

Præfatio.

Cum recondita ac sublimem Philosophia, quam mortalibus his tandem sæculis indulsit benignissimum Numen, Geometriæ promotæ accepta referenda sit; atque Incrementa egregia, quæ plures aliæ Artes ac Disciplinæ humano generi apprime utiles nostræ ætate ceperunt, ex eodem fonte promanarunt; novos quoseunque in hac Scientia processus non esse contemnendos, colendamque in primis eam esse studiosis veritatis indagatoribus, nemo cordatus non fatetur. Nec varia Geometrarum ad Mathesin puram promovendam conamina quisquam vituperabit (etsi fortassis primo intuitu non innotescat hujusmodi inventorum utilitas) qui meminerit quam multa, quæ prima fronte parum proficua visa sunt, dein temporis decursu, aliorum industria, ad usus eximios accommodata sint.

Neque hoc tantum nomine Geometria studiosi excolenda videtur, quod magnas utilitates afferat, & ornamento sit; verum etiam quod innata quadam pulchritudine plurimum alliciat; imo ei non absimilem, quam ex humanioribus disciplinis percipimus voluptatem, in animis nostris ingeneret. Etenim cui vis, varia vitæ oblectamenta consideranti, patebit ea ex perceptione proportionis, in qua omnis sita est pulchritudo, potissimum enasci; atque animos nostros ita a natura esse comparatos,

Rati, ut rerum perfecte vulgarium, pæne dixi inanium, Harmonia seu Proportione nuda haud parum delectentur. Quid quæso tantopere juvat in Musica? Non soni, sed sonorum harmonia, ex commensurabili Vibrationum æqualium proportionione affurgens; cum soni ipsi separati editi exiguam aut nullam animo pariant delectationem. In omni scribendi genere (ne singula percurram) post ipsam veritatem, justa rerum dispositio, methodus Auctoribus curæ, Lectoribus voluptati sunt. Ipsa vero illa veritas quid est aliud, quam, sive immutabilium idearum, sive fluxarum rerum, mutuus quidam ordo habitus, in intimis Naturæ penetralibus delitescens, sedula opera studio indagandus. Universalem porro hujus Proportionis vim penitus animo persensisse videntur primarii inter veteres; qui etiam ipsam Virtutem in debita affectuum Proportione, justo Tono, collocarunt; imo nonnunquam pronuntiare non dubitarunt, pravam omnem electionem ex ejus Scientiæ defectu oriri, quæ docet Artem mesurandi; scil. infinita cum finitis; magna cum parvis, perfecta cum imperfectis, seu bona cum malis comparandi.

Quorum autem hæc; nisi ut aliquatenus intelligamus unde tanta insit amoenitas Theoriis illis, quas scientiæ omnes, speciatim Mathematicæ, intellectui exhibent; ut sua puræ Geometriæ constet laus commendatio? Philosophiæ quidem Mathematicæ præstantia apud omnes hodie in confesso est: Quippe quæ animum ad grandiloquam cælorum facundiam advertendam evocat, universique operis formam speciosissimam oculis quasi subjicit. Cujus ope, sive corporis mundani cujusvis separati motus Phænomena exquiramus; sive integri Systematis, quatenus adhuc innotuit, dispositionem structuram contemplerur; ubique summum rerum ordinem harmoniam consummatissimam deprehendentes, suavissima tanti operis, magnique ejus Auctoris, admiratione non possumus non perfundi.

Sed Mathesis pura, quæ partem hujus gloriæ, quanta quanta est, longe præcipuam sibi pro jure suo vindicat; licet tam obvia nos voluptate non percellat; menti tamen conceptus suppeditat pulcherrimos; quæ Harmoniam Proportionem ubique desiderat. His contemplationibus quicumque deditus est, sive unius alicujus accurate Lineæ aut Figuræ varias proprietates invicem consentientes; sive integram aliquam Linearum

