

Zadanie numeryczne nr 9

Jakub Opaliński

February 4, 2023

Mamy trzy funkcje:

$$f_1(x) = \exp(x) - 2$$

$$f_2(x) = (\exp(x) - 2)^2$$

$$f_3(x) = (\exp(x) - 2)^3$$

Musimy znaleźć ich miejsca zerowe:

W tym celu użyjemy 4 metod:

1. Metoda bisekcji

Mamy funkcje ciągłą i musimy znaleźć dwa punkty w których znak funkcji jest przeciwny $f(x_1)f(x_2) < 0$.

Jako przybliżenie bierzemy punkt w połowie przedziału x_1 i x_2 , sprawdzamy w którym z przedziałów x_1, x_2 lub x_3, x_2 funkcja zmienia znak i powtarzamy algorytm dopóki nie osiągniemy dokładności.

2. Metoda fałsi

W tej metodzie również funkcja musi być ciągła i musimy znaleźć punkty w których znak funkcji jest przeciwny $f(x_1)f(x_2) < 0$, jednak jako przybliżenie bierzemy punkt przecięcia siecznej przechodzącej przez $f(x_1)$ i $f(x_2)$ z osią OX. Korzystamy z wzoru:

$$x_3 = \frac{f(x_1)x_2 - f(x_2)x_1}{f(x_1) - f(x_2)}$$

3. Metoda siecznych

Wykorzystując tę metodę potrzebujemy dwóch punktów $f(x_1) \neq f(x_2)$, tworzymy sieczną przechodzącą przez te punkty i jako przybliżenie bierzemy miejsce zerowe tej siecznej (korzystamy ze wzoru z metody fałsi) a w kolejnych krokach bierzemy dwa poprzednie punkty.

4. Metoda Newtona

Skorzystamy tu z takiego wzoru:

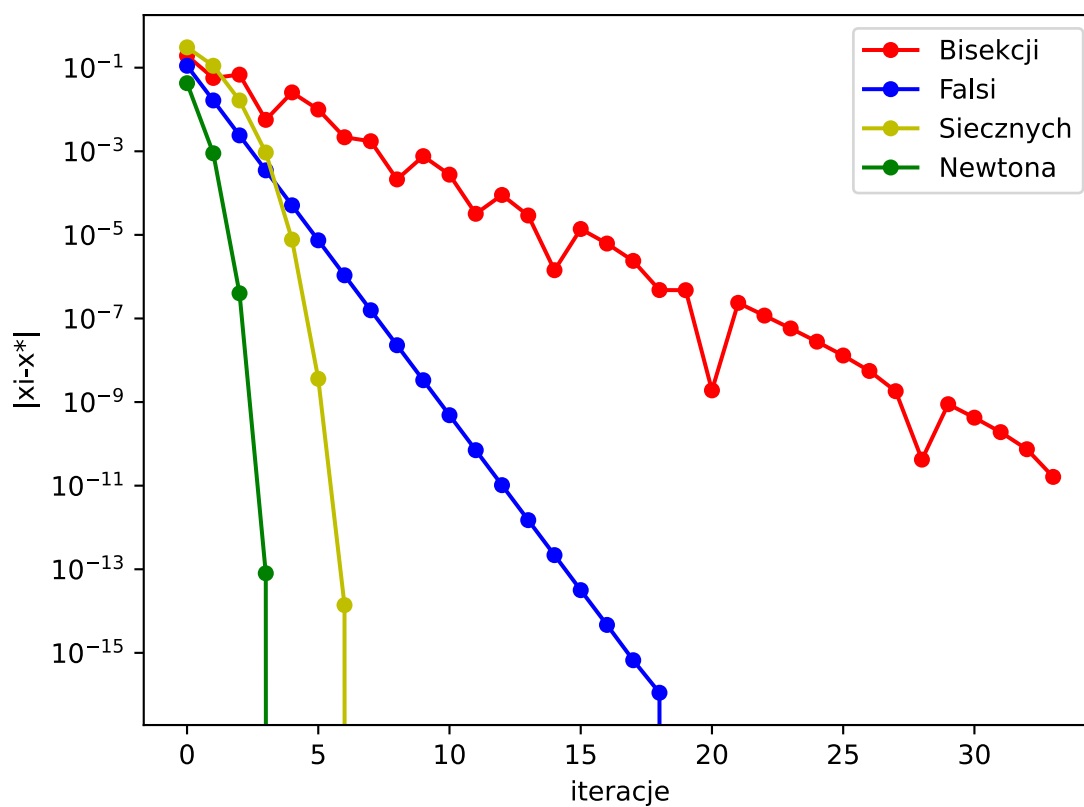
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Wyniki:

1. Dla f_1

Metoda	ilosc kroków	wyniki
Bisekcji	35	0.69314718057
Falsi	20	0.69314718055
Siecznych	7	0.69314718055
Newtona	4	0.69314718056

Porównanie na wykresie :

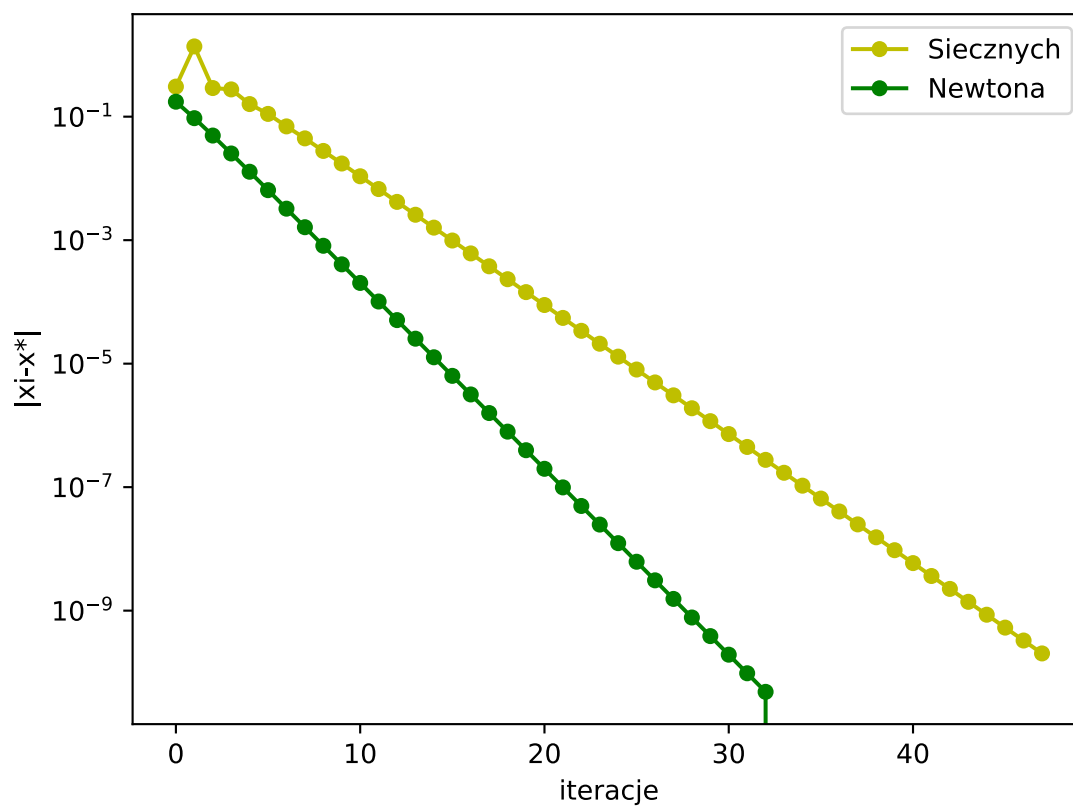


Jak możemy zauważyć najlepszy rezultat mamy dla metody Newtona, metoda ta działa dobrze dla funkcji z miejscem zerowym niskiej krotności.

