

实验一 二阶系统阶跃响应、连续系统校正

姓名：彭程

学号：2020011075

一. 实验目的

- 1.1 学会根据模拟电路确定系统传递函数。
- 1.2 研究二阶系统的两个重要参数：阻尼比 ξ 和无阻尼自振角频率 ω 对系统动态性能的影响。
- 1.3 学习串联校正的基本设计方法，观察串联超前、滞后校正对改善系统性能的作用。

二. 二阶系统阶跃响应

2.1 实验计算

2.1.1 写出图 2-1 控制系统的传递函数。

根据模拟电路图以及系统的特征方程可以得到系统闭环传递函数如下：

$$G(s) = \frac{1}{T^2s^2 + KTs + 1} = \frac{1}{R^2C^2s^2 + \frac{R_0}{R_1}RCs + 1} = \frac{1}{0.2209s^2 + 0.47\frac{R_0}{R_1}s + 1}$$

2.1.2 分别计算 $T=0.47, \xi=0.25, 0.5, 0.75$ 时,系统阶跃响应的超调量 σ 和过渡过程时间 t_s 。

二阶系统超调量：

$$\sigma\% = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100$$

二阶系统过渡过程时间（近似估计值）：

$$t_s(5\%) \approx \frac{3T}{\xi}, 0 < \xi < 0.9$$
$$t_s(2\%) \approx \frac{4T}{\xi}, 0 < \xi < 0.9$$

根据上述参考公式可以计算得到：

$T = 0.47$	$\xi = 0.25$	$\sigma\% = 44.43\%$	$t_s(5\%) = 5.64$	$t_s(2\%) = 7.52$
	$\xi = 0.50$	$\sigma\% = 16.30\%$	$t_s(5\%) = 2.82$	$t_s(2\%) = 3.76$
	$\xi = 0.75$	$\sigma\% = 2.84\%$	$t_s(5\%) = 1.88$	$t_s(2\%) = 2.51$

2.1.3 分别计算 $\xi=0.5, T=0.22, 0.47, 1.0$ 时,系统阶跃响应的超调量 σ 和过渡过程时间 t_s 。

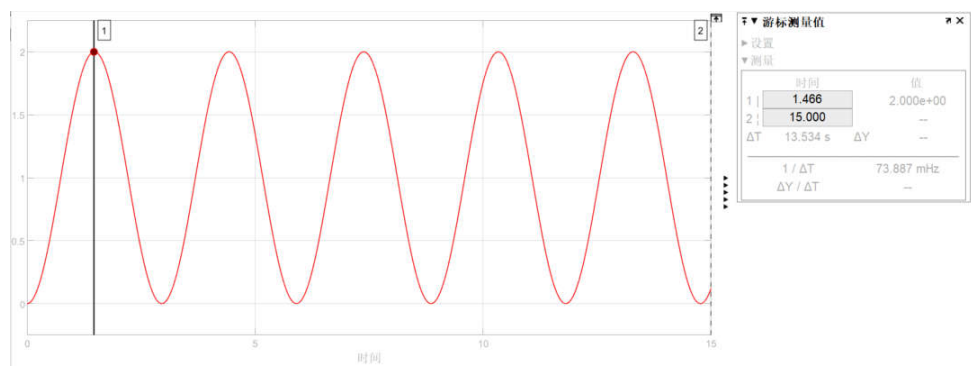
$\xi = 0.5$	$T = 0.22$	$\sigma\% = 16.30\%$	$t_s(5\%) = 1.32$	$t_s(2\%) = 1.76$
	$T = 0.47$	$\sigma\% = 16.30\%$	$t_s(5\%) = 2.82$	$t_s(2\%) = 3.76$
	$T = 1.00$	$\sigma\% = 16.30\%$	$t_s(5\%) = 6.00$	$t_s(2\%) = 8.00$

2.2 Matlab/ Simlink 仿真

用 Matlab/ Simlink 搭建仿真模型，单位阶跃信号为系统输入，观测系统输出波形。

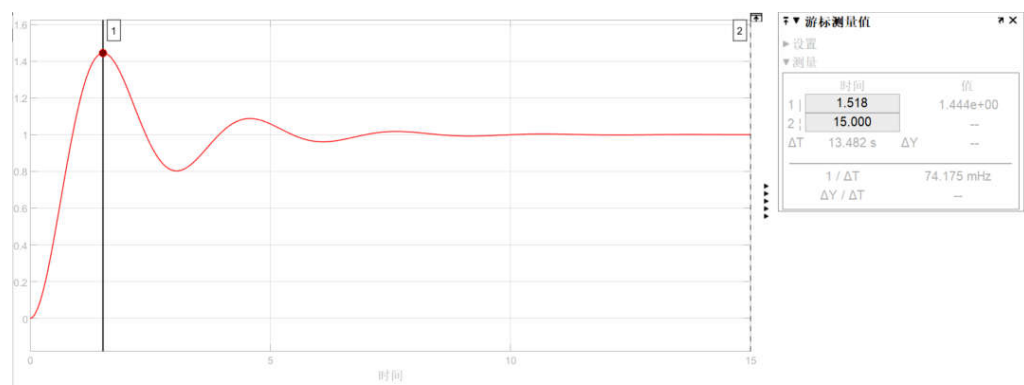
2.2.1 通过改变 K，从而使得 ξ 获得 0,0.25,0.5,0.75,1.0 等值，记录过渡过程曲线、超调量和过渡过程时间。

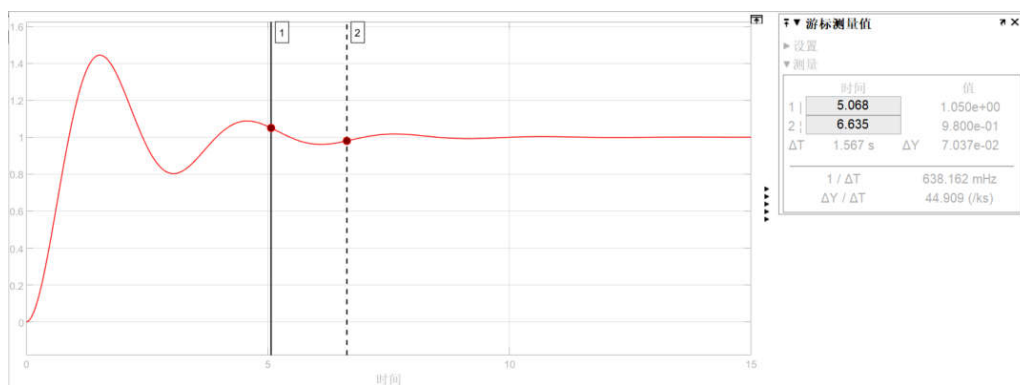
$T = 0.47、\xi = 0$ 时，系统的闭环传递函数为 $G_{\text{闭}}(s) = \frac{1}{0.2209s^2+1}$ ，仿真如下：



此时系统不稳定，超调量 $\sigma\% = \frac{2.000-1}{1} \times 100\% = 100\%$ ，过渡过程时间 $t_s = +\infty$ 。

