

Zadanie numeryczne nr 7

Jakub Opaliński
grudzień 2022

Potrzebujemy znaleźć i wykreślić wielomiany interpolacyjne danego stopnia n .

W tym celu użyjemy poniższych wzorów:

$$p(x) = \sum_{i=0}^n y_i l_i(x)$$

Gdzie $l(x)$ to

$$l_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

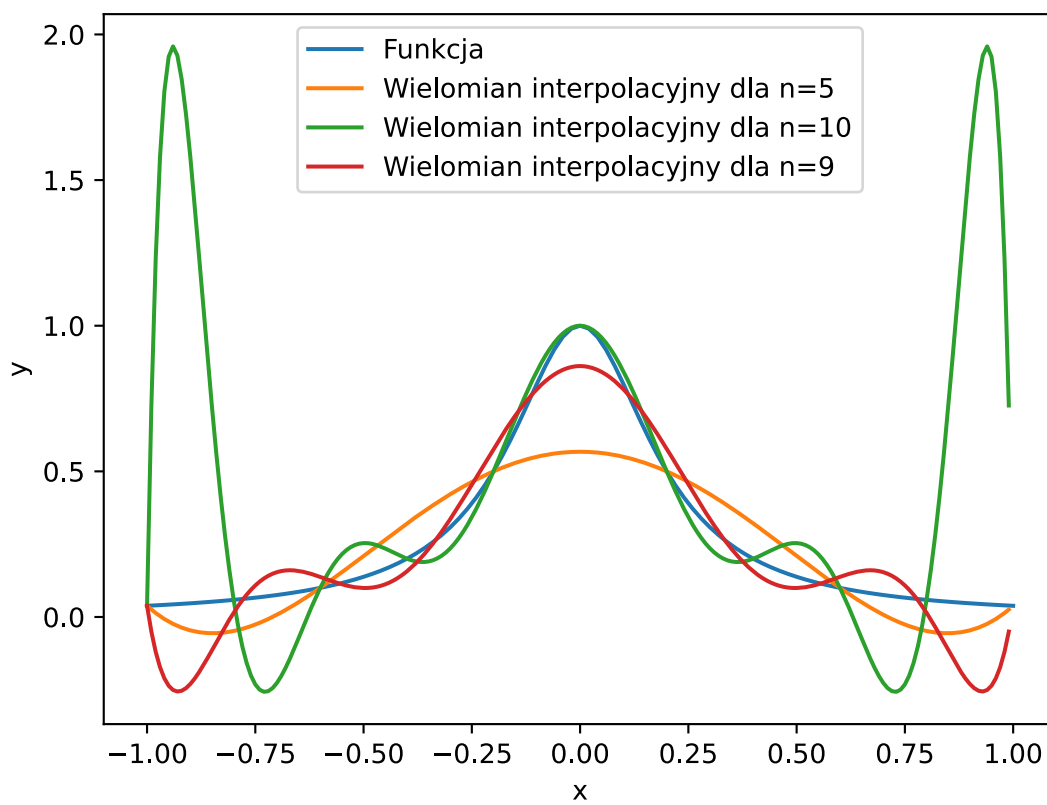
A powstały wielomian wykreślimy na wykresie.

a) Dla funkcji:

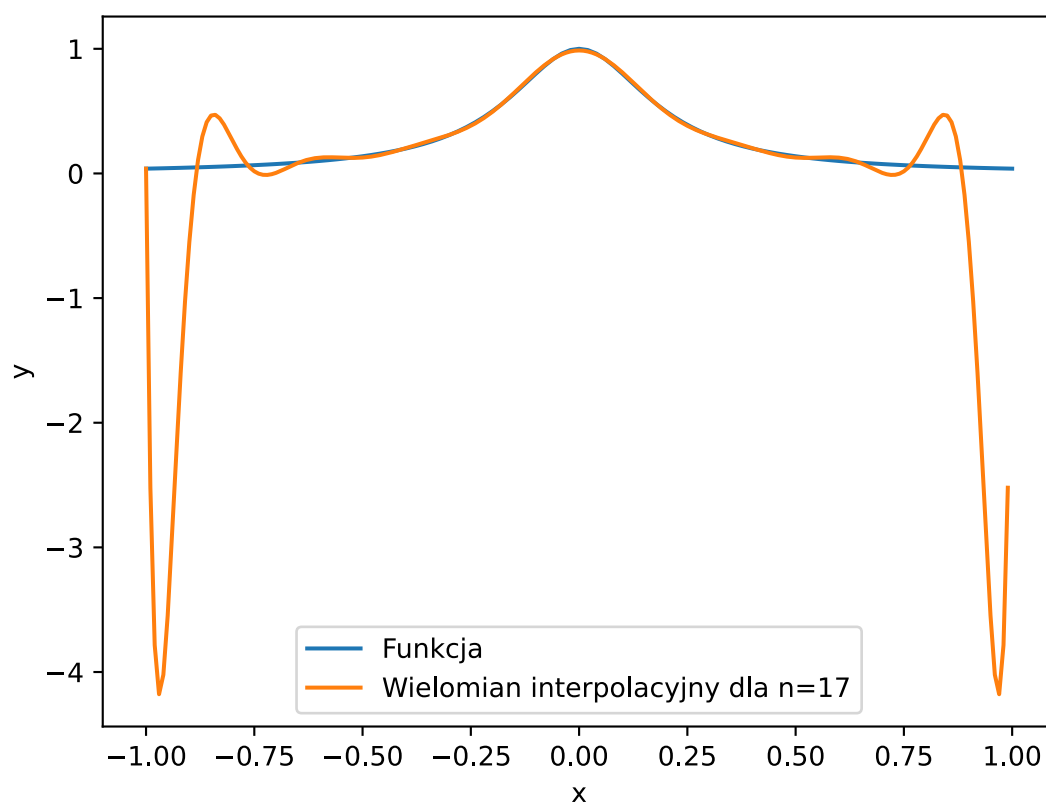
$$y(x) = \frac{1}{1+25x^2}$$

$$x_i = -1 + 2\frac{i}{n+1}$$

gdzie $n=5,9,10$



Wykres dla dużego n :

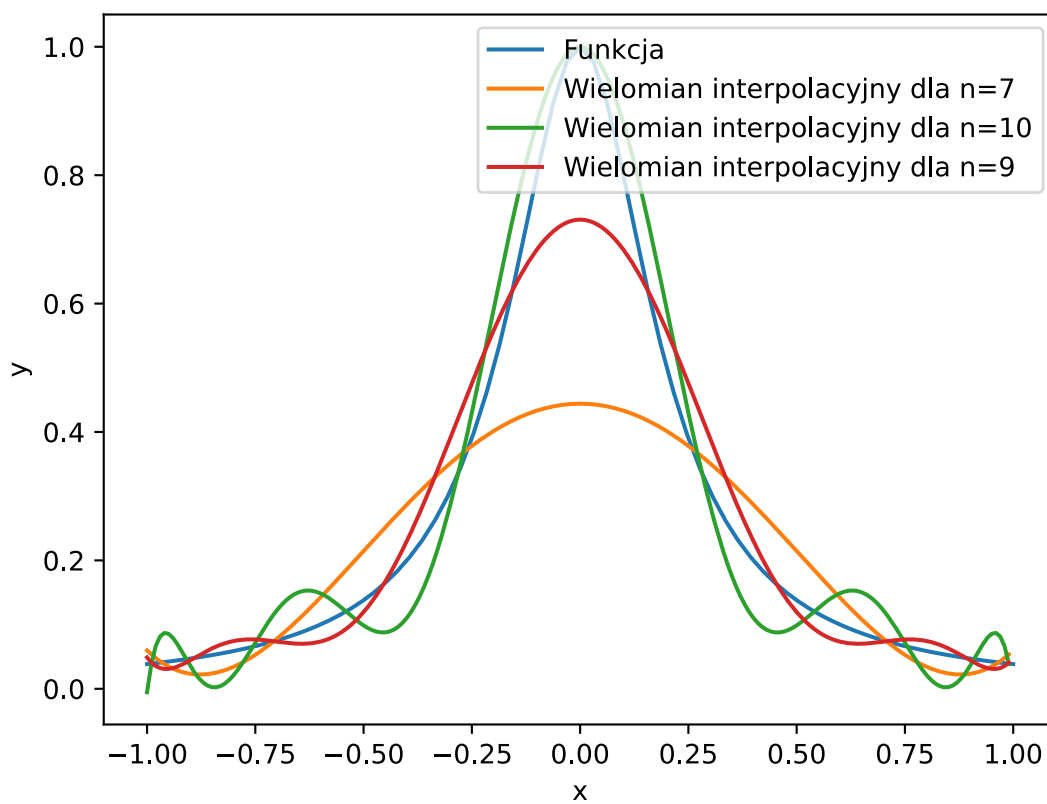


b) Dla funkcji:

$$y(x) = \frac{1}{1+25x^2}$$

$$x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\Pi\right)$$

gdzie $n=5,9,10$

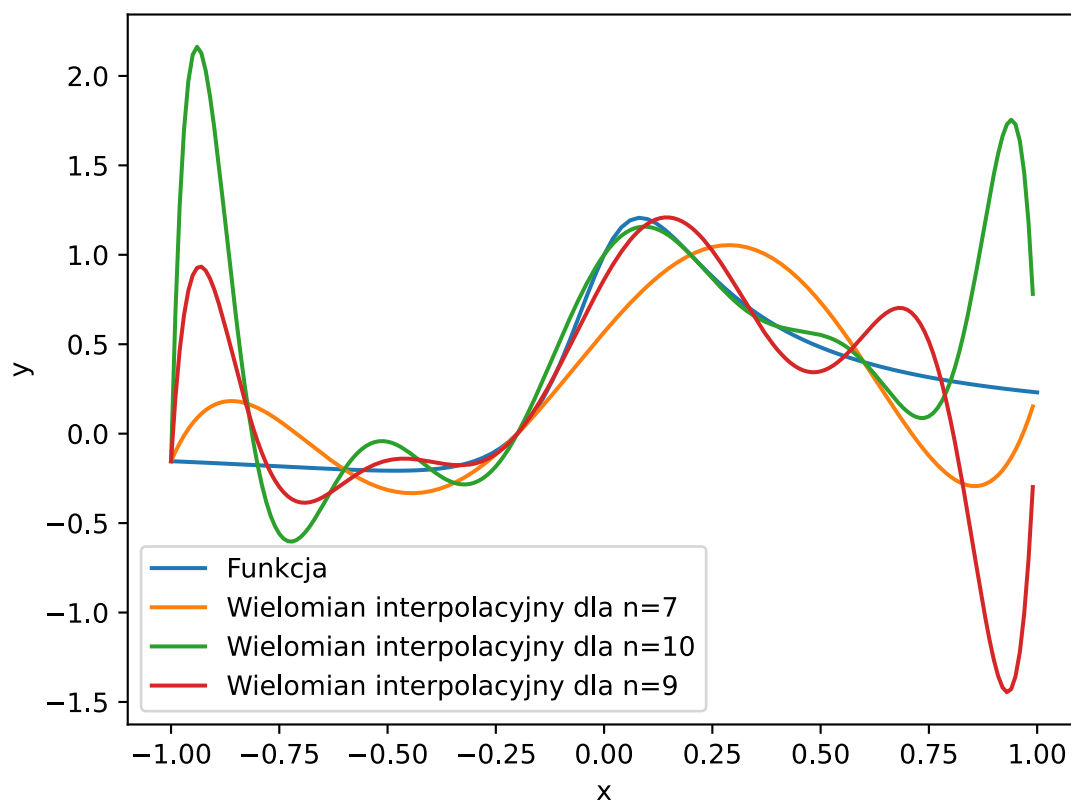


c) Dla funkcji:

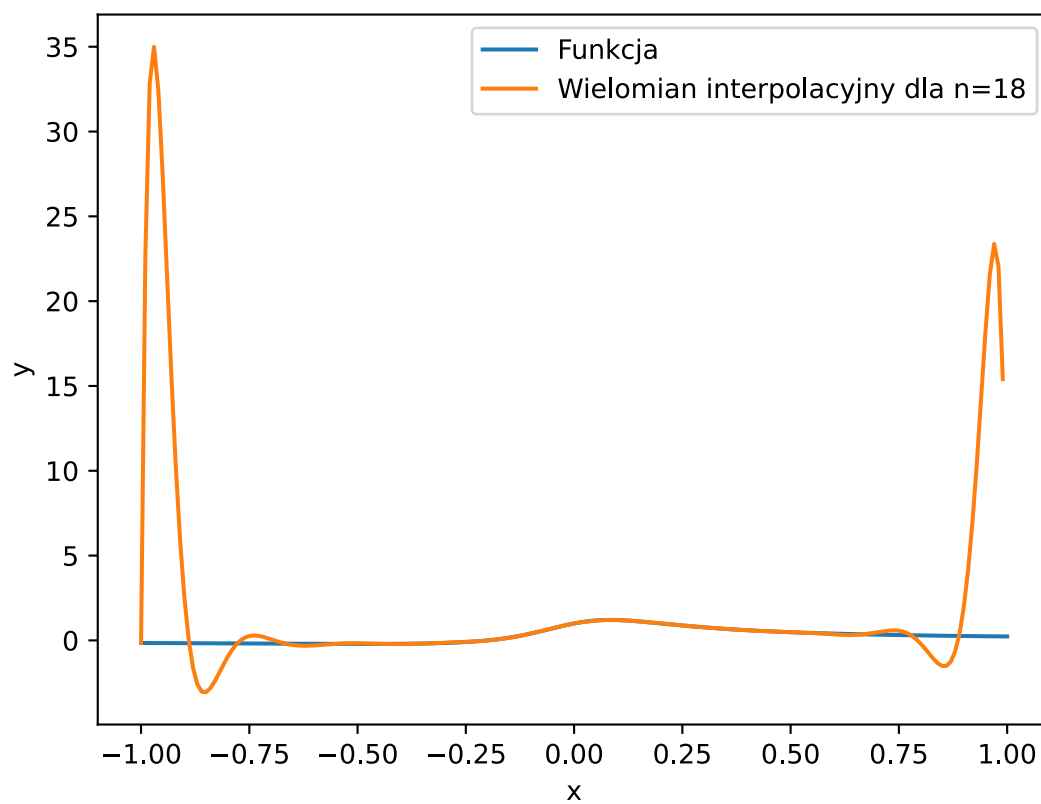
$$y(x) = \frac{1+5x}{1+25x^2}$$

$$x_i = -1 + 2\frac{i}{n+1}$$

gdzie $n=5,9,10$



Wykres dla dużego n :

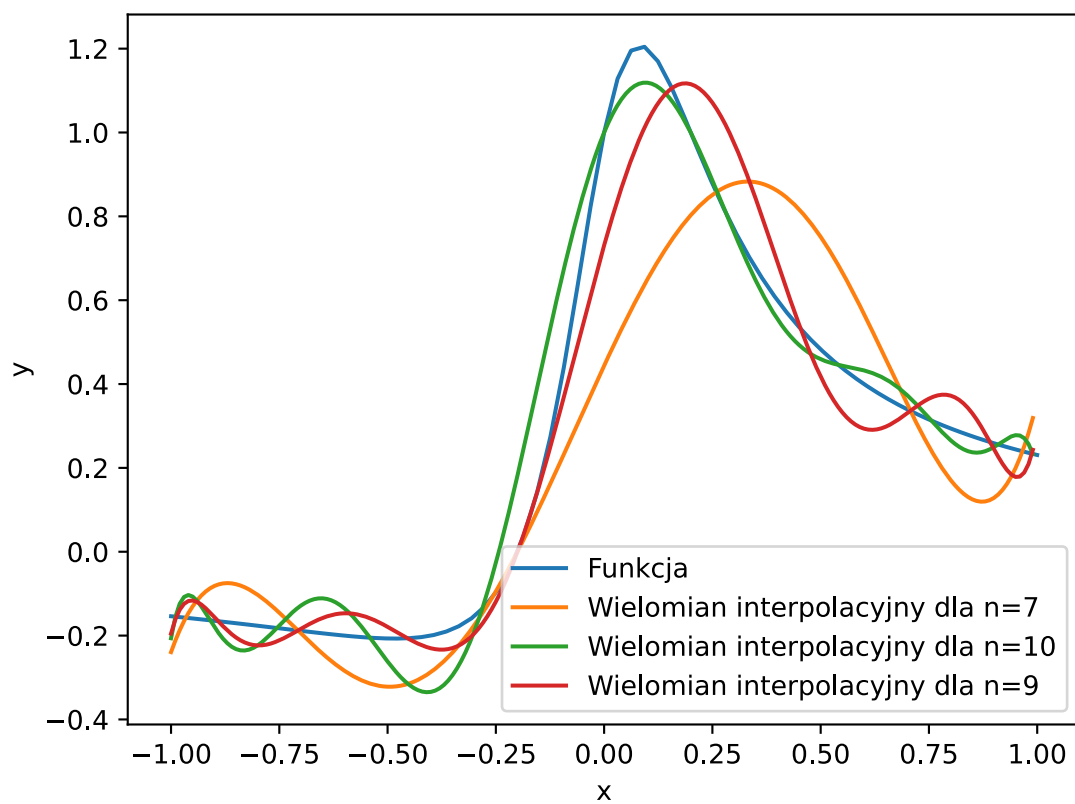


d) Dla funkcji:

$$y(x) = \frac{1+5x}{1+25x^2}$$

$$x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\Pi\right)$$

gdzie $n=5,9,10$



Jak daje się zauważyć pierwotne zwiększanie liczby węzłów znacząco poprawia przybliżenie, niemniej jednak dalsze zwiększanie ilości węzłów, skutkuje pogorszeniem się przybliżenia, jest to szczególnie wyraźnie widoczne na końcach przedziałów. Jest to tak zwany Efekt Rungego.