phi \quad (2.16)$$

ϕ を消去すると

$$\frac{(\Delta y')^2}{(2\text{III} + \text{IV})^2} + \frac{(\Delta z')^2}{\text{IV}^2} = (Ry^2)^2 \quad (2.17)$$

となり、この収差図形は R すなわち絞りの径に比例した楕円形状の結像になります。図 2-4 に示すように、結像面を光軸方向に前後すると、楕円の結像から z 軸方向の線分の結像になる位置と y 軸方向の線分の結像となる位置が見つかります。

それぞれをメリジオナル方向の焦線 (F_m)、サジタル方向の焦線 (F_s) と呼びます。このように軸外の物点に対しては 1 点に結像する代わりに 2 つの焦線が出来るので、これを非点収差といい、メリジ

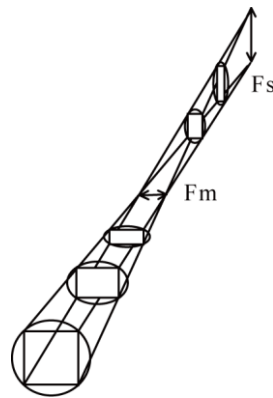


図 2-4 非点収差

オナルとサジタルの焦線の間隔を非点隔差と呼びます。物体高 y を変えていったときに出来るメリジオナルとサジタルの焦線の位置を平均した像面は平面ではなく湾曲しています。これを像面湾曲と呼びます。

実際の光学設計では、光学系全体を構成する各単レンズの焦点距離を f_i 屈折率を n_i したとき、像面の光軸に近いところの曲率半径 ρ は

$$\frac{1}{\rho} = P = \sum_n \frac{1}{n_i f_i} \quad (2.18)$$

と表されます。P をペッツバル和と呼びます。ペッツバル和によって求められる像面の曲率半径 ρ は、近軸像面の像面湾曲量に相当します。

2.1.4 歪曲収差

式 (2.6), 式 (2.7) で $R=0$ としても

$$\Delta y' = V y^3 \quad (2.19)$$

の項が残ります。この項は光軸からの高さ y のみに関係し R を含まず、像は点像であり像の先鋭度には関係しません。 y の 3 乗に比例して像点の位置が変化し像の形を歪めるこの収差を、歪曲収差あるいはディストーションと呼んでいます。図 2-5 は O' を光軸との交点とした像面を示してあります。 z 軸に平行な水平線の理想結像を AB としたとき、

$V < 0$ の場合は実線の $A'B'$ の結像となります。像の形状から樽型の歪曲収差と呼びます。

$V > 0$ の場合は点線の $A''B''$ の結像となり、像の形状から糸巻き型の歪曲収差と呼びます。

実際の光学設計においては、理想の像高を \bar{y}' とし実際の像高を y' とすると歪曲収差 D は

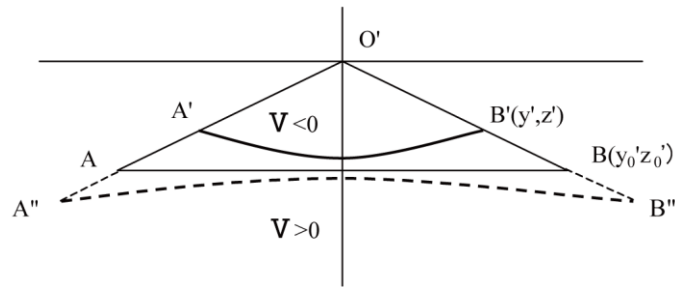


図 2-5 歪曲収差

$$D = \frac{\overline{y'} - y'}{y'} \times 100 \quad (\%) \quad (2.20)$$

で表します。このとき物体の高さを y 、物体の方向（光線の入射角）を θ 、焦点距離 f 、倍率 β とすると物体が無限遠の場合の理想像高は

$$\overline{y'} = f \tan \theta \quad (2.21)$$

物体が有限距離にある場合の理想像高は

$$\overline{y'} = \beta y \quad (2.22)$$

になります。

歪曲収差はディストーションとも呼ばれますが、テレビやビデオのレンズ等に用いられる TV ディストーション D_{TV} とは定義が異なります。TV ディストーションは水平方向の直線のひずみ量を垂直方向の画面サイズの比率で表しています。

図 2-6 に示すように、物体の大きさ 縦×横が $a \times b$ の場合、ディストーションのない理想結像の大きさを $a'_0 \times b'_0$ 、ディストーションのある実際の結像の 4 隅の大きさが $a' \times b'$ のとき光軸を含む大きさが $a'_0 \times b'_0$ とすると

$$\Delta a' = \frac{a' - a'_0}{2} \quad (2.23)$$

$$D_{TV} = \frac{\Delta a'}{a'_0} \times 100 \quad (\%) \quad (2.24)$$

を TV ディストーションと呼びます。

これまでの歪曲収差 D の値と TV ディストーションの値を比較をするため、 D_{TV} を通常の歪曲収差 D で近似することが出来る場合があります。歪曲収差 D の値が理想像高 $\overline{y'_0}$ の 2 乗に比例する場合（

