

Zadanie numeryczne nr 3

Jakub Opaliński

Grudzien 2022

Zadanie wykonane zostało z zastosowaniem języka programowania Python oraz sprawdzenie przy pomocy numpy.

Zawartość:

1.NUM03.py

a)

$$DlamicierzyA = \left\{ \begin{array}{cccccccc} 1.2 & \frac{0.1}{1} & \frac{0.4}{1^2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0.2 & 1.2 & \frac{0.1}{2} & \frac{0.4}{1^2} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0.2 & 1.2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{0.1}{N-3} & \frac{0.4}{(N-2)^2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0.2 & 1.2 & \frac{0.1}{N-2} & \frac{0.4}{(N-1)^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0.2 & 1.2 & \frac{0.1}{N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0.2 & 1.2 \end{array} \right\}$$

$$x = (1, 2 \dots N)^T$$

$$N = 100$$

Potrzebujemy: $y = A^{-1}x$

Aby rozwiązać używam dekompozycji LU:

Za pomocą wzorów:

$$L_{ij} = \frac{1}{U_{jj}} \left(A_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} (L_{ik} U_{kj}) \right)$$

$$U_{ij} = A_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} (L_{ik} U_{kj}) + U_{ij}$$

Uzyskujemy wyniki:

$$y = \begin{pmatrix} 0.03287133486041395 \\ 1.3396227980963753 \\ 2.066480295894664 \\ 2.825543605175336 \\ 3.557571715528883 \\ 4.284492868897645 \\ 5.00721018451999 \\ 5.727664002754518 \\ 6.446615582748809 \\ \dots \\ \dots \\ 61.47653384851288 \\ 62.1908552684013 \\ 62.9051758643867 \\ 63.61949566465193 \\ 64.33381469610926 \\ 65.04813298447127 \\ 65.76245055431694 \\ 66.47676742915336 \\ 67.19108363147355 \\ 67.9053991828134 \\ 68.61971410401006 \\ 69.33402833257784 \\ 70.04833794418792 \\ 70.7650588638003 \\ 71.53915685603329 \end{pmatrix}$$

Obliczenie wyznacznika:

Wiemy że: $\det(A) = \det(LU) = \det(L)\det(U)$

Z własności macierzy trojkątnej:

$$\det(L) = 1$$

$$\det(A) = \det(U)$$

Wiec:

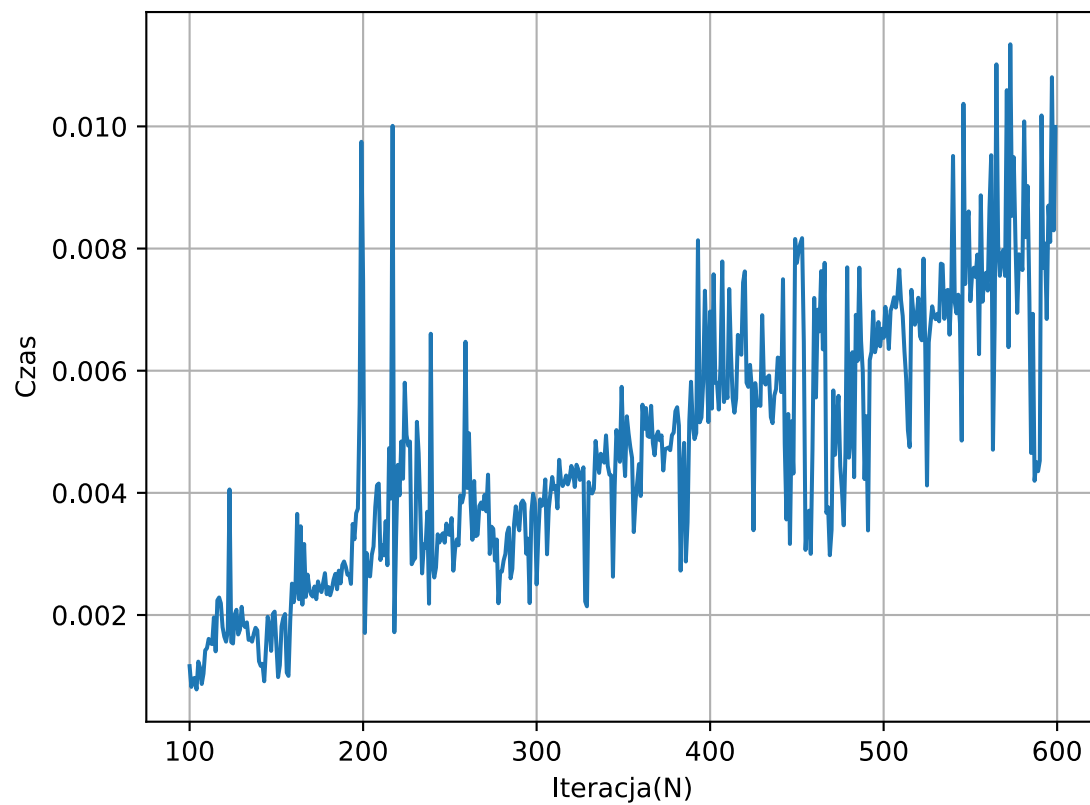
$$\det(U) = U_{11}, U_{22} \dots U_{nn}$$

$$\det(A) = U_{11}, U_{22} \dots U_{nn}$$

Wyniki:

$$\det(A) = 78240161.00959387$$

Wykres wielkosci macierzy(N) od czasu
rozwiązania:



Wykres wielkosci macierzy(N) od czasu
rozwiązania dla biblioteki numerycznej i
algorytmu:

