1. 标准型：

$$\begin{cases} \min z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ \qquad x_1 - x_3 - x_5 = 4 \\ \qquad x_2 - x_3 - x_6 = 3 \\ \qquad x_j \geq 0,\ j = 1,2,3,4,5,6 \end{cases}$$

单纯形表：

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_4	1	1	1	1	0	0	6
x_5	-1	0	1	0	1	0	-4
x_6	0	-1	1	0	0	1	-3
	3	2	1	0	0	0	z

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_4	1	0	2	1	0	1	3
x_5	-1	0	1	0	1	0	-4
x_2	0	1	-1	0	0	-1	3
	3	0	3	0	0	2	$z-6$

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_4	0	0	3	1	1	1	-1
x_1	1	0	-1	0	-1	0	4
x_2	0	1	-1	0	0	-1	3
	0	0	6	0	3	2	$z-18$

由于第一行系数为正，但RHS为负，故无法进行进基出基，

故原问题无可行解

2.

(1) 最优解 $(0, \frac{5}{6}, \frac{7}{6})^T$

最优值 $z=9$

(2). 将 x_1 的系数变为 c_1 后, 列出单纯形表:

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_4	0	$\frac{1}{6}$	0	1	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{5}{6}$	3
x_1	1	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	1
x_2	0	1	1	0	0	1	2
	c_1-5	$-\frac{1}{6}$	0	0	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{7}{6}$	$z-9$

$\downarrow$

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_4	0	$\frac{1}{6}$	0	1	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{5}{6}$	3
x_1	1	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	1
x_2	0	1	1	0	0	1	2,
	0	$\frac{c_1}{6}-1$	0	0	$-\frac{c_1}{6}$	$\frac{c_1}{6}-2$	$z-c_1-4$

由上表可得

$$\begin{cases} \frac{c_1}{6}-1 \le 0 \\ \frac{c_1}{6}-2 \le 0 \\ -\frac{c_1}{6} \le 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \le c_1 \le 6$$

3.

(1). 标准形:

$$\min \ z = (6-\lambda)x_1 + (5-\lambda)x_2 + (-3+\lambda)x_3 + (-4+\lambda)x_4$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = 1$$

$$-x_1 + x_2 - x_4 + x_6 = 1$$

$$-x_2 + x_3 + x_7 = 1$$

$$x_j \ge 0, \quad j = 1, 2, \cdots, 7$$

单纯形表:

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
x_5	1	-1	-1	0	1	0	0	1
x_6	-1	1	0	-1	0	1	0	1
x_7	0	-1	1	0	0	0	1	1
	$6-\lambda$	$5-\lambda$	$\lambda-3$	$\lambda-4$	0	0	0	z

$\lambda<4$ 时，$\lambda-4<0$. 无法进基. 无可行解，即 $z=-\infty$

$4\le\lambda<5$ 时，易得 $z=0$

$\lambda>5$ 时，单纯形表化为：（x_2 进基

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
x_5	0	0	-1	-1	1	1	0	2
x_2	-1	1	0	-1	0	1	0	1
x_7	-1	0	1	-1	0	1	1	2
	$11-2\lambda$	0	$\lambda-3$	1	0	$\lambda-5$	0	$z+\lambda-5$

$11-2\lambda<0$ 时，即 $\lambda>5.5$ 时，原问题无可行解. $z=-\infty$

$11-2\lambda\ge0$ 时，即 $5<\lambda\le5.5$ 时，$z=5-\lambda$

综上：
$$z=\begin{cases}-\infty & \lambda<4 \text{ 或 } \lambda>5.5\\ 0 & 4\le\lambda<5\\ 5-\lambda & 5\le\lambda\le5.5\end{cases}$$

(2). 将原问题转化为标准型对偶问题：

$$\begin{cases}\max & (\lambda-6)y_1+(-\lambda+2)y_2+(-2\lambda+3)y_3\\ s.t. & 2y_1-y_2+y_4=2\\ & 3y_1-y_2-y_3+y_5=6\\ & 5y_1-y_2-2y_3+y_6=15\\ & y_i\ge0.\quad i=1,2,\cdots,6\end{cases}$$

列出单纯型表：

BV	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	RHS
y_4	2	-1	0	1	0	0	2
y_5	3	-1	-1	0	1	0	6
y_6	5	-1	-2	0	0	1	15
	$\lambda-6$	$2-\lambda$	$3-2\lambda$	0	0	0	z

与(1)同理，$\lambda<2$ 时，无可行解，$z=+\infty$.

$2\le\lambda\le6$ 时，$z=0$

$\lambda>6$ 时，y_1 进基，单纯形表转化为：

BV	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	RHS
y_1	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1
y_5	0	$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	1	0	3
y_6	0	$\frac{3}{2}$	-2	$-\frac{5}{2}$	0	1	10
	1	$-1-\frac{\lambda}{2}$	$3-2\lambda$	$3-\frac{\lambda}{2}$	0	0	$z+6-\lambda$

因此可知，此时 $z=\lambda-6$

综上：
$$z=\begin{cases}+\infty, & \lambda<2\\ 0 & 2\le\lambda\le6\\ \lambda-6 & \lambda>6\end{cases}$$