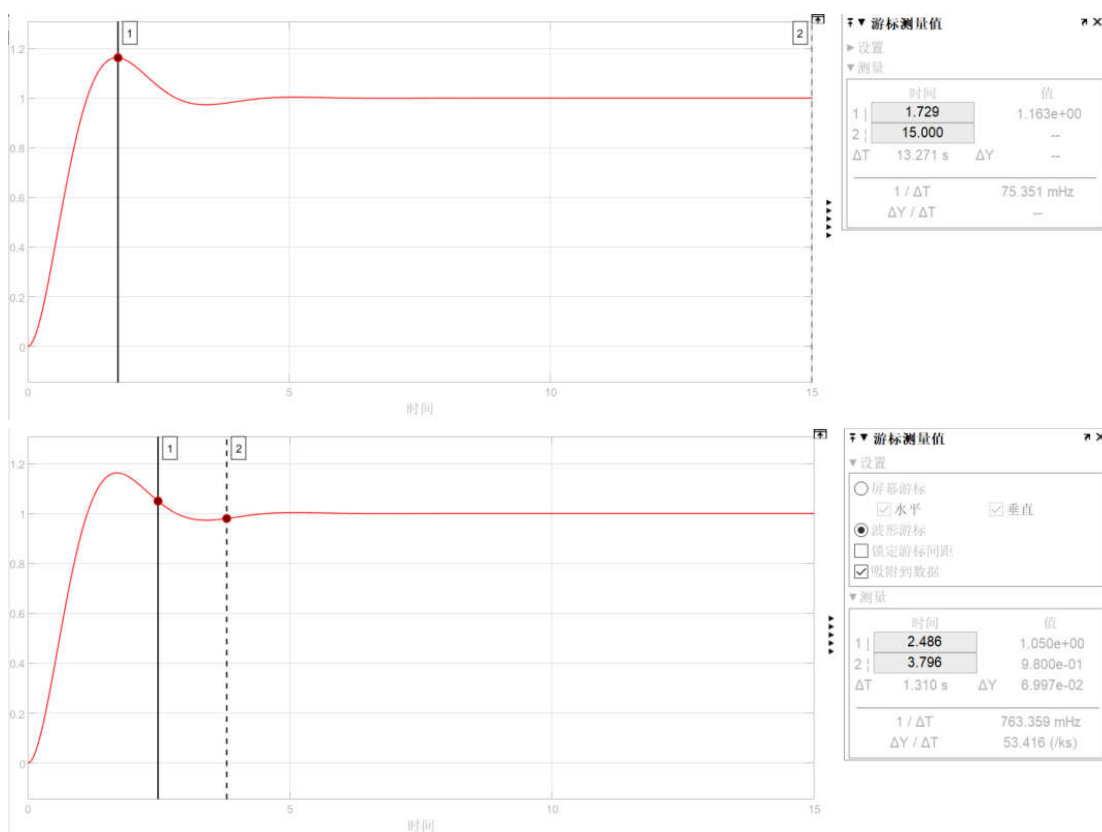
$T = 0.47、\xi = 0.25$ 时，系统的闭环传递函数为 $G_{\text{闭}}(s) = \frac{1}{0.2209s^2+0.235s+1}$ ，仿真如下：





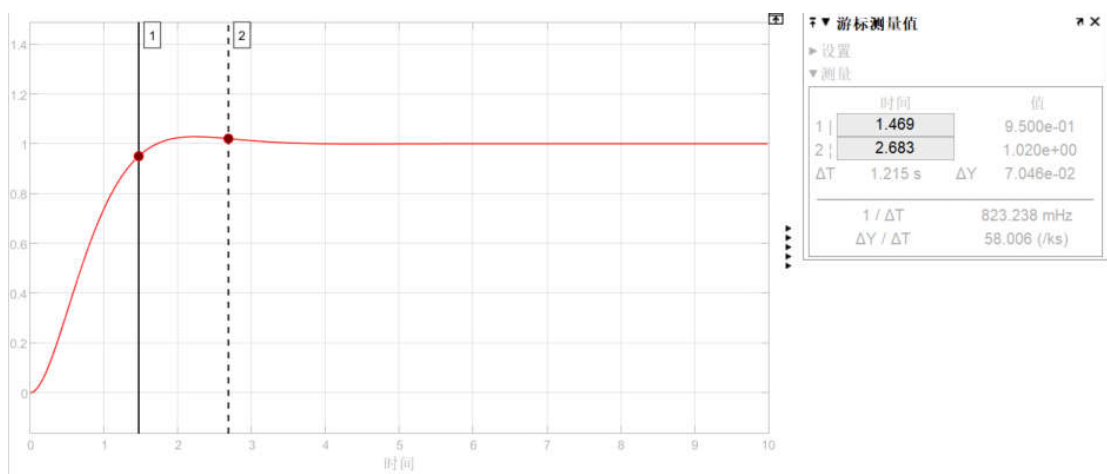
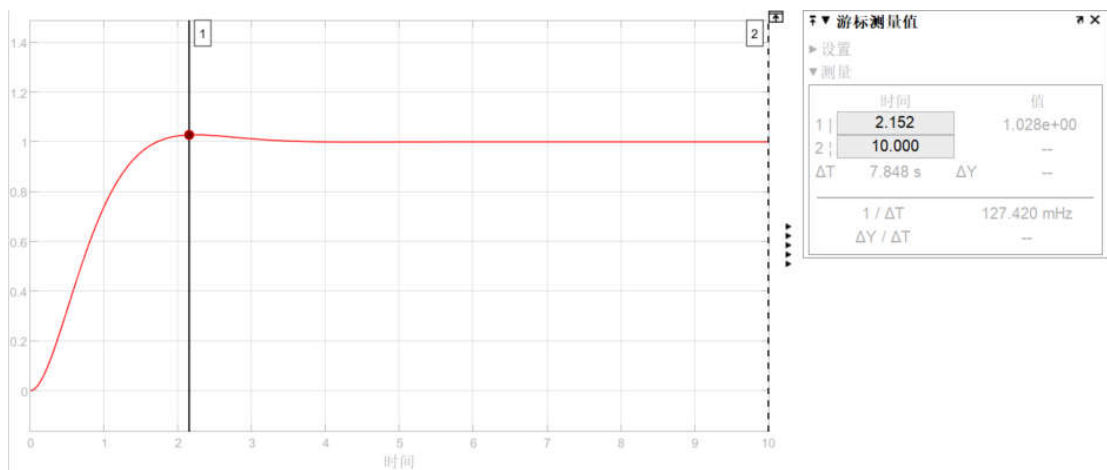
根据光标测量值可以计算出，超调量 $\sigma\% = \frac{1.444-1}{1} \times 100\% = 44.4\%$ ，过渡过程时间
 $t_s(5\%) = 5.068s$ ， $t_s(2\%) = 6.635s$ 。

$T = 0.47$ 、 $\xi = 0.5$ 时，系统的闭环传递函数为 $G_{\text{闭}}(s) = \frac{1}{0.2209s^2 + 0.47s + 1}$ ，仿真如下：



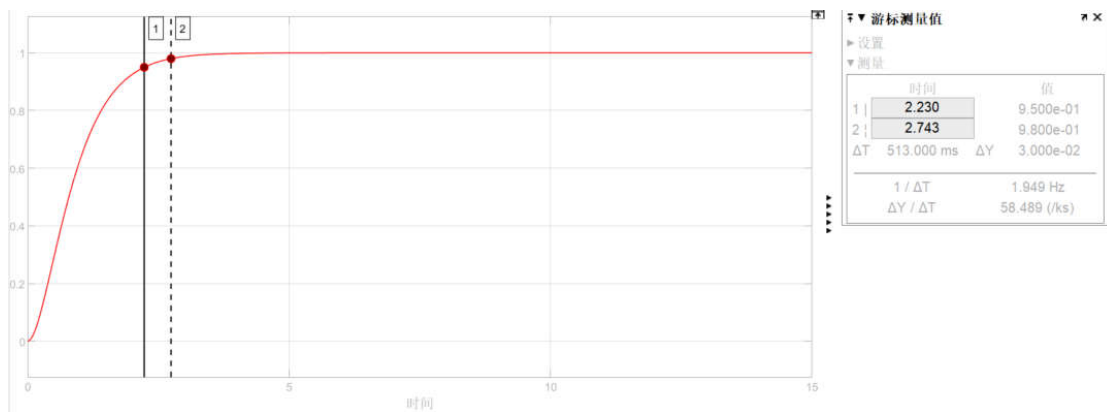
根据光标测量值可以计算出，超调量 $\sigma\% = \frac{1.163-1}{1} \times 100\% = 16.3\%$ ，过渡过程时间
 $t_s(5\%) = 2.486s$ ， $t_s(2\%) = 3.796s$ 。

