### Задача А. Количество деревьев поиска (70 баллов)

Ограничение по времени: 1.5 секунд Ограничение по памяти: 64Mb

Посчитайте количество различных бинарных деревьев поиска, состоящих из n вершин с ключами  $a_1, a_2, \ldots, a_n$ . Рассматриваются только такие деревья поиска, у которых в левом поддереве ключи строго меньше, а в правом — не меньше, чем в корне.

Когда два дерева считаются одинаковыми — интуитивно понятно: если нарисовать их на картинке, то картинки должны выглядеть одинаково. Формально это можно определить, например, так: два дерева считаются одинаковыми, если их preorder обходы порождают одну и ту же последовательность чисел. Ответ может быть очень большим числом, поэтому посчитайте его по модулю  $123\ 456\ 789$ . Значения ключей от  $-2^{31}$  до  $2^{31}-1$ .

### Формат входных данных

В первой строке входа число  $n\ (1\leqslant n\leqslant 400)$ . Во второй строке — n целых чисел  $a_1,a_2,\ldots,a_n$ .

тест	ответ
2	2
2 1	
3	1
10 10 10	
3	5
1 2 3	

### Задача В. Внешние прямоугольники (100 баллов)

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 64Mb

На плоскости нарисовано n прямоугольников с вершинами в целых точках со сторонами, параллельными осям координат. Границы любых двух прямоугольников не имеют общих точек. То есть, другими словами, любые два прямоугольника либо расположены отдельно друг от друга, либо один из них — строго внутри другого. В такой ситуации, некоторые из прямоугольников — «внешние», т.е. такие что ни один из них не лежит внутри никакого другого прямоугольника, а остальные прямоугольники — «внутренние». Необходимо посчитать количество «внешних» прямоугольников.

### Формат входных данных

В первой строке входа задано число n ( $1 \le n \le 10^5$ ). В каждой из последующих n строк — по четыре целых числа  $x_1, y_1, x_2, y_2$  ( $-10^9 \le x_1, y_1, x_2, y_2 \le 10^9$ ), задающих координаты двух противоположных вершин соответствующего прямоугольника.

### Формат выходных данных

Выведите одно число — количество «внешних» прямоугольников.

тест	ответ
3	1
-3 -3 3 3	
-2 2 2 -2	
-1 -1 1 1	
4	3
0 0 3 3	
1 1 2 2	
100 100 101 101	
200 200 201 201	

# «Алгоритмы и структуры данных», четвёртое ДЗ ШАД, версия от 28 октября 2020 г.

## Задача С. Обход бинарного дерева поиска (60 баллов)

Ограничение по времени: 0.5 секунд Ограничение по памяти: 64Mb

Во входе задано бинарное дерево поиска, такое что для любой вершины все ключи в её левом поддереве строго меньше её ключа, а все ключи в её правом поддереве не меньше её ключа. Количество вершин дерева не более  $100\,000$ . Значения ключей от 0 до  $10^9$ .

### Формат входных данных

В первой строке — количество вершин в дереве, во второй — ключи дерева в порядке preorder.

#### Формат выходных данных

 ${\bf B}$  выход выведите две строки.  ${\bf B}$  первой — дерево в порядке postorder, во второй — дерево в порядке inorder.

тест	ответ
7	1 3 2 5 7 6 4
4 2 1 3 6 5 7	1 2 3 4 5 6 7
6	2 3 3 6 5 5
5 3 2 3 5 6	2 3 3 5 5 6

# Задача D. Высота дучи (55 баллов)

Ограничение по времени: 0.5 секунд Ограничение по памяти: 64Mb

Дучей называется бинарное дерево, в узлах которого хранятся пары (x,y), где x — это ключ, а y — это приоритет. Оно является двоичным деревом поиска по x и кучей по y. Предполагая, что все x и все y являются различными, получаем, что если некоторый элемент дерева содержит  $(x_0, y_0)$ , то у всех элементов в левом поддереве  $x < x_0$ , у всех элементов в правом поддереве  $x > x_0$ , а также и в левом, и в правом поддереве имеем:  $y < y_0$ .

Рассмотрим случайную перестановку чисел от 1 до n:  $\pi = (i_1, i_2, \ldots, i_n)$ . Все перестановки при этом равновероятны. Построим  $\partial y$ чу (treap) по парам  $(1, i_1), (2, i_2), \ldots, (n, i_n)$  (здесь первая компонента пары обозначает ключ, а вторая — приоритет). Определите, с какой вероятностью высота дучи будет равна h. Высота дучи определяется как высота дерева. Высота дерева из одной вершины считается равной нулю.

### Формат входных данных

В первой и единственной строке входа — два числа n и h ( $1 \le n \le 100, 0 \le h \le 10^9$ ).

#### Формат выходных данных

Ответ необходимо выдать с абсолютной или относительной погрешностью не более  $10^{-6}$ . Чтобы избежать проблем с точностью, выводите ответ с десятью знаками после точки.

тест	ответ
1 0	1.000000000
1 1	0.000000000
3 2	0.666666667