Es wird unterstellt, dass bei Wiederholungen von Messungen unbekannte zufällige Einflüsse vorliegen, die nicht klein sind und zu einer größeren Streuung führen. Dann werden Messreihen zur Bestimmung der Brutto- und der Nulleffektzählrate (bzw. der Brutto- und Untergrundgrößen) durchgeführt.

Wird **der Wert der Bruttozählrate Rg bzw. der Bruttogröße xg** mit Hilfe eines **Mittelwerts einer Messreihe ermittelt**, kann die dazugehörige Unsicherheit nicht mehr mit z.B. u(Rg)=sqrt(Rg/t) berechnet werden. Sind die Stattdessen ist eine **Interpolation zwischen zwei bekannten Werten der Varianz** erforderlich. Nach ISO 11929 erfolgt dies für einen angenommenen Wert der Ergebnisgröße so, dass zwischen den Varianzen des primären Messergebnisses und der Varianz interpoliert wird (***in diesem Kapitel stehen die Indices g und b für „brutto“ und „Untergrund“***):

(1)

In UncertRadio wird jedoch eine solche Interpolation zwischen entsprechenden zwei Varianzen der Bruttogröße benötigt. Dieser Fall wird wie folgt auf den obigen Fall zurückgeführt. Es wird ein **Modell der Messung mit Größen (Brutto, Untergrund, Interferenz)** angenommen, in dem sowohl als auch als Mittelwerte behandelt werden:

(2)

Dafür gilt

(3)

Setzt man die rechten Seiten von (1) und (3) gleich, folgt:

(4)

Mit der Ersetzung

(5)

folgt weiter:

(6)

Mit einem Ausdruck für :

(7)

kann nun der Ausdruck für die Varianz hergeleitet werden.

Setze jetzt noch :

(8)

Für den programm-internen Zweck werden hierin noch und ersetzt.

Für die letzte runde Klammer in (8) folgt damit:

(9)

Einsetzen in (8) ergibt:

(10)

Die Gleichung (8) bzw. (10) stellt im Prinzip die Gleichung dar, die vom Anwender in UncertRadio in abgewandelter Form in der Tabelle „Werte, Unsicherheiten“ in die „grüne Zelle“ einzutragen wäre. Das würde die zusätzliche Definition von diversen Hilfsgrößen in UncertRadio erfordern. Das schon vorhandene Tool für Mittelwerte nach Kapitel 6.9 (siehe auch 6.12.1) eröffnet jedoch eine Möglichkeit, sich Werte für diese Hilfsgrößen programmintern zu beschaffen.

In Gleichung (10) werden allein der Variablen vom Programm im Rahmen der Iterationen zur Erkennungs- und Nachweisgrenzen-Berechnung Werte direkt zugeordnet. Die fixierten Werte werden aus den beiden Tabellen in 6.12.1 bzw. den intern für die Mittelwertbehandlung angelegten Datenfeldern entnommen. Die ebenfalls fixen Werte für werden intern aus der UncertRadio-Tabelle „Werte, Unsicherheiten“ gelesen.

Somit entfällt das Eintragen einer Formel in die „grüne Zelle“ für die Standardabweichung der Bruttogröße, wenn der Größenwert als Mittelwert bestimmt wird.

**Lineare Interpolation?**

Die nach ISO 11929 auszuführende Interpolation von Varianzen der Ergebnisgröße soll linear sein, wie in Gleichung (1) ausgeführt. Da in diesem Kapitel die Interpolation jedoch zwischen den Varianzen der Bruttozählrate erfolgt, bleibt zu testen, ob letztere Interpolation mit derjenigen nach Gl. (1) übereinstimmt. Dies wurde mit einem kleinen Programm in R getestet.

