

分类号: U661.4

密 级: 公 开

U D C : 53

编 号: B2016-702-05

中 国 舰 船 研 究 院

# 博 士 学 位 论 文

船舶三维时域非线性水弹性响应研究

作 者: 杨 鹏

指导老师: 顾学康 研究员

学科专业: 船舶与海洋结构物设计制造

中国船舶科学研究中心

二〇一六年三月

分类号 U661.4

密级 公 开

U D C 53

编号 B2016-702-05

# 博士 学位 论 文

船舶三维时域非线性水弹性响应研究

指导教师姓名： 顾学康 职 称： 研究员

学位申请人姓名： 杨 鹏 申请学位级别： 工学博士

专业名称： 船舶与海洋结构物设计制造

研究方向： 流固耦合

论文提交日期： 2016 年 3 月

培养单位：中国船舶科学研究中心

学位授予单位：中国舰船研究院

**Classified Index:** U661.4

**Confidentiality:** Unclassified

**UDC:** 53

**Number:** B2016-702-05

## **Ph. D. Dissertation**

### **3D Nonlinear Hydroelastic Response Study of Ships in Time Domain**

**Ph.D. Candidate:** Yang Peng

**Supervisor:** Prof. Gu Xuekang

**Major:** Design and Manufacture of Naval  
Architecture and Ocean Structure

**Research Fields:** Fluid-Structure Interaction

**Date of Submission:** March 2016

**Training Organization:** China Ship Scientific Research Center

**Degree Awarding Unit:** China Ship Research & Development Academy

## 中国船舶科学研究中心 学位论文原创性声明

本人郑重声明：本论文所有研究工作，均在导师指导下由作者本人独立完成。引用的有关观点、方法、数据和文献已在论文中注明，并与参考文献对应。除论文中已注明引用的内容外，本论文不包含任何其它个人或集体已经公开发表的研究成果。对本文研究作出任何贡献的个人和集体，均已在论文中以明确方式注明并表示感谢。

学位论文作者签名：

日 期： 年 月 日

## 中国船舶科学研究中心 学位论文版权使用授权声明

中国舰船研究院和中国船舶科学研究中心有权保存本人呈交的学位论文复印件及电子版，有权向国家有关部门或机构送交论文复印件及电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权中国舰船研究院和中国船舶科学研究中心可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描手段保存或汇编本论文。

本学位论文属于：

公 开

秘 密 ，在\_\_\_\_年解密后适用本授权书。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：

导师签名：

日 期： 年 月 日

## 摘要

当船舶在中高浪级下航行时，船体将在非线性水动力（包括砰击）的作用下产生大幅运动，船体运动和总体载荷呈现明显的非线性特征，总体载荷中包含很强的高频颤振成分，使得船体所承受的载荷极值显著增大；另外，随着船舶的大型化和高强度钢的大量使用，船体梁结构的弹性自振频率越来越低，当它与所遭遇波浪主要能量的频率发生耦合时，船体梁将发生明显的波激振动现象，船体结构中的应力循环次数显著增加。这些非线性因素和弹性振动响应现象将极大地威胁船体结构的安全性。船舶水弹性力学理论能够将波浪作用与船体结构变形之间的流固耦合问题协调起来，为保障船体结构在波浪中的安全性提供有力的预报分析工具。本文在经典三维水弹性力学理论的基础上，发展了基于内外场匹配技术的三维时域非线性水弹性力学理论，计及了瞬时湿表面和瞬态砰击载荷效应。分别以半圆球、Wigley 船型、大型集装箱船和大型散货船为研究对象，开展了船舶运动、载荷和三维水弹性效应的预报和分析。主要研究内容和结论如下：

(1) 结合结构振动模态叠加理论和三维势流理论建立了基于三维时域格林函数方法的有航速船舶三维时域水弹性力学理论（简称“TDGF”方法），给出了基于四阶微分方程的三维时域格林函数及其导数的数值求解方法。进一步，通过虚拟的控制面将流域划分为内场和外场，外场采用三维时域格林函数方法，内场采用 Rankine 源方法，最终建立了基于内外场匹配技术的有航速船舶三维时域水弹性力学理论方法（简称“IORM”方法），编制了相应的计算机软件。

(2) 以半圆球和 Wigley 船型为研究对象，采用“TDGF”和“IORM”方法和软件分别计算了其在波浪中的水动力系数和船体运动响应，并与文献和其它商用软件结果进行了比较分析，验证了理论方法和计算软件的正确性。研究了船体水动力响应对自由面选取范围、自由面网格、船体湿表面网格、控制面网格参数和时间间隔的敏感性。研究认为自由面半径取 1.5 倍船长，计算脉冲响应函数时无量纲时间范围和间隔分别取-6.0~6.0 和 0.1 即可得到稳定合理的计算结果；求解船舶水动力系数和运动时所消耗的计算时间对船体湿网格数量和自由面网格数量不敏感，但对控制面网格数量比较敏感；内外场匹配方法(IORM)中并不需要非常密集的控制面网格，因此其计算速度快于三维时域格林函数方法(TDGF)。

(3) 在三维时域水弹性力学 (IORM) 的基础上, 考虑船体大幅运动和波面的变化, 在瞬时湿表面上对入射波浪压力和静水压力积分, 获得各阶模态激励力, 从而计入了非线性 Froude-Krylov 力和非线性静水恢复力对船体水弹性模态、运动和总体载荷响应的影响。进一步, 结合三维外飘砰击压力计算方法, 获得了砰击压力在船体局部区域上关于空间和时间的分布规律, 通过各阶模态砰击激励力的线性叠加计入了弹性船体结构颤振对船体总体载荷响应的影响, 建立了三维时域非线性水弹性方法;

(4) 当波高较大时, 大型集装箱船的运动和总体载荷的非线性现象十分显著, 非线性水动力 (非线性入射波力和非线性静水恢复力) 的作用主要引起垂向弯矩的倍频响应, 包括倍频力可能引起的二节点垂向弯矩弹性共振; 而砰击载荷主要引起船体二节点垂向弯矩振动。大型散货船在中等不规则海况下的非线性运动和载荷响应现象不明显, 但其线性波激振动响应较大。

通过研究, 论文建立了三维时域非线性水弹性力学方法, 发展了三维水弹性理论体系, 并形成了相应的数值计算软件, 掌握了非线性因素对船体运动和总体载荷响应的影响规律, 研究成果对大型船舶和大型海洋浮式结构物的总体载荷预报和结构设计具有一定的指导意义。

**关键词:** 水弹性; 非线性; 时域; 格林函数; Rankine 源; 波激振动; 颤振

## Abstract

When ships are travelling in medium or high sea states, they might experience large amplitude motions under nonlinear hydrodynamic forces (including slamming impact). The nonlinear characteristics of motions and global loads of ships are generally very remarkable. The global loads contain strong high frequency components (including whipping), which enlarge the extreme loads. On the other hand, the elastic natural frequencies of ship hull girders become lower and lower with the increasing of ship dimensions and extensive applications of high strength steel. When the elastic dynamic deformation of the girder couples with excitation force from main wave energy at same frequency, the resonant vibration (springing) of the hull girder might happen, and the number of stress cycles in ship structures will notably increase. These nonlinear and dynamic effects are going to threaten the structural safety of ships. The hydroelastic theory of ship and marine structures rationally combines the interaction between waves and elastic motions of ships, and is a useful prediction tools to guarantee the safety of ship structures at sea. Following the steps of classical three-dimensional hydroelastic theory, a three-dimensional nonlinear hydroelastic theory in time domain, which considers instantaneous wetted surface and slamming loads, is developed based on Rankine source method. The motions, hydroelastic responses and global wave loads of a semi-sphere, a Wigley ship, a large containership and a large bulk carrier are investigated by the hydroelastic method and in-house software in time domain. The main research contents and conclusions are summarized as follows:

- (1) The hydroelastic method considering forward speed in time domain is developed by combining structural vibration mode superposition theory and 3D potential theory, which is based on three-dimensional Green's function in time domain, simplified as TDGF. The numerical solving methods of the three-dimensional Green's function and its derivatives in time domain are given using fourth-order differential equation. One virtual control surface is established with a certain distance to ship hull, which divides the fluid into two parts. Then the

TDGF method is used in outer region, and the Rankine source method is used in inner region. The method is simplified as IORM.

(2) The hydrodynamic coefficients and motions of a semi-sphere and the Wigley ship in waves are calculated, and the results are compared with other references and numerical results of commercial software, which validates the correctness of the theory and numerical programs in the thesis. The convergence of free surface scale, wetted panels on free surface, wetted panels on ship hull, wetted panels on control surface and time interval is investigated. And the radius of free surface should be 1.5 times of ship length. The non-dimensional time duration and time step size respectively are -6.0 to 6.0 and 0.1 during calculating the impulse response functions. The cost of time in the solution is not sensitive to the number of wetted panels on floating structures and the number of free surface, but the number of control surface has large influence on calculation cost. IORM is faster than TDGF as the former does not require very fine grid on control surface.

(3) Based on 3D hydroelasticity in time domain (IORM), the modal exciting forces of each mode are obtained by integrating the pressure of incident waves and hydrostatic pressure on the instantaneous wetted surface of ships due to large amplitude motions and wave surface variation. Then the influences of nonlinear Froude-Krylov force and nonlinear hydrostatic restoring force on hydroelastic modal response, motion and global loads are analysed. The principles of slamming pressure varying with time and space on local zone of hull are obtained by 3D flare slamming formula. And the influences of whipping on the hydroelastic responses and global loads of ship hull are taken into account by linear superposition of the modal exciting forces of each elastic mode. The 3D nonlinear hydroelastic method in time domain is developed.

(4) The nonlinear responses of large container ship can be significant for large wave height. The nonlinear hydrodynamic effect (including nonlinear Froude-Krylov force and nonlinear hydrostatic restoring force) mainly causes the  $n^{\text{th}}$  order responses of VBM including elastic two-node vertical bending mode vibration. But the slamming force only induces two-node vertical bending mode vibration. The nonlinear hydrodynamics of the bulker carrier

are not obvious in the medium sea state, but there are comparatively large linear springing responses.

The 3D nonlinear hydroelastic method in time domain is developed which extends the 3D hydroelastic theoretical system and it's application, and the corresponding numerical software is also developed and tested. Furthermore, the influences of nonlinear effects on the motion and global loads are better understood. The achievements made in this study are expected to benefit the global load prediction and structural design in the future.

**Keywords:** Hydroelasticity; Nonlinear; Time domain; Green function; Rankine; Springing; Whipping



## 目 次

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 摘要 .....                   | I   |
| Abstract.....              | III |
| 目 次 .....                  | VII |
| 第一章 绪 论 .....              | 1   |
| 1.1 概述 .....               | 1   |
| 1.2 三维水弹性力学方法 .....        | 2   |
| 1.2.1 三维线性水弹性方法 .....      | 2   |
| 1.2.2 三维非线性水弹性方法 .....     | 3   |
| 1.3 三维势流问题的求解方法 .....      | 4   |
| 1.3.1 复杂 Green 函数法 .....   | 4   |
| 1.3.2 Rankine 源方法 .....    | 7   |
| 1.3.3 船体在波浪中的三维非线性方法 ..... | 8   |
| 1.4 波激振动 .....             | 11  |
| 1.5 碰击载荷与颤振 .....          | 13  |
| 1.6 本论文的主要研究工作 .....       | 15  |
| 第二章 三维时域水弹性力学的理论基础 .....   | 17  |
| 2.1 概述 .....               | 17  |
| 2.2 基本假定和坐标系定义 .....       | 17  |
| 2.2.1 基本假定 .....           | 17  |
| 2.2.2 坐标系定义 .....          | 17  |
| 2.3 控制方程和边界条件 .....        | 18  |
| 2.3.1 速度势的分解 .....         | 19  |
| 2.3.2 物面边界条件 .....         | 20  |
| 2.3.3 自由液面条件 .....         | 24  |
| 2.3.4 流体压力分布 .....         | 25  |
| 2.3.5 广义作用力分析 .....        | 26  |
| 2.3.6 流固耦合问题的定解条件 .....    | 28  |
| 2.4 广义水弹性力学响应方程 .....      | 29  |

---

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| 2.5 小结 .....                  | 30 |
| 第三章 基于三维时域格林函数的时域水弹性方法 .....  | 31 |
| 3.1 概述 .....                  | 31 |
| 3.2 非定常扰动势的时域求解方法 .....       | 31 |
| 3.3 辐射速度势 .....               | 33 |
| 3.4 广义水动力系数和时域水弹性力学响应方程 ..... | 38 |
| 3.5 波浪激励力 .....               | 40 |
| 3.5.1 绕射速度势 .....             | 41 |
| 3.5.2 入射波浪激励力和绕射波浪激励力 .....   | 45 |
| 3.6 时域与频域水动力系数的对应关系 .....     | 48 |
| 3.7 数值计算 .....                | 49 |
| 3.7.1 时域格林函数的计算方法 .....       | 49 |
| 3.7.2 时域水弹性响应方程的计算方法 .....    | 55 |
| 3.7.3 半圆球算例 .....             | 57 |
| 3.7.4 Wigley 船型算例 .....       | 60 |
| 3.8 小结 .....                  | 65 |
| 第四章 基于内外场匹配的三维时域水弹性方法 .....   | 67 |
| 4.1 概述 .....                  | 67 |
| 4.2 内外场匹配方法的数学模型 .....        | 67 |
| 4.3 辐射速度势的积分方程 .....          | 68 |
| 4.4 绕射速度势的积分方程 .....          | 70 |
| 4.5 数值处理方法 .....              | 71 |
| 4.5.1 系数矩阵 .....              | 71 |
| 4.5.2 辐射速度势 .....             | 71 |
| 4.5.3 绕射速度势 .....             | 75 |
| 4.5.4 半圆球算例 .....             | 78 |
| 4.5.5 Wigley 船型算例 .....       | 84 |
| 4.6 小结 .....                  | 88 |
| 第五章 三维时域非线性水弹性响应研究 .....      | 90 |
| 5.1 概述 .....                  | 90 |
| 5.2 三维时域非线性水弹性响应方程 .....      | 90 |
| 5.3 碰击效应 .....                | 91 |
| 5.3.1 底部碰击 .....              | 91 |

---

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 5.3.2 外飘砰击 .....              | 93  |
| 5.3.3 砛击压力和颤振响应理论 .....       | 97  |
| 5.4 非线性入射波浪激励力 .....          | 98  |
| 5.5 非线性静水恢复力 .....            | 98  |
| 5.6 6750TEU 集装箱船 .....        | 99  |
| 5.6.1 船体参数 .....              | 99  |
| 5.6.2 船体结构有限元模态 .....         | 102 |
| 5.6.3 载荷工况 .....              | 102 |
| 5.6.4 零航速情况 .....             | 103 |
| 5.6.5 非线性因素的影响 .....          | 104 |
| 5.6.6 NL1 工况 .....            | 110 |
| 5.6.7 NL2 工况 .....            | 112 |
| 5.6.8 NL3 工况 .....            | 115 |
| 5.6.9 NL4 工况 .....            | 116 |
| 5.7 205,000DWT 大型散货船 .....    | 120 |
| 5.7.1 船体参数 .....              | 120 |
| 5.7.2 船体结构有限元模型 .....         | 121 |
| 5.7.3 无航速情况 .....             | 122 |
| 5.7.4 有航速情况 .....             | 123 |
| 5.7.5 规则波中非线性响应时域计算结果 .....   | 124 |
| 5.7.6 不规则波的非线性时域计算结果 .....    | 126 |
| 5.8 小结 .....                  | 130 |
| 第六章 总结与展望 .....               | 132 |
| 6.1 全文总结 .....                | 132 |
| 6.2 研究展望 .....                | 134 |
| 致 谢 .....                     | 136 |
| 参考文献 .....                    | 137 |
| 附录 A 航速项系数的推导和简化 .....        | 151 |
| 附录 B 入射波压力和绕射波物面边界条件的求解 ..... | 153 |
| 攻读博士学位期间发表的学术论文和取得的科研成果 ..... | 155 |



# 第一章 绪 论

## 1.1 概述

随着船舶大型化和大型浮式结构物的出现，刚体在波浪中的运动理论也已经不再完全适用于船体运动和载荷的预报。Bishop and Price (1974) 较为系统地阐述了弹性体假设下船体与波浪之间的耦合作用，Bishop and Price (1976 (a), 1976 (b)) 对二维水弹性力学进行了深入的研究。Wu (1984) 给出了三维水弹性力学的表达形式，为三维水弹性力学的发展打下了基础。上世纪 90 年代在日本和美国分别提出了超大型浮体(Mega-Float 和 MOB) 的发展计划后，水弹性力学得到了很大的发展和应用。近十几年来，大型集装箱船、LNG、矿砂船、散货船和油船等由波激振动引起的疲劳现象越来越明显，高航速下船体上时常发生严重的砰击作用，船舶工业界对水弹性在这些领域应用的关注度越来越高，已经组织了大量的研究力量开展分析研究，进一步扩展了水弹性的应用。水弹性力学是研究流体水动力和结构弹性响应之间相互耦合作用的学科，与传统刚体理论相比，能够更加准确地考虑浮式结构物的水动力运动和载荷响应，因而具有很强的工程实用价值和很好的发展前景。目前水弹性理论和工程使用的研究主要集中在大型船舶和超大型浮式结构物的运动、波浪载荷、应力响应、疲劳损伤和结构安全可靠性等方面。

近几年集装箱船已经向大型化方向有了快速的发展，最大集装箱量从原来的几千箱扩大到了现在的 2 万箱以上。由于大型集装箱船采用高强度钢建造，并具有大开口的结构特点，其船体在波浪载荷作用下显得较为柔软，水弹性效应较为明显，容易出现垂向和扭转波激振动。另外由于大型集装箱船的艏部和尾部外飘较大，船速较高，在恶劣海况下容易发生现象并引起船体的颤振响应。ITTC 和 ISSC 在 2014 年成立了联合工作组，该工作组的任务就是研究考虑水弹性效应后的船舶运动和外载荷响应特征。

三维线性频域水弹性方法尚不能考虑大幅运动、瞬时湿表面和砰击效应对船体运动和总体载荷响应的影响。三维频域二阶非线性水弹性理论在平均湿表面上考虑了一阶速度势和一阶响应（包括刚体运动和结构弹性变形）对二阶水动力的贡献，但是仅限于二阶响应范畴，而大量的模型试验和实测经验表明更高阶的水动力也能显著激起船体的弹性振动，例如三阶、四阶和五阶高频波浪力与船体弹性结构的两节点垂向弯矩或者一节点扭转耦合

后，在船体上有显著的高阶波浪载荷响应（Kim et al., 2015a; Zhu and Moan, 2015）。这些均需要迫切发展时域非线性水弹性方法，并开发相关数值预报软件。

## 1.2 三维水弹性力学方法

### 1.2.1 三维线性水弹性方法

Wu (1984)、Price and Wu (1985) 首先将三维势流理论与结构动力学相结合，提出了广义的流固耦合物面边界条件，该理论基于模态叠加法，适用于任意三维弹性体并能够分析结构的动响应。杜双兴 (1990) 使用分区域展开的无限水深零航速三维频域 Green 函数的快速计算方法加快了水弹性分析软件的计算速度。杜双兴 (1996) 通过计及非均匀稳态流场的物面边界条件、自由面条件和三维移动脉动源格林函数，改进了有航速船体的水弹性分析方法。王大云 (1996) 采用无限水深有航速三维时域格林函数建立了有航速三维时域线性水弹性力学方法，进行了船舶的运动和结构应力预报，计算结果与模型试验结果进行了比较。

在求解船体的三维水弹性响应中，经典的做法是将结构有限元计算的干模态最为基函数空间，然后采用模态叠加法求解船体在波浪中的结构动力学水弹性响应。后来，为了求解那些难以获得结构干模态振型的船体，Newman (1994) 引入了一组正交函数作为基模态来求解船体的水弹性响应。

Hirdaris et al (2003) 分别使用二维线性水弹性理论和三维线性弹性力学方法计算了一艘散货船的波浪载荷传递函数，计算结果显示对于对称响应这两种计算方法较为一致，而对于非对称情况这两种方法差别较大，文中认为这是因为梁模型的不准确性引起的。