$T = 0.47$ 、 $\xi = 0.75$ 时，系统的闭环传递函数为 $G_{\text{闭}}(s) = \frac{1}{0.2209s^2 + 0.705s + 1}$ ，仿真如下：



根据光标测量结果可以得到，超调量 $\sigma\% = \frac{1.028-1}{1} \times 100\% = 2.8\%$ ，过渡过程时间
 $t_s(5\%) = 1.469s$ ， $t_s(2\%) = 2.683s$ 。

$T = 0.47$ 、 $\xi = 1.0$ 时，系统的闭环传递函数为 $G_{\text{闭}}(s) = \frac{1}{0.2209s^2 + 0.94s + 1}$ ，用 Simlink 画出
 过渡过程曲线如下：



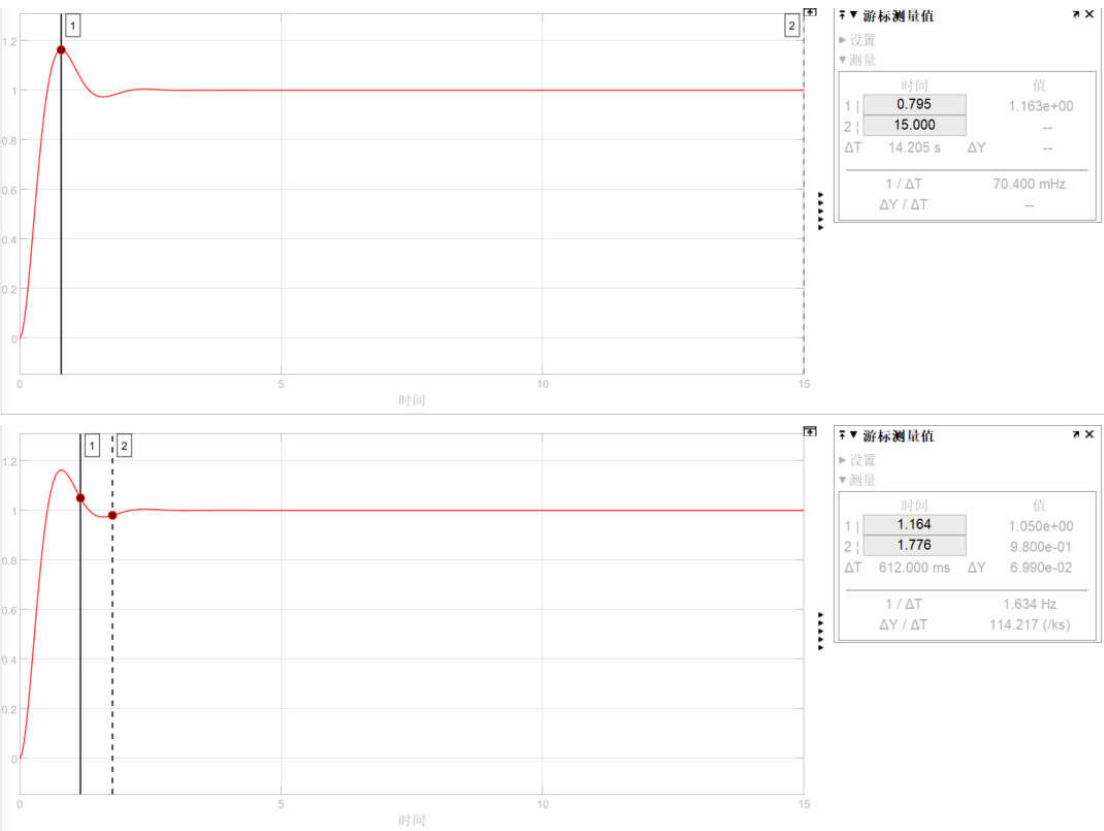
根据光标测量结果可以得到，超调量 $\sigma\% = 0$ ，过渡过程时间 $t_s(5\%) = 2.230s$ ， $t_s(2\%) = 2.743s$ 。

数据统计如下：

$T = 0.47$	$\xi = 0$	—	—	—
	$\xi = 0.25$	$\sigma\% = 44.4\%$	$t_s(5\%) = 5.07$	$t_s(2\%) = 6.64$
	$\xi = 0.50$	$\sigma\% = 16.3\%$	$t_s(5\%) = 2.49$	$t_s(2\%) = 3.80$
	$\xi = 0.75$	$\sigma\% = 2.8\%$	$t_s(5\%) = 1.47$	$t_s(2\%) = 2.68$
	$\xi = 1.00$	$\sigma\% = 0$	$t_s(5\%) = 2.23$	$t_s(2\%) = 2.74$

2.2.2 当 $\xi = 0.5$ ，令 $T=0.22s, 0.47s, 1.0s$ ($T=RC$, 改变两个 C)，记录过渡过程曲线、超调量和过渡过程时间，比较三条阶跃响应曲线的异同。

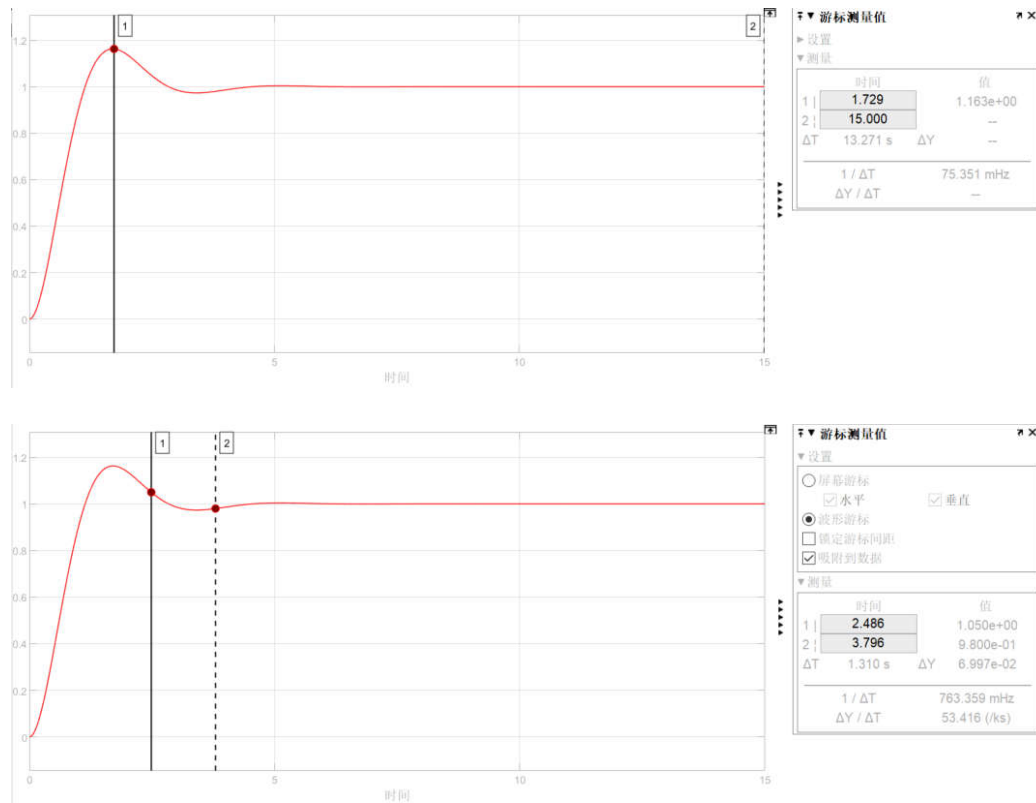
$\xi = 0.5$ 、 $T = 0.22$ 时，系统的闭环传递函数为 $G_{\text{闭}}(s) = \frac{1}{0.0484s^2 + 0.22s + 1}$ ，用 Simlink 画出过渡过程曲线如下：



