# Préface.

*Lorsque l'on doit rapporter la philosophie cachée et sublime, que la Divinité la plus bienveillante accorde enfin aux mortels en ces siècles, grâce aux progrès de la Géométrie ; et que les remarquables avancées, que plusieurs autres arts et disciplines très utiles à l'humanité ont connus à notre époque, proviennent de la même source ; personne de sensé ne niera que les nouvelles avancées dans cette science ne sont pas à mépriser, et qu'elle doit être cultivée en premier lieu par les chercheurs de vérité. Et personne ne critiquera les divers efforts des géomètres pour promouvoir les mathématiques pures (bien que l'utilité de telles inventions ne soit peut-être pas évidente au premier abord) si l'on se souvient combien de choses, qui semblaient peu utiles au départ, ont été adaptées à des usages excellents grâce au travail des autres au fil du temps.*

*Et la géométrie ne semble pas seulement devoir être cultivée par les étudiants en raison des grands avantages qu'elle apporte et de son ornement, mais aussi parce qu'elle attire énormément par une certaine beauté innée ; en fait, elle génère dans nos esprits un plaisir non dissemblable de celui que nous tirons des disciplines humanistes. En effet, pour quiconque considère les divers plaisirs de la vie, il apparaîtra que ceux-ci naissent principalement de la perception de la proportion, dans laquelle réside toute beauté ; et que nos esprits sont ainsi faits par la nature,* *Il semble que les choses parfaitement communes, pour ainsi dire vaines, se délectent de l'Harmonie ou de la Proportion nue. Qu'est-ce qui plaît tant dans la Musique ? Ce ne sont pas les sons, mais l'harmonie des sons, surgissant de la proportion égale et mesurable des vibrations ; alors que les sons eux-mêmes, séparés, procurent peu ou pas de délectation à l'esprit. Dans chaque genre d'écriture (je ne les énumérerai pas tous), après la vérité elle-même, la juste disposition des choses, la méthode, sont l'objet des soins des Auteurs et du plaisir des Lecteurs. Cette vérité même, qu'est-elle d'autre que, soit des idées immuables, soit des choses fluctuantes, un certain ordre mutuel, caché dans les profondeurs intimes de la Nature, à découvrir par un travail et une étude assidus. De plus, les principaux parmi les anciens semblent avoir pleinement ressenti dans leur esprit la force universelle de cette Proportion ; ils ont même placé la Vérité elle-même dans la proportion appropriée des affections, le ton juste ; en fait, ils n'ont pas hésité à affirmer parfois que tout choix erroné provient d'un manque de cette Science qui enseigne l'Art de mesurer ; c'est-à-dire de comparer l'infini avec le fini ; le grand avec le petit, le parfait avec l'imparfait, ou le bien avec le mal.*

*Mais de qui sont ces choses ; sinon pour que nous comprenions en quelque sorte d'où provient tant de charme dans ces théories que toutes les sciences, spécialement les Mathématiques, présentent à l'intellect ; de sorte que la louange et l'éloge de la Géométrie pure soient établis ? L'excellence de la Philosophie Mathématique est aujourd'hui reconnue par tous : en effet, elle éveille l'esprit pour le diriger vers l'éloquence grandiloquente des cieux, et présente presque sous nos yeux la forme la plus splendide de l'œuvre universelle. Par son aide, que nous recherchions les phénomènes des mouvements séparés de tel ou tel corps du monde ; ou que nous contemplions la disposition et la structure du Système entier, tel qu'il est connu jusqu'à présent ; partout nous découvrons le plus grand ordre des choses, l'harmonie la plus consommée, et nous ne pouvons nous empêcher d'être imprégnés de la plus douce admiration pour une si grande œuvre et son grand Auteur.*

*Mais les Mathématiques pures, qui revendiquent pour elles-mêmes de droit la plus grande part de cette gloire, aussi grande soit-elle, bien qu'elles ne nous frappent pas d'un plaisir si évident ; fournissent cependant à l'esprit les plus beaux concepts ; qui désirent l'Harmonie et la Proportion partout. Quiconque est dévoué à ces contemplations, qu'il s'agisse des diverses propriétés d'une seule ligne ou figure précise s'accordant entre elles ; ou d'une ligne entière quelconque*