谢永和等 (2005) 在吴有生院士开发的三维线性水弹性力学软件的基础上，结合有限水深格林函数，研究了水深对一艘 FPSO 船舶的运动和载荷的影响。

Kim et al (2009) 分别在时域中使用 Rankine 源方法，在频域中使用复杂 Green 函数方法计算了 LNG 船型和集装箱船型的线性波激振动，结果显示这两种计算方法的垂向弯矩和剪力结果较为一致。

Chapchap et al (2012) 在时域中使用欧拉-拉格朗日方法研究了三维水弹性辐射问题，计算了半球和 Wigley 船型的附加质量和附加阻尼系数（包括首阶弹性模态的响应结果）。并

与其他文献中的数据进行了比对，指出进一步的工作重点是研究瞬时湿表面下的辐射问题。

Kim et al (2012) 使用 B 样条 Rankine 源方法在时域中计算了有航速浮式结构物的水弹性响应，其中使用隐式迭代方法考虑了流固耦合效应，计算结果与试验进行了比较分析。

ISSC (2006) 载荷委员会的报告中认为：当今势流理论经过几十年的发展，已经涵盖二维理论和三维理论，频域理论和时域理论，线性理论和非线性理论，同时采用水弹性方法计算波浪载荷也遵循了该思路。目前，二维线性和二维非线性水弹性力学方法以及三维线性水弹性力学方法较为成熟，并得到了广泛应用，而考虑非线性水动力因素或结构非线性弹性变形的三维非线性水弹性方法尚未成熟。Temarel (2008) 认为在未来的水弹性力学研究中非常有必要考虑非线性因素的影响。在解决非线性三维水弹性问题时，相比于频域方法，时域方法显得更加有优势。Wu and Cui (2009) 对三维线性和非线性水弹性的发展以及试验技术进行了综述。Temarel and Hirdaris (2009) 在第五届国际水弹性会议上对水弹性在船舶和海洋结构物设计方面的理论发展和应用进行了总结。另外 ISSC 载荷委员会 (2012) 对现有水弹性力学的研究进展和方法进行了总结，2009 年 (Temarel & Hirdaris, 2009)、2012 年 (Takagi & Ogawa, 2012)、2015 年分别在英国、日本、克罗地亚召开了第 5~7 届国际水弹性力学会议。

## 1.2.2 三维非线性水弹性方法

Wu、Maeda and Kinoshita (1997) 提出了三维频域二阶非线性水弹性力学理论，Maeda、Masuda and Ikoma (1997) 和 Ikoma、Madea and Masuda (1998) 研究了 VLFS (Very Large Floating Structure) 的二阶水弹性响应。陈徐均 (2001) 和 Tian and Wu (2006) 在该二阶非线性水弹性力学理论的基础上开发了相应软件，并应用于船体的系泊分析和小水线面双体船在不规则波中的非线性水弹性响应预报中。Hu et al (2012) 使用三维频域二阶非线性水弹性力学方法计算了超大型矿砂船的波激振动，给出了无航速和有航速、顶浪和斜浪的波浪载荷传递函数、以及不规则波中的水弹性响应，同时结合模型试验对上述计算结果进行了比较分析，评估了波激振动对结构疲劳的影响。汪雪良 (2012) 使用三维线性和非线性频域水弹性方法对超大型矿砂船和 LNG 船进行了理论分析和模型试验对比，同时对结

构阻尼、船舶吃水、装载工况、船体刚度对水弹性的影响进行了系统分析，研究了波激振动对疲劳寿命的影响。

李辉（2009）在时域中分析了船舶的非线性水弹性响应，其中辐射力和绕射力通过在平均湿表面上的频域计算获得，而入射波力和静水恢复力在瞬时湿表面上获得，但是该方法给出的时域三维非线性分析方法只适用于规则波。

Shao and Faltinsen（2012）针对无限水深情况在时域中使用高阶面元法研究了顶浪中改进的 Wigley 船型在波激振动时的二阶波浪激励力，研究表明二阶速度势对和频波浪力起主要作用，而伯努利方程中的二次项贡献较小。

## 1.3 三维势流问题的求解方法

### 1.3.1 复杂 Green 函数法

该方法的格林函数既满足船体物面不可穿透条件，同时满足自由面、远方辐射和海底不可穿透条件。在求解船体在波浪中的运动和载荷响应时，一般需要解决波浪入射势、绕射势和辐射势问题，其中绕射势和辐射势的求解较为困难，因为其涉及到格林函数及其导数值的求解。

#### 1. 无航速频域脉动源格林函数

为了满足自由面边界条件、无穷远辐射条件和水底不可穿透条件，有限水深下无航速频域格林函数一般采用两种形式：积分形式（Wehausen and Laitone, 1960）和级数形式（John, 1950）。只有在有限水深格林函数及其偏导数的准确求解得到保证后，才能得到正确的船体在波浪中的响应结果。Li（2001）、谢永和等（2005）和刘日明等（2008）给出了一些数值积分方法来计算有限水深格林函数及其导数。有限水深格林函数求解方法有积分形式和级数形式两种，积分形式计算精度高，远场和近场均适用，但是计算效率低。级数形式计算效率高，但是在近场附近很难收敛，同时在  $R = 0$  处存在奇点。所以在计算有限水深格林函数及其导数时一般是近场采用积分形式，远场采用级数形式。另外，Chen（2004）采用分区间的切比雪夫多项式逼近方法计算了有限水深格林函数。

积分形式的解是主值积分且存在奇异性，这是有限水深格林函数及其导数求解的难点所在，传统的有限水深格林函数积分计算公式是采用多点 Gauss-Laguerre 公式直接积分或多项式逼近。前者一般需要取 64 个高斯积分点（Li, 2001）方能满足精度要求，但是该方

法计算耗时且误差较大，尤其在高频率处计算失真。后者例如法国船级社的 Hydrostar，其需要计算大量的数据点并选择适当的逼近区间，实施起来比较困难。同时 Newman (1985) 认为在  $R/H > 0.5$  (半径和水深比) 时采用适当项数的级数解可以得到理想精度的数值结果，但是并没有给出小  $R/H$  情况下的简化解。

无限水深下无航速频域脉动源格林函数的形式与有限水深存在差异，其求解方法也不同。Newman (1984a, 1984b) 给出了无限水深情况下格林函数及其导数的计算方法和双精度值，Newman (1985) 为了提高计算效率，对积分区域进行分割，并进行级数展开，给出了更为高效的计算方法。杜双兴 (1990) 也对无限水深下无航速频域脉动源格林函数的快速计算方法进行了研究，采用分区域和级数展开，其计算效率和精度得到了实际算例的验证。另外王如森 (1992) 也开展了类似研究。

## 2. 有航速的频域移动脉动源格林函数

求解有航速情况下的流场速度势问题时有两种方法，第一种方法是在无航速的基础上进行遭遇频率修正，该方法基于“高频低速”假设（戴仰山等，2007），对低航速有较好的效果，但是在高航速情况下由于其自由面的波形与实际波形相去甚远，其计算结果也已失真（叶明和许勇，2013；朱仁传和缪国平，2013）。第二种方法是使用带航速的频域移动脉动源格林函数，该形式结构非常复杂，但是对于有航速的船舶其计算精度高于第一种方法（Xu and Dong, 2011；朱仁传和缪国平，2013）。频域移动脉动格林函数的 Fourier 积分形式首先由 Haskind (1946) 导出，随后 Hanaoko (1953)、Havelock (1952)、高木又男 (1992)、缪国平等 (1995) 又分别推导了 Fourier 积分形式的 Havelock 型与 Michell 型表达式。另一种不同于 Fourier 积分型的移动脉动源格林函数的表达式由 Bessho (1977) 首次推导。宗智等 (1991)、Xu and Dong (2011) 和洪亮等 (2013) 均对单重积分的 Havelock 形式的数值计算方法进行了研究。Iwashita 和 Ohkusu (1989) 针对 Bessho 形式，采用最速下降方法等数值积分处理技术，计算了水下椭球体及肥大型船体的水动力问题。杜双兴和吴有生 (1998) 在最速下降路径方法的基础上，发展了复平面曲线路径上的分段局部自适应数值积分方法，完善了确定最速下降路径的实施方案和处理奇异积分的方法，进而发展完成了具有较强数值稳定性与实用性的 Bessho 型三维频域移动脉动源格林函数的快速计算方法和计算程序。高木又男 (1992) 比较了 Fourier 积分型和 Bessho 单重积分型的表达

式特征及数值计算途径, 认为所有被积函数项均为初等函数的 Bessho 型是频域移动脉动源格林函数数值计算中最为合适的形式。

### 3. 时域复杂格林函数

基于线性自由面假设, Finkelstein (1957) 给出了二维、三维、有限和无限水深的时域格林函数, 其中在三维情况下无限水深时域格林函数的数值计算方法研究相对较多, 其表达式为:

$$G(p, t; q, \tau) = (1/r - 1/r_i) \delta(t - \tau) + H(t - \tau) \cdot 2 \int_0^{\infty} \sqrt{gk} \cdot \sin(\sqrt{gk}(t - \tau)) \cdot e^{k(z+\zeta)} J_0(kR) dk \quad (1.1)$$

其中,  $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$ ,  $r = \sqrt{R^2 + (z - \zeta)^2}$ ,  $r_i = \sqrt{R^2 + (z + \zeta)^2}$ ;  $t$  为波动时间;  $\delta(\ )$ 、 $H(\ )$  和  $J_0(\ )$  分别为脉冲函数、阶跃函数和第一类零阶 Bessel 函数;  $(\xi, \eta, \zeta)$  和  $(x, y, z)$  分别为源点和场点。上式的右端两项分别反映了瞬时效应和记忆效应(也称波动效应)。

King (1987) 提出了一种三维时域 Green 函数的计算方法, 该方法根据  $\mu$  和  $\beta$  值的范围将 Green 函数在四个区域用不同方法进行展开计算。Ferrant (1988) 使用插值法计算了格林函数值, Magee&Beck (1990) 针对  $\beta$  划分了两个区域, 同时结合插值法提高了计算效率。Newman (1991)、Lin 和 Yue (1990) 也开展了时域格林函数计算方法的研究, 对大  $\beta$  使用渐近展开式, 对小  $\beta$  用插值法, 同时 Newman 还对有限水深时域格林函数进行了研究。黄德波 (1992) 推导了时域格林函数及其导数的简化计算表达式, 结合造表插值提高了计算速度, 王大云 (1996) 基于黄德波的方法将其应用到了水弹性的时域分析中。

申亮等 (2007) 也提出了一种方法用于提高三维时域格林函数的计算速度和效率, 刘昌凤等 (2010) 提出了一种新算法用于计算时域格林函数的卷积。韩凌等 (2004) 对时域有限水深格林函数进行多项式展开, 以加快格林函数的计算。Clement (1998)、朱海荣 (2009) 和 Tong (2013) 提出了一种基于精细积分法计算时域格林函数及其导数值的方法, 通过与解析方法相比, 证明了其方法的精确性、稳定性以及高效性。

总之, 时域格林函数满足线性化自由面条件、自动满足辐射条件, 那么奇点只要分布在船体湿表面上即可。但时域格林函数计算存在几个问题: 1) 用分布源模型求时域解时, 不论是否有航速, 对于外飘非直壁船型, 可能会发生分布源密度振荡发散的现象, 使得数值计算无法进行下去; 2) 处理有航速问题时积分方程会出现难以数值处理的水线积分项,

通常的作法是忽略该项的贡献；3) 时域模型中定常势的处理方法还不完善；4) 仅满足线性自由面条件，无法考虑自由面条件非线性因素的影响。

### 1.3.2 Rankine 源方法

Rankine 源方法也称简单 Green 函数法，它是一种在物面和自由面上均分布奇点的边界元方法。与复杂脉动源 Green 函数相比，此方法的分布奇点计算较为简单，对边界的适应性较强。Gadd (1976)、Dawson (1977) 首次采用 Rankine 源方法研究了 Kelvin 兴波。近三十年来大量科研人员研究了该方法。Nakos (1990) 和 Nakos 等 (1990) 在研究浮体的定常速度势和非定常速度势中采用了 Rankine 源，计算了船体的水动力系数和运动，并与模型试验结果进行了比较。另外，Sdavounos 等 (1993) 采用该方法研究了较大外飘船舶的载荷，Sclavounos (1995) 总结了 Rankine 源方法在频域中的应用。

Chapman (1981) 在时域方法中采用 Rankine 源方法研究了有航速浮体的水动力。Nakos 等 (1993) 和 Kring (1994) 采用线性时域方法研究了浮体的水动力系数。Sclavounos 等 (1988) 和 Kring 等 (1995) 分别研究了 Rankine 源法在频域中和时域中的数值稳定性。Kim 等 (1997) 使用 Rankine 源方法研究了二阶自由面效应。后期对 Rankine 源方法有过研究的文献很多，涵盖了线性、非线性、频域、时域等方法，例如 (Huang (1996); Kring et al (1996); Huang and Sclavounos (1998); 贺五洲、戴遗山 (1986); 张国庆 (2004); 吴静萍 (2004); 马健 (2005); 王化明 (2005); 赵耀中 (2007)) 等。另外，在使用 Rankine 源计算速度势时一般需要配套采用数值海岸、内外场匹配法和人工边界条件法等 ((徐蒙, 2004); (尹晓辉, 2006))。匹配法是 Lin et al (1999) 提出的一种满足线性自由面条件的数值方法，该方法在距离浮体一定距离位置处构建一个虚拟面，从而将流场划分为内场和外场，内场采用 Rankine 源方法，外场采用时域格林函数法，这样可以合理满足远方辐射条件。童晓旺 (2013)、唐恺等 (2014) 也对 Rankine 源和时域 Green 函数的混合方法进行了研究，并给出了一些数值计算结果。

相比于复杂格林函数法，Rankine 源方法的优点在于其计算简单，可以灵活地适用于各种边界条件，例如非线性自由面条件。另外全时域计算过程中只有基于线性自由面假设下的时域复杂格林函数形式，现今还未有人推导出非线性形式，而 Rankine 可以实现真正的全时域非线性计算。

经过数十年的发展，现在已经有一些基于 Rankine 源的软件可用于评估海洋结构物在波浪中的运动和载荷响应。美国麻省理工学院开发了以 Rankine 源方法为基础的波浪运动和载荷分析软件 SWAN。其中 SWAN-1 为频域版本，SWAN-2 为时域版本，包括线性、准非线性和全非线性版本。同时美国海军以物面非线性理论为基础开发了评估船舶运动和波浪载荷的软件系统 LAMP (Shin, 2003)，该系统是在时域里采用混合源法 (Lin, 1999)，即内场采用 Rankine 源，外场采用时域复杂 Green 源。其中，LAMP1 是线性版本；LAMP2 是准非线性版本，考虑了非线性静水恢复力和非线性 Froude-Krylov 波浪力，以及三维线性水动力（辐射势和绕射势）和平均自由面边界条件；LAMP4 为全非线性版本，在瞬时湿表面上考虑了非线性静水恢复力和非线性 Froude-Krylov 波浪力、绕射速度势和辐射速度势。开发 LAMP-2 的目的是为了在保证考虑重要的非线性静水恢复力和波浪主干扰力的同时，大幅减少计算所需的输入数据和计算时间。除了计算运动响应外，LAMP 系统还可以分析船体任一横剖面处的波浪诱导总载荷，包括垂向和横向弯矩、剪力及扭矩。但是实际数值计算经验和结果表明，在中低航速 ( $Fr < 0.5$ ) 情况下，LAMP 的混合源方法计算结果较为理想，而在高航速下该方法很难得到稳定的数值计算结果，此时需要使用 Rankine 源和数值阻尼海岸方法 (Shin, 2003)。该方法成功地应用于  $Fr = 0.85$  的高航速情况下的运动和载荷预报，但是该方法相比于混合源法，其自由面网格数量较多。另外挪威船级社 (DNV, 2005) 基于 Rankine 源在时域里开发了 WASIM 模块用于计算有航速船舶，该软件在物面和自由面分布 Rankine 源，并考虑了部分非线性因素。

### 1.3.3 船体在波浪中的三维非线性方法

在中、高海情下，船舶运动尤其波浪载荷的非线性效应不容忽视，另外海洋工程中需要考虑低频非线性波浪力对系泊系统的影响，同时随着海洋结构物大型化的发展，高频非线性波浪力对结构水弹性响应的影响越来越显著，这些现实的需求使得三维非线性理论的发展显得十分迫切。一般来说海洋结构物的非线性效应主要包括物体湿表面的变化、自由面非线性、砰击效应、甲板上浪等，这会导致船体所受的静水恢复力、入射波力、绕射波力和辐射波力出现非线性，这些非线性计算方法大致分为频域方法和时域方法。

#### 1. 频域方法

频域方法中具有典型代表性的非线性方法是 Jensen 和 Pedersen (1979) 基于摄动原理所建立的二阶理论，该方法属于二维切片理论，其线性项等同于经典的线性切片理论，该

理论中的二阶项考虑了激励波浪力的非线性、船舶的非直舷以及由此引起的船舶垂向运动期间流体动力的非线性变化，戴仰山等（2007）对该方法进行了详细阐述。Pinkster（1974, 1980）给出了三维情况下的频域二阶波浪力计算方法，该方法利用船体表面的压力分布来计算船舶所承受的总波浪力和力矩，给出的二阶力最终形式中包含五项：相对波高的贡献、由流体速度平方项引起的压力变化、一阶压力梯度与一阶运动的耦合、一阶作用力的转动效应以及二阶速度势的影响。Pinkster（1980）的计算结果显示二阶力的前两项占主导作用，其中 Pinkster 对二阶速度势进行了近似。刘应中和缪国平（1987）经过推导认为 Pinkster 推导的二阶力中漏掉了一阶运动间的耦合影响项。刘日明（2009）使用 B 样条面元法计算了浮体的二阶水动力参数。

总的来说，频域二阶波浪理论主要是考虑了速度势的二阶项、伯努利方程的二次项和湿表面及其法向的变化，同时该理论主要分为近场压力积分和远场压力积分方法。近场压力积分方法是在船体表面对波动压力进行积分，而远场压力积分方法是在远场流域通过动量守恒和能量守恒定律推导得到。近场积分可以考虑全自由度的力和力矩，而远场积分方法只能考虑水平方向的力和力矩，但是远场积分准确度高于近场积分，且计算难度也较小。频域二阶波浪力理论的近场法和远场法在现有的商业软件得到了应用，例如 WADAM (DNV)、AQWA (ANSYS) 和 Hydrostar (BV)，这些软件中远场法计算的结果比较一致，但是近场法存在较大差异。

## 2. 时域方法

时域方法是直接在时域内建立初边值求解问题，与频域方法相比，时域方法在处理瞬态问题（砰击、甲板上浪等）具有频域无法替代的优势。时域完全非线性理论最初是由 Longutt-Higgins 和 Cokelet（1976）提出的，在每一瞬时考虑了湿表面及其方向的变化、自由面的非线性、伯努利方程的二次项、入射势的非线性等。完全非线性理论下，每个时间步均需在真实的物体湿表面和自由面上求解积分方程，这需要在每一时刻都重新调整网格并建立求解方程组，对计算机的计算速度和存储能力要求很高。另外这要求每一时间步的格林函数能够满足这些非线性条件，而 Finkelstein（1957）给出的时域格林函数是基于线性自由面假设，要想实现真正的全时域非线性求解只能使用 Rankine 源。Isaacson（1982）、Lin 等（1984）、Dommermuth 和 Yue（1987）在时域中研究了全非线性问题。Kring 等（1999）、Kring et al.（2000）采用 Rankine 源法研究了时域全非线性问题，同时采用预校正 FFT 方

法提高了计算效率。Landrini et al. (1999) 采用 Rankine 源法和 B 样条函数研究了全非线性自由面流动问题。钱昆 (2004) 研究了多种计算浮体运动理论和数值方法的稳定性和计算效率。张海彬 (2004) 发展了刚体的时域非线性方法, 考虑了非线性静水恢复力和非线性 Froude-Krylov 力等, 该方法被用于实际船舶的运动和载荷评估中, 并与模型试验结果进行了比较。

在线性自由面假设下, 船体的物面条件在瞬时湿表面得到满足, Ferrant (1988)、Beck 和 Magee (1990) 用时域 Green 函数研究了水下潜球的大幅运动及受力, Lin 和 Yue (1990)、Lin 等 (1994) 计算了椭球和 Wigley 船等浮体的大幅运动问题。Chapman (1981)、蔡泽伟等 (1989) 用 Rankine 源法也讨论了物面非线性问题。

