Introduction aux variétés différentielles

16 novembre 2015

Résumé

Table des matières

1 Courbes **2**
1.1 Courbes, courbes paramétrées (par longueur d'arc), vitesses . 2
1.2 Courbure, torsion 3

Chapitre 1

Courbes

1.1 Courbes, courbes paramétrées (par longueur d'arc), vitesses

Définition 1.1. ***Une courbe*** *α est une fonction $\mathcal{C}^\infty$ d'un intervalle $I \subseteq \mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^n$.*

Remarque. *Nous pourrions nous restreindre aux courbes de classe $\mathcal{C}^n$ dans la plupart des cas. Pour éviter les discussions, nous travaillerons qu'avec des courbes indéfiniment différentiables.*

Exemple 1.1.

Définition 1.2. *On définit* ***la vitesse de la courbe*** *α comme la dérivée de la courbe α. On la note $\dot{\alpha}$ ou $t : I \to \mathbb{R}^n : s \to t(s) = \dot{\alpha}(s)$.*

Définition 1.3. *Soit $t \in I$ et une courbe $\alpha : I \to \mathbb{R}^n$. On dit que t* ***est un point régulier*** *si $\dot{\alpha}(t) \neq 0_{\mathbb{R}^n}$. Sinon, t est dit* ***singulier****.*

Définition 1.4. *Une courbe est* ***paramètrée*** *si elle ne possède aucun point singulier.*

Exemple 1.2.

Définition 1.5. *Une courbe paramétrée est dite* ***paramétrée par longueur d'arc*** *si elle est sa vitesse est de norme 1 en chaque point, c'est-à-dire $\forall s \in I$, $\|\dot{\alpha}(s)\| = 1$.*

1.2 Courbure, torsion

Définition 1.6. *Soit α une courbe paramètrée par longueur d'arc. On définit* ***la courbure de*** *α comme sa dérivée seconde. La courbure de α en un point $s \in I$ vaut $\ddot{\alpha}(s)$.*