FORO 2 - SEMANA 3

EJERCICIOS DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Resolución de Ejercicios de Probabilidad

EJERCICIO 1 - MEDIA Y VARIANZA

Mediante un estudio se determinó el número de veces que los compradores de un producto habían visto un anuncio televisivo antes de comprar el producto. Los resultados se muestran a continuación:

Número de veces que los compradores vieron el anuncio	1	2	3	4	5
Porcentaje de compradores	25%	18%	17%	20%	20%

Considere que la información mostrada se comparta como una variable aleatoria discreta, calcule:

a) Media (Un punto)

Para calcular la media de una variable aleatoria discreta, utilizamos la fórmula:

$$\mu = \Sigma(x \times P(x))$$

Donde x es el valor de la variable y P(x) es su probabilidad.

Cálculo paso a paso:

$$\mu = (1 \times 0.25) + (2 \times 0.18) + (3 \times 0.17) + (4 \times 0.20) + (5 \times 0.20)$$

$$\mu = 0.25 + 0.36 + 0.51 + 0.80 + 1.00$$

$$\mu = 2.92$$

b) Varianza (Un punto)

Para calcular la varianza, utilizamos la fórmula:

$$\sigma^2 = \Sigma[(x - \mu)^2 \times P(x)]$$

Donde μ es la media calculada anteriormente.

Cálculo paso a paso:

$$\sigma^2 = [(1-2.92)^2 \times 0.25] + [(2-2.92)^2 \times 0.18] + [(3-2.92)^2 \times 0.17] + [(4-2.92)^2 \times 0.20] + [(5-2.92)^2 \times 0.20]$$

$$\sigma^2 = [(-1.92)^2 \times 0.25] + [(-0.92)^2 \times 0.18] + [(0.08)^2 \times 0.17] + [(1.08)^2 \times 0.20] + [(2.08)^2 \times 0.20]$$

$$\sigma^2 = [3.6864 \times 0.25] + [0.8464 \times 0.18] + [0.0064 \times 0.17] + [1.1664 \times 0.20] + [4.3264 \times 0.20]$$

$$\sigma^2 = 0.9216 + 0.1524 + 0.0011 + 0.2333 + 0.8653$$

$$\sigma^2 = 2.1737$$

EJERCICIO 2 - DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

En un estudio sobre la eficiencia de distintos tipos de baterías, se cuenta con un lote de 20 unidades, de las cuales 12 son recargables y 8 son desechables. Se seleccionan aleatoriamente 5 baterías sin reemplazo para ser evaluadas en un nuevo dispositivo portátil. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de las baterías seleccionadas sean recargables? (Dos puntos)

Datos:

- $N = 20$ (población total)
- $K = 12$ (baterías recargables)
- $n = 5$ (muestra seleccionada)
- $x = 3$ (baterías recargables en la muestra)

Solución:

Este es un problema de distribución hipergeométrica. La fórmula es:

$$P(X = x) = C(K,x) \times C(N-K, n-x) / C(N,n)$$

Donde C(a,b) representa las combinaciones de 'a' elementos tomados de 'b' en 'b'.

Cálculo de las combinaciones:

$$C(12,3) = 12! / (3! \times 9!) = 220$$

$$C(8,2) = 8! / (2! \times 6!) = 28$$

$$C(20,5) = 20! / (5! \times 15!) = 15{,}504$$

Aplicando la fórmula:

$$P(X = 3) = C(12,3) \times C(8,2) / C(20,5)$$

$$P(X = 3) = (220 \times 28) / 15{,}504$$

$$P(X = 3) = 6{,}160 / 15{,}504$$

$$P(X = 3) = 0.3972$$

Respuesta: La probabilidad de que exactamente 3 de las 5 baterías seleccionadas sean recargables es 0.3972 (39.72%).

EJERCICIO 3 - DISTRIBUCIÓN DE POISSON

En una estación de servicio, se atienden en promedio 5 vehículos por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora seleccionada al azar se atiendan exactamente 2 vehículos? (Dos puntos)

Datos:

- $\lambda = 5$ (tasa promedio de vehículos por hora)
- $x = 2$ (número de vehículos que queremos calcular)

Solución:

Este es un problema de distribución de Poisson. La fórmula es:

$$P(X = x) = (e^{-\lambda} \times \lambda^x) / x!$$

Cálculo paso a paso:

$$P(X = 2) = (e^{-5} \times 5^2) / 2!$$

$$P(X = 2) = (0.0067 \times 25) / 2$$

$$P(X = 2) = 0.1675 / 2$$

$$P(X = 2) = 0.0838$$

Respuesta: La probabilidad de que se atiendan exactamente 2 vehículos en una hora es 0.0838 (8.38%).

EJERCICIO 4 - DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

La probabilidad de que un cliente potencial elegido al azar realice una compra es de 0.20. Si un agente de ventas visita 6 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que realice exactamente 4 ventas? (Dos puntos)

Datos:

- $n = 6$ (número de clientes visitados)
- $p = 0.20$ (probabilidad de éxito - realizar una compra)
- $x = 4$ (número de ventas que queremos calcular)

Solución:

Este es un problema de distribución binomial. La fórmula es:

$$P(X = x) = C(n,x) \times p^x \times (1-p)^{(n-x)}$$

Cálculo de las combinaciones:

$$C(6,4) = 6! / (4! \times 2!) = 15$$

Aplicando la fórmula:

$$P(X = 4) = C(6,4) \times (0.20)^4 \times (0.80)^2$$

$$P(X = 4) = 15 \times 0.0016 \times 0.64$$

$$P(X = 4) = 15 \times 0.001024$$

$$P(X = 4) = 0.0154$$

Respuesta: La probabilidad de que el agente realice exactamente 4 ventas de 6 clientes visitados es 0.0154 (1.54%).

FÓRMULAS UTILIZADAS

Distribución	Fórmula	Parámetros
Media de Variable Discreta	$\mu = \Sigma(x \times P(x))$	x: valor, P(x): probabilidad
Varianza de Variable Discreta	$\sigma^2 = \Sigma[(x - \mu)^2 \times P(x)]$	μ: media
Hipergeométrica	P(X=x) = C(K,x)×C(N-K,n-x)/C(N,n)	N: población, K: éxitos, n: muestra
Poisson	P(X=x) = (e^(-λ)×λ^x)/x!	λ: tasa promedio
Binomial	P(X=x) = C(n,x)×p^x×(1-p)^(n-x)	n: ensayos, p: probabilidad éxito