18. Волновые уравнения для электромагнитного поля, электромагнитные волны. Плоские монохроматические волны, их свойства

Существование электромагнитных волн было теоретически предсказано великим английским физиком Дж. Максвеллом в 1864 году. Максвелл проанализировал все известные к тому времени законы электродинамики и сделал попытку применить их к изменяющимся во времени электрическому и магнитному полям. Он обратил внимание на ассиметрию взаимосвязи между электрическими и магнитными явлениями. Максвелл ввел в физику понятие вихревого электрического поля и предложил новую трактовку закона электромагнитной индукции, открытой Фарадеем в 1831 г.:

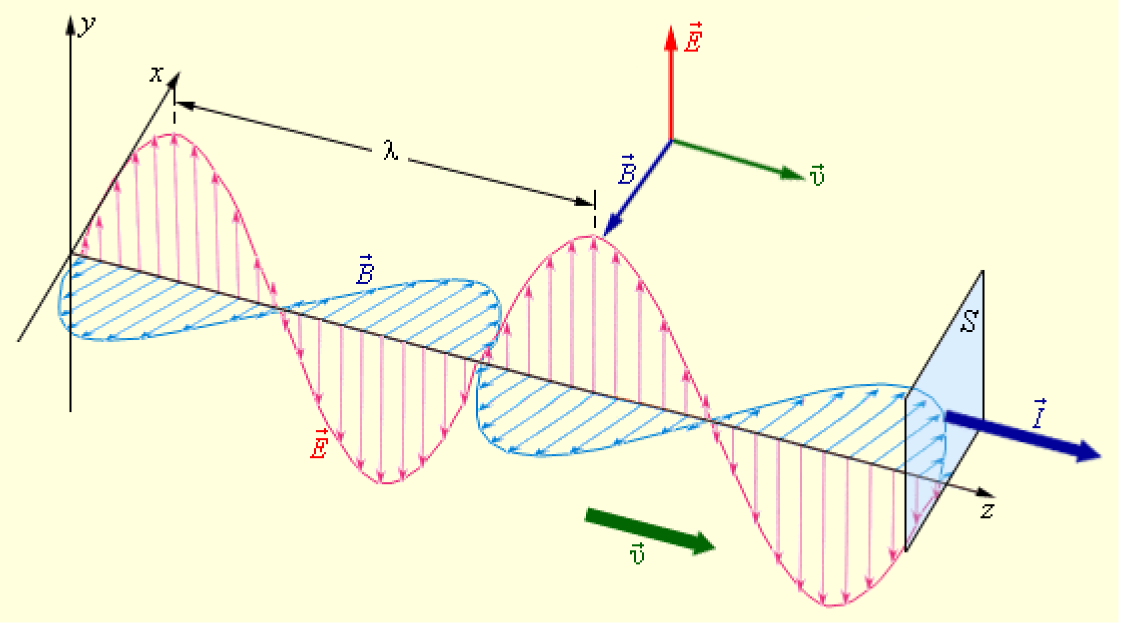
Всякое изменение магнитного поля порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, силовые линии которого замкнуты.

Максвелл высказал гипотезу о существовании и обратного процесса:

Изменяющееся во времени электрическое поле порождает в окружающем пространстве магнитное поле.

Эта гипотеза была лишь теоретическим предположением, не имеющим экспериментального подтверждения, однако на ее основе Максвеллу удалось записать непротиворечивую систему уравнений, описывающих взаимные превращения электрического и магнитного полей, т. е. систему уравнений электромагнитного поля (уравнений Максвелла). Из теории Максвелла вытекает ряд важных выводов:

1. Существуют электромагнитные волны, то есть распространяющееся в пространстве и во времени электромагнитное поле. Электромагнитные волны поперечны – векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.