Si Figurarum speciem, aut specierum Systema, perpendat; aut varia illa systemata universalia conferat; is proportionis omnis, atque adeo pulchritudinis, unam infinitis modis variegatam ideam animo perlustrat; cum omnis harmoniæ s proportionis Lex aut Regula possibilis, curvam habere possit sui observatricem. Mentis interea vires hujusmodi exercitiis mirum in modum augentur s confirmantur. Dum autem, Geometriæ puræ auxilio, tum præsentem Mundi fabricam, tum etiam quæ futura fuissent illius secundum alias quasque Leges essent formati Phenomena, investigamus; indicia undequaque prodeunt luculentissima sapientissimi Numinis, supremi universorum Domini; cujus opus Auctore suo dignum, quantum nobis adeo exiguæ ejus extensionis s durationis partis spectatoribus assequi licet, omni ex parte deprehendimus. Hæc in eum finem dicta sint, ut pateat non inutiles nec injucundas esse appellandas illas ipsas puræ Geometriæ Theorias, quæ ad quam vitæ partem perficiendam pertineant non statim apparat; s quarum penitior indagatio summorum Virorum exemplo est perpetuo comprobata.

Geometria veterum ad Figuras duntaxat, quæ Lineis rectis vel curvis primi generis circumscribuntur, pertinebat. Recentiores vero, Linearum ordines infinitos in Geometriam receperunt; s equationibus, ordinatas s abscissas curvarum involventibus, definiunt. Nemo tamen, ante Illustr. Newtonum, universalem aggressus est descriptionem organicam Linearum Ordinis secundo altioris. Hujus methodus commodissimam suppeditat viam Lineas tertii Ordinis puncto duplice ditatas mechanice describendi; nonnullas etiam Lineas altiorum Ordinum complectitur. His vestigiis insistentes, Methodum universalissimam in sequenti Tractatu tradimus; qua curva cujuscunque Ordinis superioris, motu continuo datorum angulorum secundum Lineas rectas, aut etiam secundum curvas cujuscunque inferioris Ordinis, generantur.

In prima parte, quo pacto Lineæ secundi Ordinis, ope unius tantum Lineæ rectæ, describi possint ostendimus. Deinde, ex duabus Lineis rectis, Linearum tertii Ordinis puncto duplice donatarum Genesis deduximus. Tum Lineas hujus Ordinis, puncto duplice destitutas; s quarti, trium Rectarum ope, descripsimus. Denique methodum curvas quæscunque, ope plurium Rectarum, describendi universalissime demonstravimus; s nonnullarum.

Nonnullarum, etiam vigesimi quarti ordinis, descriptionem nonnunquam sex rectarum ope perfici posse, exempli causa, ostendimus.

In secunda parte, curvas omnium superiorum ordinum, ope inferiorum quorumcumque, pariter describi posse demonstravimus. Epicycloides quasvis, quæ curvarum revolutione super seipsas tanquam bases generantur, universaliter tractavimus. Expeditam, ad bene multas series infinitas harum epicycloidum dimetiendas, viam aperuimus. Dein motum corporum, curvas datas in mediis quibuscumque describentium, ipsorum mediorum resistantiam ac densitatem parvo admodum labore investigandi methodum exposuimus. Tandem, qua ratione curva geometrica dati ordinis per data puncta duci possint, in omnibus casibus quos adhuc accurate perpendere licuit, ostendimus.

In primæ partis propositionibus plerisque, non solum ad quem ordinem curvæ descriptæ pertineant demonstravimus; sed etiam quo pacto illarum æquationes algebraicæ obtineri possint ostendimus. Lectores autem monitos velim, varia admodum, pro variis rectarum datarum positionibus, et pro varia angulorum datorum specie, exurgere in illis æquationibus quantitatum signa; quæ in aliquibus tantum casibus designare opera pretium fuit.

In sectione ultima partis primæ postulavimus, punctorum in quibus lineæ duæ quæcumque inter se occurrunt numerum maximum æqualem semper esse facto ex numeris, qui ambarum ordines exprimunt. Cum vero res demonstratione indigere videretur; eam, quantum adhuc fas fuit, ad omnes casus accommodatam, ad calcem subjunximus posthac fortassis suis numeris absolvendam. Quod vero hac qualicumque rudiore quam optassemus manu pertractata in lucem edere coacti sumus, exinde accidit; quod otium et præclari facultas, desuerunt.