根据光标测量结果可以得到，超调量 $\sigma\% = \frac{1.163-1}{1} \times 100\% = 16.3\%$ ，过渡过程时间

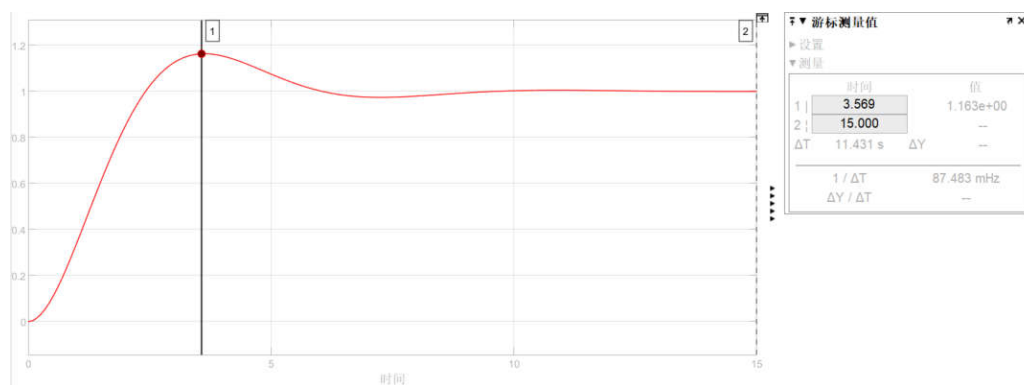
$t_s(5\%) = 1.164s$, $t_s(2\%) = 1.776s$ 。

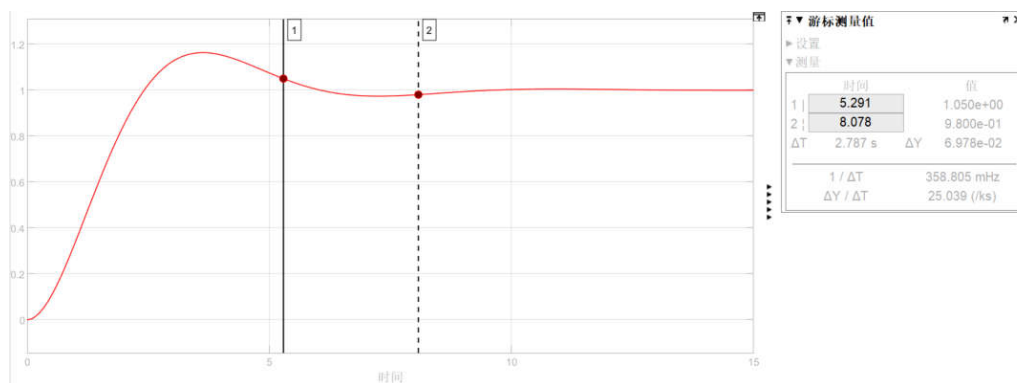
$\xi = 0.5$ 、 $T = 0.47$ 时，系统的闭环传递函数为 $G_{\text{闭}}(s) = \frac{1}{0.2209s^2 + 0.47s + 1}$ ，用 Simlink 画出过渡过程曲线如下：



根据光标测量结果可以得到，超调量 $\sigma\% = \frac{1.163-1}{1} \times 100\% = 16.3\%$ ，过渡过程时间 $t_s(5\%) = 2.486s$, $t_s(2\%) = 3.796s$ 。

$\xi = 0.5$ 、 $T = 1.0$ 时，系统的闭环传递函数为 $G_{\text{闭}}(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$ ，用 Simlink 画出过渡过程曲线如下：





根据光标测量结果可以得到，超调量 $\sigma\% = \frac{1.163-1}{1} \times 100\% = 16.3\%$ ，过渡过程时间 $t_s(5\%) = 5.291s$ ， $t_s(2\%) = 8.078s$ 。

可以从上述三条曲线中看出，超调量基本相等，但过渡过程时间不等，并且 T 越大，过渡过程时间越长。

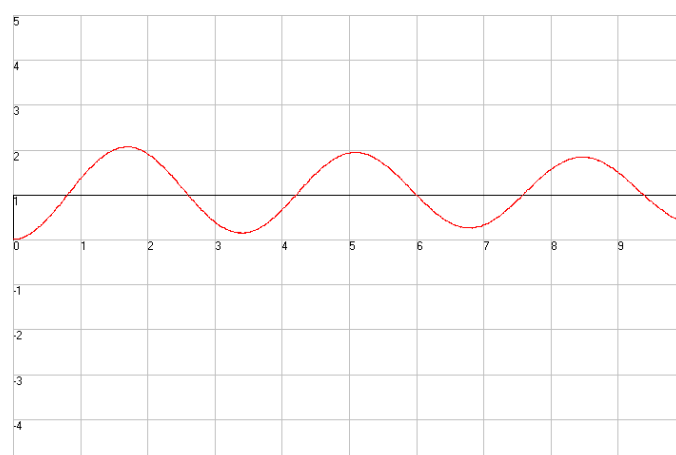
2.3 模拟实验

设置 DA0 输出 1V 阶跃信号，作为系统输入，在模拟实验箱上按照图 2-1 接线，系统输出连接到 AD0；

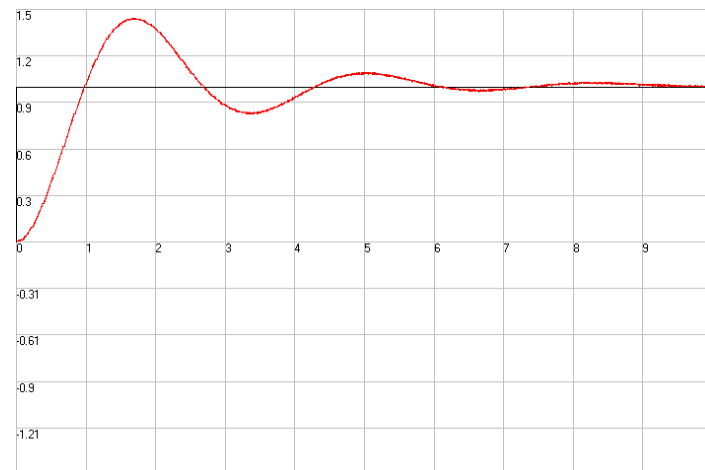
2.3.1 通过改变 K ，使 $\xi = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ 等值，在输入端加同样幅值的阶跃信号，记录过渡过程曲线、超调量 σ 和过渡过程时间 t_s ，将实验值和理论值进行比较。

实验结果如下：

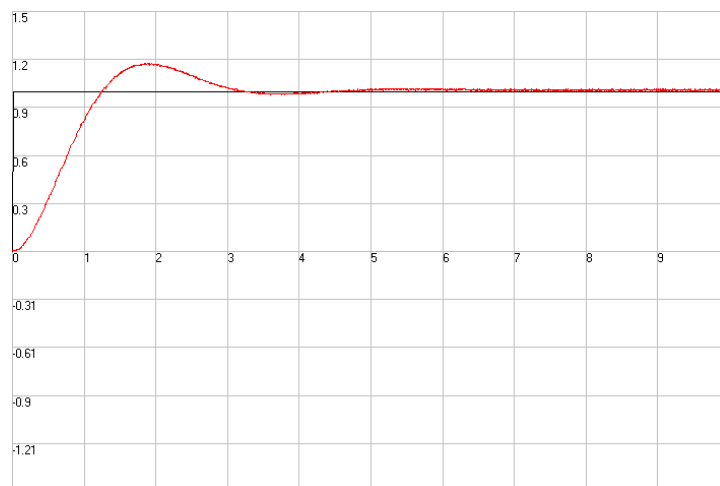
$\xi = 0$ ：



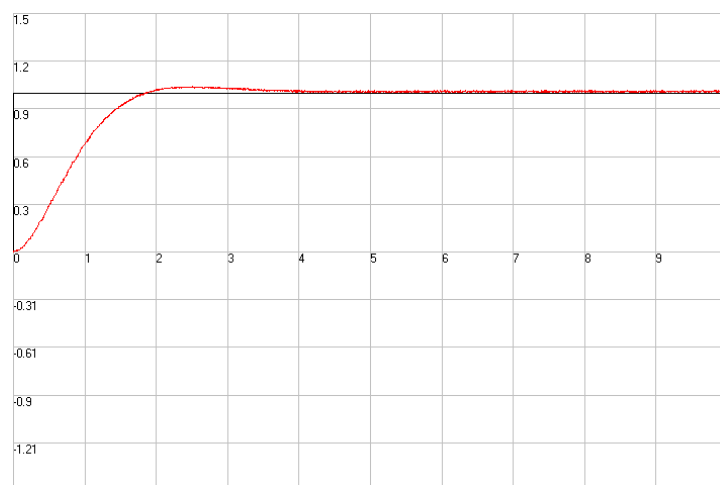
$\xi = 0.25$:



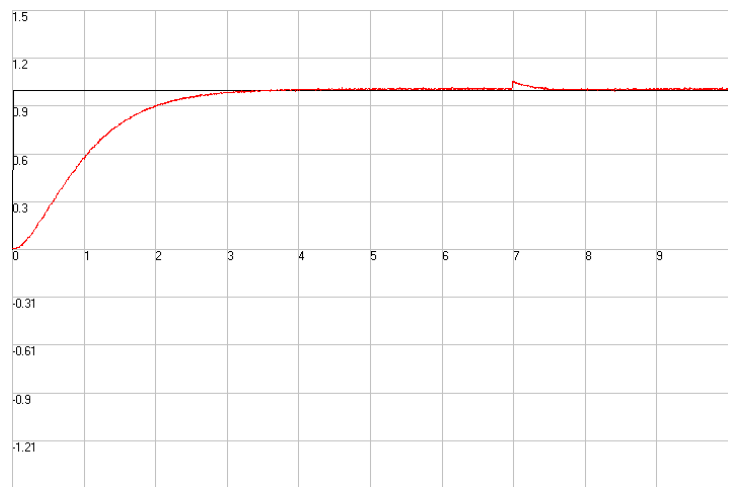
$\xi = 0.5$:



$\xi = 0.75$:



$\xi = 1$:



数据统计如下:

$T = 0.47$	$\xi = 0$	—	—	—
	$\xi = 0.25$	$\sigma\% = 40.9\%$	$t_s(5\%) = 5.04$	$t_s(2\%) = 7.12$
	$\xi = 0.50$	$\sigma\% = 14.4\%$	$t_s(5\%) = 2.71$	$t_s(2\%) = 4.21$
	$\xi = 0.75$	$\sigma\% = 1.95\%$	$t_s(5\%) = 1.76$	$t_s(2\%) = 1.89$
	$\xi = 1.00$	$\sigma\% = 0$	$t_s(5\%) = 2.82$	$t_s(2\%) = 3.59$

实验值和理论值进行比较:

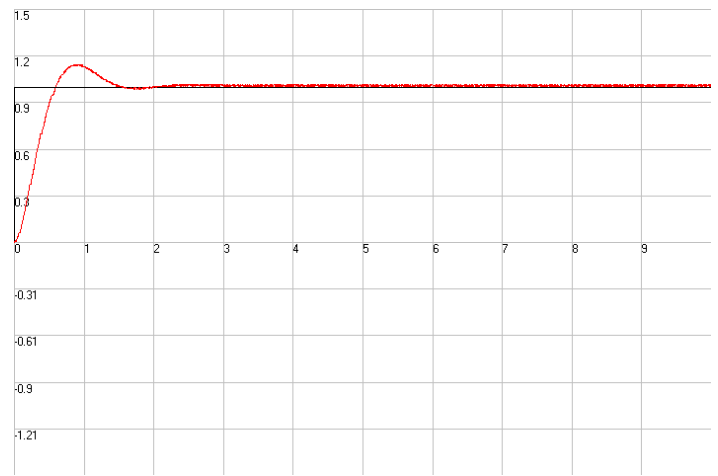
T	ξ	$\sigma\%$ 相对误差	$t_s(5\%)$ 相对误差	$t_s(2\%)$ 相对误差
$T = 0.47$	$\xi = 0.25$	7.95%	10.64%	5.32%
	$\xi = 0.50$	11.66%	0.39%	11.97%
	$\xi = 0.75$	31.34%	6.38%	24.7%

两者比较,可以发现超调量和过渡过程时间大部分情况下理论值都大于实际值,且存在一定的误差,这可能是因为信号在 AD 转换时产生了较大的误差或者实验中所用的实验元件不够理想和精确导致的。

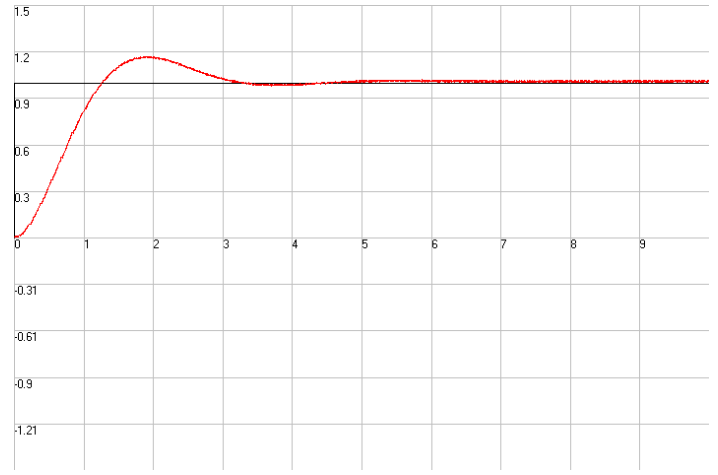
2.3.2 当 $\xi = 0.5$ 时, 令 $T = 0.22s, 0.47s, 1.0s (T = RC, \text{改变两个 } C)$, 记录过渡过程曲线、超调量 σ 和过渡过程时间 t_s , 比较三条阶跃响应曲线的异同。

实验结果如下：

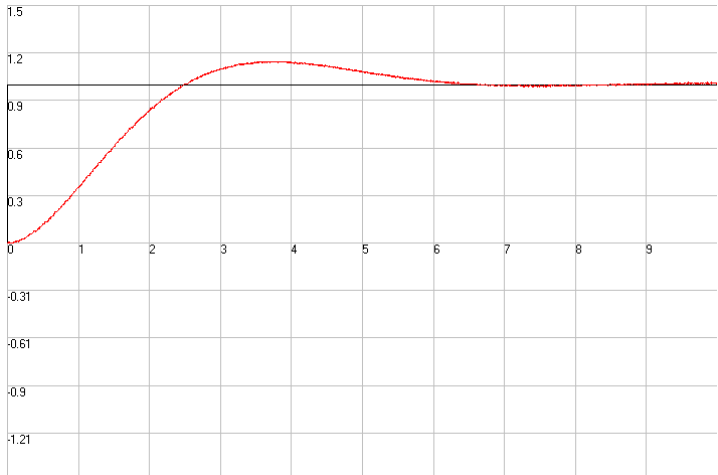
$T = 0.22s$



$T = 0.47s$



$T = 1.0s$



数据统计如下：

$\xi = 0.5$	$T = 0.22$	$\sigma\% = 9.1\%$	$t_s(5\%) = 1.25$	$t_s(2\%) = 2.06$
	$T = 0.47$	$\sigma\% = 14.4\%$	$t_s(5\%) = 2.71$	$t_s(2\%) = 4.21$
	$T = 1.00$	$\sigma\% = 11.3\%$	$t_s(5\%) = 5.24$	$t_s(2\%) = 8.57$