总之, 无论是线性自由面假设还是非线性自由面假设, 时域全非线性理论的计算量较大, 同时计算效率和稳定性也有待研究, 因此目前较难应用于工程计算。

工程中现在应用比较多的是准非线性方法, 即附加质量、附加阻尼和绕射力在频域里通过线性理论求得, 然后反变换到时域 (Cummins, 1962), 而在时域里考虑湿表面及其法向瞬时变化引起的静水恢复力和入射波浪力的非线性。Cummins (1962) 基于脉冲响应函数方法将扰动势分解为瞬时效应和记忆效应两部分分别求解, 从而将船体的几何形状与运动相分离。在准非线性方法中涉及到一阶水动力系数 (附加质量和附加阻尼)、物面非线性 (湿表面和物面法向) 和入射波理论, 其中非线性方面考虑湿表面和物面法向变化引起的恢复力和入射波力的非线性。在利用线性一阶入射波力理论考虑非线性入射力时考虑了湿表面和物面法向的变化, 虽然入射波力是非线性的, 但是入射速度势、绕射速度势和辐射速度势还是线性的。一阶水动力系数通过反傅立叶变换到时域, 而入射波力直接在时域中考虑湿表面和物面法向的变化对其的非线性影响。在此基础上可以考虑非线性二阶入射波理论, 这样在入射波速度势和水动压力中可以考虑二阶波浪激励力的影响。同时还可以在此基础上参考频域二阶非线性理论考虑一阶辐射势对二阶力的影响, 从而考虑二阶水动力系数。同时也可考虑一阶辐射势和一阶入射势对二阶绕射波浪激励力的影响, 从而考虑二阶绕射波浪力。同样, 一阶和二阶水动力系数可通过反傅立叶变换到时域。

DNV(2005)的WASIM 软件基于时域 Rankine 源, 可以考虑瞬时湿表面的 Froude-Krylov 力和静水恢复力、伯努利方程的二次项、在惯性力和重力项中精确考虑旋转角的影响、二次横摇阻尼等, 而辐射势和绕射势均是在平均湿表面或者平均自由面求解 (通过线性和非线性项开启)。AQWA (2014) 使用准非线性方法来考虑船体的时域非线性运动, 采用频

域二阶理论在频域里计算一阶力波浪激励力、二阶波浪激励力和一阶辐射势有关的附加质量、附加阻尼，然后通过卷积方法将频域结果转换到时域中计算船体的一阶和二阶运动。

总之，在势流理论假设下，海洋浮式结构物与波浪相互作用的非线性主要来自以下四个方面：

- (1) 流体伯努利方程压力表达式中的速度平方项；
- (2) 船体大幅运动时瞬时湿表面及其法向的变化；
- (3) 自由面液面的非线性条件；
- (4) 船体底部出水引起的底部砰击、外飘砰击和甲板上浪等。

## 1.4 波激振动

当船体弹性振动模态与线性波浪激励力耦合时，船体结构上会出现波激振动，称为线性波激振动，但是海洋中的波浪频率一般在较低，很难直接激起线性波激振动，除非顶浪高速航行中的超大型船舶（其弹性自振频率必须很低）。现实中出现较多的是在波浪中做大幅运动的非直壁船型，非线性高频波浪激励力与船体弹性振动耦合，引起船体梁上出现倍频响应，称之为非线性波激振动。波激振动现象导致船体总体载荷和结构应力循环增加，从而加重船体结构的疲劳损伤。上个世纪六十年代起波激振动现象引起了研究人员的大量关注。Sauvalle (1960) 测量了一艘名为“Jean Schneider”矿砂船在中等海况下的两节点弹性振动，这可能是最早实测波激振动的资料。Yagle (1963) 测量了一艘长 216m 的大湖型矿砂船“Shenago II”的波激振动，Cleary 等(1971)测量了一艘长 217m 的大湖型货船“Edward L. Ryerson”的波激振动。测量结果表明，大湖型矿砂船波激振动明显，需要在设计阶段给予考虑。

大型船舶的波激振动现在时有发生，有时候它会被误认为是噪声。Gunsteren (1978) 对一些有关波激振动的文献进行了综述，包括大湖型散货船、10 艘海洋中航行的散货船、14 艘油船和 8 艘集装箱。后来，Storhaug 等 (2003) 和 Moe 等 (2005) 也开展了相关方面的调查。只有少部分人对波激振动进行了非常详细的调研，Mathews 和 Kawerninski (1967) 调查了一艘大湖型散货船 “S.S. Ontario Power”，这艘船经加强后被用于海洋航行。

Bell 和 Taylor (1968) 对一艘 47,000 吨油船在压载工况下的波激振动进行了实测。Nordenstrom 等(1970)对一艘 203,000 吨油船的压载和满载工况下的波激振动进行了实测。

Storhaug 等 (2003) 和 Moe 等 (2005) 对一艘散货船在压载和载货工况下的波激振动引起的疲劳进行了实测。Storhaug 等 (2006) 对一艘好望角型散货船的波激振动引起的疲劳进行了研究。

上述文献中主要是对船舶进行波激振动情况测试，但是现实海况中因素很复杂，而模型试验能在可控的波浪环境中开展。Belgova (1962) 以一艘内陆型船舶为对象，开展了规则波中的线性波激振动模型试验研究。Achterides (1979) 和 Tasai (1974) 分别用分段模型和连续模型开展了波激振动模型试验。Tasai (1974) 认为连续刚度模型会给出过高的波激振动频率，或者过高的阻尼 (Hashimoto 等, 1978)。

Hoffman (1972) 认为模型试验中短波的造波质量太差，但是这对波激振动测试又是必要的。Kumai (1974) 开展了规则波中的高阶谐振载荷模型试验，但是不能够区分出波激振动和颤振的贡献。Slocum 和 Troesch (1982) 开展了两分段的模型试验，但认为两分段模型可能影响波激振动效果。Hoffman 和 van Hoof (1976) 的模型试验表明阻尼与航速和频率有关。Malenica 等 (2003) 认为分段模型试验中的水密密封带可能会引起附加的阻尼效应和作用力。林吉如 (1992) 以某型驱逐舰为对象，开展了整船弹性模型试验研究。顾学康和胡嘉骏 (2004) 通过模型试验研究了一艘超大型油船的线性和非线性波激振动，认为非线性波激振动主要由某阶倍频波浪激励引起，船体两节点垂向弯曲振动与该阶倍频成分耦合。Strohaug 等 (2006, 2007) 采用弹性船模技术研究了散货船的线性波激振动和非线性波激振动，认为压载工况下，船体波激振动引起的结构疲劳损伤占据主要部分。汪雪良等 (2009) 开展的超大型矿砂船波浪载荷模型试验表明，压载工况比满载工况更容易引起船体结构的波激振动。Zhu 等 (2011) 采用弹性梁模型来同时模拟一艘集装箱船的垂向、横向和扭转刚度，研究船体上垂向弯矩、横向弯矩和扭矩的载荷情况。

Storhaug (2007) 通过模型试验和实船测量研究了矿砂船的波激振动及其对船体结构疲劳寿命的影响，指出航速对波激振动引起的疲劳影响很大，在北大西洋海况下，当矿砂船从压载顶浪工况变化到满载随浪工况时波激振动引起的疲劳破坏从 51% 减少到 19%。Drummen (2008) 通过试验和数值计算方法研究了一艘长 281m 集装箱船考虑水弹性的非线性波激振动响应及其对极限载荷和疲劳的影响，试验中采用了四分段模型，认为砰击可以使得垂向弯矩增大 35%。Kim and Kim (2014) 采用全耦合（即考虑结构弹性变形与流场耦合）水弹性方法计算了船舶的波激和砰击响应。

## 1.5 碰击载荷与颤振

船舶在航行过程中，当船体运动剧烈时，底部会露出水面，当它重新入水时，会与波浪产生猛烈的冲击，这种现象称为底部砰击。船舶在波浪中运动时（底部不一定出水），当波浪冲击船艏外飘区域时，也会产生可观的冲击力，使得船体加速度发生突变，称为外飘砰击。与底部砰击相比，外飘砰击引起的压力较小，作用的船体面积较大，砰击过程的持续时间也较长。在砰击瞬时，船体上局部区域会受到巨大的冲击力，船体的垂向加速度会突然改变，并且紧接着船体梁上会出现高频振动，即颤振，在船体剖面中产生砰击振动弯矩、扭矩和剪力。严重情况下，船体经受的高频砰击振动弯矩与低频波浪弯矩可能在同一量级，因此合成后的弯矩将会极大地威胁船体的总纵强度。

由于砰击的复杂性，目前的理论研究主要集中在二维物体的入水砰击问题上。最早对该问题进行理论探索的是 von Karman (1929) 和 Wagner (1932)，他们采用势流理论方法建立了砰击压力的解析表达式。后来有大量学者对砰击问题进行了研究，近几年也有很多研究成果。司海龙和陈震 (2012)、陈小平等 (2012) 采用 Msc.Dytran 开展了船体与波浪之间的砰击仿真，并统计了砰击压力值。Chen et al. (2012) 通过分段模型试验研究了砰击压力以及颤振对剖面总体载荷的影响。骆寒冰等 (2012, 2013) 结合任意拉格朗日-欧拉算法 (ALE) 和隐式有限元方法分别研究了二维刚性和三维弹性楔形体的入水压力问题，应用该理论计算了砰击加速度和砰击压力，其数值计算结果和试验数据符合性很好。贾敬蓓等 (2012) 基于冯·卡门砰击理论的基本思想，对任意形状的二维剖面入水砰击问题进行了数值研究，并且将该数值计算方法应用在了三体船船艏底部二维剖面的砰击压力计算中。其数值计算结果和试验的对比显示在底部斜升角大于  $10^\circ$  的情况下，两者符合良好。Yang and Qiu (2012) 基于 N-S 方程使用 CIP (Constrained Interpolation Profile) 方法计算了三维楔形回转体的入水砰击压力，并与试验结果进行了比较分析。Korobin (2013) 采用势流方法研究了恒定加速度下 2D 和轴对称浮体的砰击载荷，湿表面大小由接触点速度与局部速度成比例关系决定，其通过 Abel-type 积分方程隐式求解。段文洋等 (2013) 基于 MLM 砰击模型 (Modified Logvinovich Model) 研究了有限宽度楔形剖面匀速入水受力问题，并将计算结果与非线性数值解、试验值进行比较后认为该方法是一种相对简单且计算快速的有效方法，易于工程实际应用。

二维广义 Wagner 方法 (GWM) 因为其在计算砰击压力时的可靠性和快速性, 近年来被广泛应用到船舶总体颤振响应求解的时域模拟中 (Khabakhpasheva et al., 2014)。由于结合三维水弹性理论和砰击理论计算船体的总体颤振响应时需要采用时域方法, 而在每一个时间步开展时域的砰击压力计算又是非常耗时的 (例如 CFD, 边界元方法), 因此实用的数值方法中常采用二维广义 Wagner 方法 (GWM, Jung-Hyun Kim et al, 2015)、楔形体近似 (即动量定理, Jung-Hyun Kim et al, 2015)、三维广义 Wagner 砰击理论 (Stavovy 和 Chuang, 1976; Miao、Price and Temarel, 1997) 等进行砰击载荷的模拟。

陈占阳等 (2012 (a), 2012 (b)) 对一艘超大型船舶进行了变截面梁分段模型的载荷试验研究, 同时使用三维时域非线性水弹性程序计算了该船舶船舯合成弯矩, 其中使用动量砰击原理考虑了砰击载荷响应, 文中显示其数值计算结果与试验吻合较好。Drummen 和 Holtmann (2014) 以一艘渡船为研究对象开展了砰击和颤振的 Benchmark 研究, 文中开展了模型试验, 并给出了六种数值计算方法和结构模型的振型、结构干频率和湿模态谐振频率, 另外结合不同的计算方法研究了砰击压力及垂向弯矩响应, 这些方法包括采用二维剖面计算砰击压力、CFD 方法等。Jung-Hyun Kim et al (2015) 结合三维水弹性方法和广义 Wagner 方法 (GWM) 以及楔形体近似方法计算了一艘垂线间长 382 米的 18000TEU 集装箱船的非线性波激振动和颤振响应, 并考虑了非线性入射波浪力、非线性静水恢复力等, 同时展开了缩尺比为 1:60 的七分段模型试验, 文中给出了分别采用 1D 梁模型和 3D 结构模型的运动和载荷结果与模型试验的比较, 重点分析了非线性波激振动、砰击压力、砰击模态力和颤振响应数值计算结果与试验结果。

为了在船舶结构设计中考虑颤振的影响, 需要开展数值计算和模型试验工作。韩国 (MOERI, 2010, 2013) 曾经结合 WILS 联合项目 (Wave Induced Loads on Ships - Joint Industry Project) 系统地开展了船舶的波激振动和颤振模型试验, 这些模型试验结果可以有效地验证数值计算结果的正确性和可靠性。另外 Kim et al (2013) 使用基于 2D 广义 Wagner 法和 Rankine 源的三维水弹性软件计算了一艘 18,000TEU 集装箱船 (长 337m) 的颤振响应, 采用小波分析方法对颤振引起的船体弯矩响应进行了研究。2014 年开始韩国首尔大学的 Yongwhan Kim 发起了一系列计算集装箱船波激振动和颤振的国际性研究, 船型包括 6750TEU、10000TEU (Jung-Hyun Kim and Yongwhan Kim, 2015; Hong et al, 2015; Kyong-Hwan Kim et al 2015; Lee et al, 2015)、18000TEU (Jung-Hyun Kim et al, 2015)。在 2015 年 ISOPE 国际会议上有一些学者通过数值计算方法和模型试验研究了一艘 10000

箱集装箱船的非线性波激振动和颤振响应，例如 Hong et al (2015) 计算了艏部砰击引起的颤振响应，Kyong-Hwan Kim et al (2015) 计算了尾部砰击引起的颤振响应，Lee et al (2015) 计算了艏部和尾部砰击引起的颤振响应。Jung-Hyun Kim and Yonghwan Kim (2015) 计算了一艘 10000 箱集装箱船的砰击和颤振响应，并开展了模型试验。

## 1.6 本论文的主要研究工作

本论文将在 Wu (1984) 建立的有航速浮体三维水弹性力学方法和王大云 (1996) 建立的三维线性时域水弹性方法的基础上，进一步发展三维时域非线性水弹性方法，研究三维时域格林函数方法和 Rankine 源方法，考虑入射波浪力、静水恢复力、砰击效应等非线性因素，并开发相应的数值计算程序，用于准确预报超大型船舶（尤其集装箱船）的非线性波激振动和颤振响应等水弹性问题，为超大型船舶的极限载荷、疲劳载荷规律研究和船级社规范制定服务。本论文主要研究工作概括如下：

(1) 基于经典的三维水弹性力学理论，推导有航速三维时域水弹性方法的速度势控制方程、物面边界条件、自由面条件、流体压力和广义作用力等，并将总的速度势分解为入射速度势、绕射速度势和辐射速度势，分别建立控制方程和边界条件进行求解。

(2) 引入三维时域格林函数，并结合水弹性理论给出了有航速船舶绕射速度势和辐射速度势的积分方程和数值求解方法，并推导了时域方法中有航速船舶的广义水动力系数和水弹性力学时域响应方程，包括附加质量、附加阻尼、辐射速度势脉冲响应函数、入射速度势脉冲响应函数和绕射速度势脉冲响应函数。另外介绍了微分方程法计算三维时域格林函数及其导数的过程，并给出了数值计算方法。然后分别以半圆球体和 Wigley 船型为对象，采用基于三维时域格林函数的水弹性方法计算了各阶模态的附加质量、附加阻尼、波浪激励力和辐射速度势脉冲响应函数，并与文献进行了比较。研究了船体湿表面网格和时间间隔的收敛性，验证了理论方法和数值计算程序的正确性，并奠定后续内外场匹配技术的基础。

(3) 结合 Rankine 源和三维时域格林函数法，提出了内外场匹配的三维时域水弹性方法，给出了辐射速度势和绕射速度势的积分方程及数值处理方法，并重点研究了自由面条件、辐射速度势中瞬时速度势和记忆速度势的求解方法。分别以半圆球体和 Wigley 船型为对象，采用基于 Rankine 源的内外场匹配水弹性方法计算了模态附加质量、附加阻尼、

波浪激励力和辐射速度势脉冲响应函数，并与文献进行了比较。研究了自由面范围大小、自由面网格数量、船体湿表面网格、控制面网格和时间间隔的收敛性，验证了理论方法和数值计算程序的正确性。

(4) 考虑大幅运动和瞬时湿表面引起的非线性入射波浪激励力、静水恢复力和砰击效应，建立了三维时域非线性水弹性响应方程，并自主开发了相关的数值分析软件。以一艘 6,750TEU 集装箱船为例，研究了非线性入射波浪激励力、非线性静水恢复力、砰击效应单独作用和三者综合作用对船体运动和垂向弯矩载荷的影响和区别。详细计算了多个规则波工况和不规则波工况下非线性波激振动和颤振响应，研究了非线性因素对船体运动和载荷的影响、砰击效应下的模态激励力等，并与其他数值计算结果进行了交叉比对。另外以一艘 205,000 DWT 散货船为例，分别采用三维时域格林函数方法和内外场匹配方法计算了无航速和有航速情况下的运动和载荷，并与模型试验结果进行了比较，同时研究了船体在不规则波中的波激振动响应。总之，形成了三维时域非线性水弹性力学的数值计算方法和软件，以满足船舶和海洋工程的载荷预报和结构设计评估需要。

## 第二章 三维时域水弹性力学的理论基础

### 2.1 概述

对于有航速刚性船体的适航性理论，无论是二维方法还是三维方法，均有大量的研究人员做过阐述。Wu (1984) 提出的三维水弹性理论则考虑了弹性体的变形对周围流场的影响，该理论结合了线性结构动力学和势流理论，可以理性地考虑流固耦合问题。本章将基于前人的研究成果采用模态叠加原理推导有航速三维时域水弹性方法的速度势控制方程、物面边界条件、自由面条件、流体压力和广义作用力等，并将总的速度势分解为入射速度势、绕射速度势和辐射速度势，分别建立控制方程和边界条件进行求解，同时给出广义水弹性力学响应方程。

### 2.2 基本假定和坐标系定义

#### 2.2.1 基本假定

在研究海洋结构物与波浪之间的相互作用时，一般是假设弹性船体周围为均匀不可压、无粘、无旋的理想流体，同时不计升力和表面张力的影响。另外结构弹性变形为小量，其总体响应满足各模态变形的线性叠加原理。

#### 2.2.2 坐标系定义

船舶以恒定速度  $U_0$  直线航行，为方便表述，建立图 2.1 所示的三个坐标系，即：

- (1) 空间固定坐标系  $O_0x_0y_0z_0$ : 坐标原点位于静水面处， $O_0x_0$  轴指向船艏， $O_0y_0$  轴指向左舷， $O_0z_0$  轴垂直于静水面向上；
- (2) 平衡坐标系（也叫参考坐标系） $Oxyz$ : 随船体以恒定航速  $U_0$  沿  $x$  方向运动，在初始时刻其与空间固定坐标系  $O_0x_0y_0z_0$  重合，且在船舶运动过程中保持  $Ox$  轴与  $O_0x_0$  轴重合；
- (3) 随体坐标系  $O'x'y'z'$ : 此坐标系固结于船体上，当船体处于平衡位置时该坐标系与平衡坐标系重合，随船体平动而改变原点位置，随船体的转动而改变方向。

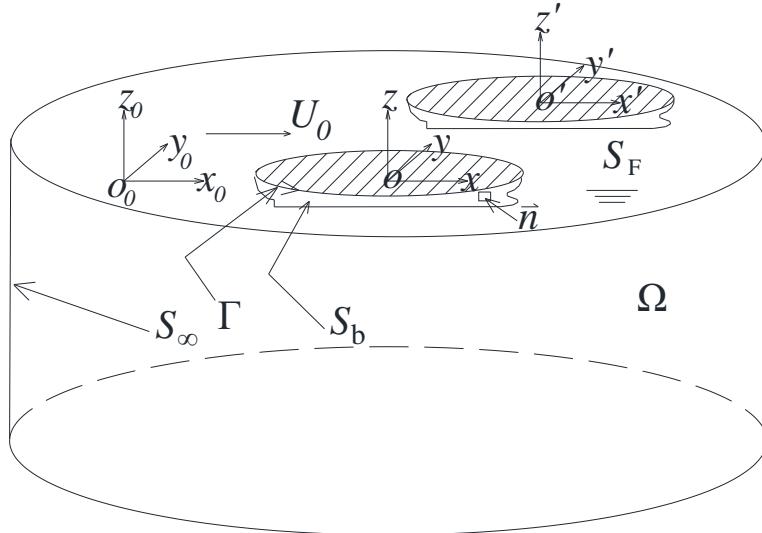


图 2.1 坐标系示意图

空间坐标系和参考坐标系均服从右手定则，存在如下坐标系转换关系式：

$$\begin{cases} x_0 = x + U_0 t \\ \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{x_0} \rightarrow \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_x - U_0 \left. \frac{\partial}{\partial x} \right|_x \end{cases}, \quad y_0 = y, \quad z_0 = z, \quad \nabla_{x_0} = \nabla_x \quad (2.1)$$

