

$$5.3 \quad G(s) = \frac{2.55 \times 10^5}{s^3 + 115s^2 + 1500s}$$

解得闭环极点为  $s_1 = -1.2017$ ,  $s_{2,3} = 0.0259 \pm 0.4599j$ , 有极点在虚轴右侧, 因此系统不稳定。

要提高稳定裕度, 可采用超前校正, 又要保持穿越频率不变, 应采用滞后校正, 所以综合应采用超前滞后校正。

$$5.4 \quad G(s) = \frac{K}{s(s+1)(2s+1)}$$

开环比例系统  $K = K_v = 10$ 。  $\omega_c = 1.59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\gamma = -40.4^\circ$ 。在此  $\omega_c$  条件下,  $\gamma$  很难达到  $50^\circ$ 。

用MATLAB绘制伯德图, 当相角为  $180^\circ$  时,  $\omega = 0.704 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , 将其作为校正后的系统对数穿越频率, 因此取超前角  $\varphi_m = 50 + 10 = 60^\circ$ 。

超前校正设计:  $\alpha = \frac{1 + \sin 60^\circ}{1 - \sin 60^\circ} = 13.928$ ,  $\frac{1}{T_1} = \sqrt{\alpha} \omega_c = 2.627$ ,  $T_1 = 0.381$ ,  $\alpha T_1 = 5.301$ , 因此

此控制器的超前校正设计部分为:

$$G_{c_1}(s) = \frac{1 + 5.301s}{1 + 0.381s}$$

滞后校正设计: 分析  $G_p(s)G_{c_1}(s)$  的幅频特性。

$$20 \lg |G_p(j0.704)G_{c_1}(j0.704)| > 20 \lg |25.098|$$

因此,  $20 \lg |G_{c_2}(j0.704)| = -20 \lg |25.098| = -20 \lg \beta$ 。  $\beta = 25.098$ 。取  $\frac{1}{T_2} = \frac{\omega_c}{5} = 0.141$ ,

得  $T_2 = 7.092$ ,  $\beta T_2 = 177.992$ 。

因此控制器的滞后校正设计部分为:

$$G_{c_2}(s) = \frac{1 + 7.092s}{1 + 177.995s}$$

校正后系统性能分析。

$$G_p(s)G_c(s) = \frac{10(1 + 5.301s)(1 + 7.092s)}{s(s+1)(2s+1)(1 + 0.381s)(1 + 177.995s)}$$

经验证, 得到的相角裕量为  $50^\circ$ , 增益裕度为  $12.8 \text{ dB}$ 。

5.9 系统的开环传递函数为  $G_o(s) = \frac{10K_1}{s(s^2 + 25s + 100 + 20K_1K_2)}$ ,

$$Q_r(s) = \frac{\beta \left( \frac{s}{\omega_{\text{cut}}/\alpha} + 1 \right)}{\frac{s}{\omega_{\text{cut}}} \left( \frac{s}{\omega_{\text{cut}}/(\alpha\beta)} + 1 \right) \left( \frac{s}{\gamma\omega_{\text{cut}}} + 1 \right) \left( \frac{s}{\gamma\delta\omega_{\text{cut}}} + 1 \right)}。$$

对比  $G_o(s)$  可知,  $\beta = 1$ , 因此  $Q_r(s) = \frac{\omega_{\text{cut}}^3 \gamma^2 \delta}{s(s + \gamma\omega_{\text{cut}})(s + \gamma\delta\omega_{\text{cut}})}$ 。

进一步可知,  $\gamma\omega_{\text{cut}}(1 + \delta) = 25$ 。又由于  $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_o(s) = \beta\omega_{\text{cut}} = 4$ , 因此

$\omega_{\text{cut}} = 4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 。取  $\delta = 1$ ,  $\gamma = 3.125$ , 易知  $\alpha$  可取 10。因此,  $\omega_1 = \frac{\omega_c}{\alpha\beta} = 0.4$ ,  $\omega_2 = \frac{\omega_c}{\alpha} = 0.4$ ,

$\omega_3 = \gamma\omega_c = 12.5$ ,  $\omega_4 = \gamma\delta\omega_c = 12.5$ ,  $T_1 = \frac{1}{\omega_1} = 2.5$ ,  $T_2 = \frac{1}{\omega_2} = 2.5$ ,  $T_3 = \frac{1}{\omega_3} = 0.08$ ,  $T_4 = \frac{1}{\omega_4} = 0.08$ 。

$$Q_r(s) = \frac{4}{s(0.08s + 1)(0.08s + 1)} = \frac{4 \times 156.25}{s(s^2 + 25s + 156.25)}$$

由  $t_s = \frac{1}{\omega_c} \left( 8 - \frac{3.5}{\alpha} - \frac{4}{\beta} + \frac{100}{(\alpha\gamma\delta)^2} \right) = 0.9381$ ,  $\sigma = \frac{160}{\gamma^2\delta} + 6.5\frac{\beta}{\alpha} + 2 = 19.034\% \leq 20\%$  可知, 满

足条件。

因此,  $K_1 = \frac{4 \times 156.25}{10} = 62.5$ ,  $K_2 = \frac{156.25 - 100}{2 \times 62.5} = 0.045$ 。