三条阶跃曲线对比可以发现：随着 T 的增大，系统的响应速度逐渐变慢，从统计的过渡过程时间也能看出这一点。

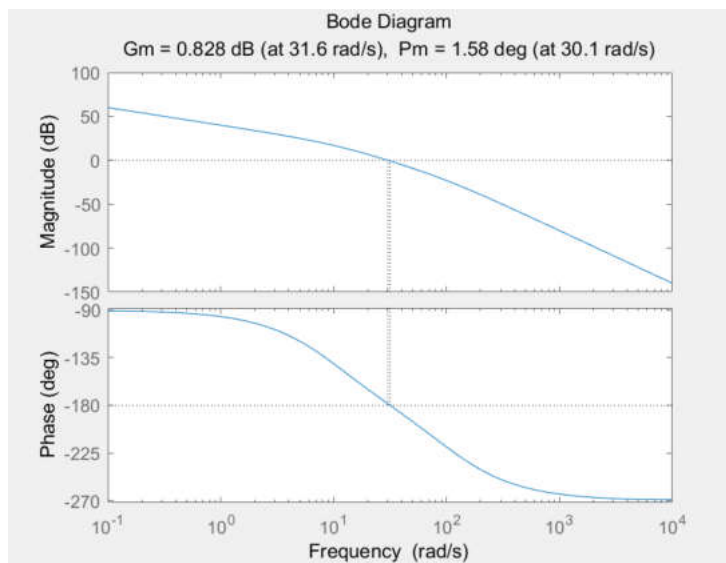
三. 连续系统串联校正

3.1 画出系统固有部分、超前、滞后的波特图，估算出上述三种情况下相角裕量、阶跃响应的超调量 σ 和过渡过程时间 t_s 。

固有部分：

$$G_0 = \frac{100}{0.001s^3 + 0.11s^2 + s}$$

系统的 Bode 图如下：

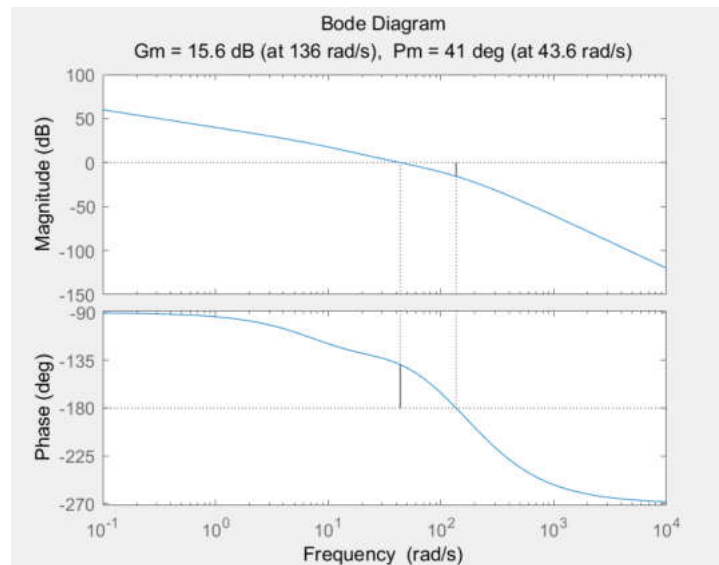


相角裕度 $\gamma = 1.58^\circ$ ，剪切频率 $\omega_c = 30.1 \text{ rad/s}$ ，所以 $M_r = \frac{1}{\sin \gamma} = 36.27$ ，此时阶跃响应的超调量是： $\sigma\% \approx 50\sqrt{M_r - 1} \times 100\% = 296.93\%$ ，过渡过程时间 $t_s = \frac{4 \sim 7}{\omega_c} = 0.133 \sim 0.233 \text{ s}$ 。

加入超前校正，

$$G_c(s) = \frac{100(0.044s + 1)}{s(0.1s + 1)(0.01s + 1)(0.0044s + 1)}$$

系统的 Bode 图如下：

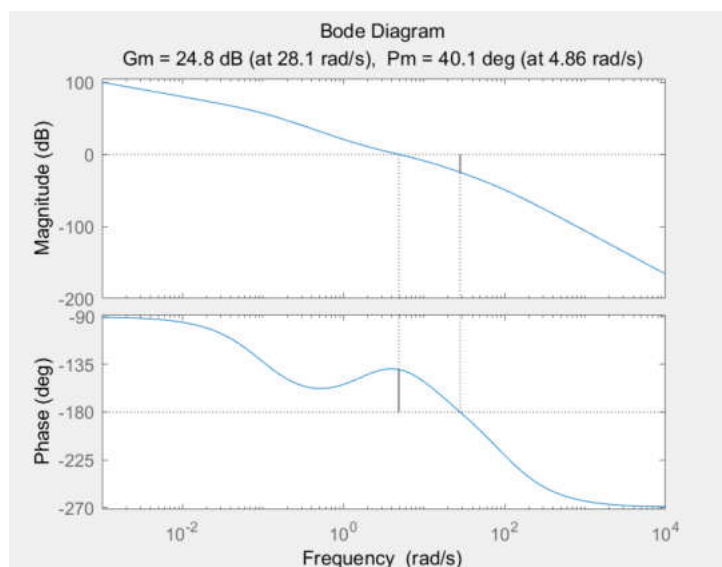


相角裕度 $\gamma = 41^\circ$ ，根据讲义中提示的经验公式，此时阶跃响应的超调量 $\sigma\% \approx \left(\frac{2000}{\varphi} - 20 \right) \% = 28.78\%$ ，过渡过程时间 $t_s = \frac{4 \sim 7}{43.6} = 0.0917 \sim 0.161\text{s}$ 。