计算边界分别为：瞬时物面  $S_b$ ，瞬时自由表面  $S_F$ ，瞬时物面与自由面的交线  $\Gamma$ ，远方边界  $S_\infty$ ， $\bar{n}$  指向船体内部， $U_0$  为航行速度。

## 2.3 控制方程和边界条件

势流理论框架下，流场  $\Omega$  中任意位置处水质点的速度可由速度势表示， $\vec{V}(\bar{x}_0, t) = \nabla \Phi(\bar{x}_0, t)$ ，流场中任意点的速度势满足 Laplace 方程。由于自由面上的压力恒等于大气压且自由面上的点总在自由面上，可得非线性自由面条件：

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} + 2\nabla \Phi \cdot \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (2.2)$$

假设船体在其平衡位置作微幅运动，对非线性自由面条件进行线性化处理，那么流场中的速度势  $\Phi(\bar{x}_0, t)$  和定解条件为：

$$[L] \quad \nabla^2 \Phi(\bar{x}_0, t) = 0 \quad \text{在流体域 } \Omega \text{ 中;}$$

$$[F] \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z_0} = 0 \quad \text{在自由面 } z_0 = \zeta \text{ 处;}$$

- 
- [S]  $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = V_n$  在瞬时湿表面  $S_b$  上; (2.3)
- [B]  $\lim_{z_0 \rightarrow -\infty} \nabla \Phi = 0$  或者  $\lim_{z_0 \rightarrow -H} \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$  水底;
- [R]  $\nabla \Phi = 0, R = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$  远方辐射条件;
- [I]  $\Phi = 0(t < t_0), \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0(t = t_0, z = 0)$  初始条件;

其中,  $k$  为波浪的波数,  $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n}$  为物面的法向速度,  $H$  为水深; 初始条件的前者表示  $t < t_0$  时流体是静止的, 后者表示初始时刻水面无起伏。

### 2.3.1 速度势的分解

在研究海洋结构物在波浪中的运动时, 通常将固定坐标系中的总速度势  $\Phi(x_0, y_0, z_0, t)$  分解为: 结构物在静水中以  $U_0$  速度航行所产生的兴波流场速度势  $\bar{\phi}(x, y, z)$  和由波浪的入射、绕射和物体的运动 (包括刚体运动和弹性变形) 所诱导的辐射势所组成的非稳态流场速度势  $\phi(x, y, z, t)$ , 其可表示为:

$$\Phi(x_0, y_0, z_0, t) = \Phi(x + U_0 t, y, z, t) = \hat{\phi}(x, y, z, t) = U_0 \bar{\phi}(x, y, z) + \phi(x, y, z, t) \quad (2.4a)$$

这里引进了一个新的函数  $\hat{\phi}(x, y, z, t)$ , 事实上, 可以证明  $\hat{\phi}(x, y, z, t)$  即为平衡坐标系中表达的流场的绝对速度势, 在该坐标系中也满足 Laplace 方程, 它对平衡坐标系变量的梯度给出的是流场中水质点的绝对速度, 即:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_0} = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y_0} = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z_0} = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \quad (2.4b)$$

而且

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \hat{\phi} \quad (2.4c)$$

非稳态流场速度势  $\phi(x, y, z, t)$  可以进一步表示为:

$$\phi(x, y, z, t) = \phi_0(x, y, z, t) + \phi_D(x, y, z, t) + \phi_R(x, y, z, t) \quad (2.4d)$$

其中,  $\phi_0$  和  $\phi_D$  分别表示入射波和绕射波的速度势,  $\phi_R$  为结构物在其平衡位置附近作微幅运动时所引起辐射波的辐射势。依据线性结构动力学的理论, 结构物的运动和变形可以分解为一系列主模态运动和变形的线性叠加, 所以相应的将辐射势  $\phi_R$  表示为对应于每个干结构主模态独立运动的速度势  $\phi_r(x, y, z, t)$  之和, 即:

$$\phi_R(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x, y, z, t) \quad (2.4e)$$

其中,  $r = 1, 2, \dots, 6$  表示结构物的六个刚体运动模态, 即: 纵荡、横荡、升沉、横摇、纵摇和艏摇。

### 2.3.2 物面边界条件

记结构物的瞬时湿表面  $S_b(t)$ , 处于平衡位置时的平均湿表面为  $\bar{S}_b$ 。在平衡坐标系  $Oxyz$  中, 物面上任意一点偏离平衡位置的非稳态位移为  $\vec{u}(x, y, z, t) = (u, v, w)$ 。因为平衡坐标系  $Oxyz$  是以恒定速度  $U_0 \vec{i}$  相对固定坐标系  $O_o x_o y_o z_o$  平动的坐标系, 所以在固定坐标系中的物面速度为:

$$\vec{V}_{S_b} = U_0 \vec{i} + \vec{u} \quad (2.5)$$

那么物面的法向速度  $V_n$  为:

$$V_n = (\vec{U}_0 \vec{i} + \vec{u}) \cdot \vec{n} = (\vec{U}_0 \vec{i} + \vec{W} + \nabla \phi) \cdot \vec{n}$$

即:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = (\vec{W} + \nabla \phi) \cdot \vec{n} \quad (2.6)$$

其中,  $\vec{W} = U_0 \nabla(\bar{\phi} - x)$  为相对于平衡坐标系的稳态流场速度,  $\nabla \bar{\phi}$  为单位航速下相对于空间坐标系的稳态兴波流场速度。另外上式在瞬时湿表面  $S_b(t)$  上成立。

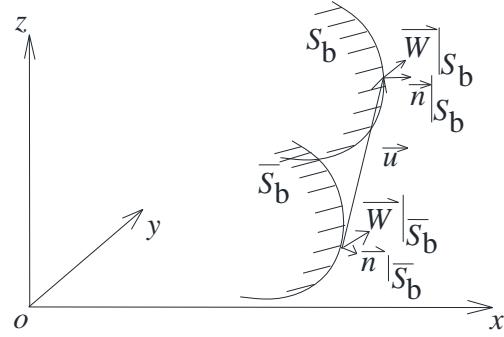


图 2.2 物面示意图

图 2.2 示意性地描述了物面上某一点的非稳态位移  $\vec{u}(x, y, z, t) = (u, v, w)$ , 瞬时湿表面法向量  $\vec{n}$  (指向船体内部) 及稳态流场  $\vec{W}$  的变化。

若物体仅为平动, 则:

$$\vec{n} \Big|_{S_b} = \vec{n} \Big|_{\bar{S}_b}$$

当物体有个小转角  $\vec{\theta}$  时:

$$\vec{n} \Big|_{S_b} = \vec{n} \Big|_{\bar{S}_b} + (\vec{\theta} \times \vec{n}) \Big|_{\bar{S}_b} + O(u^2) \quad (2.7)$$

其中,  $\vec{\theta} = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{u}$ 。

在前面的假设下, 瞬时湿表面  $S_b(t)$  与平均湿表面  $\bar{S}_b$  之间的差异是个小量, 且  $S_b(t)$  的空间位置是已知的; 因此, 可将  $S_b(t)$  上的物理量在  $\bar{S}_b$  上以 Taylor 级数展开, 并略去二阶以上小量:

$$\vec{W} \Big|_{S_b(t)} = [1 + (\vec{u} \cdot \nabla)] \vec{W} \Big|_{\bar{S}_b} \quad (2.8a)$$

$$\nabla \phi \Big|_{S_b(t)} = [1 + (\vec{u} \cdot \nabla)] \nabla \phi \Big|_{\bar{S}_b} \quad (2.8b)$$

在平均湿表面  $\bar{S}_b$  上稳态流场均满足:

$$\vec{W} \cdot \vec{n} = 0 \quad (x, y, z) \in S_b(t), \bar{S}_b \quad (2.9)$$

将方程 (2.7) - (2.9) 代入方程 (2.6) 中, 并略去二阶以上小量, 得到:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = [\vec{u} + \vec{\theta} \times \vec{W} - (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{W}] \cdot \vec{n} \quad (x, y, z) \in S_b(t), \bar{S}_b \quad (2.10)$$

上式被称为广义 Timman-Newman 条件 (Timman & Newman, 1962)，在平衡坐标系中，上式既可以适用于瞬时湿表面  $S_b(t)$ ，也可适用于平均湿表面  $\bar{S}_b$ ，两者之差为二阶小量。

结构动力学理论中认为真空中弹性体干振型是一个完备正交系，因此在平衡坐标系中结构做微幅运动的位移可用以干振型为基的广义空间坐标系表达，其一阶近似结果如下：

$$\vec{u}(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \vec{u}_r(x', y', z', t) p_r(t) \quad (2.11a)$$

$$\vec{\theta}(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \vec{\theta}_r(x', y', z', t) p_r(t) \quad (2.11b)$$

其中， $\vec{u}_r = (u_r, v_r, w_r)$ ； $\vec{\theta}_r = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{u}_r = (\theta_{xr}, \theta_{yr}, \theta_{zr})$ ； $p_r(t)$  为振型的广义坐标，也称之为结构的第  $r$  阶主坐标； $u_r$ 、 $v_r$  和  $w_r$  分别为干结构的第  $r$  阶主模态的  $x'$ 、 $y'$  和  $z'$  方向的位移。相当于在平衡坐标系中物体上任一点的位移可分解成三部分：随体坐标系相对于平衡坐标系的线位移 (Surge、Sway、Heave)、角位移 (Roll、Pitch、Yaw) 和物体相对于随体坐标系的弹性模态 ( $r = 1, 2, \dots, \infty$ ) 叠加的变形  $\vec{u}(x, y, z, t)$  和  $\vec{\theta}(x, y, z, t)$ 。

由于入射波和绕射波与物体的运动无关，满足的物面边界条件为：

$$\frac{\partial}{\partial n}(\phi_o + \phi_b) = 0 \quad (x, y, z) \in S_b(t), \bar{S}_b \quad (2.12)$$

然后，由方程 (2.4b)、(2.4c) 和 (2.10) ~ (2.12) 可得：

$$\sum_{r=1}^{\infty} \left[ \frac{\partial \phi_r}{\partial n} - \dot{p}_r \vec{u}_r \cdot \vec{n} + p_r \vec{\theta}_r \times \vec{W} \cdot \vec{n} - p_r (\vec{u}_r \cdot \nabla) \vec{W} \cdot \vec{n} \right] = 0 \quad (x, y, z) \in S_b(t), \bar{S}_b$$

因为上式对任何时刻记任意的模态组合均成立，所以关于辐射势  $\phi_r$  的物面边界条件为：

$$\frac{\partial \phi_r}{\partial n} = (\vec{u}_r \cdot \vec{n}) \dot{p}_r(t) + [\vec{\theta}_r \times \vec{W} \cdot \vec{n} - (\vec{u}_r \cdot \nabla) \vec{W} \cdot \vec{n}] p_r(t) \quad (x, y, z) \in S_b(t), \bar{S}_b \quad (2.13)$$

即：

$$\frac{\partial \phi_r}{\partial n} = a_r \dot{p}_r(t) + b_r p_r(t) \quad (2.14a)$$

其中，

$$a_r = \vec{u}_r \cdot \vec{n} = u_r n_1 + v_r n_2 + w_r n_3 \quad (2.14b)$$

$$b_r = \frac{1}{2} \left\{ n_1 \left[ \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial w_r}{\partial x} \right) W_z - \left( \frac{\partial v_r}{\partial x} - \frac{\partial u_r}{\partial y} \right) W_y \right] \right.$$

$$\begin{aligned}
& +n_2 \left[ \left( \frac{\partial v_r}{\partial x} - \frac{\partial u_r}{\partial y} \right) W_x - \left( \frac{\partial w_r}{\partial y} - \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) W_z \right] \\
& +n_3 \left[ \left( \frac{\partial w_r}{\partial y} - \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) W_y - \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial w_r}{\partial x} \right) W_x \right] \\
& - \left[ n_1 \left( u_r \frac{\partial}{\partial x} + v_r \frac{\partial}{\partial y} + w_r \frac{\partial}{\partial z} \right) W_x + n_2 \left( u_r \frac{\partial}{\partial x} + v_r \frac{\partial}{\partial y} + w_r \frac{\partial}{\partial z} \right) W_y \right. \\
& \quad \left. + n_3 \left( u_r \frac{\partial}{\partial x} + v_r \frac{\partial}{\partial y} + w_r \frac{\partial}{\partial z} \right) W_z \right] \quad r=1,2,\dots,\infty \quad (2.14c)
\end{aligned}$$

式中， $\vec{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$ 。

特别地，当忽略船体兴波，即 $\vec{W} = \{-U_0, 0, 0\}$ 时，上式可大大简化为：

$$b_r = -\frac{U_0}{2} \left[ n_2 \left( \frac{\partial v_r}{\partial x} - \frac{\partial u_r}{\partial y} \right) - n_3 \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial w_r}{\partial x} \right) \right] = U_0 (n_3 \theta_{yr} - n_2 \theta_{zr}) \quad (2.14d)$$

其中，可令 $m_r = n_3 \theta_{yr} - n_2 \theta_{zr}$ ，则 $b_r = U_0 m_r$ 。

表 2.1 刚体模态对应的物面边界条件

| 模态            | $\vec{u}_r$  | $\vec{\theta}_r$ | $a_r = \vec{u}_r \cdot \vec{n}$ |
|---------------|--------------|------------------|---------------------------------|
| $p_1$ (Surge) | {1, 0, 0}    | {0, 0, 0}        | $n_1$                           |
| $p_2$ (Sway)  | {0, 1, 0}    | {0, 0, 0}        | $n_2$                           |
| $p_3$ (Heave) | {0, 0, 1}    | {0, 0, 0}        | $n_3$                           |
| $p_4$ (Roll)  | {0, -z', y'} | {1, 0, 0}        | $n_4 = y' n_3 - z' n_2$         |
| $p_5$ (Pitch) | {z', 0, -x'} | {0, 1, 0}        | $n_5 = z' n_1 - x' n_3$         |
| $p_6$ (Yaw)   | {-y', x', 0} | {0, 0, 1}        | $n_6 = x' n_2 - y' n_1$         |

对于前六阶刚体模态，浮体上各点的 $\vec{u}_r$ 、 $\vec{\theta}_r$ 和 $a_r$ 值见表 2.1，其中各点坐标向量 $\vec{r}' = \{x', y', z'\}$ 为随体坐标系下相对于浮体重心的值。另外，各点的 $\vec{r} \times \vec{n}$ 为

$\{y'n_3 - z'n_2, z'n_1 - x'n_3, x'n_2 - y'n_1\}$ , 其正好是三个刚体转动模态的  $a_r$ 。可见六个刚体

$$\text{模态对应的 } a_r \text{ 正好是传统刚体耐波性势流理论中的 } \begin{Bmatrix} \vec{n} \\ \vec{r} \times \vec{n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ y'n_3 - z'n_2 \\ z'n_1 - x'n_3 \\ x'n_2 - y'n_1 \end{Bmatrix}。$$

### 2.3.3 自由液面条件

自由液面波形可由  $z_0 = \zeta(x_0, y_0, t)$  所定义, 它可根据 Bernoulli 方程给出:

$$\zeta(x_0, y_0, t) = -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi \right) \Big|_{z=0=\zeta} \quad (2.15)$$

在波浪理论中, 通常是假设入射波波幅与波长之比为小量。假定非稳态速度势和船体运动为小量, 可对非稳态速度势进行线性化。利用 (2.4c) 的 Lorentz 变换, 公式 (2.3) 中线性化的自由面变为:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 2\vec{W} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla (\vec{W} \cdot \nabla \phi) + g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{2} (\vec{W} + \nabla \phi) \cdot \nabla (\vec{W} \cdot \vec{W}) + g U_0 \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} = 0$$

$$z = \zeta(x, y, t) \quad (2.16)$$

稳态流动的兴波速度势  $\bar{\phi}$  所满足的自由表面条件为:

$$\frac{1}{2} \vec{W} \cdot \nabla (\vec{W} \cdot \vec{W}) + g U_0 \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} = 0 \quad z = \bar{\zeta}(x, y, t) \quad (2.17)$$

稳态流动的自由表面形状  $\bar{\zeta}(x, y, t)$  为:

$$\bar{\zeta}(x, y, t) = -\frac{1}{2g} (\vec{W} \cdot \vec{W} - U_0^2) \Big|_{z=\bar{\zeta}} = -\frac{U_0^2}{2g} \left( \nabla \bar{\phi} \cdot \nabla \bar{\phi} - 2 \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \right) \Big|_{z=\bar{\zeta}} \quad (2.18)$$

因为  $\zeta$  和  $\bar{\zeta}$  的差异为二阶小量 (Newman, 1978):

$$\zeta - \bar{\zeta} = - \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \phi \right) / \left( g + \vec{W} \cdot \frac{\partial \vec{W}}{\partial z} \right) \Big|_{z=\bar{\zeta}} \quad (2.19)$$

所以可将方程 (2.16) 在  $z = \bar{\zeta}$  处用 Taylor 技术展开, 并忽略所有  $\phi$  的二阶小量, 有:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 2\vec{W} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla (\vec{W} \cdot \nabla \phi) + g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla (\vec{W} \cdot \vec{W}) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{2} \vec{W} \cdot \nabla (\vec{W} \cdot \vec{W}) + g U_0 \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \right] (\zeta - \bar{\zeta}) = 0 \quad z = \bar{\zeta}(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.20)$$

如果进一步假设船体的定常运动对稳态流场的扰动为小量，即  $\vec{W} = \{-U_0, 0, 0\}$ ，则上式可进一步简化为：

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad z = \bar{\zeta}(x, y, t) \quad (2.21)$$

而方程 (2.17) 可简化为：

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} + \frac{U_0^2}{g} \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} = 0 \quad (2.22)$$

可见，完全线性化的自由表面方程 (2.21) 和 (2.22) 使得非稳态速度势  $\phi$  和稳态速度势  $\bar{\phi}$  的求解相互独立，易于进行。实际上，即使是在线性自由面假设下关于非稳态速度势  $\phi$  的方程 (2.21) 也是难以求解的。同时方程 (2.21) 和 (2.22) 的成立意味着船体的几何形状须是平、薄或细长的，才能确保船体对稳态流场的扰动是可忽略不计的。

### 2.3.4 流体压力分布

根据 Bernoulli 方程，作用于物面上的流体压力可以表示为：

$$p(x, y, z, t) = -\rho \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \phi + \frac{1}{2} (\vec{W}^2 - U_0^2) + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi + gz \right] \quad (x, y, z) \in S_b(t) \quad (2.23)$$

但是，瞬时湿表面  $S_b(t)$  本身就是待求量，克服此困难的最简单方法是在平均湿表面上进行压力计算，为此，将上述压力表达式方程在平均湿表面上用 Taylor 级数展开 (Newman, 1978)：

$$p(x, y, z, t) \Big|_{S_b(t)} = \left[ 1 + \vec{u} \cdot \nabla + \frac{1}{2} (\vec{u} \cdot \nabla)^2 + \dots \right] p(x, y, z, t) \Big|_{\bar{S}_b} \quad (2.24)$$

假设扰动位移  $\vec{u}$  及非稳态速度势均为小量，设  $z'$  为结构物上某点在随体坐标系内  $z'$  方向的坐标，则  $z = w + z'$ ，忽略二阶小量后有压力在平均湿表面  $\bar{S}_b$  上的展开式：

$$\frac{p(x, y, z, t)|_{\bar{S}_b}}{-\rho} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \bar{W} \cdot \nabla \phi + \left[ \frac{1}{2} \left( |\bar{W}|^2 - U_0^2 \right) + gz' \right] + \left[ gw + \frac{1}{2} (\vec{u} \cdot \nabla) |\bar{W}|^2 \right] \quad (x, y, z) \in \bar{S}_b \quad (2.25)$$

