Prefacio.

Cuando la profunda y sublime Filosofía, que el benignísimo Numen ha concedido finalmente a los mortales en estos tiempos, debe atribuirse a la Geometría avanzada; y los notables avances que varias otras Artes y Disciplinas, sumamente útiles para la humanidad, han alcanzado en nuestra época, han surgido de la misma fuente; nadie sensato negará que los nuevos procesos en esta Ciencia no deben ser menospreciados, y que deben ser cultivados en primer lugar por los estudiosos investigadores de la verdad. Nadie criticará los diversos esfuerzos de los geómetras por promover la Matemática pura (aunque quizás no se reconozca a primera vista la utilidad de tales invenciones) si recuerda cuántas cosas, que en un principio parecían de poca utilidad, luego, con el paso del tiempo y el esfuerzo de otros, se han adaptado a usos excepcionales.

Y no parece que la Geometría deba ser cultivada por los estudiosos solo por las grandes utilidades que aporta y por ser un ornamento; sino también porque atrae enormemente por su innata belleza; de hecho, genera en nuestras almas un placer no muy diferente al que percibimos de las disciplinas humanísticas. Pues a quien considere los diversos placeres de la vida, le resultará evidente que surgen principalmente de la percepción de la proporción, en la que reside toda la belleza; y que nuestras almas están así dispuestas por la naturaleza,

¿Pero de quiénes son estas cosas; sino para que entendamos de alguna manera de dónde proviene tanta amenidad en esas Teorías, que todas las ciencias, especialmente las Matemáticas, presentan al entendimiento; para que conste la alabanza y recomendación de la pura Geometría? En efecto, la preeminencia de la Filosofía Matemática está hoy confesada por todos: pues ella evoca el alma para advertir la elocuencia grandilocuente de los cielos, y pone ante los ojos, por así decirlo, la forma más hermosa de toda la obra. Con su ayuda, ya sea que investiguemos los fenómenos del movimiento de cualquier cuerpo separado del mundo; ya sea que contemplemos la disposición y estructura del Sistema entero, en cuanto hasta ahora se ha dado a conocer; encontrando en todas partes el sumo orden y la armonía más consumada de las cosas, no podemos sino llenarnos de la más dulce admiración por tan grande obra y por su gran Autor.

Pero la Matemática pura, que reclama para sí, como su derecho, la parte más preeminente de esta gloria, cuanta es; aunque no nos golpea con una voluptuosidad tan obvia; sin embargo, proporciona a la mente los conceptos más bellos; que desean la Armonía y la Proporción en todas partes. A estas contemplaciones, quienquiera que se dedique, ya sea de una sola línea o figura exacta, las diversas propiedades que se corresponden mutuamente; ya sea de un conjunto entero de líneas

Si considera la forma de las figuras, o el sistema de las especies, o compara esos diversos sistemas universales, recorre con la mente una idea única de la proporción y, por ende, de la belleza, variada de infinitas maneras; ya que toda ley o regla posible de la armonía de las proporciones puede tener su propia curva observadora. Mientras tanto, las fuerzas de la mente se aumentan y fortalecen de manera admirable con ejercicios de este tipo. Así, con la ayuda de la geometría pura, investigamos tanto la estructura actual del mundo como los fenómenos que se habrían formado según otras leyes cualesquiera; y de todas partes surgen indicaciones muy claras de un numen sapientísimo, supremo señor del universo; cuya obra, digna de su Autor, en la medida en que podemos alcanzar nosotros, espectadores de una parte tan pequeña de su extensión y duración, la percibimos en todas partes. Esto se dice con el propósito de mostrar que no deben llamarse inútiles ni desagradables esas mismas teorías de la geometría pura, que no parecen contribuir inmediatamente a ninguna parte de la vida; y cuya investigación más profunda ha sido perpetuamente aprobada por el ejemplo de los hombres más grandes.

La geometría de los antiguos llegaba solo a las figuras que están circunscritas por líneas rectas o curvas de primer género. Los más recientes, sin embargo, han admitido en la geometría órdenes infinitos de líneas; y las definen mediante ecuaciones que involucran ordenadas y abscisas de curvas. Sin embargo, nadie, antes del ilustre Newton, ha emprendido una descripción orgánica universal de las líneas de segundo orden o superior. Su método proporciona una vía muy conveniente para describir mecánicamente las líneas de tercer orden dotadas de un punto doble; también abarca algunas líneas de órdenes superiores. Siguiendo estos pasos, presentamos en el siguiente tratado un método universalísimo; por el cual se generan curvas de cualquier orden superior mediante el movimiento continuo de ángulos dados según líneas rectas, o incluso según curvas de cualquier orden inferior.

En la primera parte, mostramos cómo las líneas de segundo orden pueden describirse con la ayuda de una sola línea recta. Luego, a partir de dos líneas rectas, deducimos la génesis de las líneas de tercer orden dotadas de un punto doble. Después describimos las líneas de este orden desprovistas de un punto doble; y de cuarto, con la ayuda de tres rectas. Finalmente, demostramos de la manera más universal el método para describir cualquier curva con la ayuda de varias rectas; y de algunas.

Mostramos, por ejemplo, que a veces se puede realizar la descripción de algunas curvas, incluso de vigésimo cuarto orden, mediante seis rectas.

En la segunda parte, demostramos que las curvas de todos los órdenes superiores pueden describirse igualmente mediante curvas de cualquier orden inferior. Tratamos universalmente las epicicloides, que se generan mediante la revolución de curvas sobre sí mismas como bases. Abrimos una vía expedita para medir muchas series infinitas de estas epicicloides. Luego, expusimos un método para investigar, con muy poco esfuerzo, la resistencia y la densidad de los medios en los que se describen los cuerpos en movimiento siguiendo curvas dadas. Finalmente, mostramos cómo se pueden trazar curvas geométricas de un orden dado a través de puntos dados, en todos los casos que hemos podido considerar con precisión hasta ahora.

En la mayoría de las proposiciones de la primera parte, no solo demostramos a qué orden pertenecen las curvas descritas, sino que también mostramos cómo se pueden obtener sus ecuaciones algebraicas. Sin embargo, me gustaría advertir a los lectores que los signos de las cantidades en esas ecuaciones varían considerablemente dependiendo de las posiciones de las rectas dadas y de la especie de los ángulos dados; solo en algunos casos valió la pena designar estos signos.

En la última sección de la primera parte, postulamos que el número máximo de puntos en los que dos rectas cualesquiera se intersectan es siempre igual al producto de los números que expresan sus órdenes. Como esta afirmación parecía necesitar una demostración, la añadimos al final, acomodada a todos los casos, para ser posiblemente completada en el futuro. El hecho de que nos viéramos obligados a publicar este trabajo, tratado de manera más rudimentaria de lo que hubiéramos deseado, se debe a la falta de tiempo y de las excelentes facultades.