3.3.2.5

(5) $y = x\sinh x$. 求 $y^{(100)}$.

$y^{(100)} = -100h^{99}\cosh hx + h^{100}x\sinh hx$. 双曲函数，h非变量

3.3.2.7

(7) 令 $f(x) = e^{ax}$. $g(x) = \sin bx$. $y = f(x)\cdot g(x)$.

$$y^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k f^{(k)}(x)\cdot g^{(n-k)}(x)$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot a^k \cdot e^{ax} \cdot (-1)^{(n-k+1)} \cdot b^{(n-k)} \cdot \sin\left(bx + \frac{n-k}{2}\pi\right).$$

注意三角函数的高阶求导

3.3.5

5.(3) $y - 2x = (x-y)\ln(x-y)$ 中 $y = y(x)$. 两边对 $x$ 求导. 得

$$y'(x) - 2 = [1 - y'(x)]\ln(x-y) + (x-y)\cdot\frac{1}{x-y}[1 - y'(x)]$$

即 $y'(x) = \dfrac{\ln(x-y)+3}{\ln(x-y)+2} = 1 + \dfrac{1}{\ln(x-y)+2}$.

$\Rightarrow y''(x) = \dfrac{y'(x)-1}{(x-y)[\ln(x-y)+2]^2}$. $y'(x)$表示成 $x$ 和 $y$ 形式

4.1.14.3

(3). 设 $h(x)=f'(x)e^{-x}$

则 $h'(x)=(f''(x)-f'(x))e^{-x}$

在 $(a,b)$ 上至少 数学定理说明

由于 $f'(x)=0$ 有两解

则 $h'(x)=0$ 在 $(a,b)$ 上至少有一解

即 $\exists\,\eta\in(a,b)$ 使 $f''(\eta)=f'(\eta)$.