上式意味着非稳态流动及结构的运动均已线性化，而稳态流场  $\bar{W}$  仍为非线性的。

当船体的几何形状是平、薄或细长时，船体对稳态流场的扰动为小量，可令  $\bar{W} = \{-U_0, 0, 0\}$ ，此时上式可以进一步简化为：

$$p(x, y, z, t)|_{\bar{S}_b} = -\rho \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} - U_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \rho g (z' + w) \quad (2.26)$$

其中，上式的右端第二项为静恢复力项。

### 2.3.5 广义作用力分析

#### 1) 广义流体作用力

流体的压力沿着物面的法向作用于物体表面，其表达式为 (Wu, 1984)：

$$Z_r(t) = \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r p(x, y, z, t) dS \quad r = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.27)$$

其中，积分在瞬时湿表面  $S_b(t)$  上进行，物面法向  $\vec{n}$  指向船体内部。

将式 (2.4) 和 (2.25) 代入上式，并取前  $m$  阶主振型，则有：

$$\begin{aligned} Z_r(t) = & -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left\{ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{W} \cdot \nabla \right) (\phi_0 + \phi_D) + \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{W} \cdot \nabla \right) \sum_{k=1}^m \phi_k \right. \\ & \left. + \left[ gw + \frac{1}{2} (\vec{u} \cdot \nabla) |\bar{W}|^2 \right] + \left[ \frac{1}{2} \left( |\bar{W}|^2 - U_0^2 \right) + gz' \right] \right\} dS \end{aligned}$$

即：

$$Z_r(t) = F_r(t) + E_r(t) + K_r(t) + \bar{K}_r \quad r = 1, 2, \dots, m \quad (2.28)$$

其中，

$$F_r(t) = -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{W} \cdot \nabla \right) (\phi_0 + \phi_D) dS \quad (2.29a)$$

$$E_r(t) = -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \right) \sum_{k=1}^m \phi_k dS \quad (2.29b)$$

$$K_r(t) = -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left[ gw + \frac{1}{2} (\vec{u} \cdot \nabla) |\vec{W}|^2 \right] dS \quad (2.29c)$$

$$\bar{K}_r = -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left[ \frac{1}{2} \left( |\vec{W}|^2 - U_0^2 \right) + gz' \right] dS \quad (2.29d)$$

上式中  $F_r(t)$ 、 $E_r(t)$ 、 $K_r(t)$  和  $\bar{K}_r$  分别表示广义波浪激励力、广义辐射力、广义恢复力和稳态力（静水力）。进一步当船体的几何形状是平、薄或细长时，船体对稳态流场的扰动为小量，即  $\vec{W} = \{-U_0, 0, 0\}$ ，有：

$$F_r(t) = -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) (\phi_0 + \phi_D) dS \quad (2.30a)$$

$$E_r(t) = -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \sum_{k=1}^m \phi_k dS \quad (2.30b)$$

$$K_r(t) = -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r g w dS \quad (2.30c)$$

$$\bar{K}_r = -\rho \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r g z' dS \quad (2.30d)$$

假定结构相对于自由面的运动量为小量，则  $S_b(t) = \bar{S}_b + \Delta S_b$ ， $\Delta S_b \ll \bar{S}_b$ 。忽略二阶小量后，上式所表示的积分将在平均湿表面  $\bar{S}_b$  上进行，因此上面的式子在平均湿表面上也是

适用的。在平均湿表面上将  $w = \sum_{k=1}^m w_k p_k(t)$  代入 (2.30c) 可以得到：

$$K_r(t) = -\rho \iint_{\bar{S}_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r g \sum_{k=1}^m w_k p_k(t) dS = -\rho g \sum_{k=1}^m \iint_{\bar{S}_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r w_k dS \cdot p_k(t) \quad (2.31a)$$

当在平均湿表面  $\bar{S}_b$  上考虑静水恢复力  $\{K\}$  时，并考虑重力变化分量对恢复力的贡献，可得：

$$K_r(t) = -\sum_{k=1}^m C_{rk} \cdot p_k(t) \quad (2.31b)$$

$$C_{rk} = \rho g \iint_{\bar{S}_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r w_k dS - G_{rk} \quad (2.31c)$$

其中,  $G_{rk}$  为重力变化分量矩阵的元素,  $G_{1,5} = -\rho g \nabla$ ,  $G_{2,4} = \rho g \nabla$ ,  $G_{4,4} = G_{5,5} = -z_g \rho g \nabla$ ,  $G_{6,4} = x_g \rho g \nabla$ ,  $G_{6,5} = y_g \rho g \nabla$ , 其余元素为零;  $(x_g, y_g, z_g)$  为重心坐标。

## 2) 广义集中力和体积力

广义集中力的矢量表达式为:

$$R_r(t) = \sum_i \vec{f}_i(t) \cdot \vec{u}_r(t) \quad (2.32)$$

其中,  $i$  为集中力个数。

广义体积力的具体表现为广义重力, 其形式为:

$$Q_r(t) = -\iiint_{\Omega} \rho g w_r dV \quad (2.33)$$

## 2.3.6 流固耦合问题的定解条件

经过上述讨论, 可以得出弹性体边界问题的定界条件为:

### (1) 稳态流场

$$[L] \quad \nabla^2 \bar{\phi}(x, y, z) = 0 \quad \text{在流体域 } \Omega \text{ 中};$$

$$[F] \quad \frac{1}{2} \vec{W} \cdot \nabla (\vec{W} \cdot \vec{W}) + g U_0 \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} = 0 \quad \text{在自由面 } z = \bar{\zeta} \text{ 处}; \quad (2.34)$$

$$[S] \quad \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} = n_l(x, y, z) \quad \text{在湿表面 } S_b \text{ 上};$$

$$[B] \quad \lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \bar{\phi} = 0 \text{ 或者 } \lim_{z \rightarrow -H} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} = 0 \quad \text{水底};$$

加上远方辐射条件, 上面的方程构成了稳态流场  $\bar{\phi}(x, y, z)$  的定解条件, 有许多学者对此进行过详细而深入的研究, 在此不再详述。

### (2) 绕射速度势

$$[L] \quad \nabla^2 \phi_D(x, y, z, t) = 0 \quad \text{在流体域 } \Omega \text{ 中};$$

$$[F] \quad \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi_D + g \frac{\partial \phi_D}{\partial z} = 0 \quad \text{在自由面 } z = \zeta \text{ 处};$$

$$[S] \quad \frac{\partial \phi_D}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial n} \quad \text{在湿表面 } S_b \text{ 上}; \quad (2.35)$$

- [B]  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \phi_D = 0$  或者  $\lim_{z \rightarrow -H} \frac{\partial \phi_D}{\partial n} = 0$  水底;
- [R]  $\nabla \phi_D = 0, R = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$  远方辐射条件;
- [I]  $\phi_D = 0(t \rightarrow -\infty), \frac{\partial \phi_D}{\partial t} = 0(t \rightarrow -\infty, z = 0)$  初始条件;

### (3) 辐射速度势

- [L]  $\nabla^2 \phi_r(x, y, z, t) = 0$  在流体域  $\Omega$  中;
- [F]  $\left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi_r + g \frac{\partial \phi_r}{\partial z} = 0$  在自由面  $z = \zeta$  处;
- [S]  $\frac{\partial \phi_r}{\partial n} = a_r \dot{q}_r(t) + b_r q_r(t)$  在湿表面  $s_b$  上; (2.36)
- [B]  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \phi_r = 0$  或者  $\lim_{z \rightarrow -H} \frac{\partial \phi_r}{\partial n} = 0$  水底;
- [R]  $\nabla \phi_r = 0, R = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$  远方辐射条件;
- [I]  $\phi_r = 0(t < 0), \frac{\partial \phi_r}{\partial t} = 0(t = 0, z = 0)$  初始条件;

## 2.4 广义水弹性力学响应方程

在波浪中弹性体的动力学方程一般形式为:

$$[a]\{\ddot{p}\} + [b]\{\dot{p}\} + [c]\{p\} = \{F\} + \{E\} + \{K\} + \{\bar{K}\} + \{Q\} + \{R\} \quad (2.37)$$

其中,  $[a]$ 、 $[b]$  和  $[c]$  分别为结构动力学的船体惯性质量矩阵、结构阻尼矩阵和结构弹性恢复力矩阵;  $\{F\}$ 、 $\{E\}$ 、 $\{K\}$ 、 $\{\bar{K}\}$ 、 $\{Q\}$  和  $\{R\}$  分别为广义的波浪激励力、辐射力、水动力恢复力、稳态力、重力、集中力;  $\{p\}$  为主坐标响应。

当船体受到恒定集中力  $\{\bar{R}\}$  在静水中等速航行时, 结合静水恢复力表达式 (2.31), 上式存在如下稳态解:

$$[c + C]\{p\} = \{\bar{K}\} + \{Q\} + \{\bar{R}\} \quad (2.38)$$

从方程 (2.37) 中去除稳态解部分, 则浮式结构物的非稳态解所满足的方程为:

$$[a]\{\ddot{p}\} + [b]\{\dot{p}\} + [c]\{p\} = \{F\} + \{E\} + \{K\} + \{R'\} \quad (2.39a)$$

当在平均湿表面  $\bar{S}_b$  上考虑静水恢复力  $\{K\}$  时，结合式 (2.31)，可得：

$$[a]\{\ddot{p}\} + [b]\{\dot{p}\} + [c+C]\{p\} = \{F\} + \{E\} + \{R'\} \quad (2.39b)$$

其中， $\{R'\}$  为随时间变化的集中力，例如锚泊力。

在主坐标响应为稳定的正弦运动时， $\{p(t)\} = \{p\} e^{-i\omega t}$ ，在平均湿表面  $\bar{S}_b$  上，上式将可进一步简化为 (Wu, 1984)：

$$[a+A]\{\ddot{p}\} + [b+B]\{\dot{p}\} + [c+C]\{p\} = \{F\} + \{R'\} \quad (2.39c)$$

其中， $[A]$  和  $[B]$  分别为广义水动力附加质量和附加阻尼。

## 2.5 小结

本章推导了三维时域水弹性力学的基础理论，给出了速度势控制方程、物面边界条件、自由面条件、流体压力和广义作用力等，并将总的速度势分解为入射速度势、绕射速度势和辐射速度势，分别建立控制方程和边界条件求解。这为后续结合三维时域格林函数和 Rankine 源求解流场速度势、水动力系数和模态响应奠定了基础。

## 第三章 基于三维时域格林函数的时域水弹性方法

### 3.1 概述

船舶在波浪中航行时往往存在大幅运动、湿表面变化、砰击、上浪等非线性效应，在时域里求解船舶的水动力系数和运动时可以恰当地考虑这些问题。求解时域水动力响应比较常用的一种方法是三维时域格林函数法（King, 1987; Ferrant, 1988; Beck & Magee, 1990），简称为 TDGF (Three Dimensional Green Function method)。常规的时域方法主要是基于刚体假设，而对于刚度较小的船体来说，其在波浪作用下的水弹性效应较为明显，因此建立三维时域格林函数的水弹性方法非常有意义。王大云（1996）结合三维时域格林函数和水弹性理论推导了三维时域水弹性力学的理论基础，并给出了一些计算结果。本文将在其基础上进一步开展研究，给出采用微分方程的三维时域格林函数数值计算方法、速度势积分方程的表达、时域水弹性响应方程的数值求解方法等。然后结合该理论编制可靠的数值计算程序开展船舶的三维时域水弹性响应研究，通过算例验证本文理论和数值计算程序的正确性，并奠定后续内外场匹配方法的实现基础。

### 3.2 非定常扰动势的时域求解方法

上一章对流场速度势的控制方程和边界条件进行了详细推导，现在将就基于时域格林函数方法建立辐射势和绕射势的积分方程进行论述。首先引入无限水深下的复杂时域 Green 函数（Finkelstein, 1957）：

$$G(p, q; t - \tau) = \bar{G}(p, q) \delta(t - \tau) + H(t - \tau) \tilde{G}(p, q; t - \tau) \quad (3.1)$$

$$\tilde{G}(p, q; t - \tau) = 2 \int_0^{\infty} \sqrt{gk} \cdot \sin(\sqrt{gk}(t - \tau)) \cdot e^{k(z + \zeta)} J_0(kR') dk \quad (3.2a)$$

$$\bar{G}(p, q) = \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \quad (3.2b)$$

其中， $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$ ， $R' = \sqrt{[(x - \xi) + U_0(t - \tau)]^2 + (y - \eta)^2}$ ， $r = \sqrt{R^2 + (z - \zeta)^2}$ ， $r_1 = \sqrt{R^2 + (z + \zeta)^2}$ ； $t$  为波动时间； $\delta(\ )$ 、 $H(\ )$  和  $J_0(\ )$  分别为脉冲函数、阶跃函数和第

一类零阶 Bessel 函数;  $q(\xi, \eta, \zeta)$  和  $p(x, y, z)$  分别为源点和场点。式 (3.1) 的右端两项分别反映了瞬时效应和记忆效应 (也称波动效应)。

该 Green 函数具有以下性质:

$$\begin{aligned} \nabla^2 G(p, q; t - \tau) &= -4\pi\delta(p - q)\delta(t - \tau) && \text{流域内, } p, q \in \Omega \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 G + g \frac{\partial G}{\partial z} &= 0 && \text{自由面处, } z = 0 \\ G = \frac{\partial G}{\partial t} &= 0 && t - \tau < 0 \\ \nabla G \rightarrow 0 & && \text{水深 } H \rightarrow \infty \\ \nabla G \rightarrow O(R^{-3}) & && \text{无穷远处, } R \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (3.3)$$

格林定理给出:

$$\iiint_{\Omega} (\phi \nabla^2 G - G \nabla^2 \phi) dV = \iint_{S_0} \left( \phi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dS \quad (3.4)$$

其中,  $\vec{n}$  为指向  $\Omega$  域包络面  $S_0$  的单位外法向 (即指向船体内部),  $S_0$  包括物面、自由表面、海底及无穷远包络面。

将式 (3.1) 代入 (3.4), 然后在 (3.4) 两边对  $\tau$  积分, 并利用 Stokes 定理消去自由表面上、海底和无穷远包络面上的积分, 可以得到关于非定常扰动势  $\phi(p, t)$  的边界积分方程为:

$$\begin{aligned} 2\pi\phi(p, t) &= \iint_{S_b} \left[ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial \phi(q, t)}{\partial n_q} - \phi(q, t) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \right] dS_q \\ &\quad + \int_{t_0}^t d\tau \iint_{S_b} \left[ \tilde{G}(p, q; t - \tau) \frac{\partial \phi(q, \tau)}{\partial n_q} - \phi(q, \tau) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p, q; t - \tau) \right] dS_q \\ &\quad + \frac{1}{g} \int_{t_0}^t d\tau \oint_{\Gamma} \left\{ U_0^2 \left[ \tilde{G}(p, q; t - \tau) \frac{\partial \phi(q, \tau)}{\partial \xi} - \phi(q, \tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{G}(p, q; t - \tau) \right] \right. \\ &\quad \left. - U_0 \left[ \tilde{G}(p, q; t - \tau) \frac{\partial \phi(q, \tau)}{\partial \tau} - \phi(q, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{G}(p, q; t - \tau) \right] \right\} d\eta \end{aligned} \quad (3.5)$$

另外辐射速度势和绕射速度势的积分下限  $t_0$  取:

辐射速度势:  $t_0 = 0$

绕射速度势:  $t_0 \rightarrow -\infty$

其中,  $\Gamma$  为水面与船体湿表面的交线;  $n_q$  为船体湿表面上源点  $q$  的单位法向矢量 (指向船体湿表面内部)。由于绕射问题求解时, 假定原点处给予脉冲激励, 那么  $t = 0$  之前入射波已经接触船体表面, 从而绕射现象已经开始, 因此绕射问题的相关计算都是从  $t \rightarrow -\infty$  开始, 体现了自由表面的延迟效应。

### 3.3 辐射速度势

为了将辐射势进一步分解以便达到求解瞬时效应和记忆效应的目的, 这里采用脉冲响应方法, 该方法能够分离物体的几何形状和运动速度的影响。在平均湿表面上将公式(2.36)的辐射问题的物面条件改写为:

$$\frac{\partial \phi_r}{\partial n} = a_r(x, y, z)\dot{q}_r(t) + b_r(x, y, z)q_r(t) = \int_0^t [a_r\delta(\tau) + b_rH(\tau)]\dot{q}_r(t-\tau)d\tau \quad (3.6)$$

仿照上式, 将辐射势  $\phi_r(p, t)$  改写为:

$$\phi_r(p, t) = \int_0^t \varphi_r(p, \tau)\dot{q}_r(t-\tau)d\tau \quad (3.7)$$

结合上面的两个式子, 可知  $\varphi_r(p, t)$  所满足的物面条件为:

$$\frac{\partial \varphi_r(p, t)}{\partial n} = a_r(p)\delta(t) + b_r(p)H(t) \quad (3.8)$$

进一步把  $\varphi_r(p, t)$  分解为瞬时效应和记忆效应:

$$\varphi_r(p, t) = \psi_{1r}(p)\delta(t) + \psi_{2r}(p)H(t) + \chi_r(p, t) \quad (3.9a)$$

将式 (3.9a) 带入式 (3.7) 中, 可得:

$$\phi_r(p, t) = \psi_{1r}(p)\dot{q}_r(t) + \psi_{2r}(p)q_r(t) + \int_0^t \chi_r(p, t-\tau)\dot{q}_r(\tau)d\tau \quad (3.9b)$$

其中,  $\delta(t)$  和  $H(t)$  分别为 Dirac 脉冲函数和阶跃函数;  $\psi_{1r}(p)$ 、 $\psi_{2r}(p)$  和  $\chi_r(p, t)$  分别满足以下定解条件:

$$[L] \quad \nabla^2 \psi_{1r}(x, y, z) = 0 \quad \text{在流体域 } \Omega \text{ 中};$$

[F]  $\psi_{1r} = 0$  在自由面  $z = 0$  处;

[S]  $\frac{\partial \psi_{1r}}{\partial n} = a_r$  在湿表面  $S_b$  上; (3.10a)

[B]  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \psi_{1r} = 0$  或者  $\lim_{z \rightarrow -H} \frac{\partial \psi_{1r}}{\partial n} = 0$  水底;

[R]  $\nabla \psi_{1r} = 0, R = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$  远方辐射条件;

[L]  $\nabla^2 \psi_{2r}(x, y, z) = 0$  在流体域  $\Omega$  中;

[F]  $\psi_{2r} = 0$  在自由面  $z = 0$  处;

[S]  $\frac{\partial \psi_{2r}}{\partial n} = b_r$  在湿表面  $S_b$  上; (3.10b)

[B]  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \psi_{2r} = 0$  或者  $\lim_{z \rightarrow -H} \frac{\partial \psi_{2r}}{\partial n} = 0$  水底;

[R]  $\nabla \psi_{2r} = 0, R = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$  远方辐射条件;

[L]  $\nabla^2 \chi_r(x, y, z, t) = 0$  在流体域  $\Omega$  中;

[F]  $\left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + g \frac{\partial}{\partial z} \right] (\chi_r + \psi_{2r}) = 0$  在自由面  $z = 0$  处;  $t > 0$

[S]  $\frac{\partial \chi_r}{\partial n} = 0$  在湿表面  $S_b$  上; (3.10c)

[I]  $\chi_r|_{t=0} = 0, \frac{\partial \chi_r}{\partial t}|_{t=0} = -g \frac{\partial \psi_{1r}}{\partial z} \neq 0$  初始条件; 在自由面  $z = 0$  处

可以证明  $\varphi_r(p, t)$  具有和方程 (3.5) 相同形式的解, 将式 (3.9a) 代入该解中, 然后将

含有  $\delta(t)$  的项组成一个关于  $\psi_{1r}$  的方程, 将含有  $H(t)$  的项组成一个关于  $\psi_{2r}$  的积分方程,

