

## 运筹学第 3 次作业 (20220309)

1. 将以下多面体模型转换为标准模型, 然后用单纯形方法求解。

$$\begin{array}{ll}\max & z = 2x_1 + x_2 - x_3 \\ \text{s.t.} & 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 40 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ & x_1 + x_2 - x_3 \leq 20 \\ & x_j \geq 0, j = 1, 2, 3\end{array}$$

2. 利用 Bland 规则求解下述线性规划问题。

$$\begin{array}{ll}\max & \frac{3}{4}x_4 - 20x_5 + \frac{1}{2}x_6 - 6x_7 \\ \text{s.t.} & x_1 + \frac{1}{4}x_4 - 8x_5 - x_6 + 9x_7 = 0 \\ & x_2 + \frac{1}{2}x_4 - 12x_5 - \frac{1}{2}x_6 + 3x_7 = 0 \\ & x_3 + x_6 = 1 \\ & x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 7\end{array}$$

3. 用两阶段方法求解下述线性规划问题, 并完成后附讨论。

$$\begin{array}{ll}\max & 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4 \\ \text{s.t.} & x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 2 \\ & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ & x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4\end{array}$$

讨论: 在应用两阶段方法时可能遇到原问题有可行解, 但系数矩阵不是行满秩矩阵的情况,

如下面的例子所示，此时会出现什么情况？应该如何处理

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 2 \\ & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ & 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 1 \\ & x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

4. 对于线性规划问题

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 - 2x_2 + 10x_3 \\ \text{s.t.} \quad & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 \leq b_i, i = 1, 2 \\ & x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

其中  $b_i \geq 0, \forall i$ ，引入松弛变量  $x_4, x_5$  获得初始顶点，然后进行一步单纯型迭代得到下面的线性规划问题，

$$\begin{aligned} \max \quad & \gamma_1x_1 + \gamma_3x_3 + \gamma_4x_4 + \gamma_5x_5 + 20 \\ \text{s.t.} \quad & \beta_{11}x_1 + x_2 + 2x_3 + \beta_{14}x_4 = 5 \\ & \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 + \frac{1}{3}x_3 + \beta_{24}x_4 + \frac{1}{3}x_5 = \eta \\ & x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4, 5 \end{aligned}$$

- 1) 请指出上述迭代的进出基变量 (说明理由);
- 2) 请确定上述两个模型的参数值。

**备注：**

同学们可手写后拍照或扫描上传至网络学堂，或直接完成电子版后上传。截止日期为下周二晚 23:59 前，以网络学堂实际截止时间为准。

请同学们认真独立完成作业。