2.Dla f_2

Metoda	ilosc kroków	wyniki
Bisekcji	Nie spełnia warunku	—
Falsi	Nie spełnia warunku	—
Siecznych	48	0.69314718
Newtona	17	0.69314718

Porównanie na wykresie :

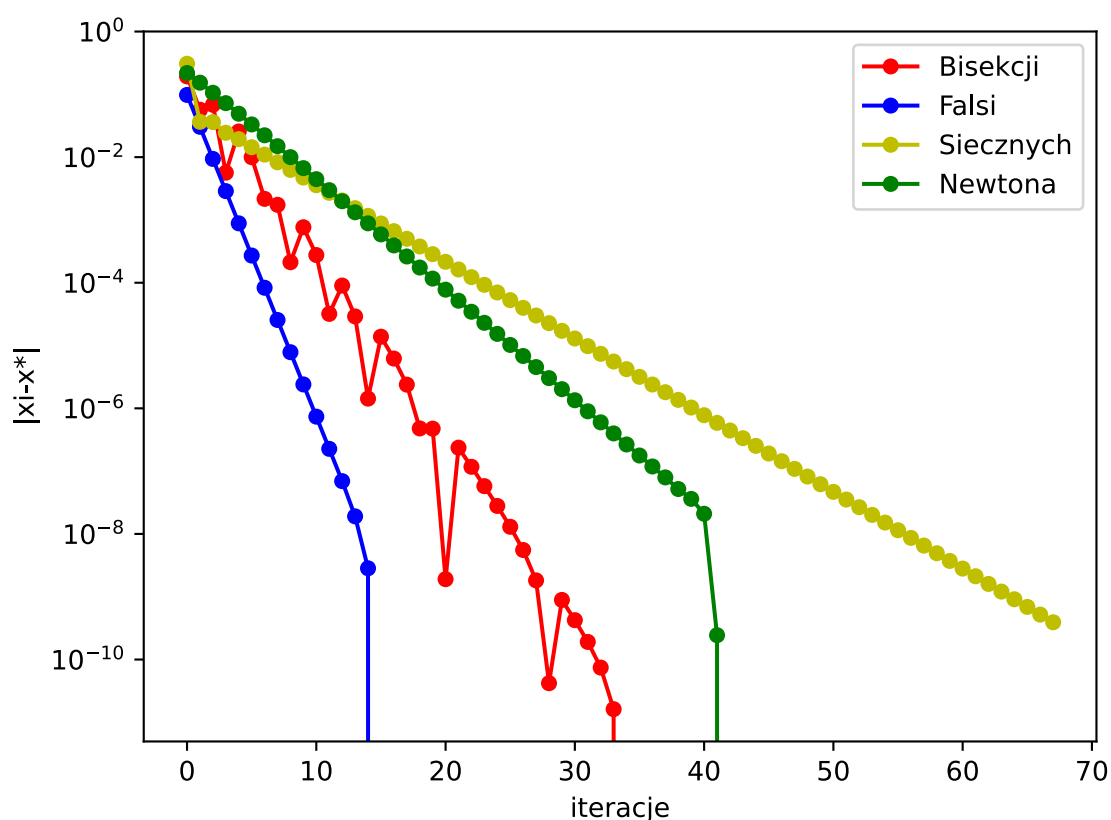


Dla funkcji f_2 nie mogłem skorzystać z metody bisekcji oraz Falsi ponieważ funkcja nie spełnia warunku:
 $f(x_1)f(x_1) < 0$.

3.Dla f_3

Metoda	ilosc kroków	wyniki
Bisekcji	35	0.6931471805728506
Falsi	15	0.6931471833973762
Siecznych	68	0.693147180952098
Newtona	42	0.6931471808040813

Porównanie na wykresie :



Jak widzimy dla funkcji f_3 najlepsza metoda okazała

się fałsi jednak do uzyskania takich wyników musiałem skorzystać z metody z zadania 5 (wcześniej metoda nie chciała zbiegać).