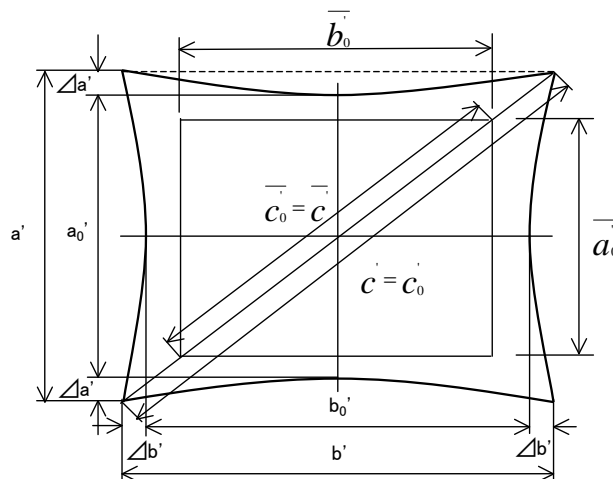


図 2-6 TV ディストーション

3 次収差の範囲で式(2.19)のように $\Delta y'$ が物体高 y の 3 乗に比例する場合に相当する), 縦横比 3 : 4 の撮像素子での TV ディストーションの近似値は

$$D_{tv} \doteq 0.32 \times D \quad (2.33)$$

画面が 35mm フィルムサイズのときの近似値は

$$D_{tv} \doteq 0.35 \times D \quad (2.34)$$

となります。(式の導出は省略しましたが求めてみてください) 歪曲収差 D の状況や画面の縦横比 (アスペクト比) によりますが, 概略では, 歪曲収差が理想像高の 2 乗に比例すると TV ディストーション D_{tv} は歪曲収差 D の 30 数%になるということが出来ます。

映画の撮影レンズ, 映写用レンズで用いられるディストーションも TV ディストーションと同じ定義を用いることがあります。

2.2 色収差

レンズを使用して光学系を構成すると, 使用する硝材の屈折率が光の波長すなわち色によって異なるため, 出来る像の性質も波長により異なります。光の波長による像の差異を色収差と呼びます。

2.2.1 波長と屈折率

ガラスや樹脂の屈折率は通常特定の輝線スペクトルでの値が測定されます。主な輝線スペクトルは, よく使用される d 線, C 線, F 線のほか i 線, h 線, g 線, e 線, A' 線などがあります。それぞれの波長と色の目安を表 2-1 に示しました。色の欄で紫外と赤外は人間の目には見えません。

このなかの g 線, F 線, d 線, C 線, A´ 線での測定値を使っていくつかのガラスで屈折率の特徴を見てみよう。最もポピュラーなガラスは BK7（オハラでは S-BSL7, HOYA では BSC7, SCHOTT では N-BK7）とよばれるガラスで、安価で使用量も多く他のガラスと比較するための様々な基準にも用いられます。この BK7 とフリントガラスの代表として F2, 新種ガラスから LAK14, FCD10 の 4 種を見てみよう。

表 2-1 スペクトル波長

記号	i	h	g	F	e	d	C	A´
波長 (nm)	365.015	404.656	435.835	486.13	546.07	587.56	656.27	768.19
色	紫外	紫	青紫	青	黄緑	黄橙	赤	赤外

表 2-2 ガラス恒数表

製造会社				アッペ数		部分分散		部分分散比
ガラス名	OHARA	HOYA	SCHOTT	n_d	ν_d	$n_F - n_o$	$n_g - n_F$	P_{gF}
					$\frac{n_d - 1}{n_F - n_c}$			
LAK14	S-LAL 14	LAC 14	N- LAK14	1.69680	55.46	0.012564	0.00682	0.543
F2	S-TIM 2	E-F2	N-F2	1.62004	36.30	0.017081	0.01003	0.587
BK7	S-BSL 7	BSC7	N-BK7	1.51680	64.20	0.00805	0.00430	0.534
FCD10	S-FPL 52	FCD10	N/A	1.45650	90.27	0.005057	0.00270	0.535

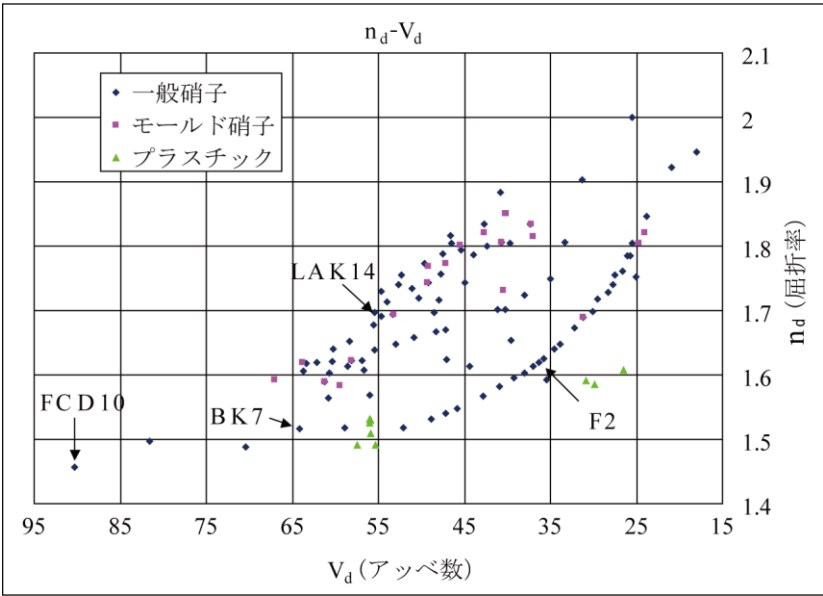


図 2-7 レンズ材料分布図

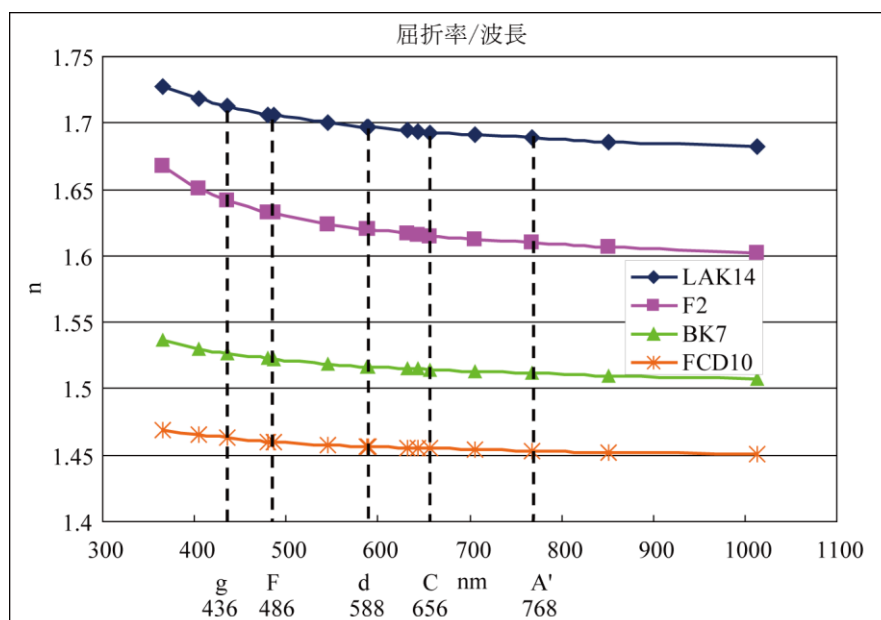


図 2-8 波長と屈折率

それら 4 種類のガラスを図 2-7 の $n_d - \nu_d$ 図（アップダイアグラムと呼びます）中に、恒数値を表 2-2 に示しました。同種のガラスのガラス名は製造会社によって異なるため、オハラ、HOYA、SCHOTT の呼び名を併記しました（FCD10 は SCHOTT にはありません）。

恒数表では n が屈折率を表わし、添え字で測定波長を示します。波長間の屈折率差を部分分散と呼びます。部分分散の比をとったものが部分分散比となります。

これらの表作成の元になるのが、各ガラスの波長と屈折率の関係です。図 2-8 にその関係を図示しました。ガラスの種類によって波長に対する屈折率の変化具合が異なっていることがわかります。波長間の傾きが部分分散に対応し、波長間の傾きの変化が部分分散比に対応します。

ガラスや樹脂の屈折率は表 2-1 にあるようなスペクトル波長を用いて測定されます。図 2-8 には主なスペクトル波長の位置が点線で示されています。しかし設計で使用する波長は必ずしもこれらの測定されたスペクトル波長ではないため次の式 (2.35) を用いて補間を行います。

$$n^2(\lambda) = A_0 + A_1 \lambda^2 + \frac{A_2}{\lambda^2} + \frac{A_3}{\lambda^4} + \frac{A_4}{\lambda^6} + \frac{A_5}{\lambda^8} \quad (2.35)$$

式 (2.35) をショット (SCHOTT) の屈折率分散式とよび、多くの光学ガラスメーカーがこの式の $A_0 \sim A_5$ の定数を公表しています。ただし、ショット社では現在はこれと別のゼルマイヤー分散式とよばれる式 (2.36) を用いて補間を行っています。

$$n^2(\lambda) - 1 = \frac{B_1 \lambda^2}{(\lambda^2 - C_1)} + \frac{B_2 \lambda^2}{(\lambda^2 - C_2)} + \frac{B_3 \lambda^2}{(\lambda^2 - C_3)} \quad (2.36)$$

2.2.2 軸上色収差

光の波長によって最良の像が得られる平面（最良像面）の位置が異なる収差をいいます。図2-9の左図に示すように、点線の波長による最良像面位置が実線の波長による最良像面と異なっているのがわかります。これは異なった波長の（光軸方向の）最良像面位置を一定にする補正が行われなかったか不足しているために発生します。

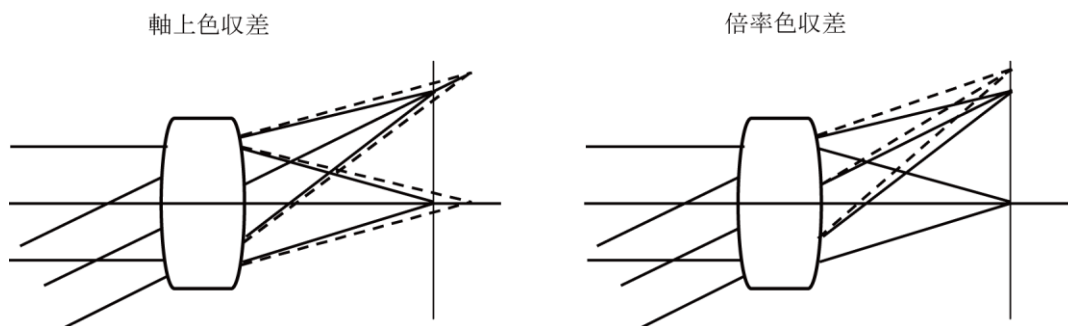


図2-9 軸上色収差と倍率色収差

2.2.3 倍率色収差

光の波長によって像の大きさ（倍率）が異なる収差をいいます。図2-9の右図で点線の波長による像高が実線の波長による像高より大きくなっているのがわかります。これは異なった波長の像倍率を一定にする補正が行われなかったか不足しているために発生します。現象としては、像平面上で光軸方向、あるいは光軸と反対方向への像点の色にじみとなります。

2.2.4 屈折率と分散

硝材の波長による屈折率差がどのように色収差に影響するかを見ます。

レンズの厚さが十分薄い場合、レンズの屈折率 n 、両面の曲率半径をそれぞれ r_1 , r_2 とするとレンズの焦点距離 f は

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (2.37)$$

で表され、光の波長による屈折率の変化を Δn とすると

$$-\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta n}{n-1} \quad (2.38)$$

となります。右边を

$$\frac{\Delta n}{n-1} = \frac{1}{\nu} = \omega \quad (2.39)$$

としたとき、その値 ω を分散率と呼びます。そうすると

$$\Delta f = -\frac{f}{\nu} = -f \omega \quad (2.40)$$

となります。これから光の波長による単レンズの焦点距離変化は、ガラスの分散率（ ω ）に比例することがわかります。

硝材の屈折率の基準をd線（波長 587.56 nm）の値 n_d とし、F線（486.13 nm）とC線（656.27 nm）の屈折率を n_F 、 n_C とした場合

$$\frac{n_d - 1}{n_F - n_C} = \nu_d \quad (2.41)$$

をアッペ数と呼びます。アッペ数は分散率の逆数になります。縦軸に光学ガラスや樹脂の屈折率をとり、横軸をアッペ数とするグラフ（アッペダイアグラム）の例は図 2.7 レンズ材料分布図に示しましたが、光学設計で硝材を選択するのに使われるもっとも基本的な図表の一つです。

図 2.10 には最近のレンズ材料の分布図を示しました。この中には通常の光学ガラス（一般硝子）90 種のほか主にガラスモールド法（ガラスを熱して型を用いて成型する）で非球面レンズ製作に用い

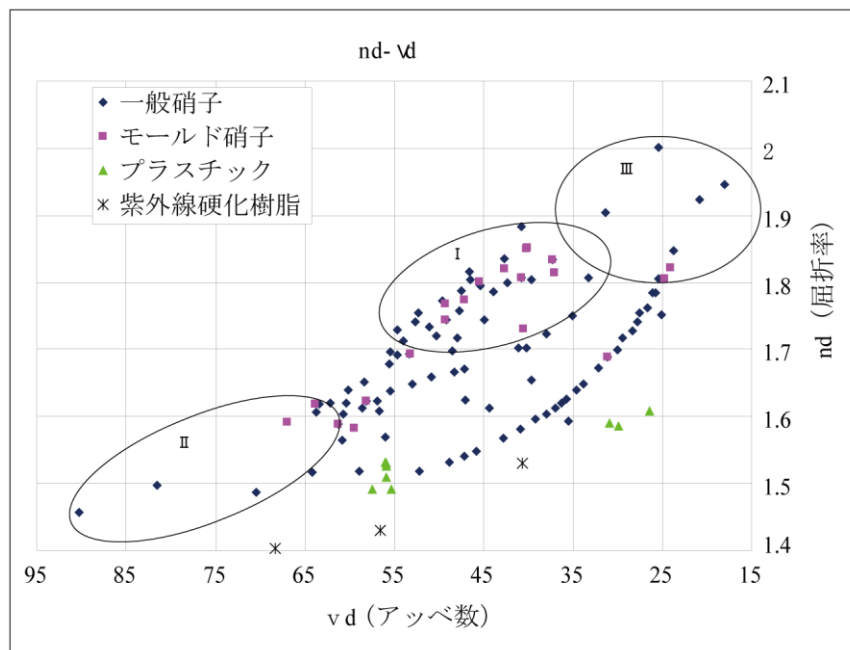


図 2.10 最近のレンズ材料

られるモールドガラス 20 種, 成型用に用いられるプラスチック樹脂 8 種, 球面に貼り付けて非球面製作に用いられる紫外線硬化樹脂 3 種の計 121 種類のレンズ用材料例を示してあります。

最近の光学ガラスの特徴は以前の光学ガラスに比べて, 図中に示した I, II, III の領域でのガラスの種類が増えていることです。それらの領域の特徴は,

- I. 高屈折率, 低分散 (高アッペ数) 化
- II. 低屈折率, 超低分散 (超高アッペ数) 化
- III. 高屈折率, 高分散 (低アッペ数) 化

になります。

2.3 温度による収差

レンズを構成するガラスや樹脂の屈折率は温度によって変わります。また温度変化による膨張, あるいは収縮によりレンズの厚さや面の曲率半径も変化します。それらの変化で起こる像の差異を, 温度収差あるいは熱収差と呼びます。

2.3.1 温度と屈折率

硝材の温度変化による屈折率変化の割合は温度係数 dn/dT で定義されます。温度係数 dn/dT は波長や温度範囲によって異なることからアッペ数も温度によって変化することになります。

カタログにある標準の屈折率は通常空気中 (101.325kPa=1atm) の屈折率である相対屈折率 (n_{Rel}) を用いています。測定の基準温度はメーカーによって異なり, ガラスの場合では 20°C, 22°C, 25 度の 3 種類程度, 樹脂の場合は 25°C での測定が多いようです。温度による性能差が問題になる場合はカタログの測定温度を確認して屈折率の値を使用する必要があります。