剩余的项组成另外一个积分方程, 则可以得到如下的表达式:

$$2\pi\psi_{1r}(p) + \iint_{S_b} \psi_{1r}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_{S_b} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial \psi_{1r}(q)}{\partial n_q} dS_q \quad (3.11a)$$

$$2\pi\psi_{2r}(p) + \iint_{S_b} \psi_{2r}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_{S_b} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial \psi_{2r}(q)}{\partial n_q} dS_q \quad (3.11b)$$

$$\begin{aligned}
& 2\pi\chi_r(p,t) + \iint_{S_b} \chi_r(q,t) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_{S_b} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial \chi_r(p,t)}{\partial n_q} dS_q \\
& + \iint_{S_b} \tilde{G}(p,q;t) \frac{\partial \psi_{1r}(q)}{\partial n_q} dS_q - \iint_{S_b} \psi_{1r}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p,q;t) dS_q \\
& + \int_0^t d\tau \iint_{S_b} \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \psi_{2r}(q)}{\partial n_q} - \psi_{2r}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] dS_q \\
& + \int_0^t d\tau \iint_{S_b} \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \chi_r(q,\tau)}{\partial n_q} - \chi_r(q,\tau) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] dS_q \\
& - \frac{U_0^2}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \chi_r(q,\tau)}{\partial \xi} - \chi_r(q,\tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] d\eta \\
& + \frac{U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \chi_r(q,\tau)}{\partial \tau} - \chi_r(q,\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] d\eta \quad (3.11c)
\end{aligned}$$

将 (3.10) 中的边界条件分别代入 (3.11) 中, (3.11) 式可以简化为:

$$2\pi\psi_{1r}(p) + \iint_{S_b} \psi_{1r}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_{S_b} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) a_r dS_q \quad (3.12a)$$

$$2\pi\psi_{2r}(p) + \iint_{S_b} \psi_{2r}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_{S_b} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) b_r dS_q \quad (3.12b)$$

$$\begin{aligned}
& 2\pi\chi_r(p,t) + \iint_{S_b} \chi_r(q,t) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_{S_b} \tilde{G}(p,q;t) a_r dS_q \\
& - \iint_{S_b} \psi_{1r}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p,q;t) dS_q - \int_0^t d\tau \iint_{S_b} \chi_r(q,\tau) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p,q;t-\tau) dS_q \\
& + \int_0^t d\tau \iint_{S_b} \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) b_r - \psi_{2r}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] dS_q \\
& - \frac{U_0^2}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \chi_r(q,\tau)}{\partial \xi} - \chi_r(q,\tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] d\eta \\
& + \frac{U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \chi_r(q,\tau)}{\partial \tau} - \chi_r(q,\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] d\eta \quad (3.12c)
\end{aligned}$$

对于无航速情况，只需求解 (3.12a) 和 (3.12c)，同时将 (3.12c) 中右端最后与时间有关的两个积分项去掉。

式 (3.12c) 中的水线项积分直接进行难度较大，需要进行适当的变形，令：

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.13a)$$

$$I_1 = -\frac{U_0^2}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} \left[ \tilde{G}(p, q; t-\tau) \frac{\partial \chi_r(q, \tau)}{\partial \xi} - \chi_r(q, \tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{G}(p, q; t-\tau) \right] d\eta \quad (3.13b)$$

$$I_2 = \frac{U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} \left[ \tilde{G}(p, q; t-\tau) \frac{\partial \chi_r(q, \tau)}{\partial \tau} - \chi_r(q, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{G}(p, q; t-\tau) \right] d\eta \quad (3.13c)$$

船体的水线局部坐标系如下图所示，对于直壁或近水面近似为直壁的船体，图中的法向  $\vec{n}$  即为此处面元的法向。

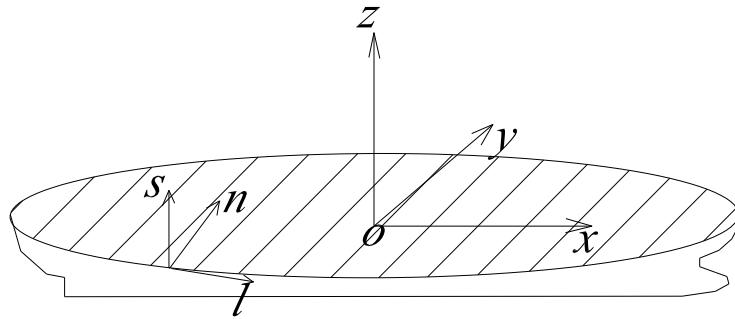


图 3.1 水线局部坐标系示意图

$I_1$  中的导数  $\frac{\partial \chi_r(q, \tau)}{\partial \xi}$  可以进行如下变形：

$$\begin{aligned} -\oint_{\Gamma} \tilde{G} \frac{\partial \chi_r}{\partial \xi} d\eta &= \oint_{\Gamma} n_l \tilde{G} \frac{\partial \chi_r}{\partial \xi} dl = \oint_{\Gamma} n_l \tilde{G} \left[ \frac{\partial \chi_r}{\partial l} (\vec{l} \cdot \vec{i}) + \frac{\partial \chi_r}{\partial n} (\vec{n} \cdot \vec{i}) + \frac{\partial \chi_r}{\partial s} (\vec{s} \cdot \vec{i}) \right] dl \\ &= \oint_{\Gamma} n_l \tilde{G} \left[ \frac{\partial \chi_r}{\partial l} (\vec{l} \cdot \vec{i}) + \frac{\partial \chi_r}{\partial n} (\vec{n} \cdot \vec{i}) \right] dl \\ &= \oint_{\Gamma} n_l^2 \tilde{G} \frac{\partial \chi_r}{\partial n} dl - \oint_{\Gamma} \left[ \chi_r n_l n_s \frac{\partial \tilde{G}}{\partial l} + \chi_r \tilde{G} \frac{\partial (n_l n_s)}{\partial l} \right] dl \end{aligned} \quad (3.14a)$$

$I_2$  中的含有  $\frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tau}$ ，虽然在数值计算上是可行的，但是水线上  $z=0$  时，Green 函数对时间

的导数项随时间剧烈震荡，不如速度势  $\chi_r$  对时间的导数平滑，因此进行如下的变形：

$$\begin{aligned}
I_2 &= -\frac{U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} n_i \tilde{G} \frac{\partial \chi_r}{\partial \tau} dl + \frac{U_0}{g} \oint_{\Gamma} dl \left[ \tilde{G}(t-\tau) \chi_r(\tau) \Big|_0^t - \int_0^t \tilde{G} \frac{\partial \chi_r}{\partial \tau} d\tau \right] n_i \\
&= -\frac{2U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} n_i \tilde{G} \frac{\partial \chi_r}{\partial \tau} dl + \frac{U_0}{g} \oint_{\Gamma} dl \left[ \tilde{G}(t-\tau) \chi_r(\tau) \Big|_0^t \right] n_i
\end{aligned} \quad (3.14b)$$

因为初始条件  $\tilde{G}(0)=0$ ,  $\chi_r(0)=0$ , 所以:

$$I_2 = -\frac{2U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} n_i \tilde{G} \frac{\partial \chi_r}{\partial \tau} dl \quad (3.14c)$$

利用 (3.13) 和 (3.14a)、(3.14c), 另外对于直壁或近水面近似为直壁的船体  $\frac{\partial \chi_r}{\partial n} = 0$ ,

可得:

$$I = -\frac{U_0^2}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} \left[ \chi_r(q, \tau) \left( n_1 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \xi} + n_1 n_2 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial l} + \tilde{G} \frac{\partial(n_1 n_2)}{\partial l} \right) \right] dl - \frac{2U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_{\Gamma} n_i \tilde{G} \frac{\partial \chi_r}{\partial \tau} dl \quad (3.15)$$

在数值处理中, 常采用一系列平面四边形或三角形单元来近似表示三维船体表面, 对于每一个面元其速度势为常数。对 (3.12) 和 (3.15) 中的式子进行离散化, 分别得到关于求解  $\psi_{1r}(p)$ 、 $\psi_{2r}(p)$  和  $\chi_r(p, t)$  的线性代数方程组:

$$\sum_{j=1}^M A_{ij} \psi_j = B_i \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.16a)$$

$$\sum_{j=1}^M A_{ij} [\chi_r(t_N)]_j = B(t_N)_i \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.16b)$$

其中:  $M$  为面元个数;  $N$  表示当前的时间步;  $\psi_j$  表示第  $j$  个单元的速度势  $\psi_{1r}$  或  $\psi_{2r}$ ;

$[\chi_r(t_N)]_j$  表示在第  $t_N$  时刻第  $j$  个单元的速度势  $\chi_r$ ;  $A_{ij}$  为影响系数矩阵,  $B_i$  和  $B(t_N)_i$  为右端项向量, 其表达式为:

$$A_{ij} = \begin{cases} \iint_{S_j} \frac{\partial}{\partial n_j} \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{1}{r_{1,ij}} \right) dS, & i \neq j \\ 2\pi - \iint_{S_j} \frac{\partial}{\partial n_j} \left( \frac{1}{r_{1,ij}} \right) dS, & i = j \end{cases} \quad (3.17a)$$

$$B_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{1}{r_{1,ij}} \right) (a_r)_j dS, & \text{for } \psi_{1r} \\ \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{1}{r_{1,ij}} \right) (b_r)_j dS, & \text{for } \psi_{2r} \end{cases} \quad (3.17b)$$

$$\begin{aligned} B(t_N)_i &= \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} G(p_i, q_j, t_N) [a_r]_j dS - \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \frac{\partial \tilde{G}(p_i, q_j, t_N)}{\partial n_j} (\psi_{1r})_j dS \\ &\quad - \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \frac{\partial \tilde{G}(p_i, q_j, t_N - t_n)}{\partial n_j} [\chi_k(q_j, t_n)]_j dS \\ &\quad + \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \tilde{G}(p_i, q_j, t_N - t_n) [b_r]_j dS \\ &\quad - \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \frac{\partial \tilde{G}(p_i, q_j, t_N - t_n)}{\partial n_j} (\psi_{2r})_j dS \\ &\quad - \frac{U_0^2 \Delta t}{g} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{j=1}^L \left[ \chi_k(q_j, t_n) \right]_j \oint_{\Gamma} \left[ n_1 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \xi} + n_1 n_2 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial l} + \tilde{G} \frac{\partial(n_1 n_2)}{\partial l} \right] dl \\ &\quad - \frac{2U_0}{g} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{j=1}^L \oint_{\Gamma_j} n_1 \left\{ \left[ \chi_k(q_j, t_{n+1}) \right]_j - \left[ \chi_k(q_j, t_n) \right]_j \right\} \tilde{G}(p_i, q_j, t_N - t_n) dl \quad (3.17c) \end{aligned}$$

其中， $L$  表示水线上的线单元个数； $\Delta t$  为时间步长， $t_N = N\Delta t$ ， $t_n = n\Delta t$ 。

### 3.4 广义水动力系数和时域水弹性力学响应方程

在 2.3.5 节中给出了广义辐射力的一般表达式，现在结合前面的推导给出更为具体的表达形式。将式 (3.7) 和 (3.9) 代入表达式 (2.29b) 中，并在平均湿表面积分得到：

$$\begin{aligned} E_r(t) &= -\rho \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \right) \sum_{k=1}^m \phi_k dS \\ &= -\rho \sum_{k=1}^m \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left( \frac{\partial \phi_k}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \phi_k \right) dS \\ &= -\rho \sum_{k=1}^m \left\{ \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \left[ \vec{u}_r \frac{\partial \phi_k}{\partial t} + \phi_k (\vec{u}_r \cdot \nabla \vec{W} - \vec{W} \cdot \nabla \vec{u}_r) \right] dS + \oint_{\Gamma} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \phi_k (\vec{l} \times \vec{n}) \cdot \vec{W} dl \right\} \\ &= -\rho \sum_{k=1}^m \left\{ \iint_{S_b} a_r(Q) \cdot \left[ \psi_{1k}(Q) \ddot{q}_k(t) + \psi_{2k}(Q) \dot{q}_k(t) + \int_0^t \frac{\partial \chi_k(Q, t-\tau)}{\partial t} \dot{q}_k(\tau) d\tau \right] dS \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \iint_{\bar{S}_b} \vec{n} (\vec{u}_r \cdot \nabla \vec{W} - \vec{W} \cdot \nabla \vec{u}_r) \left[ \psi_{1k}(Q) \dot{q}_k(t) + \psi_{2k}(Q) q_k(t) + \int_0^t \chi_k(Q, t-\tau) \dot{q}_k(\tau) d\tau \right] dS \\
& + \oint_{\Gamma} a_r(Q) (\vec{l} \times \vec{n}) \cdot \vec{W} \left[ \psi_{1k}(Q) \dot{q}_k(t) + \psi_{2k}(Q) q_k(t) + \int_0^t \chi_k(Q, t-\tau) \dot{q}_k(\tau) d\tau \right] dl \\
= & - \sum_{k=1}^m \left[ A_{rk} \ddot{q}_k(t) + B_{rk} \dot{q}_k(t) + C'_{rk} q_k(t) + \int_0^t K_{rk}(t-\tau) \dot{q}_k(\tau) d\tau \right] \quad (3.18)
\end{aligned}$$

其中,  $Q$  为面元上的点。在上面的推导中用到了如下式子 (具体证明见附录 A):

$$\iint_{\bar{S}_b} (\vec{n} \cdot \vec{u}_r) (\vec{W} \cdot \nabla \phi) dS = \iint_{\bar{S}_b} \phi \vec{n} \cdot (\vec{u}_r \cdot \nabla \vec{W} - \vec{W} \cdot \nabla \vec{u}_r) dS \quad (3.19)$$

上式可将对速度势的偏导数  $\nabla \phi$  转化为对广义位移的偏导数  $\nabla \vec{u}_r$ 。那么:

$$A_{rk} = \rho \iint_{\bar{S}_b} a_r \psi_{1k} dS \quad (3.20a)$$

$$B_{rk} = \rho \iint_{\bar{S}_b} a_r \psi_{2k} dS + \rho \iint_{\bar{S}_b} \vec{n} (\vec{u}_r \cdot \nabla \vec{W} - \vec{W} \cdot \nabla \vec{u}_r) \psi_{1k}(Q) dS + \rho \oint_{\Gamma} a_r(Q) (\vec{l} \times \vec{n}) \cdot \vec{W} \psi_{1k}(Q) dl \quad (3.20b)$$

$$C'_{rk} = \rho \iint_{\bar{S}_b} \vec{n} (\vec{u}_r \cdot \nabla \vec{W} - \vec{W} \cdot \nabla \vec{u}_r) \psi_{2k}(Q) dS + \rho \oint_{\Gamma} a_r(Q) (\vec{l} \times \vec{n}) \cdot \vec{W} \psi_{2k}(Q) dl \quad (3.20c)$$

$$\begin{aligned}
K_{rk}(t) = & \rho \iint_{\bar{S}_b} a_r(Q) \frac{\partial \chi_k(Q, t)}{\partial t} dS + \rho \iint_{\bar{S}_b} \vec{n} (\vec{u}_r \cdot \nabla \vec{W} - \vec{W} \cdot \nabla \vec{u}_r) \chi_k(Q, t) dS \\
& + \oint_{\Gamma} a_r(Q) (\vec{l} \times \vec{n}) \cdot \vec{W} \chi_k(Q, t) dl \quad r, k = 2, \dots, m \quad (3.20d)
\end{aligned}$$

从上面的表达式可以看出, 所有系数  $A_{rk}$ 、 $B_{rk}$ 、 $C'_{rk}$  和  $K_{rk}(t)$  均与非定常运动的历史无关。其中,  $A_{rk}$  称为时域中的水动力附加质量, 它是船体几何形状、航速、运动和变形模态的函数;  $B_{rk}$  和  $C'_{rk}$  分别称为时域中的流体阻尼和流体恢复力, 是仅依赖于航速  $U_0$  和船形的常数; 当航速  $U_0 = 0$  时,  $B_{rk}$  和  $C'_{rk}$  均为 0; 记忆效应函数  $K_{rk}(t)$  包含了一切流体响应的记忆部分, 它是物体几何形状、航速和时间的函数, 但与物体的运动历史无关。特别值得注意的是, 式 (3.18)、(3.20a) ~ (3.20d) 只需计算一次。

特别是, 当  $\vec{W} = (-U_0, 0, 0)$  时, 表达式 (3.20a) ~ (3.20d) 可以进一步简化为:

$$A_{rk} = \rho \iint_{\bar{S}_b} a_r \psi_{1k} dS \quad (3.21a)$$

$$B_{rk} = \rho \iint_{S_b} a_r \psi_{2k} dS + \rho U_0 \iint_{S_b} \vec{n} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} \psi_{1k} dS \quad (3.21b)$$

$$C'_{rk} = \rho U_0 \iint_{S_b} \vec{n} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} \psi_{2k} dS \quad (3.21c)$$

$$K_{rk}(t) = \rho \iint_{S_b} a_r \frac{\partial \chi_k}{\partial t} dS + \rho U_0 \iint_{S_b} \vec{n} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} \chi_k dS \quad (3.21d)$$

其中，因为一般船体在水线处近乎直壁，那么水线处  $\vec{l} \times \vec{n}$  与  $\vec{W}$  几乎是垂直的，因此忽略水线上积分。

特别是当  $r=1, 2, 3, 4, 5, 6$  时，可以证明： $-U_0 \vec{n} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} = b_r$ ，此时上式可进一步简化为：

$$B_{rk} = \rho \iint_{S_b} a_r \psi_{2k} dS + \rho U_0 \iint_{S_b} \vec{n} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} \psi_{1k} dS = \rho \iint_{S_b} (a_r \psi_{2k} - b_r \psi_{1k}) dS \quad (3.22a)$$

$$C'_{rk} = \rho U_0 \iint_{S_b} \vec{n} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} \psi_{2k} dS = -\rho U_0 \iint_{S_b} b_r \psi_{2k} dS \quad (3.22b)$$

$$K_{rk}(t) = \rho \iint_{S_b} a_r \frac{\partial \chi_k}{\partial t} dS + \rho U_0 \iint_{S_b} \vec{n} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} \chi_k dS = \rho \iint_{S_b} \left( a_r \frac{\partial \chi_k}{\partial t} - b_r \chi_k \right) dS \quad (3.22c)$$

结合 (2.39b)、(3.21a) ~ (3.21d) 式可以得到时域水弹性响应方程的进一步表达式：

$$[a + A] \{ \ddot{q}(t) \} + [b + B] \{ \dot{q} \} + [c + C + C'] \{ q \} + \int_0^t [K(t-\tau)] \{ \dot{q}(\tau) \} d\tau = \{ F \} + \{ R' \} \quad (3.23)$$

其中， $[a]$ 、 $[b]$ 、 $[c]$  和  $[C]$  的物理意义见前面 2.4 节； $[A]$ 、 $[B]$ 、 $[C']$  和  $[K]$  分别为以  $A_{rk}$ 、 $B_{rk}$ 、 $C'_{rk}$  和  $K_{rk}$  为元素的矩阵，其物理意义分别为附加质量常数、附加阻尼常数、航速效应引起的静水恢复力、辐射势脉冲响应函数； $\{q(t)\}$  为主坐标响应。

### 3.5 波浪激励力

作用在船体上的波浪激励力由绕射波浪力和 Froude-Krylov 力（入射波浪力）两部分组成，后者由入射波在船体湿表面的压力积分给出，对于绕射问题需要如求解辐射力一样重新构建复杂的积分方程，与辐射势的差别在于物面边界条件由入射波给出。而在刚体运动理论中有学者（刘应中和缪国平，1987；童晓旺，2013）推导了使用反向辐射势表示绕

射波浪力，但此方法不适用于水弹性理论。King、Beck & Magee (1988) 提出了利用脉冲响应函数直接求解绕射势的方法，这种在时域中将船体当做线性系统的直接输入的概念是由 Davis & Zarnick (1964) 在研究船模的运动响应时首先引入的。

### 3.5.1 绕射速度势

绕射势的定解条件已在公式 (2.35) 中列出，其求解过程与辐射势类似，主要是边界条件存在差别，在时域中对绕射势直接求解时最为重要的是合适地确定物面边界条件。正弦波输入仅能给出单频信息，且不满足速度势的初始条件。而所需要的边界条件是其能提供入射波在所有频率上的特性，瞬时脉冲是个自然的选择，因为它表示对所有频率都是恒幅输入。

假设入射波波面的升高为  $\zeta_0(t)$ ，脉冲响应函数为  $\vec{K}(p,t)$ ，那么：

$$\nabla \phi_0(p,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{K}(p,t-\tau) \zeta_0(\tau) d\tau \quad (3.24)$$

