

状态方程的解习题

1. 已知系统的状态方程为：

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

已知初始条件为 $x(0) = [1 \ 1]^T$ ， $u(t) = 1(t)$ 。求此状态方程的解。

2. 已知某线性定常系统的状态方程为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

设初始条件为 $x(0) = [-1 \ 0]^T$ ，求系统对单位阶跃输入信号的状态响应 $x(t)$ 的表达式。

3. 给定系统矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta \\ 0 & \theta & 0 \end{bmatrix}$ ，求矩阵指数 e^{At} 。

4. 系统 $\dot{x} = Ax$ 的状态转移矩阵为

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 & 0 \\ 0 & (1 - 2t)e^{-2t} & 4te^{-2t} \\ 0 & -te^{-2t} & (1 + 2t)e^{-2t} \end{bmatrix}$$

试确定矩阵 A 。

5. 矩阵 A 是常数矩阵，关于系统的状态方程式 $\dot{x} = Ax$ ，有

$$x(0) = [1 \ -1]^T \text{ 时, } x(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ -e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$x(0) = [2 \ -1]^T \text{ 时, } x(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-t} \\ -e^{-t} \end{bmatrix}$$

试决定系统的转移矩阵 $\Phi(t)$ 和矩阵 A 。