*Si l'on observe la forme des figures ou le système des espèces, ou si l'on compare ces divers systèmes universels, on explore une idée unique de la proportion et donc de la beauté, variée de manière infinie ; car toute loi ou règle possible de l'harmonie et de la proportion peut avoir une courbe pour observatrice. Pendant ce temps, les forces de l'esprit augmentent et se renforcent de manière étonnante grâce à de tels exercices. Tandis que, avec l'aide de la géométrie pure, nous examinons à la fois la structure actuelle du monde et les phénomènes qui auraient pu être formés selon d'autres lois, des indices de la sagesse d'une divinité très sage, souverain suprême de l'univers, apparaissent de toutes parts ; son œuvre, digne de son Auteur, autant que nous, spectateurs d'une si petite partie de son étendue et de sa durée, pouvons le comprendre, nous la trouvons parfaite en tout point. Que cela soit dit dans le but de montrer que ces théories de la géométrie pure, qui ne semblent pas immédiatement pertinentes pour une partie de la vie, ne doivent pas être considérées comme inutiles ou désagréables ; et leur étude approfondie est constamment approuvée par l'exemple des plus grands hommes.*

*La géométrie des anciens ne s'étendait qu'aux figures délimitées par des lignes droites ou des courbes de premier degré. Les plus récents, cependant, ont introduit des ordres infinis de lignes en géométrie ; et ils les définissent par des équations impliquant les ordonnées et les abscisses des courbes. Personne, avant l'illustre Newton, n'avait entrepris une description organique universelle des lignes d'ordre supérieur au second. Sa méthode fournit un moyen très commode de décrire mécaniquement les lignes du troisième ordre dotées d'un point double ; elle inclut également certaines lignes d'ordres supérieurs. En suivant ses traces, nous présentons dans le traité suivant une méthode encore plus universelle ; par laquelle les courbes de tout ordre supérieur sont générées par le mouvement continu d'angles donnés selon des lignes droites, ou même selon des courbes d'ordre inférieur quelconque.*

*Dans la première partie, nous montrons comment les lignes du second ordre peuvent être décrites à l'aide d'une seule ligne droite. Ensuite, à partir de deux lignes droites, nous avons déduit la genèse des lignes du troisième ordre dotées d'un point double. Puis nous avons décrit les lignes de cet ordre sans point double, et celles du quatrième ordre, à l'aide de trois droites. Enfin, nous avons démontré de manière très universelle une méthode pour décrire n'importe quelle courbe à l'aide de plusieurs droites ; et de certaines.*

*Nous montrons, par exemple, que la description de certaines courbes, même de vingt-quatrième ordre, peut parfois être réalisée à l'aide de six lignes droites.*

*Dans la deuxième partie, nous avons démontré que les courbes de tous les ordres supérieurs peuvent être décrites de manière similaire à l'aide de courbes de n'importe quel ordre inférieur. Nous avons traité universellement les épicycloïdes quelconques, qui sont générées par la révolution de courbes sur elles-mêmes en tant que bases. Nous avons ouvert une voie pratique pour mesurer de nombreuses séries infinies de ces épicycloïdes. Ensuite, nous avons exposé une méthode pour investiguer, avec très peu d'effort, le mouvement des corps décrivant des courbes données dans divers milieux, ainsi que la résistance et la densité de ces milieux. Enfin, nous avons montré, dans tous les cas que nous avons pu examiner avec précision jusqu'à présent, comment une courbe géométrique d'un ordre donné peut être tracée à travers des points donnés.*

*Dans la plupart des propositions de la première partie, nous n'avons pas seulement démontré à quel ordre appartiennent les courbes décrites; mais nous avons également montré comment leurs équations algébriques peuvent être obtenues. Cependant, je voudrais avertir les lecteurs que, selon les différentes positions des lignes droites données et selon les différentes espèces d'angles donnés, les signes des quantités dans ces équations varient considérablement; il n'a été utile de les désigner que dans certains cas.*

*Dans la dernière section de la première partie, nous avons postulé que le nombre maximum de points où deux lignes quelconques se croisent est toujours égal au produit des nombres exprimant leurs ordres. Comme cette affirmation semblait nécessiter une démonstration, nous l'avons jointe en appendice, adaptée autant que possible à tous les cas, et à compléter éventuellement par ses propres nombres. Cependant, nous avons été contraints de publier ce travail, traité de manière plus rudimentaire que nous l'aurions souhaité, en raison du manque de temps et de moyens exceptionnels.*