其中， $\nabla \phi_0(p,t)$  表示入射波波面升高为  $\zeta_0(t)$  时，对应的入射波水质点速度。

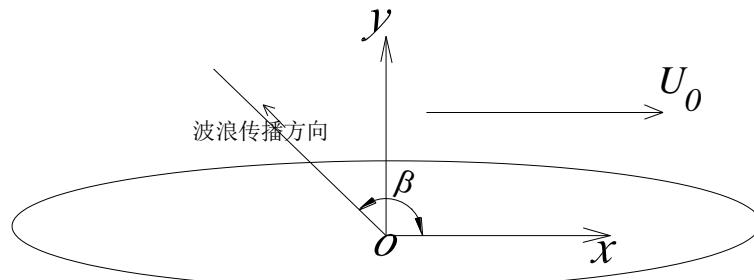


图 3.2 波向示意图

上图给出了波浪的传播方向定义， $\beta$  为波向角，其中  $\beta=0$  表示随浪， $\beta=180$  表示顶浪。对于入射波为规则波的情形，即  $\zeta_0(t)=e^{-i\omega_e t}$ ，那么单位入射波速度势可以用下式表示：

$$\phi_0(x, y, z, t) = \frac{-ig}{\omega} e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e t} \quad (3.25)$$

其中， $g$  为重力加速度； $\omega$  和  $\omega_e$  分别为波浪自然频率和遭遇频率；波数  $k = \frac{\omega^2}{g}$ ；

$$\omega_e = \omega - kU_0 \cos \beta; \quad \alpha = x \cos \beta + y \sin \beta;$$

根据上式可以进一步得到规则波入射势的速度梯度:

$$\nabla \phi_0(p, t) = \omega \begin{bmatrix} \cos \beta \cdot \vec{i} \\ \sin \beta \cdot \vec{j} \\ -i \cdot \vec{k} \end{bmatrix} e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e t} \quad (3.26a)$$

式 (3.24) 可变形为:

$$\nabla \phi_0(p, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{K}(p, t - \tau) e^{-i\omega_e \tau} d\tau = e^{-i\omega_e t} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{K}(p, \tau) e^{i\omega_e \tau} d\tau \quad (3.26b)$$

结合 (3.26a) 和 (3.26b) 可以得到:

$$\omega \begin{bmatrix} \cos \beta \cdot \vec{i} \\ \sin \beta \cdot \vec{j} \\ -i \cdot \vec{k} \end{bmatrix} e^{k(z+i\alpha)} = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{K}(p, \tau) e^{i\omega_e \tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{K}(p, -\tau) e^{-i\omega_e \tau} d\tau \quad (3.27)$$

可以看出上式即为  $\vec{K}(p, -\tau)$  的傅立叶变换, 将上式反傅立叶变换, 可得:

$$\vec{K}(p, -t) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \omega \begin{bmatrix} \cos \beta \cdot \vec{i} \\ \sin \beta \cdot \vec{j} \\ -i \cdot \vec{k} \end{bmatrix} e^{k(z+i\alpha)} e^{i\omega_e \tau} d\omega_e \right\} = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} \omega \begin{bmatrix} \cos \beta \cdot \vec{i} \\ \sin \beta \cdot \vec{j} \\ -i \cdot \vec{k} \end{bmatrix} e^{k(z+i\alpha)} e^{i\omega_e \tau} d\omega_e \right\} \quad (3.28a)$$

其中,  $\operatorname{Re}$  表示取实部。上式进一步可变形为:

$$\vec{K}(p, t) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} \omega \begin{bmatrix} \cos \beta \cdot \vec{i} \\ \sin \beta \cdot \vec{j} \\ -i \cdot \vec{k} \end{bmatrix} e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e \tau} d\omega_e \right\} \quad (3.28b)$$

转化为对自然频率积分, 有:

$$\vec{K}(p, t) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} \begin{bmatrix} \cos \beta \cdot \vec{i} \\ \sin \beta \cdot \vec{j} \\ -i \cdot \vec{k} \end{bmatrix} e^{k(z+i\alpha)} \left( \omega - \omega^2 \cdot \frac{2U_0 \cos \beta}{g} \right) e^{-i\left(\omega - \frac{\omega^2}{g} U_0 \cos \beta\right)t} d\omega \right\} \quad (3.28c)$$

对于脉冲输入波  $\zeta_0(t) = \delta(t)$ , 公式 (3.24) 变为:

$$\nabla \phi_0(p, t) = \vec{K}(p, t) \quad (3.29)$$

因此, 脉冲输入波  $\zeta_0(t) = \delta(t)$  的绕射速度势的物面边界条件有:

$$\frac{\partial \phi_D(p,t)}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0(p,t)}{\partial n} = -\vec{K}(p,t) \cdot \vec{n} \quad (3.30a)$$

进而绕射速度势的物面边界条件变为:

$$\frac{\partial \phi_D(p,t)}{\partial n} = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[ (n_1 \cos \beta + n_2 \sin \beta - n_3 i) \int_0^\infty \omega e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega t} d\omega_e \right] \quad (3.30b)$$

转化为对自然频率积分, 有:

$$\frac{\partial \phi_D(p,t)}{\partial n} = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[ (n_1 \cos \beta + n_2 \sin \beta - n_3 i) \int_0^\infty e^{k(z+i\alpha)} \left( \omega - \omega^2 \frac{2U_0 \cos \beta}{g} \right) e^{-i\left(\omega - \frac{\omega^2}{g} U_0 \cos \beta\right)t} d\omega \right] \quad (3.30c)$$

结合公式 (3.5), 可知绕射势  $\phi_D(p,t)$  的求解方程为:

$$\begin{aligned} 2\pi\phi_D(p,t) + \iint_{S_b} \phi_D(q,t) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_i} \right) dS_q &= \iint_{S_b} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_i} \right) \frac{\partial \phi_D(q,t)}{\partial n_q} dS_q \\ &+ \int_{-\infty}^t d\tau \iint_{S_b} \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \phi_D(q,\tau)}{\partial n_q} - \phi_D(q,\tau) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] dS_q \\ &- \frac{1}{g} \int_{-\infty}^t d\tau \oint_{\Gamma} \left\{ U_0^2 \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \phi_D(q,\tau)}{\partial \xi} - \phi_D(q,\tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] \right. \\ &\left. - U_0 \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \phi_D(q,\tau)}{\partial \tau} - \phi_D(q,\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] \right\} d\eta \end{aligned} \quad (3.31)$$

因为在某一个负时刻之前绕射势及其导数已经趋于零, 因此实际计算中并不需要从  $-\infty$  开始, 只需要选取合适的负时刻开始计算。

另外参考辐射势求解中水线项积分的推导方法, 初始条件  $\tilde{G}(0)=0$  和  $\phi_D(-\infty)=0$ , 可得:

$$I_2 = -\frac{2U_0}{g} \int_{-\infty}^t d\tau \oint_{\Gamma} n_1 \tilde{G} \frac{\partial \phi_D}{\partial \tau} dl \quad (3.32a)$$

因此, 绕射势的水线项积分变为:

$$I = -\frac{U_0^2}{g} \int_{-\infty}^t d\tau \oint_{\Gamma} \left[ -n_1^2 \tilde{G} \frac{\partial \phi_D(q,\tau)}{\partial n} + \phi_D(q,\tau) \left( n_1 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \xi} + n_1 n_2 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial l} + \tilde{G} \frac{\partial(n_1 n_2)}{\partial l} \right) \right] dl$$

$$-\frac{2U_0}{g} \int_{-\infty}^t d\tau \oint_{\Gamma} n_l \tilde{G} \frac{\partial \phi_D}{\partial \tau} dl \quad (3.32b)$$

对 (3.31) 和 (3.32b) 中的式子进行离散化，得到关于求解  $\phi_D(p, t)$  的线性代数方程组：

$$\sum_{j=1}^M A_{ij} [\chi_r(t_N)]_j = B(t_N)_i \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.33)$$

其中： $M$  为面元个数； $N$  表示当前的时间步； $\psi_j$  表示第  $j$  个单元的速度势  $\psi_{1r}$  或  $\psi_{2r}$ ； $[\chi_r(t_N)]_j$  表示在第  $t_N$  时刻第  $j$  个单元的速度势  $\chi_r$ ； $A_{ij}$  为影响系数矩阵， $B(t_N)_i$  和  $B(t_N)_i$  为右端项向量，其表达式为：

$$A_{ij} = \begin{cases} \iint_{S_j} \frac{\partial}{\partial n_j} \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{1}{r_{1,ij}} \right) dS, & i \neq j \\ 2\pi - \iint_{S_j} \frac{\partial}{\partial n_j} \left( \frac{1}{r_{1,ij}} \right) dS, & i = j \end{cases} \quad (3.34a)$$

$$\begin{aligned} B(t_N)_i &= \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{1}{r_{1,ij}} \right) \left[ \frac{\partial \phi_D(q_j, t_N)}{\partial n_q} \right]_j dS \\ &\quad + \Delta t \sum_{n=-N_0}^{N-1} \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \tilde{G}(p_i, q_j, t_N - t_n) \left[ \frac{\partial \phi_D(q_j, t_n)}{\partial n_q} \right]_j dS \\ &\quad - \Delta t \sum_{n=-N_0}^{N-1} \sum_{j=1}^M \iint_{S_j} \frac{\partial \tilde{G}(p_i, q_j, t_N - t_n)}{\partial n_j} \left[ \phi_D(q_j, t_n) \right]_j dS \\ &\quad \frac{U_0^2 \Delta t}{g} \sum_{n=-N_0}^{N-1} \sum_{j=1}^L \left[ \frac{\partial \phi_D(q_j, t_n)}{\partial n_q} \right]_j \oint_{\Gamma} [n_1^2 \tilde{G}(p, q, t_N - t_n)] dl \\ &\quad - \frac{U_0^2 \Delta t}{g} \sum_{n=-N_0}^{N-1} \sum_{j=1}^L \left[ \phi_D(q_j, t_n) \right]_j \oint_{\Gamma} \left[ n_1 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \xi} + n_1 n_2 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial l} + G \frac{\partial (n_1 n_2)}{\partial l} \right] dl \\ &\quad - \frac{2U_0}{g} \sum_{n=-N_0}^{N-1} \sum_{j=1}^L \oint_{\Gamma_j} n_1 \left\{ \left[ \phi_D(q_j, t_{n+1}) \right]_j - \left[ \phi_D(q_j, t_n) \right]_j \right\} \tilde{G}(p_i, q_j, t_N - t_n) dl \quad (3.34b) \end{aligned}$$

其中， $L$  表示水线上的线单元个数； $\Delta t$  为时间步长， $t_N = N\Delta t$ ， $t_n = n\Delta t$ ， $-N_0$  表示从某一负时刻开始。

### 3.5.2 入射波浪激励力和绕射波浪激励力

根据线性系统、脉冲响应理论,任意入射波 $\zeta_0(t)$ 所产生的第 $r$ 阶模态的波浪激励力为:

$$F_r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [K_{ro}(t-\tau) + K_{rd}(t-\tau)] \zeta_0(\tau) d\tau \quad (3.35)$$

其中,  $K_{ro}(t)$  和  $K_{rd}(t)$  分别为  $t=0$  时刻产生于原点的瞬时脉冲波  $\delta(t)$  所诱导的入射波浪激励力和绕射波浪激励力, 称为这些力的脉冲响应函数。

按照 Bernoulli 方程, 波浪力由水质点压力在物面上积分给出:

$$F_r(t) = \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r p(P, t) dS \quad (3.36)$$

任意波浪产生的压力场可以表示成:

$$p(P, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \hat{p}(P, t-\tau) \zeta_0(\tau) \quad (3.37)$$

结合上面的两式, 可得:

$$\begin{aligned} F_r(t) &= \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \hat{p}(P, t-\tau) \zeta_0(\tau) dS \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \zeta_0(\tau) \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \hat{p}(P, t-\tau) dS \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \zeta_0(\tau) K_r(t-\tau) \end{aligned} \quad (3.38)$$

其中,

$$K_r(t) = \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \hat{p}(P, t) dS = \iint_{S_b} a_r \hat{p}(P, t) dS \quad (3.39)$$

上面两式对入射波浪激励力和绕波浪激励力均适用,  $K_r(t)$  即为所要求的脉冲响应函数。

#### (1) 入射波浪激励力

对于入射波为规则波的情形, 即  $\zeta_0(t) = e^{-i\omega_0 t}$ , 线性化的压力  $p_0$  是:

$$p_0(P, t) = \rho g e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_0 t} \quad (3.40)$$

此时结合 (3.37) 和 (3.40) 有:

$$\rho g e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e t} = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \hat{p}(P, t - \tau) e^{-i\omega_e \tau} = e^{-i\omega_e t} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \hat{p}(P, -\tau) e^{-i\omega_e \tau}$$

即：

$$\rho g e^{k(z+i\alpha)} = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \hat{p}(P, -\tau) e^{-i\omega_e \tau}$$

上式即为  $\hat{p}_0(P, -\tau)$  的傅立叶变换，通过反傅立叶变换可得：

$$\hat{p}_0(P, -t) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \rho g e^{k(z+i\alpha)} e^{i\omega_e t} d\omega_e \right] = \frac{\rho g}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\infty} e^{k(z+i\alpha)} e^{i\omega_e t} d\omega_e \right]$$

即，压力  $p_0(P, t)$  的脉冲响应函数分别为：

$$\hat{p}_0(P, t) = \frac{\rho g}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\infty} e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e t} d\omega_e \right] \quad (3.41a)$$

转化为对自然频率积分，有：

$$\hat{p}_0(P, t) = \frac{\rho g}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\infty} e^{k(z+i\alpha)} \left( 1 - \omega \cdot \frac{2U_0 \cos \beta}{g} \right) e^{-i\left(\omega - \frac{\omega^2}{g} U_0 \cos \beta\right)t} d\omega \right] \quad (3.41b)$$

然后结合 (3.39) 式便可得到入射波浪力的脉冲响应记忆函数（具体数值计算方法参见附录 B）。

## (2) 绕射波浪激励力

当  $\zeta_0(t) = \delta(t)$ ，通过式 (3.37) 有：

$$\hat{p}_D(P, t) = p_D(P, t) = -\rho \left[ \frac{\partial \phi_{D\delta}}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \phi_{D\delta} \right] \quad (3.42)$$

其中， $\phi_{D\delta}$  表示入射波为瞬时脉冲波  $\delta(t)$  时的绕射速度势，其求解方法已在绕射速度势求解法中给出。将上式代入 (3.39) 中可以得到绕射势波浪激励力的脉冲响应记忆函数：

$$\begin{aligned} K_{rD}(t) &= -\rho \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \left[ \frac{\partial \phi_{D\delta}}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \phi_{D\delta} \right] dS \\ &= -\rho \iint_{S_b} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \frac{\partial \phi_{D\delta}}{\partial t} dS - \rho \iint_{S_b} \phi_{D\delta} \vec{n} \cdot (\vec{u}_r \cdot \nabla \vec{W} - \vec{W} \cdot \nabla \vec{u}_r) dS - \rho \oint_{\Gamma} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \phi_{D\delta} (\vec{l} \times \vec{n}) \cdot \vec{W} dl \end{aligned} \quad (3.43a)$$

其中，物面法向  $\vec{n}$  和前面的一样为指向船体内部。

当  $\vec{W} = (-U_0, 0, 0)$  时，上式可大大简化为：

$$K_{rD}(t) = -\rho \iint_{S_b} a_r \frac{\partial \phi_{D\delta}}{\partial t} dS - \rho U_0 \iint_{S_b} \phi_{D\delta} \left( \vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} \right) dS \quad (3.43b)$$

其中引入了假设水线处物面为直壁或近似直壁，此时水线处  $\vec{l} \times \vec{n}$  与  $\vec{W}$  几乎是垂直的。

至此 (3.35) 式中波浪激励力  $F_r(t)$  所有的项均已给出求解表达式。

另外当  $\zeta_0(t) = \delta(t)$  时依据 (3.35) 式总的波浪激励力为：

$$F_r(t) = K_{ro}(t) + K_{rD}(t) \quad (3.44)$$

当  $\zeta_0(t) = e^{-i\omega_e t}$  时，依据公式 (3.35) 式，总波浪激励力为：

$$\begin{aligned} F_r(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau [K_{ro}(t-\tau) + K_{rD}(t-\tau)] e^{-i\omega_e \tau} \\ &= e^{-i\omega_e t} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau [K_{ro}(-\tau) + K_{rD}(-\tau)] e^{-i\omega_e \tau} \\ &= X_r(\omega) e^{-i\omega_e t} \end{aligned} \quad (3.45a)$$

即：

$$X_r(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau [K_{ro}(-\tau) + K_{rD}(-\tau)] e^{-i\omega_e \tau} \quad (3.45b)$$

显然  $X_r(\omega)$  为  $K_{ro}(-t) + K_{rD}(-t)$  的傅立叶变换，即频域中的绕射波浪力幅值，所以上式体现了时域与频域中波浪激励力的变换关系，即：

$$K_{ro}(-t) + K_{rD}(-t) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_e X_r(\omega) e^{i\omega_e t} \right] \quad (3.46a)$$

也即：

$$K_{ro}(t) + K_{rD}(t) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\infty} d\omega_e X_r(\omega) e^{-i\omega_e t} \right] \quad (3.46b)$$

### 3.6 时域与频域水动力系数的对应关系

考虑如下的简谐运动：

$$q_k(t) = \begin{cases} q_k e^{-i\omega_e t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \quad (3.47a)$$

将上式代入公式 (3.18) 中并取  $t \rightarrow \infty$ ，有：

$$E_r(t) = -\sum_{k=1}^m q_k \left[ -\omega_e^2 A_{rk} - i\omega_e B_{rk} + C'_{rk} - i\omega_e \int_0^\infty K_{rk}(\tau) e^{i\omega_e \tau} d\tau \right] e^{-i\omega_e t} \quad (3.47b)$$

此时在频域里面对应的表达式为：

$$Z_r(t) = -\sum_{k=1}^m q_k \left[ -\omega_e^2 \bar{A}_{rk}(\omega_e) - i\omega_e \bar{B}_{rk}(\omega_e) + C'_{rk} \right] e^{-i\omega_e t} \quad (3.47c)$$

比较上面两式，可以得到频域中的水动力附加质量  $\bar{A}_{rk}(\omega_e)$  和附加阻尼  $\bar{B}_{rk}(\omega_e)$  与时域中的水动力系数存在下述关系：

$$\bar{A}_{rk}(\omega_e) = A_{rk} - \frac{1}{\omega_e} \int_0^\infty K_{rk}(\tau) \sin(\omega_e \tau) d\tau \quad (3.48a)$$

$$\bar{B}_{rk}(\omega_e) = B_{rk} + \int_0^\infty K_{rk}(\tau) \cos(\omega_e \tau) d\tau \quad (3.48b)$$

$$\bar{C}_{rk} = C'_{rk} \quad (3.48c)$$

根据之前的推导，已经证明  $A_{rk}$  和  $B_{rk}$  与时间和频率无关，仅为船体几何形状、航速以及运动与变形模态的函数，其分别对应的是频率无限大时的附加质量和附加阻尼。对于水面无航速船体，一般情况下  $B_{rk} = 0$ 。所有与频率有关的部分均包含在记忆函数  $K_{rk}(t)$  中。 $C'_{rk}$  则是由航速引起的恢复力系数。反过来，在获得了频域中的附加阻尼后，也可以获得脉冲响应函数  $K_{rk}(t)$  或  $L_{rk}(t)$ ：

$$K_{rk}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty B_{rk}(\omega_e) \cos(\omega_e t) d\omega_e \quad (3.48d)$$

$$L_{rk}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty B_{rk}(\omega_e) \sin(\omega_e t) d\omega_e \quad (3.48e)$$

其中  $K_{rk}(t) = \frac{\partial}{\partial t} L_{rk}(t)$ ,  $L_{rk}(0) = L_{rk}(\infty) = 0$ 。

