

## 运筹学第 2 次作业 (20220302)

1. 假设以下集合均为非空集合, 请判断哪些集合一定有顶点, 需要给出理由。

a)  $\Omega_1 : \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0\}$ 。

b)  $\Omega_2 : \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}\}$ , 其中  $\mathbf{A}$  是行满秩矩阵。

c)  $\Omega_3 : \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}\}$ , 其中  $\mathbf{A}$  是列满秩矩阵

2.(1) 写出如下线性规划问题可行区域 D 中的所有顶点;

$$\begin{cases} \max & x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} & 2x_1 + 5x_2 \geq 12 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ & 0 \leq x_1 \leq 4 \\ & 0 \leq x_2 \leq 3 \end{cases}$$

(2) 证明: 若一个线性规划问题在两个顶点上达到最优值, 则此线性规划问题必有无穷多个最优解。

3. 某线性规划问题的约束条件是

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + x_3 & = 4 \\ 3x_1 + x_2 + & + x_4 = 6 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \quad (1)$$

问变量  $x_2, x_4$  所对应的列向量  $\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_4$  是否构成可行基? 若是, 写出  $\mathbf{B}, \mathbf{N}$ , 并求出  $\mathbf{B}$  所对应的基本可行解。

注: 对于标准形式的线性规划的线性等式约束  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ , 这里令  $\mathbf{A} = [\mathbf{B}, \mathbf{N}]$ , 其中  $\mathbf{B}$  为满秩方阵。详细参考教材 2.2 与 2.3 章节。

备注:

同学们可手写后拍照或扫描上传至网络学堂，或直接完成电子版后上传。截止日期为下周二晚 23:59 前，以网络学堂实际截止时间为准。

请同学们认真独立完成作业。