Zadanie numeryczne nr 5

Jakub Opaliński

Listopad 2022

Zadanie wykonane zostało z zastosowaniem jezyka programowania Python oraz sprawdzenie przy pomocy numpy.

Zawartość:
1.NUM05.py

Rozwiazujemy równanie:

Ax = b

$$\text{Dla A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0.2 & \dots & & & \\ 1 & 3 & 1 & 0.2 & \dots & & \\ 0.2 & 1 & 3 & 1 & 0.2 & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \dots 0.2 & 1 & 3 & 1 \\ & & & \dots & 0.2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{b} = \left[1, 2 \dots, 100\right]^T$$

Uzywajac przekształconych wzorów:

Dla metody Gauss–Seidela:

$$\text{x}_j^{(k+1)} = \frac{1}{a_{jj}}\left(b_j - \sum_{i=j+1}^{n} a_{ji}x_i^{(k)} - \sum_{i=1}^{j-1} a_{ij}x_i^{(k+1)}\right)$$

Dla metody Jacobiego:

$$\text{x}_j^{(k+1)} = \frac{1}{a_{jj}}\left(b_j - \sum_{i=1}^{j-1} a_{ij}x_i^{(k)} - \sum_{i=j+1}^{n} a_{ji}x_i^{(k)}\right)$$

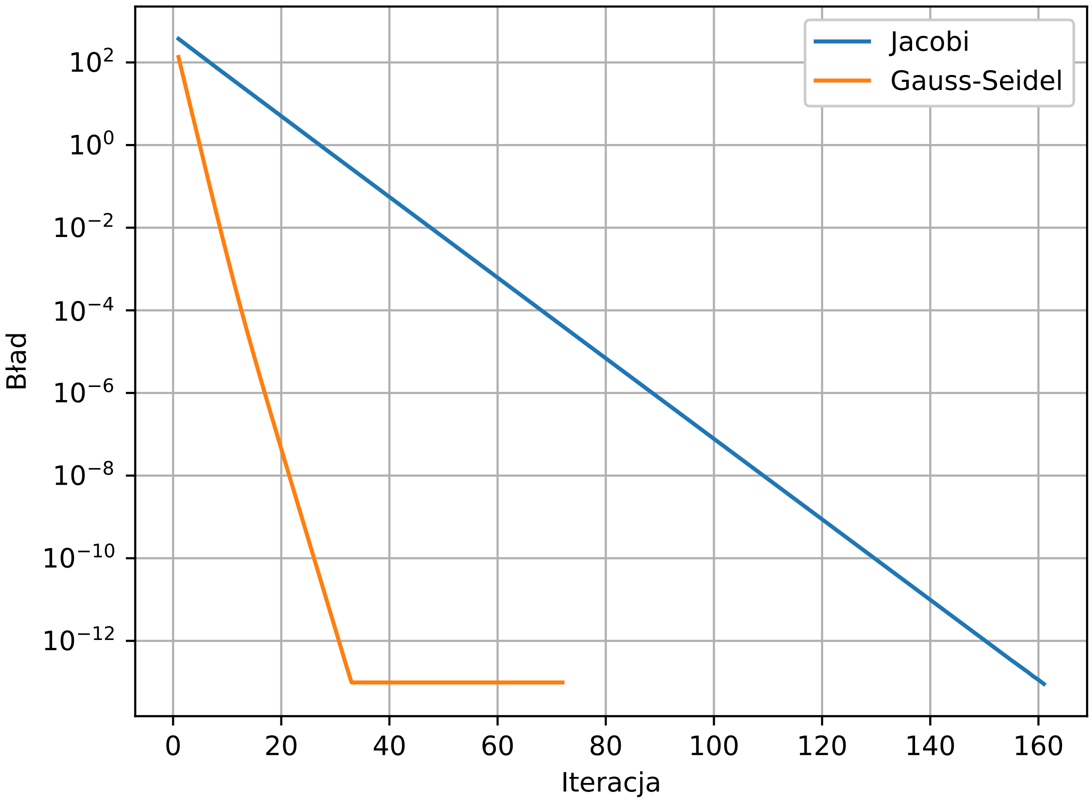
Rozwiazanie dla metody Jacobiego:

$$x = \begin{bmatrix} 0.17126009 \\ 0.37523974 \\ 0.55489993 \\ 0.74060385 \\ 0.9260231 \\ 1.11108743 \\ 1.29629727 \\ 1.48148292 \\ 1.66666609 \\ 1.85185195 \\ 2.03703705 \\ 2.22222221 \\ \dots \\ 16.85185669 \\ 17.03722139 \\ 17.22130055 \\ 17.40924191 \\ 17.59631865 \\ 17.73605398 \\ 18.1074402 \\ 18.03115407 \\ 16.95603806 \\ 26.47924371 \end{bmatrix}$$

