

Prefazione.

*C*on la raffinata e sublime Filosofia, che un benevolo Numen ha finalmente concesso ai mortali in questi secoli, la Geometria promossa deve essere riconosciuta; e gli eccellenti progressi, che molte altre Arti e Discipline di grande utilità per il genere umano hanno compiuto nella nostra epoca, sono scaturiti dalla stessa fonte; nessuno di buon senso nega che i nuovi progressi in questa Scienza non siano da disprezzare, e che essa debba essere coltivata soprattutto dagli studiosi ricercatori della verità.

Né qualcuno biasimerà i vari sforzi dei Geometri per promuovere la Matematica pura (anche se forse a prima vista non appare l'utilità di tali invenzioni) se ricorda quanti, che a prima vista sembravano poco proficui, sono stati poi, con il tempo e l'industria di altri, adattati a usi eccellenti.

Né la Geometria sembra degna di essere coltivata dagli studiosi solo perché porta grandi utilità e ornamento; ma anche perché attrae moltissimo con una certa bellezza innata; anzi, genera nei nostri animi un piacere non dissimile da quello che percepiamo dalle discipline umanistiche. Infatti, a chi considera i vari piaceri della vita, apparirà che essi nascono soprattutto dalla percezione della proporzione, in cui risiede tutta la bellezza; e che i nostri animi sono così disposti dalla natura,

Si ritiene che, per la perfetta comprensione delle cose comuni, quasi inutile a dirsi, l'Armonia o Proporzione nuda non manchi di deliziare. Cosa chiedo, dunque, piace tanto nella Musica? Non i suoni, ma l'armonia dei suoni, che sorge dalla proporzione commensurabile delle vibrazioni uguali; poiché i suoni stessi, separati ed emessi, producono scarsa o nulla delizia nell'animo. In ogni genere di scrittura (per non passare in rassegna ogni singolo caso) dopo la verità stessa, una giusta disposizione delle cose, il metodo sono oggetto di cura per gli Autori e di piacere per i Lettori. Ma quella stessa verità cos'è se non un certo ordine reciproco, sia delle idee immutabili sia delle cose mutevoli, che si nasconde nei più intimi recessi della Natura, da indagare con operoso studio. Inoltre, sembra che i primi tra gli antichi abbiano profondamente percepito con l'animo la forza universale di questa Proporzione; essi collocarono la stessa Virtù nella giusta proporzione degli affetti, nel giusto Tono; anzi, non esitarono talvolta a pronunciare che ogni scelta errata nasce dal difetto di quella Scienza che insegnava l'Arte di misurare; cioè, di comparare l'infinito con il finito; il grande con il piccolo, il perfetto con l'imperfetto, o il bene con il male.

Di chi sono queste cose; se non per comprendere in qualche misura da dove provenga tanta piacevolezza in quelle Teorie che tutte le scienze, specialmente le Matematiche, presentano all'intelletto; affinché la lode e la commendazione della sua pura Geometria siano stabilite? La preminenza della Filosofia Matematica è oggi universalmente riconosciuta: infatti, essa richiama l'animo all'eloquenza grandiosa dei cieli e, per così dire, sottopone agli occhi la forma più bella dell'intera opera. Con il suo aiuto, sia che indaghiamo i fenomeni del moto di qualsiasi corpo separato del mondo; sia che contempliamo la disposizione e la struttura dell'intero Sistema, per quanto finora conosciuto; ovunque, scoprendo il sommo ordine e l'armonia più perfetta delle cose, non possiamo non essere pervasi dalla più dolce ammirazione per un'opera così grande e per il suo grande Autore.