一方, 真空中の屈折率を絶対屈折率 (n_{Abs}) と呼びます。屈折率変化の温度係数に対しても, 同じ温度の空気中での相対屈折率を用いた場合を相対温度係数 $(dn/dT)_{\text{Rel}}$, 真空中の絶対屈折率を用いた場合を絶対温度係数 $(dn/dT)_{\text{Abs}}$ と呼びます。

絶対温度係数は次式で近似されます。(参照文献 3,4)

$$\left(\frac{dn_{\text{Abs}}(\lambda, T)}{dT} \right)_{\text{Abs}} = \frac{n_{\text{Abs}}^2(\lambda, T_0) - 1}{2n_{\text{Abs}}(\lambda, T_0)} \left(D_0 + 2D_1\Delta T + 3D_2\Delta T^2 + \frac{E_0 + 2E_1\Delta T}{\lambda^2 - \lambda_{TK}^2} \right) \quad (2.42)$$

ここで

T_0 参照温度 (20°C)

T 温度 (°C)

ΔT T_0 との温度差

λ 真空中の波長 (μm)

$D_0, D_1, D_2, E_0, E_1, \lambda_{TK}$ 硝材による定数

となります。式(2.42)のなかの $n_{Abs}(\lambda, T_0)$ はカタログにある測定基準温度、基準気圧 101.325kPa で
の相対標準屈折率を用いても十分な精度の値を得ることが出来ます。以下単に $n(\lambda, T_0)$ とします。

絶対屈折率 $n_{Abs}(\lambda, T_0)$ の温度変化 $(T - T_0)$ による屈折率の変化は式 (2.42) より

$$\Delta n_{Abs}(\lambda, T) = \frac{n^2(\lambda, T_0) - 1}{2n(\lambda, T_0)} \left(D_0 \Delta T + D_1 \Delta T^2 + D_2 \Delta T^3 + \frac{E_0 \Delta T + E_1 \Delta T^2}{\lambda^2 - \lambda_{TK}^2} \right) \quad (2.43)$$

よって

$$n_{Abs}(\lambda, T) = n_{Abs}(\lambda, T_0) + \Delta n_{Abs}(\lambda, T) \quad (2.44)$$

となります。一方相対屈折率と絶対屈折率の関係は p を気圧として

$$n_{Rel}(\lambda, T) = \frac{n_{Abs}(\lambda, T)}{n_{Air}(\lambda, T, p)} \quad (2.45)$$

よって $n_{Abs}(\lambda, T)$ を T で微分して

$$\frac{dn_{Abs}(\lambda, T)}{dT} = n_{Air}(\lambda, T, p) \frac{dn_{Rel}(\lambda, T)}{dT} + n_{Rel}(\lambda, T) \frac{dn_{Air}(\lambda, T, p)}{dT} \quad (2.46)$$

あるいは

$$\frac{dn_{Rel}(\lambda, T)}{dT} = \frac{1}{n_{Air}(\lambda, T, p)} \left(\frac{dn_{Abs}(\lambda, T)}{dT} - n_{Rel}(\lambda, T) \frac{dn_{Air}(\lambda, T, p)}{dT} \right) \quad (2.47)$$

が絶対温度係数と相対温度係数の関係となります。

相対屈折率 $n_{Rel}(\lambda, T_0)$ の温度変化 $(T - T_0)$ による屈折率の変化は式 (2.47) より

$$\Delta n_{Rel}(\lambda, T) = \frac{1}{n_{Air}(\lambda, T, p)} (\Delta n_{Abs}(\lambda, T) - n_{Rel}(\lambda, T) \Delta n_{Air}(\lambda, T, p)) \quad (2.48)$$

式(2.46), 式(2.47), 式(2.48)のなかの $n_{Rel}(\lambda, T)$ は $n_{Rel}(\lambda, T_0)$ を代わりに用いることが出来ます。

式(2.47)から相対温度係数と絶対温度係数の近似関係を,

$$\left(\frac{dn}{dT} \right)_{Rel} \cong \left(\frac{dn}{dT} \right)_{Abs} - n_{Rel} \left(\frac{dn_{Air}}{dT} \right) \quad (2.49)$$

と表すことができます。式(2.43)から絶対屈折率温度変化の近似量は

$$\Delta n \cong \frac{(n^2 - 1)}{2n} D_0 \Delta T \quad (2.50)$$

と表せます。よってそのときの絶対屈折率温度変化の0次の定数近似値は

$$D_0 \cong \frac{2n}{n^2 - 1} \frac{dn}{dT} \quad (2.51)$$

となります。

また、空気の屈折率 $n_{Air}(\lambda, T, p)$ と空気の温度係数 $\frac{dn_{Air}(\lambda, T, p)}{dT}$ は

表 2-3 空気の相対屈折率温度係数 参考文献 2

d 線の値に変える単位 10e-6

温度範囲℃	$(dn/dT)_{\text{Rel}}^{632.8}$
-40~-20	-1.35
-20~0	-1.15
0~20	-1
20~40	-0.87
40~60	-0.76
60~80	-0.68

