

## 实验二 状态反馈控制

自 02 彭程 2020011075

### 一、实验目的

1. 训练设计模拟实验方案的能力。
2. 掌握用状态反馈的方法实现控制系统闭环极点的配置。
3. 观察状态反馈的性能，研究极点配置对系统闭环阶跃响应的影响。

### 二、实验内容

已知对象状态方程为：

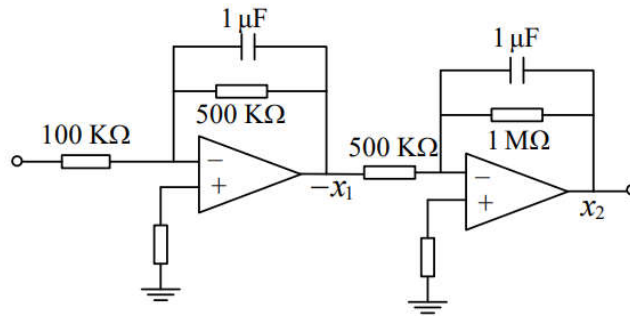
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{10}{(0.5s+1)(s+1)}$$

模拟实现：



#### 1. 判断系统的能控性、能观性

在 MATLAB 中，可利用能控性矩阵计算函数 `ctrb()` 和能观性矩阵计算函数 `obsv()` 来求出系统的能控性和能观性矩阵，从而确定系统的能控性和能观性。

利用 `ctrb()` 函数计算该系统能控性矩阵：

$$Q_k = \begin{bmatrix} 10 & -20 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}(Q_k) = 2$$

因此，该系统完全能控。

利用 `obsv()` 函数计算该系统能观性矩阵，

$$Q_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}(Q_g) = 2$$

因此，该系统完全能观。

**2.搭建 Matlab/Simlink 仿真模型，以单位阶跃信号为系统输入，观测闭环系统的阶跃响应。**

(1) 对于状态反馈有

$$u = r - [K_1 \quad K_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

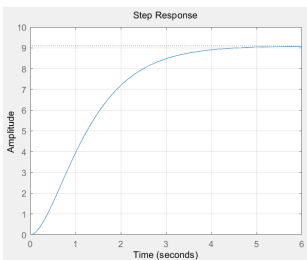
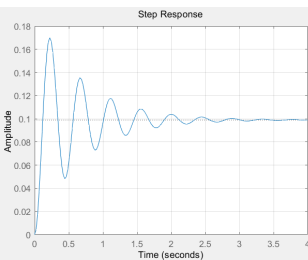
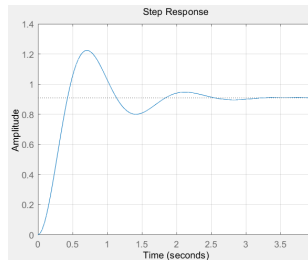
$r$  为阶跃信号，当  $K_1 = 0$  即为输出反馈。

调节  $K_2$ ，观测闭环系统的阶跃响应，使闭环系统的输出过渡过程呈现无超调、有超调、过渡过程时间较短等三种情况。记录相应的  $K_2$ 、超调量  $\sigma$  和过渡过程时间  $t_s$ ，计算闭环系统的极点。

闭环系统状态方程：

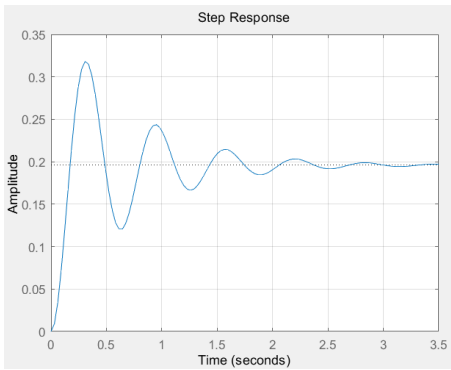
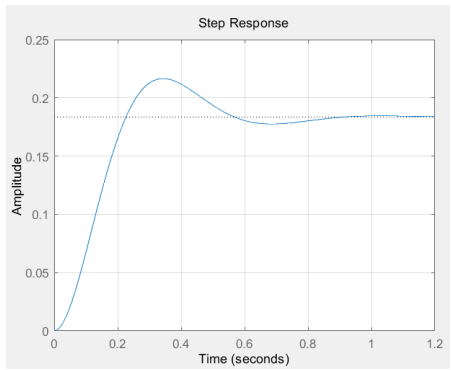
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2-10K_1 & -10K_2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} r$$

