

运筹学第 12 周作业 (20220511)

1. 判断以下说法是否正确。若不正确, 请说明理由 (最好能给出反例, 但不强制要求)。

(1) 考虑优化问题 $\min \{f(X) \mid \text{s.t. } g_i(X) \geq 0, 1 \leq i \leq l\}$ 。若 \hat{X} 是该问题的局部最优解, 则在 \hat{X} 处 K-T 条件成立。即, 若对于 $1 \leq i \leq \hat{l}$, 有 $g_i(\hat{X}) = 0$, 对于 $\hat{l} + 1 \leq i \leq l$, 有 $g_i(\hat{X}) > 0$, 则存在不全为零的非负数 w_i , 使得 $\nabla f(\hat{X}) = \sum_{i=1}^{\hat{l}} \nabla g_i(\hat{X}) w_i$ 成立。

(2) 考虑线性优化问题 $\min \{C^T X \mid \text{s.t. } AX \geq b\}$, 其中 A 是行满秩矩阵。若 \hat{X} 是该问题的一个可行解, 且在 \hat{X} 处 K-T 条件成立, 则 \hat{X} 是该问题的一个最优解。

2. 对如下优化问题:

$$\begin{cases} \min & f(x_1, x_2) = (x_1 + 1)^2 + x_2^2 \\ \text{s.t.} & -(x_1 - 1)^2 - x_2^2 \leq -1 \\ & (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \leq 4 \end{cases} \quad (1)$$

求该问题的 KT 解, 并判断其是否满足 KKT 定理的前提条件。

3. 请利用 K-T 条件求解以下优化问题:

$$\begin{cases} \max & f = \ln(x_1 + x_2) \\ \text{s.t.} & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

4. 用简约梯度法求解以下问题:

$$\begin{cases} \min & f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 - 4x_1 - 6x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + 5x_2 \leq 5 \\ & x_j \geq 0, j = 1, 2 \end{cases} \quad (3)$$

5. 简单说明如何通过求解无约束优化问题, 求出以下有约束优化问题的最优解 (给出步骤即可, 无须计算求解)。

$$\begin{cases} \min & (x - 1)^2 \\ \text{s.t.} & 2 - x \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

备注: 同学们可手写后拍照并扫描上传至网络学堂, 或直接完成电子版后上传, 截止日期为下周二晚 23:59 前, 以网络学堂实际截止时间为准。

请同学们认真独立完成作业。