

Zadanie numeryczne nr 8

Jakub Opaliński
grudzień 2022

a)

Potrzebujemy wartości współczynników a-d które najlepiej opisują te dane w sensie metody najmniejszych kwadratów.

Funkcja :

$$F(x) = a \cdot \sin(2x) + b \cdot \sin(3x) + c \cdot \cos(5x) + d \cdot \exp(-x)$$

$$F(x) = a \cdot \phi_1(x) + b \cdot \phi_2(x) + c \cdot \phi_3(x) + d \cdot \phi_4(x)$$

$$A = \begin{pmatrix} \phi_1(x_i) & \phi_2(x_i) & \phi_3(x_i) & \phi_4(x_i) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_1(x_n) & \phi_2(x_n) & \phi_3(x_n) & \phi_4(x_n) \end{pmatrix}$$

n-ilość danych

Wektor współczynników:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

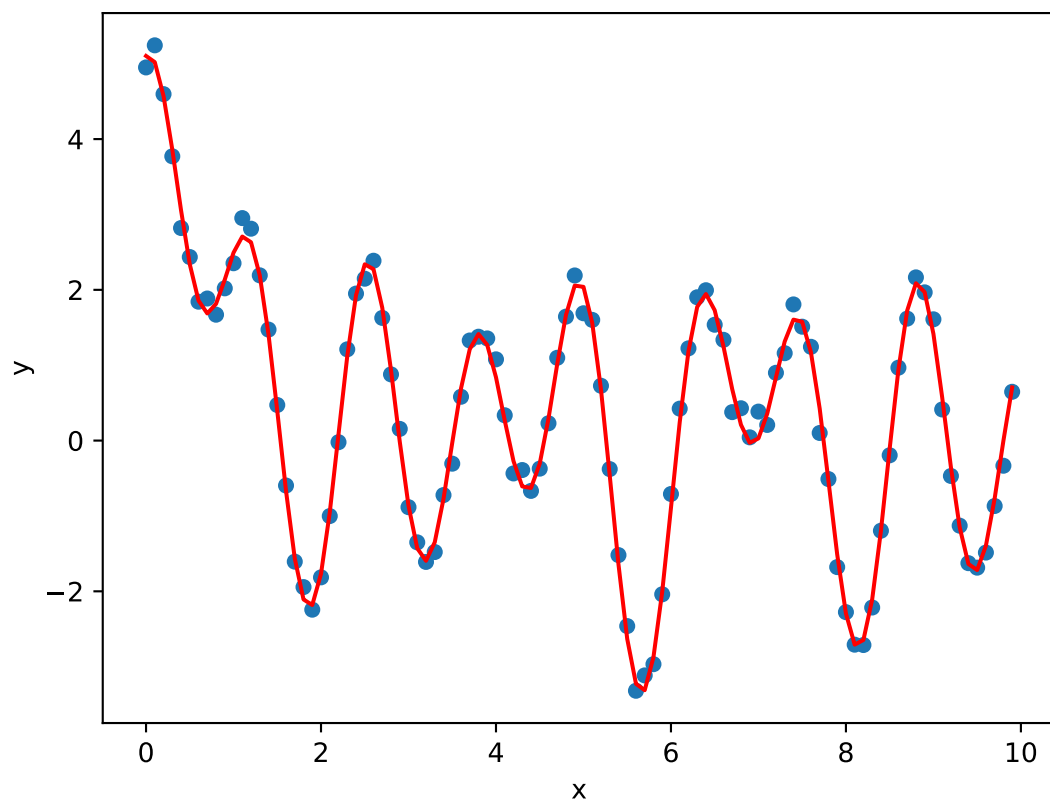
Tworzymy równanie:

$$\vec{a} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{y}$$

$$(A^T A) \vec{a} = A^T \vec{y}$$

Wyniki:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0.66767124 \\ 1.07293276 \\ 1.69693956 \\ 3.40636597 \end{pmatrix}$$



b)

Dla funkcji:

$$G(x) = a \cdot \log(x) + b \cdot \sin(x) + c \cdot x$$

Ustalamy punkty z zaburzeniem:

$$(x, g(x) + \delta y)$$

Ustalamy współczynniki:

$$a=1$$

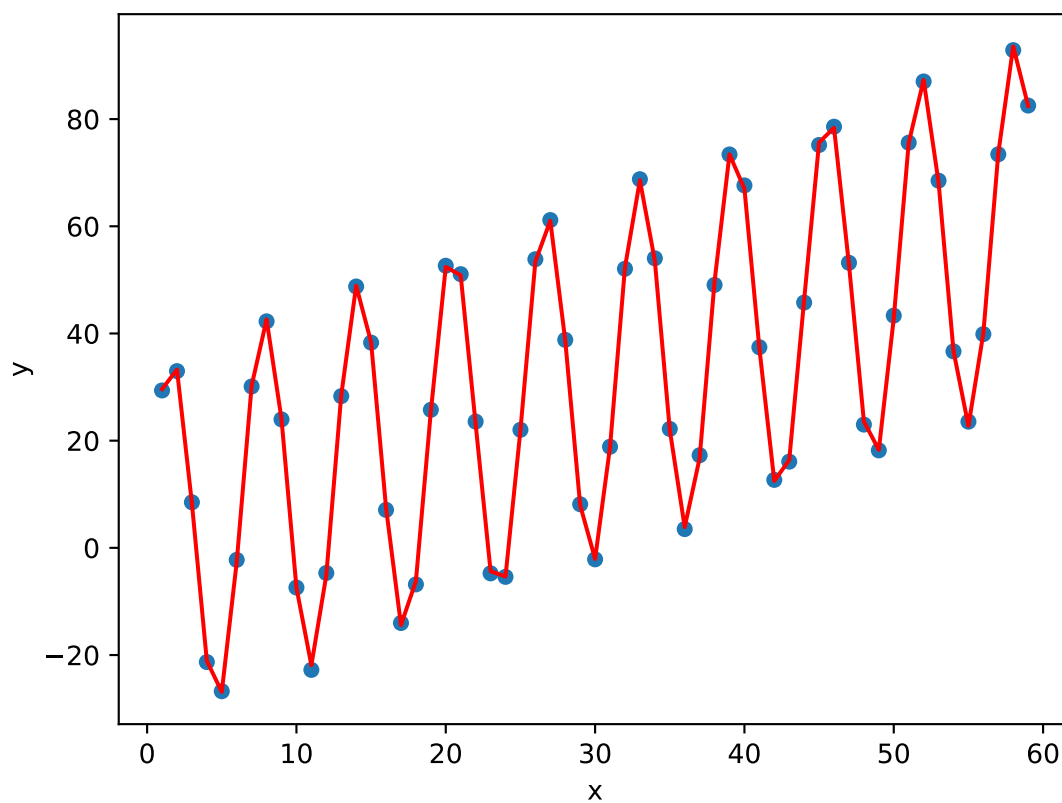
$$b=34$$

$$c=1$$

Rozwiązujemy równanie tak jak poprzednim przykładzie:

Wyniki:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1.09107408 \\ 34.01684513 \\ 0.99761049 \end{pmatrix}$$

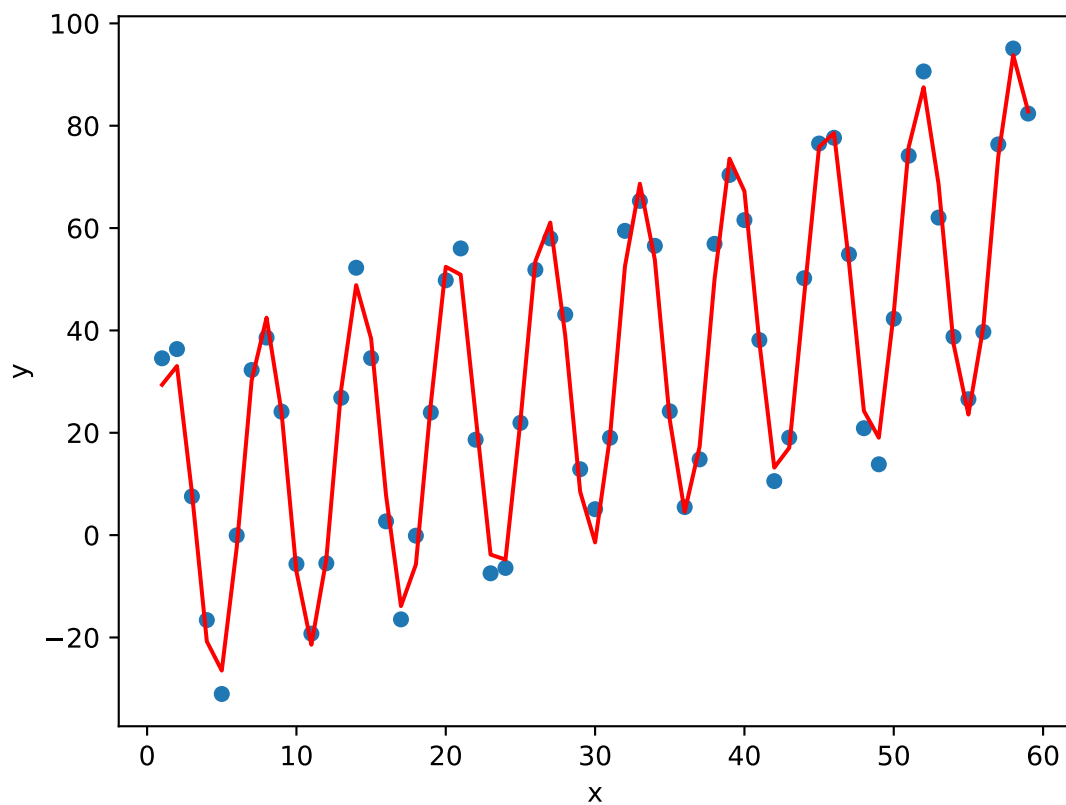


Udało się nam uzyskać dość dobre przybliżenie dla małych zaburzeń.

Dla większych zaburzeń:

Wyniki:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1.2276279 \\ 33.72311466 \\ 1.00252907 \end{pmatrix}$$



Dla większych zaburzeń widzimy gorsze przybliżenie.

Dla większych zaburzeń i większej ilości punktów:

Wyniki:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0.95722472 \\ 34.85049958 \\ 1.00150874 \end{pmatrix}$$