2. Электромагнитные волны распространяются в веществе с конечной скоростью

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

3. В электромагнитной волне происходят взаимные превращения электрического и магнитного полей. Эти процессы идут одновременно, и электрическое, и магнитное поля выступают как равноправные «партнеры». Поэтому объемные плотности электрической и магнитной энергии равны друг другу: $w_э = w_м$ (см. билет №17).
4. Электромагнитные волны переносят энергию (см. билет №17).
5. Электромагнитные волны должны оказывать давление на поглощающее или отражающее тело.
6. В электромагнитной волне векторы $\vec{\boldsymbol{E}}$ и $\vec{\boldsymbol{B}}$ всегда колеблются в одинаковых фазах, причем между мгновенными значениями $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ в любой точке пространства существует связь, а именно:

$$E = vB$$

Волновые уравнения для электромагнитного поля

В отсутствии зарядов $\left[\ \rho = 0, \quad \boldsymbol{j} = 0\ \right]$

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} - c^2 \Delta \boldsymbol{E} = 0 \\ &\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} - c^2 \Delta \boldsymbol{B} = 0 \end{aligned}}$$

– волновые уравнения для электромагнитного поля

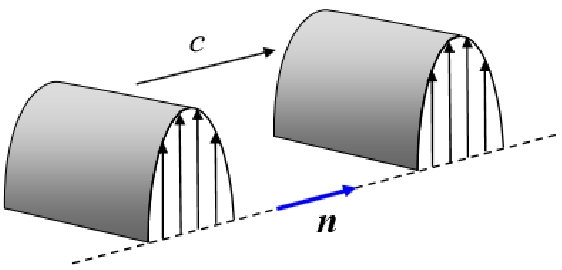
$$\left(\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{– лапласиан} \right)$$

Уравнения представляют собой типичные волновые уравнения. Всякая функция, удовлетворяющая такому уравнению, описывает некоторую волну. Следовательно, уравнения указывают на то, что электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн.

Частное решение – плоские бегущие волны

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(t - \boldsymbol{nr}/c), \quad \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}(t - \boldsymbol{nr}/c)$$

– волна, движущаяся в направлении вектора $\boldsymbol{n}$ со скоростью c



Профиль $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ перемещается вдоль $\boldsymbol{n}$ со скоростью c

$\vec{\boldsymbol{n}}$ – единичный вектор (направление распространения бегущей волны).

Плоские монохроматические волны и их свойства

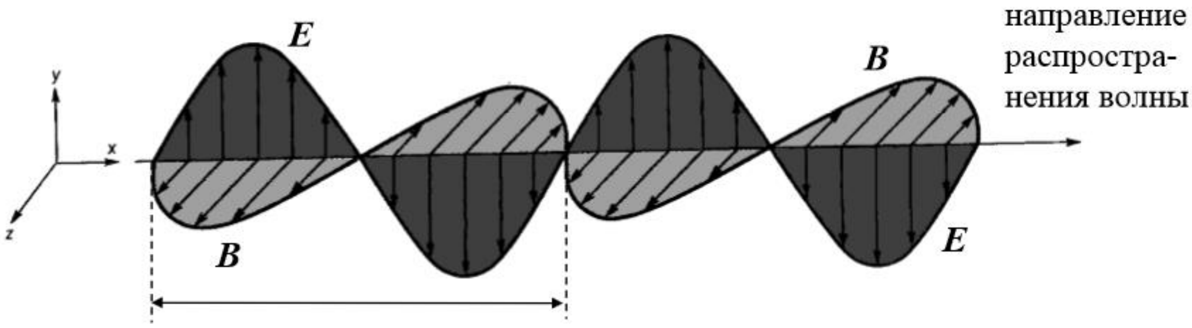
Важный частный случай электромагнитных волн представляют волны, в которых поле является простой периодической функцией времени. Такая волна называется <u>монохроматической</u>.

Гармоническая (монохроматическая) волна

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \sin(\omega t - \boldsymbol{kr}), \quad \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 \sin(\omega t - \boldsymbol{kr})$$

$\boldsymbol{k}$ – *волновой вектор*, $\quad k = \dfrac{\omega}{c}$

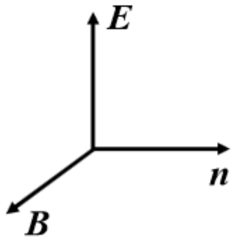
Важно отметить, что плоская монохроматическая волна – это идеализация. Несмотря на ограниченную применимость такой идеализированной модели, она во многих случаях полезна для описания реальных волн.



$\lambda = cT = 2\pi/k$ – длина волны

Свойства гармонических волн

$$\boldsymbol{nE} = \boldsymbol{nB} = 0$$
$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E} = c\boldsymbol{B}$$



$\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{n}$ – правая тройка векторов

$E = cB$