Rozwiazanie dla metody Gauss–Seidela:

$$x = \begin{bmatrix} 0.17126009 \\ 0.37523974 \\ 0.55489993 \\ 0.74060385 \\ 0.9260231 \\ 1.11108743 \\ 1.29629727 \\ 1.48148292 \\ 1.66666609 \\ 1.85185195 \\ 2.03703705 \\ 2.22222221 \\ \ldots \\ 16.85185669 \\ 17.03722139 \\ 17.22130055 \\ 17.40924191 \\ 17.59631865 \\ 17.73605398 \\ 18.1074402 \\ 18.03115407 \\ 16.95603806 \\ 26.47924371 \end{bmatrix}$$

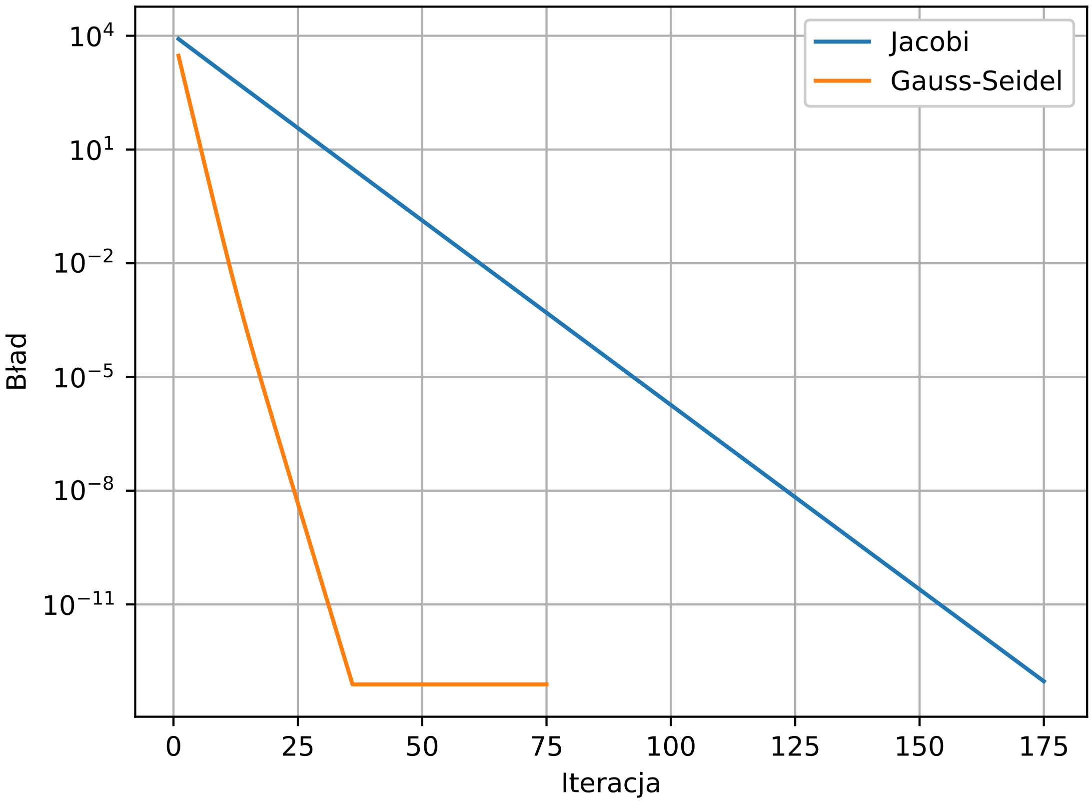
Wykres porównujacy zachowanie metody Jacobiego i Gaussa-seidera