$$y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$K_2$	0.01	10	1
闭环传递函数	$G_{\text{闭}}(s) = \frac{20}{s^2 + 3s + 2.2}$	$G_{\text{闭}}(s) = \frac{20}{s^2 + 3s + 202}$	$G_{\text{闭}}(s) = \frac{20}{s^2 + 3s + 22}$
闭环系统极点	$s_1 = -1.7236$ $s_2 = -1.2764$	$s_1 = -1.5 + 14.1333i$ $s_2 = -1.5 - 14.1333i$	$s_1 = -1.5 + 4.4441i$ $s_2 = -1.5 - 4.4441i$
闭环系统阶跃响应			
$\sigma$	0	71.7%	34.2%

$t_s(5\%)$	3.26s	2.01s	1.70s
$t_s(2\%)$	4.02s	2.53s	2.38s
特点	无超调	有超调	有超调并且 过渡过程时间短

(2) 计算  $K_1 = 0$ 、 $K_2 = 5$  和  $K_1 = 0.7$ 、 $K_2 = 5$  两种情况下的闭环系统极点，观测闭环系统的阶跃响应，记录超调量  $\sigma$  和过渡过程时间  $t_s$ 。

$K_1$ 、 $K_2$	$K_1 = 0$ 、 $K_2 = 5$	$K_1 = 0.7$ 、 $K_2 = 5$
闭环传递函数	$G_{\text{闭}}(s) = \frac{20}{s^2 + 3s + 102}$	$G_{\text{闭}}(s) = \frac{20}{s^2 + 10s + 109}$
闭环系统极点	$s_1 = -1.5 - 9.9875i$ $s_2 = -1.5 + 9.9875i$	$s_1 = -5 - 9.1652i$ $s_2 = -5 + 9.1652i$
闭环系统阶跃响应		
$\sigma$	62.18%	18.27%
$t_s(5\%)$	1.93s	0.505s
$t_s(2\%)$	2.57s	0.784s

(3) 自行拟定三组  $K_1$ 、 $K_2$ ，计算闭环系统的极点在所希望的位置上，分别测出阶跃响应的超调量  $\sigma$  和过渡过程时间  $t_s$ ，震荡次数  $N$  等。

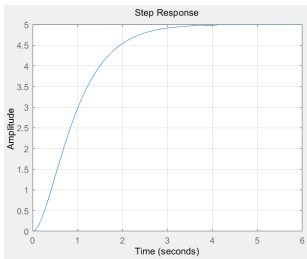
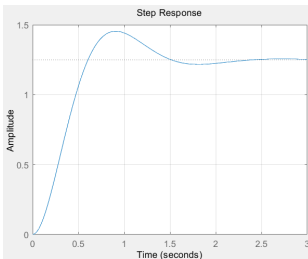
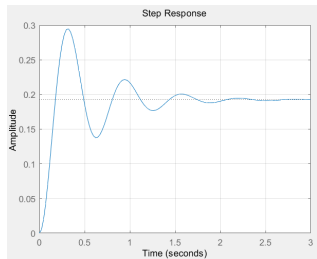
期望的极点位置分别为：

(1)  $s_1 = -2$ ， $s_2 = -2$

(2)  $s_1 = -2 - 2\sqrt{3}i$ ， $s_2 = -2 + 2\sqrt{3}i$

$$(3) \quad s_1 = -2 - 10i, \quad s_2 = -2 + 10i$$

结果如下：

$K_1 K_2$	$K_1 = 0.1, \quad K_2 = 0.05$	$K_1 = 0.1, \quad K_2 = 0.65$	$K_1 = 0.1, \quad K_2 = 5.05$
闭环传递函数	$G_{\text{闭}}(s) = \frac{20}{s^2 + 4s + 4}$	$G_{\text{闭}}(s) = \frac{20}{s^2 + 4s + 16}$	$G_{\text{闭}}(s) = \frac{20}{s^2 + 4s + 104}$
闭环系统极点	$s_1 = -2$ $s_2 = -2$	$s_1 = -2 - 2\sqrt{3}i$ $s_2 = -2 + 2\sqrt{3}i$	$s_1 = -2 - 10i$ $s_2 = -2 + 10i$
闭环系统阶跃响应			
$\sigma$	0	16%	53.4%
$t_s(5\%)$	2.37s	1.32s	1.35s
$t_s(2\%)$	2.92s	2.02s	1.70s
$N$	0	1	2