加入滞后校正

$$G_0(s) = \frac{100(0.5s + 1)}{s(0.1s + 1)(0.01s + 1)(10s + 1)}$$

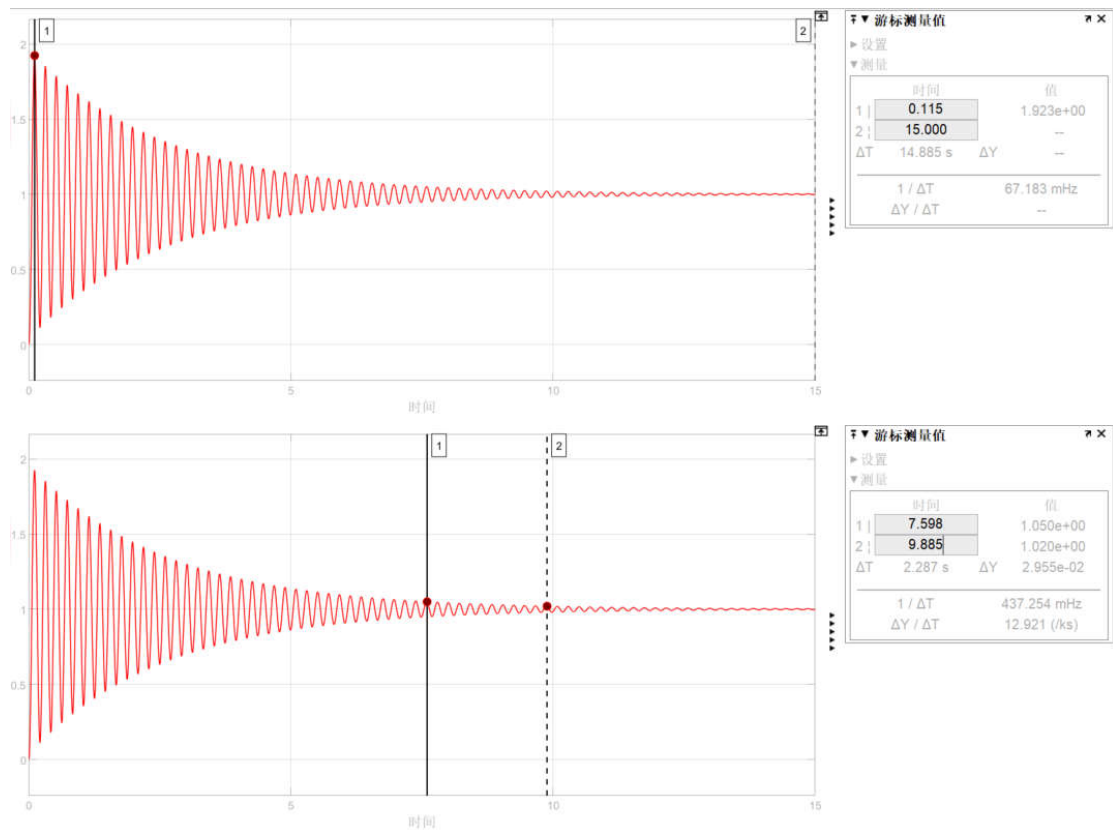
系统的 Bode 图如下：



相角裕度 $\gamma = 40.1^\circ$ ，根据讲义中提示的经验公式，此时阶跃响应的超调量 $\sigma\% \approx \left(\frac{2000}{\varphi} - 20 \right) \% = 29.88\%$ ，过渡过程时间 $t_s = \frac{4 \sim 7}{4.86} = 0.823 \sim 1.440\text{s}$ 。

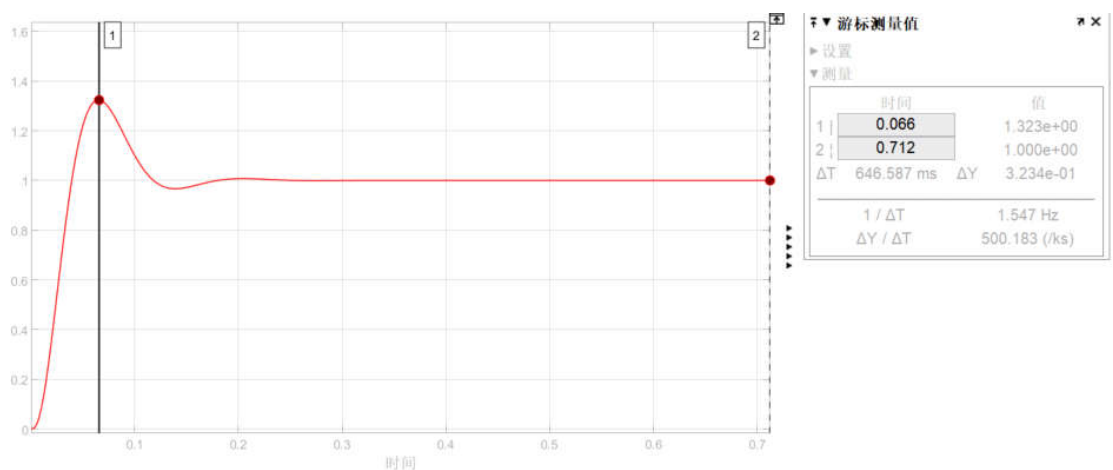
3.2 用 MATLAB/SIMULINK 搭建仿真模型，以单位阶跃信号为输入，观测并记录三种情况下系统阶跃响应曲线、超调和过渡过程时间。

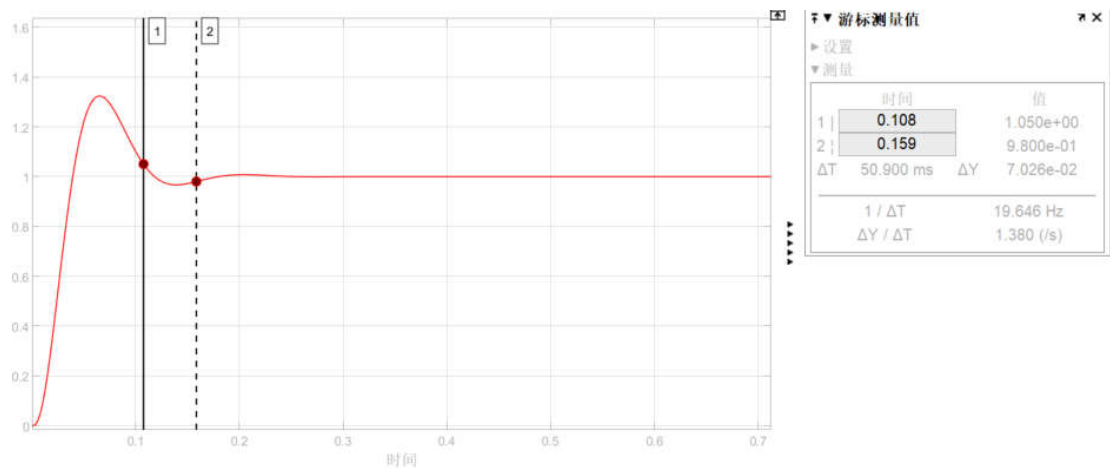
未加入校正装置时：



根据光标测量结果可以得到，超调量 $\sigma\% = \frac{1.833-1}{1} \times 100\% = 83.3\%$ ，过渡过程时间 $t_s(5\%) = 7.387s$ ， $t_s(2\%) = 9.680s$ 。

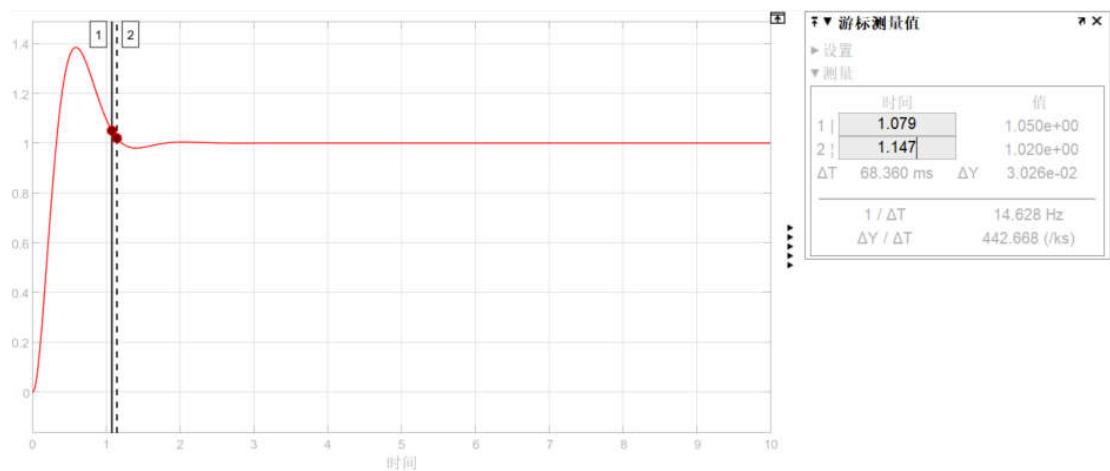
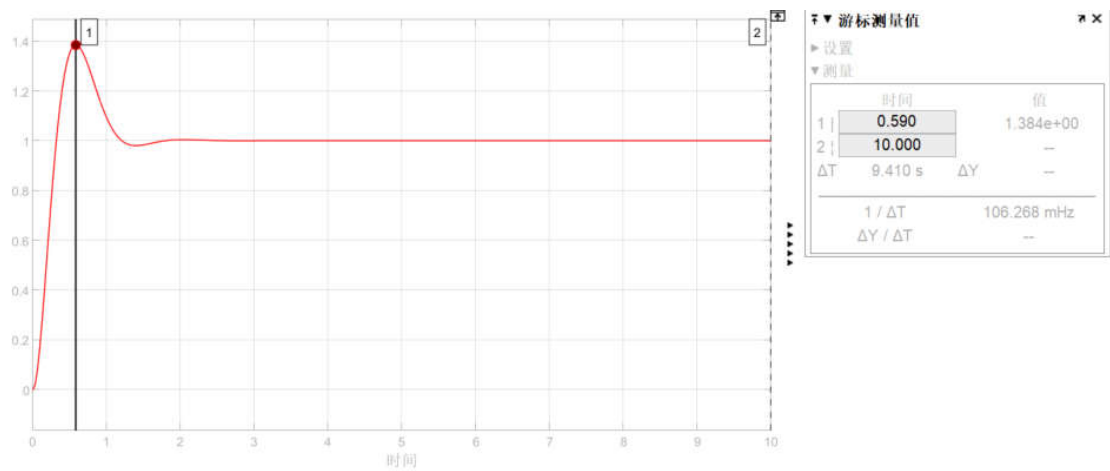
加入超前校正装置后：