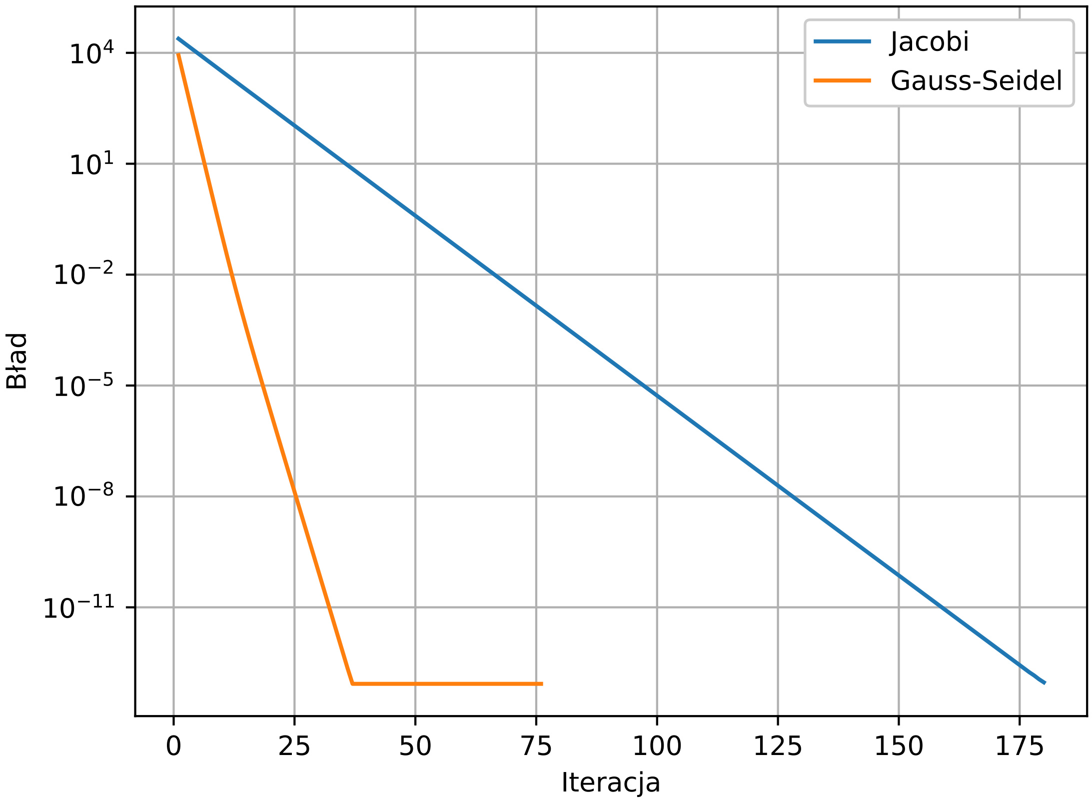
Możemy zauważyć ze metoda Gaussa-Seidera jest znacznie szybsza.

Wyniki dla roznych wartosci B

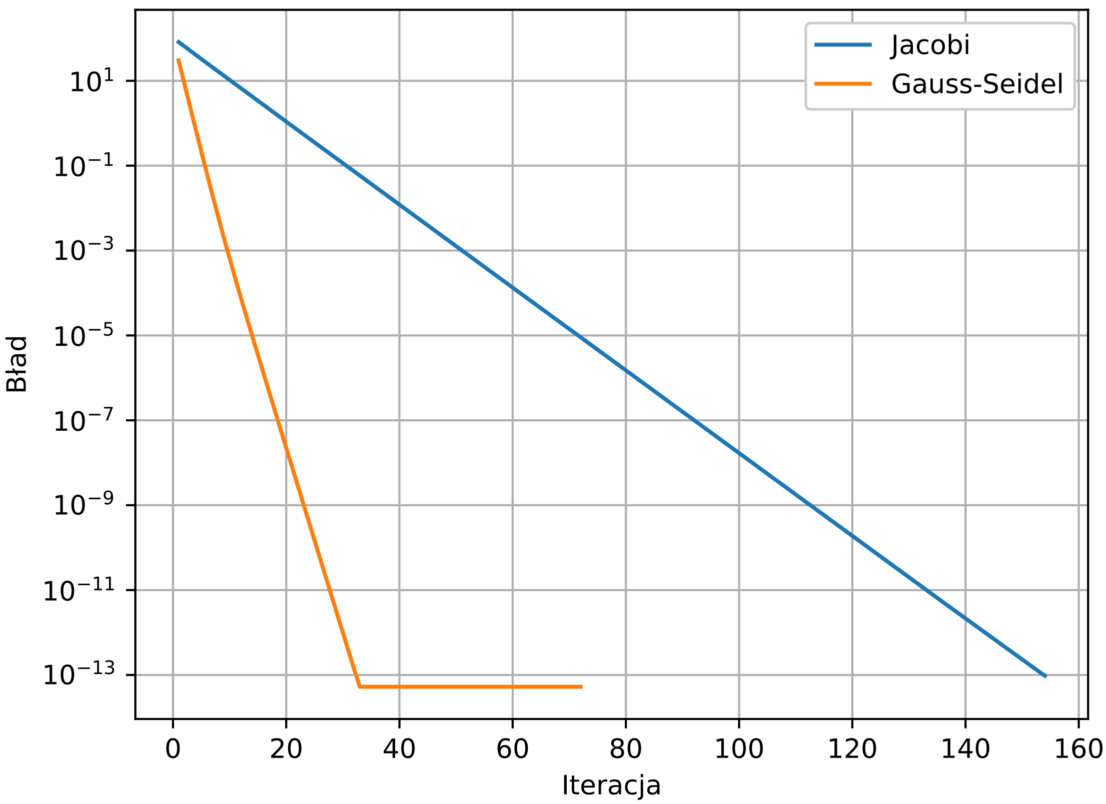
Dla b = $\left[1000, 1001 \ldots, 1099\right]^T$



Dla b $= [3000, 3001 \ldots, 3099]^T$



Dla b = Losowe



Jacobi
Gauss-Seidel
10^{1}
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
10^{-9}
10^{-11}
10^{-13}
Błąd
0
20
40
60
80
100
120
140
160
Iteracja