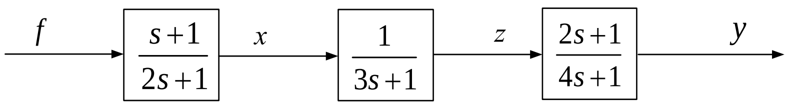
第二次作业参考答案（2020-2021 秋）

2.36 解：

由

$$\begin{aligned}&2sX(s)+X(s)=sF(s)+F(s)\\&4sY(s)+Y(s)=2sZ(s)+Z(s)\\&3sZ(s)+Z(s)=X(s)\end{aligned}$$

可得：



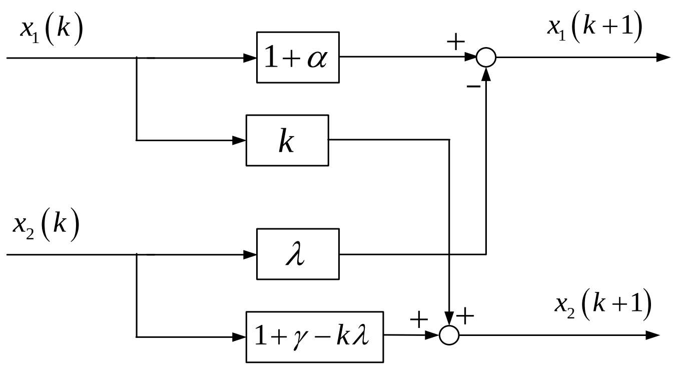
2.37 解：

设第 k 年兔子的数量为 $x_1(k)$，狼的数量为 $x_2(k)$，则有：

$$\begin{aligned}&x_1(k+1)=(1+\alpha)x_1(k)-\lambda x_2(k)\\&\beta x_2(k)=x_1(k)-\lambda x_2(k)\\&x_2(k+1)=(1+k\beta+\gamma)x_2(k)\end{aligned}$$

从而整理得：

$$\begin{bmatrix}x_1(k+1)\\x_2(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+\alpha & -\lambda\\k & 1+\gamma-k\lambda\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(k)\\x_2(k)\end{bmatrix}$$



2.40 解：

(a) 将 u_2 置为0，可得从 u_1 到y的传递函数：$G_{u_1y}(s)=\dfrac{4}{s+1.25}+\dfrac{20s+5}{s(5s+2)}$

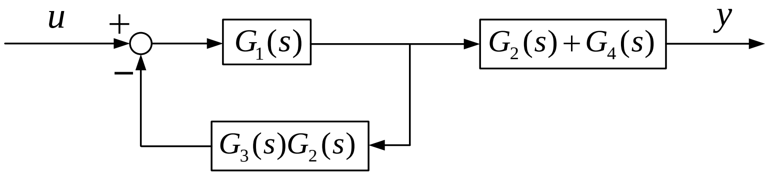
(b) 将 u_1 置为0，可得从 u_2 到y的传递函数：$G_{u_2y}(s)=\dfrac{0.2}{3s+1}$

(c) 从q到y的传递函数：$G_{qy}(s)=1$

(d) 从 u_1 到z的传递函数：$G_{u_1z}(s)=\dfrac{20s+5}{s(5s+2)}$

2.41 解：

将 G_2 之后的引出点前移，并将 G_2 和 G_4 合并后，可得：



2.47 解：

先将 G_3 之后的引出点后移，再从后面的负反馈开始进行负反馈等效，最终可得：

$$G(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1+G_3(s)G_4(s)G_5(s)+G_2(s)G_3(s)G_6(s)+G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_7(\mathrm{s})}$$

2.48 解：

(a) 由框图可得：

$$-Y(s)\left(\frac{4}{s+1.25}+\frac{2s+0.5}{5s+2}\frac{10}{s}\right)+P(s)\frac{0.2}{3s+1}=Y(s)$$

因此：

$$G_{py}(s)=\frac{Y(s)}{P(s)}=\frac{s^3+1.65s^2+0.5s}{(3s+1)\left(5s^3+48.25s^2+40.5s+6.25\right)}$$

(b) （原题，e到y的传递函数）由框图可得：

$$E(s)\left(\frac{4}{s+1.25}+\frac{2s+0.5}{5s+2}\frac{10}{s}\right)=Y(s)$$

因此：

$$G_{ey}(s)=\frac{Y(s)}{E(s)}=\frac{8s^2+7.6s+1.25}{s(s+0.4)(s+1.25)}$$

(b) （修改，v到y的传递函数）由框图可得：

$$\left(V(s)-Y(s)\right)\left(\frac{4}{s+1.25}+\frac{20s+5}{s(5s+2)}\right)=Y(s)$$

因此：

$$G_{vy}(s)=\frac{Y(s)}{V(s)}=\frac{8s^2+7.6s+1.25}{s^3+9.65s^2+8.1s+1.25}$$

3.2 解：

系统微分方程为：

$$T_aT_mK_3\frac{\mathrm{d}^3\varphi}{\mathrm{d}t^3}+T_mK_3\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2}+K_3\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}+\frac{K_1K_2}{K_d}\varphi=\frac{K_1K_2}{K_d}\psi-\frac{R_a}{K_d^2}\left(T_a\frac{\mathrm{d}M_L}{\mathrm{d}t}+M_L\right)$$

其中K_3=20，$\mathrm{K}_2=100, K_1=0.1, R_a=10, T_m=0.4$，$\mathrm{K}_d=0.2$，若$T_a$可以改变，则代入数据后，系统的特征多项式为：$8T_a s^3+8s^2+20s+50$，由Routh判据，系统稳定时所有系数大于0，且$8\times 20>8T_a\times 50$，得$0<T_a<0.4$。

因此当$0<T_a<0.4$时系统是稳定的。

3.5 解：

(a) 由于系数不全为正，所以系统不稳定。

或作出劳斯表：

$$\begin{array}{lllll} s^6 & 1 & -4 & -7 & 10 \\ s^5 & 4 & 4 & -8 & \\ s^4 & -5 & & & \end{array}$$

……

第一列出现负数，因此系统不稳定。

(b) 由于系数不全为正，所以系统不稳定。

或作出劳斯表：

$$\begin{array}{lllll} s^6 & 1 & 6 & 2 & 1 \\ s^5 & 0(\epsilon) & 3 & 1 & \\ s^4 & 6-\dfrac{3}{\epsilon} & & & \end{array}$$

……

第一列出现负数，因此系统不稳定。

(c) 作出劳斯表：

$$\begin{array}{llll} s^5 & 25 & 120 & 20 \\ s^4 & 105 & 122 & 1 \\ s^3 & 1910/21 & 415/21 & \\ s^2 & 37889/382 & 1 & \\ s^1 & 14994315/795669 & & \\ s^0 & 1 & & \end{array}$$

因此系统稳定。

(d) 作出劳斯表：

s^4	1	69	866.25
s^3	12	198	
s^2	52.5	866.25	
s^1	$0(\epsilon)$		
s^0	866.25		

因此系统临界稳定

e) 作出劳斯表：

s^4	1	18	5
s^3	8	16	
s^2	16	5	
s^1	13.5		
s^0	5		

因此系统稳定。