根据光标测量结果可以得到，超调量 $\sigma\% = \frac{1.312-1}{1} \times 100\% = 31.2\%$ ，过渡过程时间
 $t_s(5\%) = 0.109s$, $t_s(2\%) = 0.158s$ 。

加入滞后校正装置后：



根据光标测量结果可以得到，超调量 $\sigma\% = \frac{1.384-1}{1} \times 100\% = 38.4\%$ ，过渡过程时间

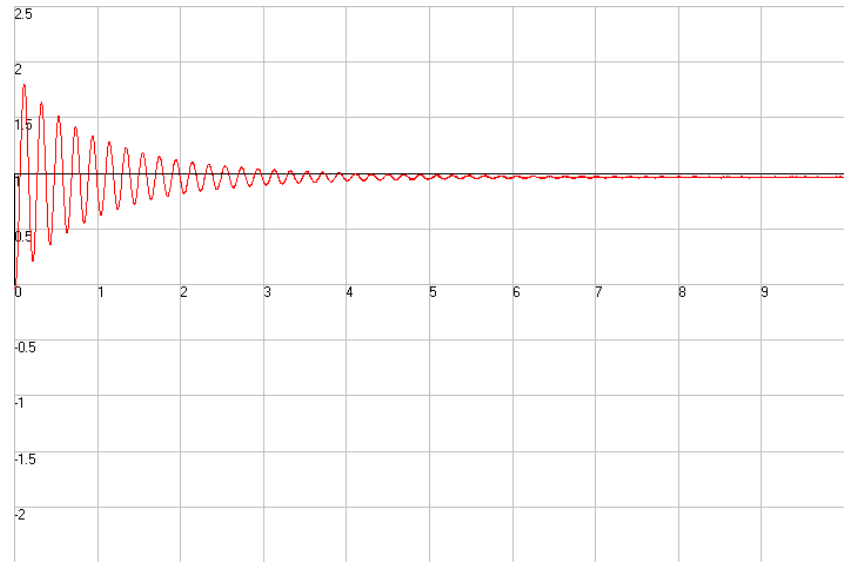
$t_s(5\%) = 1.079s, t_s(2\%) = 1.147s。$

记录超调量和过渡过程时间如下：

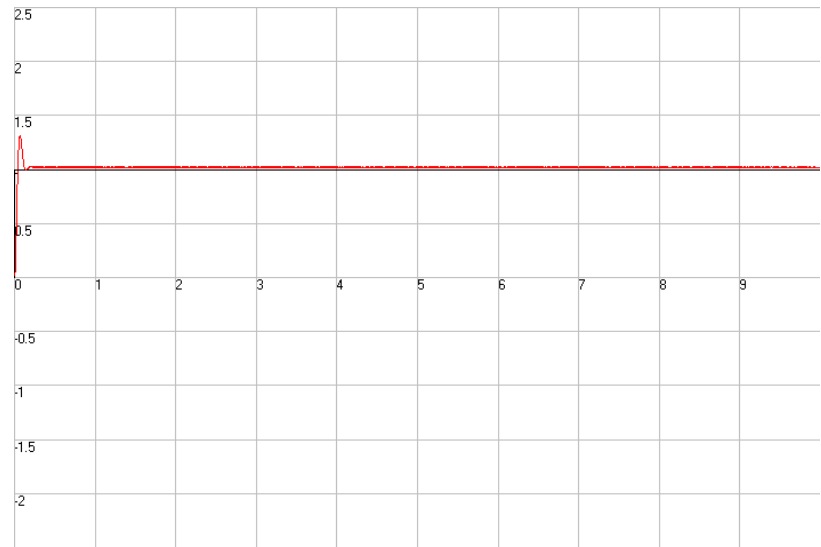
固有部分	$\sigma\% = 83.3\%$	$t_s(5\%) = 7.39$	$t_s(2\%) = 9.68$
加入超前校正	$\sigma\% = 32.2\%$	$t_s(5\%) = 0.11$	$t_s(2\%) = 0.16$
加入滞后校正	$\sigma\% = 38.4\%$	$t_s(5\%) = 1.08$	$t_s(2\%) = 1.15$

3.3 在模拟实验箱上搭建图 2-4、图 2-5、图 2-6 模拟电路，以单位阶跃信号为系统输入，观测并记录 3 种情况下系统阶跃响应曲线、超调量 σ 和过渡过程时间 t_s 。

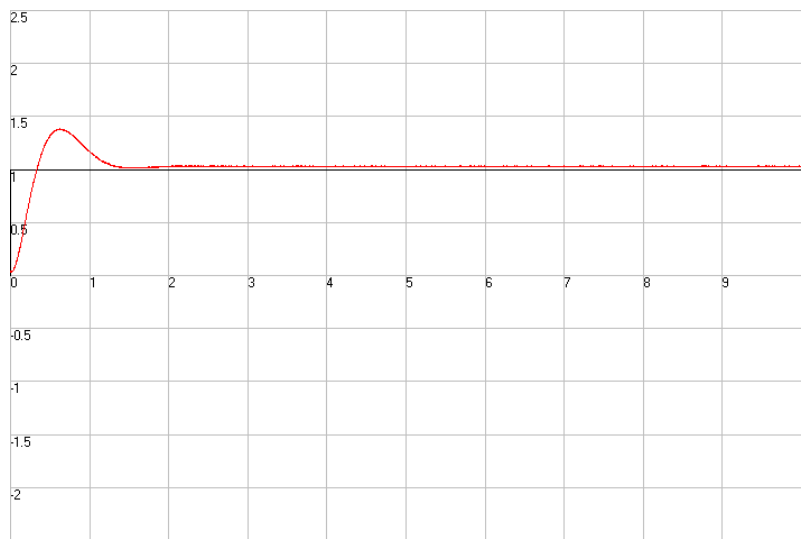
未加校正装置：



加入超前校正：



加入滞后校正：



记录超调量和过渡过程时间如下：

固有部分	$\sigma\% = 79.0\%$	$t_s(5\%) = 7.52$	$t_s(2\%) = 9.45$
加入超前校正	$\sigma\% = 30.3\%$	$t_s(5\%) = 0.09$	$t_s(2\%) = 0.11$
加入滞后校正	$\sigma\% = 37.7\%$	$t_s(5\%) = 1.19$	$t_s(2\%) = 1.47$

3.4 根据实验结果，总结不同校正的作用

超前校正可以提高系统响应速度，并且让系统的系统相角裕度增大，从而变得更稳定；
滞后校正则可以提高稳态精度、减小静差。

四. 总结与收获

在本次实验中，我们通过观察不同参数下的二阶系统的阶跃响应，理解了不同参数对于二阶系统动态性能的影响；通过理论分析并观察超前、滞后校正前后系统的阶跃响应，对超前、滞后校正有了更深入的理解。同时，我也学习了如何运用 `simulink` 对系统进行仿真，学会了 `Bode` 图中读取我们需要的信息，并且在仿真过程中更直观、更深入地了解了系统参数变化对系统性质的影响，。

感谢老师和助教的悉心讲授与耐心指导。