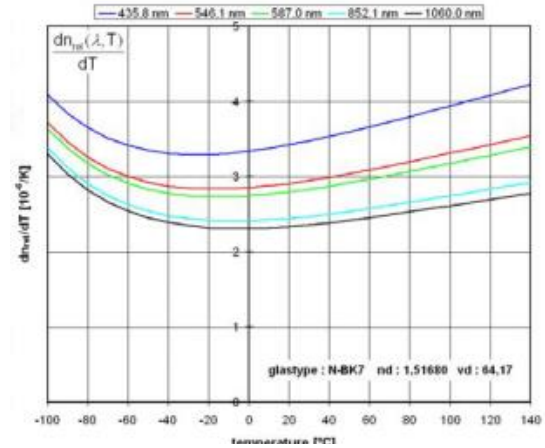


図 2-11 温度による温度係数 (N-BK7) 参考文献 3

$$n_{\text{Air}}(\lambda, T, p) = 1 + \frac{n_{\text{Air}}(\lambda, 15^\circ\text{C}, p_0) - 1}{1 + 3.4785 \times 10^{-3}(T - 15)} \frac{p}{p_0} \quad (2.52)$$

$$n_{\text{Air}}(\lambda, 15^\circ\text{C}, p_0) = 1 + \left(6432.8 + \frac{2949810\lambda^2}{146\lambda^2 - 1} + \frac{25540\lambda^2}{41\lambda^2 - 1} \right) 1.0 \times 10^{-8} \quad (2.53)$$

$$\frac{dn_{\text{Air}}(\lambda, T, p)}{dT} = -0.00367 \frac{n_{\text{Air}}(\lambda, T, p) - 1}{1 + 0.00367 \frac{1}{^\circ\text{C}} T} \quad (2.54)$$

となります。(参考文献 3)ここで

$$p_0 = 0.101325 \times 10^6 \text{Pa (通常気圧)}$$

$$p = \text{気圧}$$

式(2.54)で基準気圧の場合の空気の 632.8nm での相対屈折率温度係数を表 2-3 に, Schott の N-BK7 の温度係数(横軸温度で波長ごとにプロット)を図 2-11 に示しました。

2.3.2 温度収差

レンズの厚さが十分薄い場合, レンズの屈折率 n , 両面の曲率半径をそれぞれ r_1 , r_2 とするとレンズの焦点距離 f は式(2.37)より

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

温度 T で微分すると

$$-\frac{1}{f^2} \frac{\partial f}{\partial T} = \frac{\partial n}{\partial T} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + (n-1) \left(-\frac{1}{r_1^2} \frac{\partial r_1}{\partial T} + \frac{1}{r_2^2} \frac{\partial r_2}{\partial T} \right) \quad (2.55)$$

α を硝材の線膨張係数とすると

$$\frac{\partial r_i}{\partial T} = \alpha r_i \quad (2.56)$$

よって式(2.55) は

$$-\frac{\partial f}{\partial T} = f \left(\frac{\partial n / \partial T}{n-1} - \alpha \right) \quad (2.57)$$

となり、差分表示で温度による焦点距離の変化割合を表すと

$$-\frac{\Delta f}{f} = \left(\frac{\partial n / \partial T}{n-1} - \alpha \right) \Delta T \quad (2.58)$$

となります。(参照文献 5,6)

式(2.58)は硝材の温度変化による焦点距離の温度による収差を表しています。そしてその変化する割合は

$$\Psi = \left(\frac{\partial n / \partial T}{n-1} - \alpha \right) \quad (2.59)$$

に比例します。式(2.59)は 2.2.4 屈折率と分散の式(2.39), 分散率 ω と類似の式となり、この Ψ を熱分散率 (Thermal Power), またその逆数

$$\nu_T = \frac{1}{\Psi} = 1 / \left(\frac{\partial n / \partial T}{n-1} - \alpha \right) \quad (2.60)$$

を熱アップベ数と呼びます。

式(2.39)の分散率 ω をより一般的な式として

$$\varphi = \frac{n_{\lambda \min} - n_{\lambda \max}}{n-1} \quad (2.61)$$

としたとき φ を波長分散率 (Chromatic Power) と呼びます。 n に d 線の屈折率, $n_{\lambda \min}$ に F 線の屈折率, $n_{\lambda \max}$ に C 線の屈折率を使用した場合、波長分散率 φ はアップベ数の逆数となります。

図 2-12 に横軸に波長分散率 φ , 縦軸に熱分散率 Ψ としたグラフの例を示します。このようなグラフをアサーマルマップ (Athermal Map) と呼びます。(参照文献 7,8)