Dazu wurden folgende Formeln für herangezogen, um nach Einsetzen in Gl. (3) mit den Werten aus Gl. (1) verglichen zu werden:

var\_Rg\_tilde\_a = (un0\_mean/t0)^2 + uxint^2 +

q\_tilde \* (-(un0\_mean/t0)^2 - uxint^2 + Rn^2\*(uw/w)^2\*(1- q\_tilde) + uRg^2 )

var\_Rg\_tilde\_b = ((un0\_mean/t0)^2 + uxint^2) \* (1. - 2.\*q\_tilde) +

q\_tilde\*( (uym/w)^2 - q\_tilde\*(ym/w)^2\*(uw/w)^2 )

var\_Rg\_green = uR0^2 + (uRg^2 - uR0^2)\*(Rg\_tilde-R0)/(Rg-R0) +

(uw/w)^2\*(Rg\_tilde-R0)\*(Rg-Rg\_tilde)

mit

q\_tilde = (Rg\_tilde - R0 - xint) / (Rg - R0 - xint)

Mit var\_Rg\_green ist eine früher in der „grünen“ Zelle in UncertRadio verwendete Formel bezeichnet.

Mit den hierin verwendeten Werten:

R0= 0.02723333 u(R0)= 0.002929202 Rg= 0.06798667 u(Rg)= 0.006185528 Rn= 0.04075333

w= 34.39972 uw= 2.786688 ym= 1.401903 uym= 0.261393 uy0= 0.1425014

wurden für 11 Werte von ytilde, von 0 bis 1,402, folgende Werte berechnet:

y\_tilde var\_Rg\_tilde\_a var\_Rg\_tilde\_b var\_Rg\_tilde\_green

[1,] 0.0000000 8.580222e-06 8.580222e-06 8.580222e-06

[2,] 0.1401903 1.252920e-05 1.252920e-05 1.252920e-05

[3,] 0.2803807 1.626019e-05 1.626019e-05 1.626019e-05

[4,] 0.4205710 1.977321e-05 1.977321e-05 1.977321e-05

[5,] 0.5607614 2.306823e-05 2.306823e-05 2.306823e-05

[6,] 0.7009517 2.614528e-05 2.614528e-05 2.614528e-05

[7,] 0.8411421 2.900434e-05 2.900434e-05 2.900434e-05

[8,] 0.9813324 3.164542e-05 3.164542e-05 3.164542e-05

[9,] 1.1215228 3.406851e-05 3.406851e-05 3.406851e-05

[10,] 1.2617131 3.627363e-05 3.627363e-05 3.627363e-05

[11,] 1.4019035 3.826076e-05 3.826076e-05 3.826076e-05

Es sind keine Unterschiede zwischen den jeweils drei Varianz-Werte festzustellen.

In der folgenden Tabelle werden die für jeden Wert ytilde berechneten Werte

var\_y\_tilde\_lin aus Gl. (1);

Rg\_tilde (aus der Umkehrung von G.(2),

var\_Rg\_tilde (das obige var\_rg\_tilde\_b) ,

vartilde2 (aus Einsetzen von var\_Rg\_tilde in Gl. (3),

ratio (das Verhältnis varytilde2 / vary\_tilde\_lin)

präsentiert.

y\_tilde vary\_tilde\_lin Rg\_tilde var\_Rg\_tilde varytilde2 ratio

[1,] 0.0000000 0.02030666 0.02723333 8.580222e-06 0.02030666 1

[2,] 0.1401903 0.02510862 0.03130867 1.252920e-05 0.02510862 1

[3,] 0.2803807 0.02991058 0.03538400 1.626019e-05 0.02991058 1

[4,] 0.4205710 0.03471254 0.03945933 1.977321e-05 0.03471254 1

[5,] 0.5607614 0.03951451 0.04353467 2.306823e-05 0.03951451 1

[6,] 0.7009517 0.04431647 0.04761000 2.614528e-05 0.04431647 1

[7,] 0.8411421 0.04911843 0.05168533 2.900434e-05 0.04911843 1

[8,] 0.9813324 0.05392039 0.05576067 3.164542e-05 0.05392039 1

[9,] 1.1215228 0.05872235 0.05983600 3.406851e-05 0.05872235 1

[10,] 1.2617131 0.06352432 0.06391133 3.627363e-05 0.06352432 1

[11,] 1.4019035 0.06832628 0.06798667 3.826076e-05 0.06832628 1

Damit ist die Äquivalenz der beiden verglichenen Interpolationsverfahren verifiziert.