Ma la Matematica pura, che rivendica per sé, come per diritto, la parte di questa gloria, per quanto grande essa sia, la più importante; anche se non ci colpisce con un piacere così ovvio; tuttavia fornisce alla mente i concetti più belli; che desiderano l'Armonia e la Proporzione ovunque. A queste contemplazioni chiunque sia dedito, sia che esamini le varie proprietà di una singola linea o figura accurata che si accordano tra loro; sia che contempli un intero sistema di

Se analizza la forma delle figure o il sistema delle forme, o se confronta i vari sistemi universali, questi esplorano l'idea unica di proporzione e quindi di bellezza, variata in infiniti modi; poiché ogni legge o regola possibile dell'armonia delle proporzioni può avere una curva che la osserva. Nel frattempo, le capacità della mente vengono notevolmente aumentate e rafforzate con esercizi di questo tipo. Mentre, con l'aiuto della geometria pura, indaghiamo sia l'attuale struttura del mondo sia i fenomeni che sarebbero esistiti se fosse stato formato secondo altre leggi, emergono da ogni parte indicazioni straordinariamente chiare di una divinità saggiissima, supremo signore dell'universo; la cui opera, degna del suo Autore, per quanto ci è possibile comprendere da spettatori di una parte così piccola della sua estensione e durata, riconosciamo in ogni sua parte. Questo sia detto a dimostrazione che quelle stesse teorie della geometria pura, che non sembrano immediatamente applicabili a nessuna parte della vita, non devono essere considerate inutili o sgradevoli; e la cui indagine più approfondita è sempre stata confermata dall'esempio dei più grandi uomini.

La geometria degli antichi si limitava alle figure che possono essere circoscritte da linee rette o curve di primo grado. I moderni, invece, hanno introdotto nella geometria ordini infiniti di linee; e le definiscono con equazioni che coinvolgono ordinate e ascisse delle curve. Tuttavia, nessuno, prima dell'Illustr. Newton, ha tentato una descrizione organica universale delle linee di ordine superiore al secondo. Il suo metodo fornisce il modo più conveniente per descrivere meccanicamente le linee del terzo ordine dotate di un punto doppio; comprende anche alcune linee di ordini superiori. Seguendo queste tracce, presentiamo nel seguente trattato un metodo universalissimo; con cui curve di qualsiasi ordine superiore sono generate dal moto continuo di angoli dati secondo linee rette, o anche secondo curve di qualsiasi ordine inferiore.

Nella prima parte, mostriamo come le linee del secondo ordine possano essere descritte con l'aiuto di una sola linea retta. Poi, da due linee rette, abbiamo dedotto la genesi delle linee del terzo ordine dotate di un punto doppio. Quindi abbiamo descritto le linee di questo ordine prive di un punto doppio; e del quarto, con l'aiuto di tre rette. Infine, abbiamo dimostrato universalmente il metodo per descrivere qualsiasi curva con l'aiuto di più rette; e di alcune.

Mostriamo, ad esempio, che la descrizione di alcune curve, anche di ventiquattresimo ordine, può talvolta essere completata con l'ausilio di sei rette.

Nella seconda parte, abbiamo dimostrato che le curve di tutti gli ordini superiori possono essere descritte allo stesso modo con l'ausilio di quelle di ordine inferiore. Abbiamo trattato universalmente le epitrochoidi, che sono generate dalla rotazione di curve su se stesse come basi. Abbiamo aperto una via pratica per determinare molte serie infinite di queste epitrochoidi. Poi abbiamo esposto un metodo per investigare con poco sforzo il movimento dei corpi che descrivono curve date in mezzi qualsiasi, la resistenza e la densità dei mezzi stessi. Infine, abbiamo mostrato in tutti i casi che è stato possibile esaminare accuratamente, come una curva geometrica di un dato ordine possa essere tracciata attraverso punti dati.

Nella maggior parte delle proposizioni della prima parte, non solo abbiamo dimostrato a quale ordine appartengono le curve descritte; ma abbiamo anche mostrato come ottenere le loro equazioni algebriche. Tuttavia, vorrei avvertire i lettori che, a seconda delle diverse posizioni delle rette date e delle diverse specie di angoli dati, emergono vari segni di quantità in quelle equazioni; che è stato opportuno designare solo in alcuni casi.

Nell'ultima sezione della prima parte, abbiamo postulato che il numero massimo di punti in cui due rette qualsiasi si intersecano è sempre uguale al prodotto dei numeri che esprimono i loro ordini. Poiché sembrava necessaria una dimostrazione, l'abbiamo aggiunta alla fine, adattata a tutti i casi possibili, forse da risolvere successivamente con i propri numeri. Tuttavia, siamo stati costretti a pubblicare questa trattazione, più rozza di quanto avremmo desiderato, a causa della mancanza di tempo e delle eccellenti possibilità.