Vorwort.

Da die verborgene und erhabene Philosophie, die dem Menschengeschlecht in diesen Jahrhunderten von einer gnädigen Gottheit gewährt wurde, der geförderten Geometrie zu verdanken ist; und da die herausragenden Fortschritte, die mehrere andere Künste und Disziplinen, die dem Menschengeschlecht in unserer Zeit besonders nützlich sind, aus derselben Quelle hervorgegangen sind; wird niemand, der bei Verstand ist, die neuen Fortschritte in dieser Wissenschaft als verachtenswert ansehen, und niemand wird bestreiten, dass sie in erster Linie von denjenigen gepflegt werden sollte, die nach Wahrheit suchen.

Und niemand wird die verschiedenen Bemühungen der Geometer zur Förderung der reinen Mathematik tadeln (auch wenn der Nutzen solcher Erfindungen auf den ersten Blick nicht erkennbar ist), wenn er sich daran erinnert, wie viele Dinge, die zunächst wenig nützlich erschienen, später durch den Fleiß anderer zu außergewöhnlichen Anwendungen geführt wurden.

Auch scheint die Geometrie nicht nur deshalb zu studieren zu sein, weil sie große Vorteile bringt und eine Zierde ist, sondern auch, weil sie durch eine angeborene Schönheit stark anzieht; ja, sie erzeugt in unseren Seelen eine Freude, die derjenigen nicht unähnlich ist, die wir aus den Geisteswissenschaften gewinnen. Denn jedem, der die verschiedenen Vergnügen des Lebens betrachtet, wird offenbar, dass diese hauptsächlich aus der Wahrnehmung der Proportion entstehen, in der die ganze Schönheit liegt; und dass unsere Seelen von Natur aus so beschaffen sind, *Wessen aber ist dies, wenn nicht, dass wir ein wenig verstehen, woher die große Anmut jener Theorien stammt, die alle Wissenschaften, insbesondere die Mathematik, dem Verstand darbieten; so dass das Lob und die Empfehlung der reinen Geometrie bestehen bleibt? Die Vorrangstellung der Mathematik in der Philosophie ist heute allgemein anerkannt: Denn sie ruft den Geist herbei, um die beredte Beredsamkeit der Himmelskörper zu beachten, und legt die schönste Form des gesamten Werkes gleichsam vor die Augen. Mit ihrer Hilfe, sei es, dass wir die Phänomene der Bewegung eines beliebigen getrennten Körpers der Welt untersuchen; sei es, dass wir die Anordnung und Struktur des gesamten Systems, soweit es bisher bekannt ist, betrachten; überall finden wir die höchste Ordnung und vollkommenste Harmonie der Dinge und können nicht umhin, von der süßesten Bewunderung für ein so großes Werk und dessen großen Urheber erfüllt zu werden.*

Aber die reine Mathematik, die einen großen Teil dieses Ruhmes, wie groß er auch sein mag, weitgehend für sich beansprucht; obwohl sie uns nicht mit einer so offensichtlichen Freude erfüllt; liefert dem Geist dennoch die schönsten Begriffe; die überall Harmonie und Proportion verlangen. Wer immer diesen Betrachtungen nachgeht, sei es, dass er die verschiedenen Eigenschaften einer genauen Linie oder Figur, die miteinander übereinstimmen, untersucht; sei es, dass er eine ganze Reihe von Linien

Wenn jemand die Form der Figuren oder das System der Formen betrachtet oder die verschiedenen universellen Systeme vergleicht, durchmustert er die Vorstellung der Proportion und damit der Schönheit, die auf unendlich viele Arten variiert werden kann; denn jede mögliche Regel oder Gesetzmäßigkeit der Harmonie kann eine Kurve haben, die sie beobachtet. Die Kräfte des Geistes werden durch solche Übungen auf wundersame Weise gestärkt und bestätigt. Während wir jedoch mit Hilfe der reinen Geometrie sowohl die gegenwärtige Struktur der Welt als auch die Phänomene untersuchen, die nach anderen Gesetzen geformt worden wären, zeigen sich überall deutlichste Anzeichen eines weisesten göttlichen Wesens, des höchsten Herrn des Universums; dessen Werk wir seinem Schöpfer würdig finden, soweit es uns, die wir nur einen so kleinen Teil seiner Ausdehnung und Dauer betrachten können, in jeder Hinsicht erkennen können. Dies sei gesagt, um zu zeigen, dass jene Theorien der reinen Geometrie, die nicht sofort ersichtlich zu einem bestimmten Teil des Lebens beitragen, nicht als nutzlos oder unangenehm bezeichnet werden sollten; deren tiefere Untersuchung ist durch das Beispiel der größten Männer ständig bewährt.