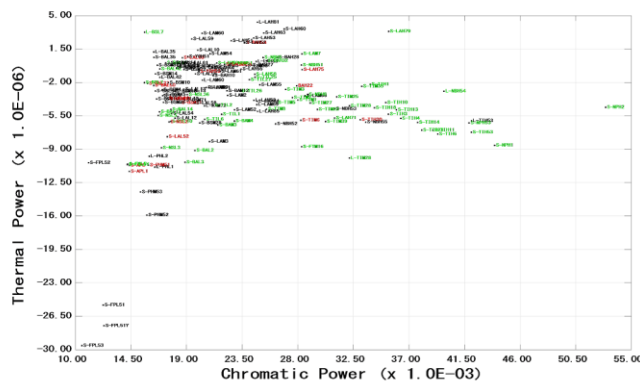


図 2-12 アサーマルマップ 参考文献 8 出力例

表 2-4 SCHOTT ガラス熱光学定数 参考文献 3

GLASS	n_d	dn_e/dT ($10^{-6}K^{-1}$)	α ($10^{-6}K^{-1}$)	G ($10^{-6}K^{-1}$)
CAF2	1.43494	-10.20	18.41	-2.19
N-PK51	1.53019	-6.70	12.35	-0.15
N-PK52A	1.49845	-6.40	13.01	0.08
N-FK51A	1.48794	-5.70	12.74	0.52
P-PK53	1.52880	-5.20	13.31	1.84
N-FK5	1.48914	-1.00	9.20	3.50
N-PSK53A	1.62033	-2.40	9.56	3.53
N-PSK53	1.62247	-2.30	9.40	3.55
N-LAK12	1.68083	-0.40	7.60	4.77
N-BK7	1.51872	3.00	7.10	6.68
N-LAF2	1.74791	1.00	8.06	7.03
F2	1.62408	4.40	8.20	9.52
SF57	1.85504	12.50	8.30	19.60

これまでは硝材に対して均一に温度変化が起きた場合の焦点距離の変化を温度収差として扱いましたが、温度変化が硝材に対して均一でない場合の収差を光学設計で対応するのは困難です。

硝材を通過する波面への温度変化の影響は、大きく分けて屈折率変化と熱膨張による2種類になります。熱膨張係数は全ての硝材で正の値をとるが、温度変化に対する屈折率変化は硝材によって正あるいは負になり、硝材によっては温度変化による波面への影響が少ないことが期待されます。温度変化による波面への影響の具合を表す熱光学定数として

$$G = \alpha(n_{\text{ref}}(\lambda, T) - 1) + \frac{dn_{\text{ref}}(\lambda, T)}{dT} \quad (2.62)$$

が用いられます。Gは光路長の温度変化を表し、第1項が熱膨張、第2項が屈折率変化に対応しています。

表2-4にショット社の硝材のe線での熱光学定数Gの例を示します。相対屈折率の温度係数が負の硝種では線膨張係数による影響が相殺されて熱光学定数Gの値が小さくなっているのが分かります。熱光学定数Gの値が0に近いガラスはアサermalガラスと呼ばれ、均一でない温度変化に対して波面への影響を少なくします。(参考文献2,3)

2.4 湿度による収差

レンズを構成するガラスや樹脂の屈折率は温度変化と同様に湿度による吸湿によっても変わります。また吸湿によりレンズの厚さや面の形状も同様に変化します。それらの変化で起こる像の差異が湿度による吸湿で発生する収差になります。

2.4.1 吸湿特性

ガラスについては通常の使用の範囲では湿度による吸湿の問題はほとんどありませんが、樹脂の場合は吸水率の高いものが多く注意が必要です。図2-13に光学樹脂の吸水率の経時変化の例を示しました。温度50℃で水に浸して吸水率の変化を測定、吸収率は時間と共に増えて一定の吸収率で飽

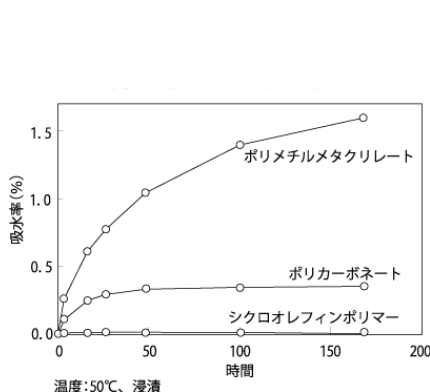


図2-13 光学樹脂の吸水率経時変化 参考文献9

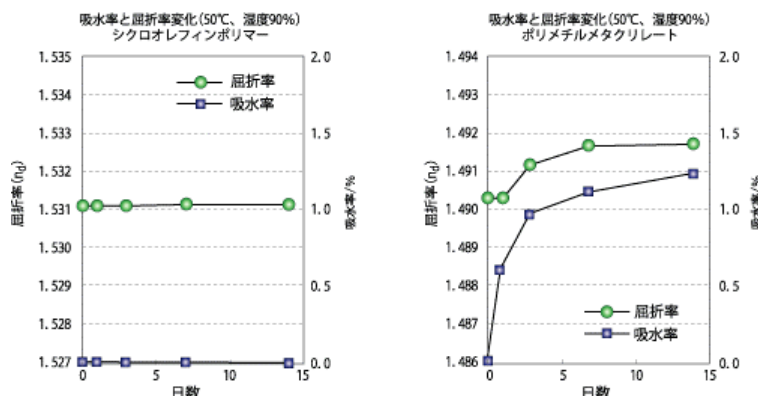


図2-14 吸湿による屈折率変化 参考文献9

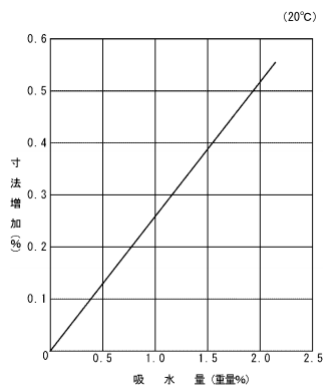


図 2-15 SUMIPEX の吸水率と寸法変化 (参 10)

