

运筹学第 4 次作业 (20220316)

2022 年 3 月 16 日

1. 写出下面线性规划的对偶规划:

$$\begin{array}{ll}\min & 10x_1 + 10x_2 \\ \text{s.t.} & 5x_1 + 2x_2 \geq 5 \\ & x_1 + 4x_2 \geq 3 \\ & x_1 + 3x_2 \geq 2 \\ & 8x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \text{ 为自由变量}\end{array}$$

2. 把线性规划问题

$$\begin{array}{ll}\min & x_1 + \quad x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & \frac{1}{2}x_2 + x_3 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

记为 P,

(1) 用单纯形算法解 P;

(2) 写出 P 的对偶 D;

(3) 写出 P 的互补松紧条件, 并利用它们解对偶 D. 通过计算 P 和 D 的最优值, 检查你的答案。

3. 给定线性规划问题

$$\begin{array}{ll}\min & 5x_1 + 21x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 - x_2 + 6x_3 \geq b_1 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

其中 b_1 是某一个正数, 已知这个问题的一个最优解为 $(x_1, x_2, x_3) = (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4})$.

- (1) 写出对偶问题;
 (2) 求对偶问题的最优解.

4. 已知线性规划问题 A 和 B 如下

$$\begin{array}{ll}
 \text{问题 A} & \\
 \max & \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad \text{影子价格} \\
 \text{s.t.} & \sum_{j=1}^n a_{1j} x_j = b_1 \quad y_1 \\
 & \sum_{j=1}^n a_{2j} x_j = b_2 \quad y_2 \\
 & \sum_{j=1}^n a_{3j} x_j = b_3 \quad y_3 \\
 & x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{问题 B} & \\
 \max & \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad \text{影子价格} \\
 \text{s.t.} & \sum_{j=1}^n k_1 a_{1j} x_j = k_1 b_1 \quad \hat{y}_1 \\
 & \sum_{j=1}^n k_2 a_{2j} x_j = k_2 b_2 \quad \hat{y}_2 \\
 & \sum_{j=1}^n (a_{3j} + k_3 a_{1j}) x_j = b_3 + k_3 b_1 \quad \hat{y}_3 \\
 & x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n
 \end{array}$$

求 y_i 与 $\hat{y}_i (i = 1, 2, 3)$ 的关系。

备注:

同学们可手写后拍照或扫描上传至网络学堂,或直接完成电子版后上传。截止日期为下周二晚 23:59 前,以网络学堂实际截止时间为准。

请同学们认真独立完成作业。