1.8 习题

（1）证明：若2|n,5|n,7|n,则70|n.

证明：因为2|n 所以n=2k,

5|n 所以5|2k,又(5,2)=1,所以5|k 即k=

7|n 所以7|2\*5, 又(7,10)=1,所以7| 即=7，

所以n=2\*5\*7 即n=70

因此70|n

（2）证明：如果a是整数，则被3整除.

证明：因为=(a-1)a(a+1)

当a=3k, 3|a 则3|

当a=3k-1, 3|a+1 则3|

当a=3k+1, 3|a-1 则3|

所以能被3整除。

（3）证明：每个奇整数的平方具有形式8k+1.

证明：任意奇整数可表示为

由于与+1为两连续整数，必有一个为偶数，所以(+1)=2k

所以=8k+1 得证。

（8）问是否存在这样的整数a,b,c，使得但？

解：存在。eg:a=6,b=2,c=9

（9）设p是正整数n的最小素因数.证明：若则是素数.

证明：若不是素数

则 =dq

n=pdq

由p是最小素因数

则n=pqd

p 矛盾

即是素数.

（13）证明：形如4k+3的素数有无穷多个.

证明：反证法

假如形如4k+3的素数只有有限个，记为

令

显然不能整除N

若N为素数即证

若N不为素数则必有素因数4k+1，又4k+1的乘积依然是4k+1

故N一定还有4p+3的素因数且不是p1-pn之间的一个

即证。

（28）求以下整数对的最大公因数：

(55,85). (202,282). (666,1414). (20785,44350).

解：85=1\*55+30

55=1\*30+25

30=1\*30+5

25=5\*5

所以(55,85)=5

282=1\*202+80

202=2\*80+42

80=1\*42+38

42=1\*38+4

38=9\*4+2

4=2\*2

所以(202,282)=2

（29）求以下整数对的最大公因数：

(2n+1,2n-1); (2n,2(n+1)); (kn,k(n+2));

(n-1,); (21n+4,14n+3)

解：2n+1=1\*(2n-1)+2

2n-1=(n-1)\*2+1

2=2\*1

所以（2n+1,2n-1）=1

2(n+1)=1\*2n+2

2n=n\*2

所以(2n,2(n+1))=2

（32）运用广义欧几里得除法求整数s,t使得.

(1613,3589). (2947,3772). (20041,37516). (1107,822916)

解：1=3-1\*2

=3-1\*(38-12\*3)

=-38+13\*(41-1\*38)

=13\*41-14\*(161-3\*41)

=-14\*161+55\*(363-2\*161)

=55\*363+(-124)\*(1613-4\*363)

=(-124)\*1613+551\*(3589-2\*1613)

=551\*3589+(-1226)\*1613

所以s=-1226 t=551

1=4-1\*3

=4-1\*(115-28\*4)

=-115+29\*(119-1\*115)

=29\*119+(-30)\*(353-2\*119)

=-30\*353+89\*(472-1\*353)

=89\*472+(-119)\*(825-1\*472)

=(-119)\*825+208\*(2947-3\*825)

=208\*2947+(-743)\*(3772-1\*2947)

（34）设m,n为正整数，是整数.证明：

证明：设=q

则

则

由广义欧几里得算法

nx+my=(m,n)

所以，

（47）求下列个数的素因数分解式.

625. 2154. 2838. 3288.

（50）求出下列各对数的最小公倍数.

[8,60]. [14,18]. [49,77]. [132,253].

（51）求出下列各对数的最大公因数(a,b)及最小公倍数[a,b].

（60）求7x+4y=100的一切整数解.

解：形如ax+by=c有解的充要条件是(a,b)|c

本题中a=7,b=4,(a,b)=(7,4)=1|100成立

设使得

可得，

所有解

7x+4y=100的整数解为

（62）求9x+24y-5z=1000的一切整数解.

解：设9x+24y=3t 即3x+8y=t，则3t+5z=1000

则原式可写作

则(3,8)=1|t,使得

解得s0=3,t0=-1可知

同理可得