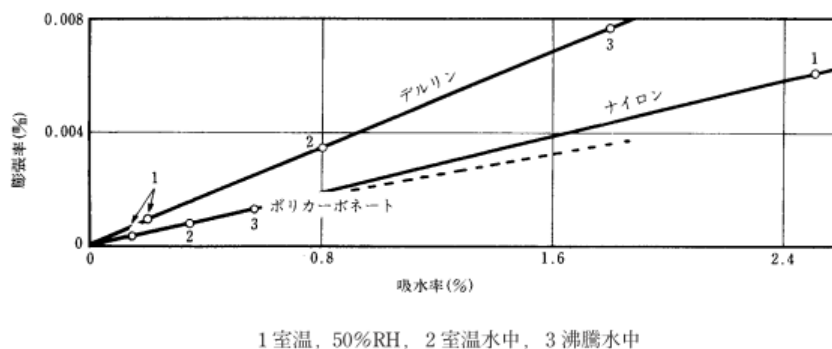


図 2-16 ポリカーボネート樹脂の吸水率と寸法変化 (参 11)

和しています。シクロオレフィンポリマーは 0.1%以下の低位を保っていますがポリカーボネートは 50 時間ではほぼ飽和して約 0.3%に、ポリメチルメタクリレート (PMMA) は 150 時間を過ぎても吸水率は 1.5%以上に上昇を続けています。

吸湿による変化の一つとして屈折率変化があげられるが、屈折率の変化量は樹脂の種類と吸水量によって変わります。図 2-14 にシクロオレフィンポリマーとポリメチルメタクリレートを 50°C湿度 90% においたときの時間に対する吸水率と屈折率の変化を測定、シクロオレフィンポリマーでは 10 日以上経っても吸水率は 0.1%以下で屈折率変化も 0.0002 以下、ポリメチルメタクリレートは 10 日以上経っても吸水率は 1%以上に上昇を続け、屈折率も 0.0015 以上変化している。(参考文献 9)

吸湿によるもう一つの変化は寸法の変化で、寸法変化も樹脂の種類と吸水量によって変わります。図 2-15 にメタクリル樹脂の 1 種であるスミペックス (参考文献 10)、図 2-16 にポリカーボネート樹脂の 1 種であるユーピロン(図中ではポリカーボネートに対応)と他の樹脂 (ナイロンとデルリン) の吸水率と寸法変化率を示した。(参考文献 11) 図 2-16 でポリカーボネートは図左下の 1,2,3 に対応し、その延長が点線で示されている。樹脂の種類によって吸水率と吸水率に対する寸法の変化率の割合が異なるのが分かる。

2.4.2 吸湿による収差

吸湿により光学部品の屈折率や厚さ、面形状が変化すると収差が変化します。レンズを高温高湿の環境で吸湿させた後に常温常湿に戻したときの収差の経時変化を図 2-17 に示します。レンズはシクロオレフィンポリマー製 (○) とポリメチルメタクリレート製 (●) の 2 種で、測定した収差は球面収差、コマ収差、非点収差です。環境 A が温度 60°C,湿度 90%RH の高温高湿の環境で 168 時間経過させた後、環境 B で 25°C,50%RH の常温常湿に戻しています。(参考文献 12)

球面収差はポリメチルメタクリレート製で高温高湿環境のあと大きく変化し、常温常湿に戻した後 2 週間経っても吸湿前の収差には戻っていない。一方シクロオレフィンポリマー製ではほとんど変化は見られず、コマ収差や非点収差はシクロオレフィンポリマー製、シクロオレフィンポリマー製双方

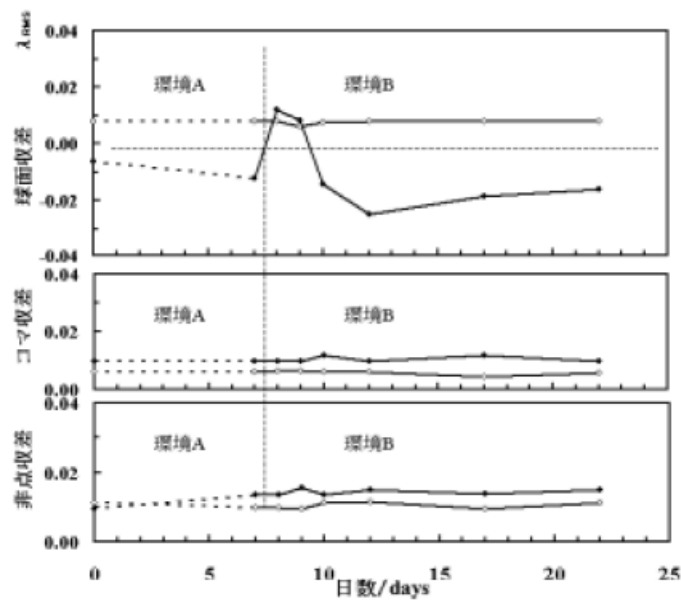


図 2-17 光学レンズ波面収差の経時変化 (参考文献 12)

で変化が見られない。吸湿による収差の影響は球面収差が主であることが分かる。

参考文献資料

1. Schott Optical Glass Catalogue 2010
2. HOYA 技術情報 光学的性質
3. Schott Technical Information TIE-19 Temperature Coefficient of the Refractive Index
4. Schott Technical Information TIE-29 Refractive Index and Dispersion
5. 特開 2010-151919 温度補償された投影レンズ
6. 特開 2010-197460 熱収差の除去された長焦点レンズ
7. OpTaliX リファレンスマニュアル
8. ZEMAX User's Manual
9. 身近な化学探訪 (日本化学会)
10. SUMIPEX 技術資料 (住友化学)
11. ユーピロン技術資料 (三菱エンジニアリングプラスチック)
12. 非晶質シクロオレフィンポリマー (日本ゼオン)