Die Geometrie der Alten beschränkte sich nur auf Figuren, die durch gerade Linien oder Kurven erster Ordnung umschrieben wurden. Die Neueren jedoch haben unendliche Ordnungen von Linien in die Geometrie aufgenommen und definieren sie durch Gleichungen, die die Ordinaten und Abszissen der Kurven beinhalten. Niemand jedoch, vor dem erlauchten Newton, hat eine universelle organische Beschreibung von Linien zweiter oder höherer Ordnung unternommen. Seine Methode bietet den bequemsten Weg, Linien dritter Ordnung mit einem Doppelpunkt mechanisch zu beschreiben; sie umfasst auch einige Linien höherer Ordnungen. In dieser Spur folgend, geben wir in der folgenden Abhandlung eine universellste Methode an; durch die Kurven jeder höheren Ordnung durch die kontinuierliche Bewegung gegebener Winkel entlang gerader Linien oder sogar entlang Kurven jeder niedrigeren Ordnung erzeugt werden.

Im ersten Teil zeigen wir, wie Linien zweiter Ordnung mit Hilfe einer einzigen geraden Linie beschrieben werden können. Dann haben wir aus zwei geraden Linien die Entstehung von Linien dritter Ordnung mit einem Doppelpunkt abgeleitet. Dann beschrieben wir Linien dieser Ordnung ohne Doppelpunkt und vierte Ordnung mit Hilfe von drei Geraden. Schließlich haben wir die universellste Methode zur Beschreibung beliebiger Kurven mit Hilfe mehrerer Geraden demonstriert; sowie einiger.

Wir haben gezeigt, dass die Beschreibung einiger, sogar der vierundzwanzigsten Ordnung, manchmal mit Hilfe von sechs Geraden durchgeführt werden kann, zum Beispiel.

Im zweiten Teil haben wir gezeigt, dass Kurven aller höheren Ordnungen gleichermaßen durch niedrigere beschrieben werden können. Wir haben alle Epizykloiden universell behandelt, die durch die Drehung von Kurven um sich selbst als Basen erzeugt werden. Wir haben einen einfachen Weg eröffnet, um viele unendliche Reihen dieser Epizykloiden zu messen. Dann haben wir eine Methode dargestellt, um die Bewegung von Körpern, die gegebene Kurven in beliebigen Medien beschreiben, deren Widerstand und Dichte mit sehr wenig Aufwand zu untersuchen. Schließlich haben wir gezeigt, wie eine geometrische Kurve einer gegebenen Ordnung durch gegebene Punkte in allen Fällen, die bisher genau untersucht werden konnten, gezogen werden kann.

In den meisten Vorschlägen des ersten Teils haben wir nicht nur gezeigt, zu welcher Ordnung die beschriebenen Kurven gehören; sondern auch, wie deren algebraische Gleichungen erhalten werden können. Ich möchte die Leser jedoch darauf hinweisen, dass in diesen Gleichungen aufgrund der verschiedenen Positionen der gegebenen Geraden und der verschiedenen Arten der gegebenen Winkel sehr unterschiedliche Vorzeichen der Größen auftreten, die nur in einigen Fällen zu kennzeichnen nützlich war.

Im letzten Abschnitt des ersten Teils haben wir gefordert, dass die maximale Anzahl von Punkten, in denen sich zwei beliebige Linien schneiden, immer gleich dem Produkt der Zahlen ist, die die Ordnungen beider ausdrücken. Da die Sache jedoch eines Beweises zu bedürfen schien, haben wir diesen, soweit es bisher möglich war, an alle Fälle angepasst und am Ende angehängt, um möglicherweise später vollständig gelöst zu werden. Dass wir jedoch gezwungen waren, dies mit einer gröberen Hand, als wir es uns gewünscht hätten, ins Licht zu rücken, geschah aus dem Grund, dass uns Muße und hervorragende Fähigkeiten abhanden gekommen sind.