

# 运筹学第 15-16 周作业 (20220601)

1. 考虑如下最小费用流问题：

$$\begin{cases} \min & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq u \end{cases} \quad (1)$$

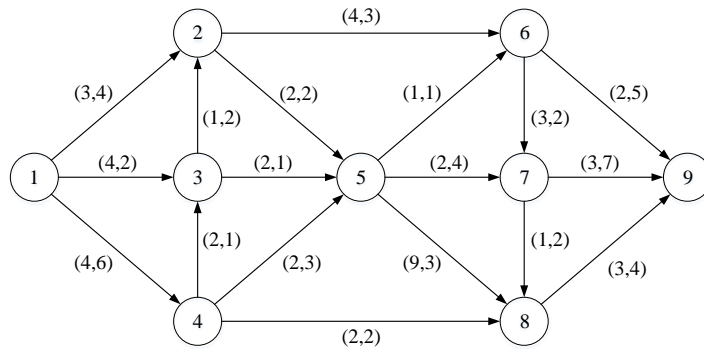
其中， $c = (2, 1, 2, 4, 1, 5, 3, 1, 3)^T$ ， $b = (3, 0, 0, 0, 0, -3)^T$ ， $u = (3, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 3, 2)^T$ ，

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(1) 画出该问题对应的网络，并在网络中每条边的旁边标示出对应的单位费用和流量上界。

(2) 求该问题的 Lagrange 对偶问题。

2. 利用“对偶变量的最小费用流求解算法”求解如下所示网络中从节点 1 到节点 9，流量为 11 的最小费用流问题：



注：括号内的第一个数字是单位流量费用，第二个数字是容量

3. 某城市有 4 个化肥厂  $A_1, A_2, A_3, A_4$ ，它们的化肥产量分别为 70 吨，180 吨，60 吨，150 吨。它们要供应 5 个地区  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  的化肥需求。这 5 个地区的化肥需求量分别为 40 吨，110 吨，120 吨，80 吨，110 吨。从各化肥厂到各地区单位化肥的运价如下表所示。试求一个使总的运费最少的运输方案。（运价单位为元）

4. 设  $G = (X, Y, Z) = K_{5,5}$  是一个完全二分图，其中  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_5\}$ ， $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_5\}$  分别表示 5 个人和 5 件工作。边  $x_i y_j$  上的权  $w(x_i y_j) = w_{ij}$ 。如下矩阵 W 所示， $w_{ij}$  表示  $x_i$  做工

需求地 化肥厂	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	产量
$A_1$	140	150	60	130	140	70
$A_2$	160	90	220	130	160	180
$A_3$	80	50	110	40	50	60
$A_4$	120	40	180	90	100	150
需求量	40	110	120	80	110	

作  $y_j$  的效率。

$$W = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

请写出该问题的 Lagrange 对偶问题。

**备注：**同学们可手写后拍照并扫描上传至网络学堂，或直接完成电子版后上传，截止日期为第 16 周周日晚 23:59 前，以网络学堂实际截止时间为准。

请同学们认真独立完成作业。