### 3.7 数值计算

#### 3.7.1 时域格林函数的计算方法

Finkelstein (1957) 给出了三维无限水深时域 Green 函数表达式, 表达式中瞬时项  $G^0$  的曲面积分通过 Hess and Smith (1960) 提供的方法实现, 而波动项  $\tilde{G}(P, Q, t)$  由于在积分项中存在三角函数和 Bessel 函数, 其积分存在较大的振荡性。King (1987) 提出了一种 Green 函数的计算方法, 该方法根据  $\mu$  和  $\beta$  值的范围将 Green 函数在四个区域用不同方法进行展开计算。Ferrant (1988) 使用插值法计算了格林函数值, Beck & Magee (1990) 针对  $\beta$  划分了两个区域, 同时结合插值法提高了计算效率。Newman (1991) 和 Lin&Yue (1990) 也开展了时域格林函数计算方法的研究, 对大  $\beta$  使用渐近展开式, 对小  $\beta$  用插值法。但这些方法对区域的划分较难把握, Clement (1998) 提出了使用微分方程来求解格林函数, 该方法非常有效, 朱海荣 (2009) 和童晓旺 (2013) 对该方法进行了研究并应用于船体的时域运动计算中, 下面对该方法进行介绍。

对格林函数波动项表达式作如下无因次处理:

$$\tilde{G}(P, Q, t - \tau) = 2 \int_0^\infty \sqrt{gk} \sin[\sqrt{gk}(t - \tau)] e^{kz} J_0(kR') dk = 2 \sqrt{\frac{g}{r'^3}} \hat{G}(\mu, \beta) \quad (3.49)$$

其中:

$$\lambda = kr' \quad (3.50a)$$

$$\mu = -\frac{z + \zeta}{r'} = -\frac{Z}{r'} \in [0, 1] \quad (3.50b)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{g}{r'}}(t - \tau) \quad (3.50c)$$

$$R' = \sqrt{[(x - \xi) + U_0(t - \tau)]^2 + (y - \eta)^2} \quad (3.50d)$$

$$r' = \sqrt{R'^2 + (z + \zeta)^2} \quad (3.50e)$$

$$Z = z + \zeta \quad (3.50f)$$

$$\hat{G}(\mu, \beta) = \int_0^\infty \sqrt{\lambda} \sin(\sqrt{\lambda}\beta) e^{-\lambda\mu} J_0\left[\lambda\left(\sqrt{1-\mu^2}\right)\right] d\lambda \quad (3.51)$$

同理可得时域 Green 函数波动项对空间导数的无因次式:

$$\hat{G}_R(\mu, \beta) = \int_0^\infty \sqrt{\lambda^3} \sin(\sqrt{\lambda}\beta) e^{-\lambda\mu} J_1\left[\lambda\left(\sqrt{1-\mu^2}\right)\right] d\lambda \quad (3.52)$$

$$\hat{G}_z(\mu, \beta) = \int_0^\infty \sqrt{\lambda^3} \sin(\sqrt{\lambda}\beta) e^{-\lambda\mu} J_0\left[\lambda\left(\sqrt{1-\mu^2}\right)\right] d\lambda \quad (3.53)$$

Clement (1998) 提出如下引理, 对于  $0 \leq \mu \leq 1$  的双参数函数  $A_{v,l}(\mu, \tau)$ , 定义如下:

$$A_{v,l}(\mu, \tau) = \int_0^\infty \lambda^l e^{-\lambda\mu} J_v\left(\lambda\sqrt{1-\mu^2}\right) \sin(\sqrt{\lambda}\tau) d\lambda \quad (3.54)$$

上式是如下常微分方程的解:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 A_{v,l}}{\partial \tau^4} + \mu\tau \frac{\partial^3 A_{v,l}}{\partial \tau^3} + \left( \frac{\tau^2}{4} + \mu(3 + 2l) \right) \frac{\partial^2 A_{v,l}}{\partial \tau^2} + \left( l + \frac{5}{4} \right) \tau \frac{\partial A_{v,l}}{\partial \tau} \\ & + \left( (l+1)^2 - v^2 \right) A_{v,l} = 0 \end{aligned} \quad (3.55)$$

对比式 (3.51) 和上式, 可知  $v = 0$ ,  $l = \frac{1}{2}$ ,  $\tau \rightarrow \beta$ , 并记算子:  $\frac{\partial^{(n)}}{\partial \beta^{(n)}} F = F^{(n)}$ 。

所以  $\hat{G}(\mu, \beta)$  满足关于自变量  $\beta$  的四阶常微分方程:

$$\hat{G}^{(4)} + \mu\beta\hat{G}^{(3)} + \left( \frac{\beta^2}{4} + 4\mu \right) \hat{G}^{(2)} + \frac{7}{4} \beta\hat{G}^{(1)} + \frac{9}{4} \hat{G} = 0 \quad (3.56)$$

同理可得  $\hat{G}_R(\mu, \beta)$ ,  $\hat{G}_z(\mu, \beta)$  满足的常微分方程:

$$\hat{G}_R^{(4)} + \mu\beta\hat{G}_R^{(3)} + \left( \frac{\beta^2}{4} + 6\mu \right) \hat{G}_R^{(2)} + \frac{11}{4} \beta\hat{G}_R^{(1)} + \frac{21}{4} \hat{G}_R = 0 \quad (3.57)$$

$$\hat{G}_z^{(4)} + \mu\beta\hat{G}_z^{(3)} + \left( \frac{\beta^2}{4} + 6\mu \right) \hat{G}_z^{(2)} + \frac{11}{4} \beta\hat{G}_z^{(1)} + \frac{25}{4} \hat{G}_z = 0 \quad (3.58)$$

观察式 (3.51) 和式 (3.53), 得到了  $\hat{G}(\mu, \beta)$  和  $\hat{G}_z(\mu, \beta)$  的关系:

$$\hat{G}_z(\mu, \beta) = -\hat{G}^{(2)}(\mu, \beta) \quad (3.59)$$

引入函数:  $F_1 = J_0\left(\lambda\sqrt{1-\mu^2}\right) e^{-\lambda\mu}$ ,  $F_2 = J_1\left(\lambda\sqrt{1-\mu^2}\right) e^{-\lambda\mu}$ 。对  $\hat{G}(\mu, \beta)$  求关于  $\beta$  的一阶导数:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \beta} \hat{G}(\mu, \beta) &= \int_0^\infty \lambda F_1 \cos(\sqrt{\lambda} \beta) d\lambda \\
&= \frac{2}{\beta} \left\{ \left[ \lambda^{\frac{3}{2}} F_1 \sin(\sqrt{\lambda} \beta) \right]_0^\infty - \int_0^\infty \sin(\sqrt{\lambda} \beta) \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[ \lambda^{\frac{3}{2}} F_1 \right] d\lambda \right\} \\
&= -\frac{2}{\beta} \int_0^\infty \sin(\sqrt{\lambda} \beta) \left[ \frac{3}{2} \lambda^{\frac{1}{2}} F_1 - \lambda^{\frac{3}{2}} (\mu F_1 + \sqrt{1 - \mu^2} F_2) \right] d\lambda \\
&= -\frac{2}{\beta} \left[ \frac{3}{2} \hat{G}(\mu, \beta) + \mu \frac{\partial^2 \hat{G}(\mu, \beta)}{\partial \beta^2} - \sqrt{1 - \mu^2} \hat{G}_R(\mu, \beta) \right] \quad (3.60)
\end{aligned}$$

据此可得  $\hat{G}_R(\mu, \beta)$  :

$$\hat{G}_R(\mu, \beta) = \frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} \left[ \frac{3}{2} \hat{G}(\mu, \beta) + \frac{\beta}{2} \hat{G}^{(1)}(\mu, \beta) + \mu \hat{G}^{(2)}(\mu, \beta) \right] \quad (3.61a)$$

另外，根据定义容易得出  $\hat{G}(\mu, \beta)$  关于无量纲时间  $\beta$  的一阶偏导数为：

$$\hat{G}_\beta(\mu, \beta) = \hat{G}^{(1)}(\mu, \beta) \quad (3.61b)$$

可见时域 Green 函数波动项关于空间的导数  $\hat{G}_R(\mu, \beta)$  和  $\hat{G}_z(\mu, \beta)$  可以通过  $\hat{G}(\mu, \beta)$  或者其关于无因次时间变量  $\beta$  的各阶导数组合得到，当  $\mu=1$  时， $\hat{G}_R(\mu, \beta)$  从原有表达式可知其恒等于零。最后给出时域 Green 函数波动项及其关于空间、时间的导数具体形式：

$$\tilde{G}(P, Q, t - \tau) = 2 \sqrt{\frac{g}{r'^3}} \hat{G}(\mu, \beta) \quad (3.62a)$$

$$\tilde{G}_R(P, Q, t - \tau) = -2 \sqrt{\frac{g}{r'^5}} \hat{G}_R(\mu, \beta) \quad (3.62b)$$

$$\tilde{G}_z(P, Q, t - \tau) = 2 \sqrt{\frac{g}{r'^5}} \hat{G}_z(\mu, \beta) \quad (3.62c)$$

$$\tilde{G}_\tau(P, Q, t - \tau) = -2 \frac{g}{r'^2} \hat{G}^{(1)}(\mu, \beta) - U_0 \frac{(x - \xi) + U_0(t - \tau)}{R'} \tilde{G}_R(P, Q, t - \tau) \quad (3.62d)$$

将式 (3.56) 写成一阶线性微分方程组的形式，有：

$$\frac{D\vec{Y}}{D\tau} = A\vec{Y} \quad (3.63)$$

其中：

$$\vec{Y} = \left\{ G, \hat{G}^{(1)}, \hat{G}^{(2)}, \hat{G}^{(3)} \right\}^T \quad (3.64a)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -9/4 & -7\beta/4 & -(4\mu + \beta^2/4) & -\mu\beta \end{bmatrix} \quad (3.64b)$$

四阶常微分方程需要四个初始条件，由  $G$  及其各阶导数的表达式可知 (Clement, 1998)：

$$G(\mu, 0) = \hat{G}^{(2)}(\mu, 0) = 0, \quad \hat{G}^{(1)}(\mu, 0) = \mu, \quad \hat{G}^{(3)}(\mu, 0) = -(3\mu^2 - 1) \quad (3.65)$$

$\vec{Y}$  的解为：

$$\vec{Y}(\mu, \beta) = \mu \vec{Y}_2(\mu, \beta) - (3\mu^2 - 1) \vec{Y}_4(\mu, \beta) \quad (3.66)$$

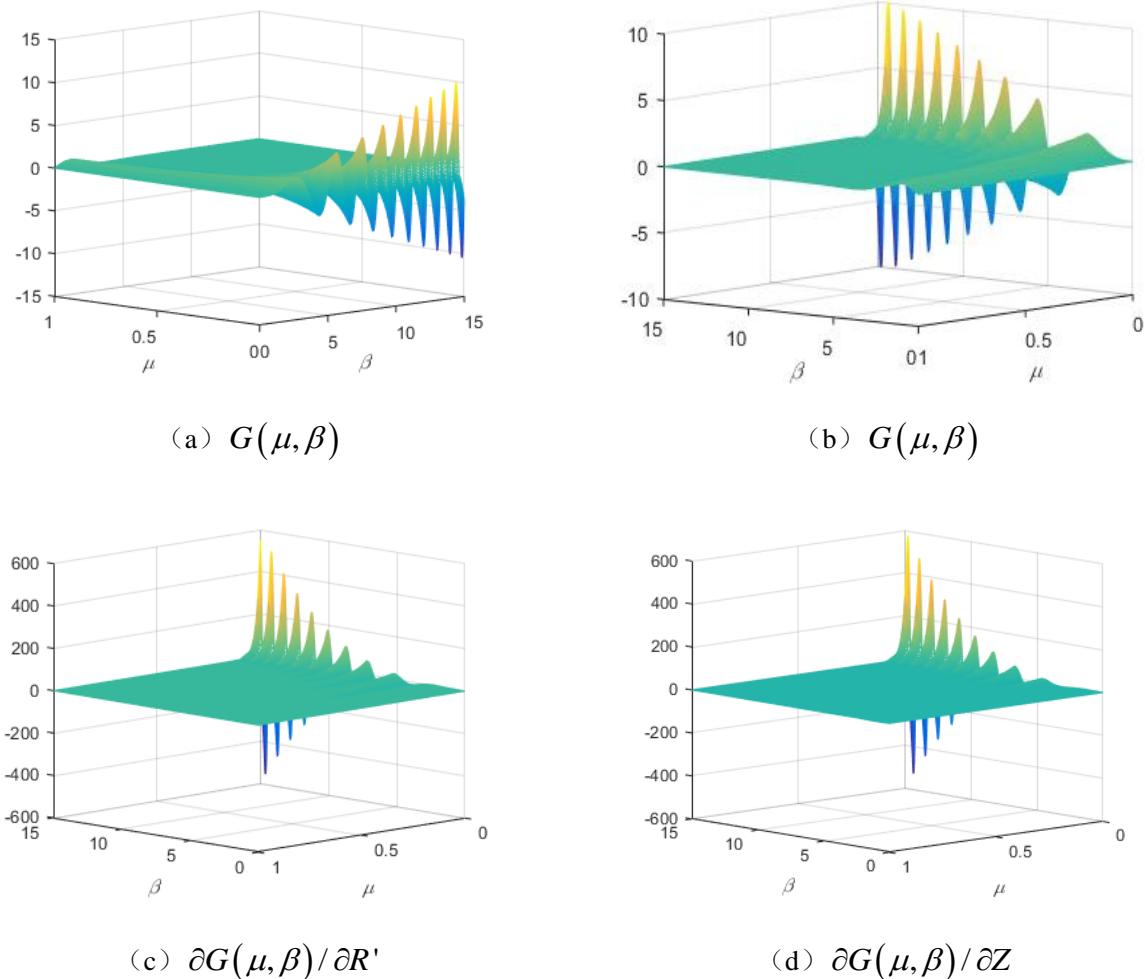
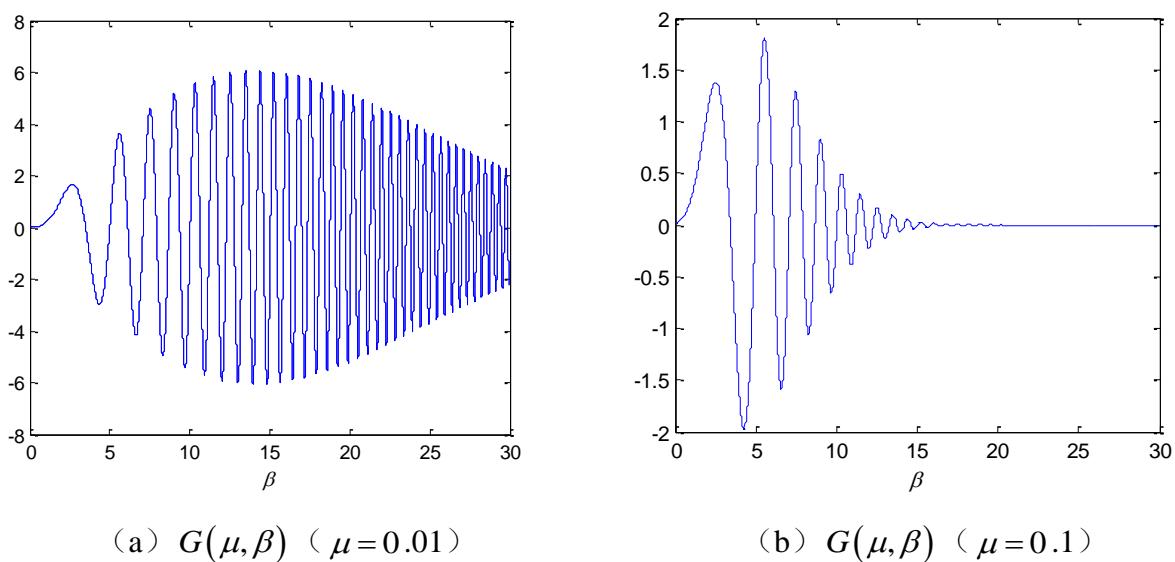
其中， $\vec{Y}_2(\mu, \beta)$  和  $\vec{Y}_4(\mu, \beta)$  分别为  $\vec{Y}(\mu, \beta)$  的基本解，它们的初始值为：

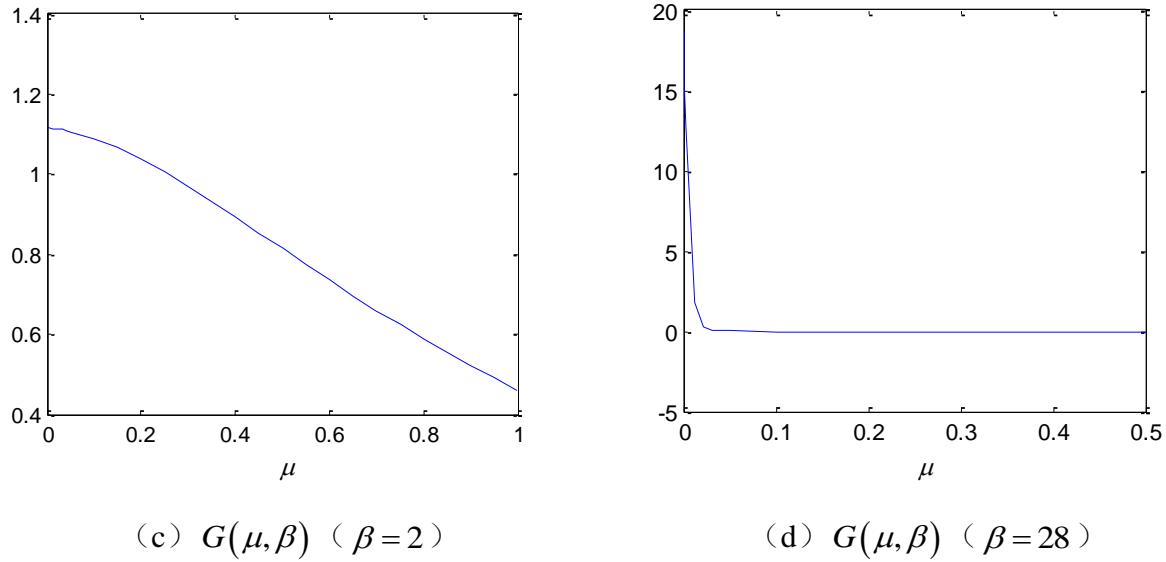
$$\vec{Y}_2(\mu, \beta) = [0, 1, 0, 0]^T \quad (3.67a)$$

$$\vec{Y}_4(\mu, \beta) = [0, 0, 0, 1]^T \quad (3.67b)$$

结合上面的初始值条件，使用四阶龙格库塔方法便可求得  $\vec{Y}_2(\mu, \beta)$  和  $\vec{Y}_4(\mu, \beta)$ ，然后依次求得格林函数及其各阶导数值  $\vec{Y} = \left\{ G, \hat{G}^{(1)}, \hat{G}^{(2)}, \hat{G}^{(3)} \right\}^T$ 。

经过本文的计算经验认为，在应用四阶龙格库塔方法时，时间步长取 0.001 可以得到稳定的值。图 3.3 和 3.4 给出了无量纲化格林函数  $G(\mu, \beta)$  及其导数值，从图中可以看出当  $\mu=0$  时（即原点和场点均在自由面上），格林函数及其导数值随无量纲时间  $\beta$  的增大而加剧振荡，当  $\mu$  变大时，格林函数及其导数值随无量纲时间  $\beta$  的增大而减小，最后趋于零， $\mu$  越大，其趋于零的速度越快。

图 3.3 无量纲化格林函数  $G(\mu, \beta)$  及其导数

图 3.4 无量纲化格林函数  $G(\mu, \beta)$ 

由于  $\mu=0$  时，格林函数及其导数值随无量纲时间  $\beta$  的增大而加剧振荡，因此其计算结果的稳定性至关重要，Clement (1998) 给出了  $\hat{G}(0, \beta)$  的解析表达式：

$$\hat{G}(0, \beta) = \frac{\pi\beta}{2\sqrt{2}} \left[ J_{1/4}\left(\frac{\beta^2}{8}\right) J_{-1/4}\left(\frac{\beta^2}{8}\right) + J_{3/4}\left(\frac{\beta^2}{8}\right) J_{-3/4}\left(\frac{\beta^2}{8}\right) \right] \frac{\beta^2}{8} \quad (3.68)$$

并指出当  $\beta \rightarrow \infty$  时， $\hat{G}(0, \beta)$  始终在渐近线  $\pm \frac{\beta}{\sqrt{2}}$  之间，即：

$$-\frac{\beta}{\sqrt{2}} \leq \hat{G}(0, \beta \rightarrow \infty) \leq \frac{\beta}{\sqrt{2}} \quad (3.69)$$

下图给出了  $\beta=[0, 20]$  时，本文使用四阶龙格库塔方法计算的值，从图中可以看出本文计算结果与解析解十分吻合，计算结果稳定。

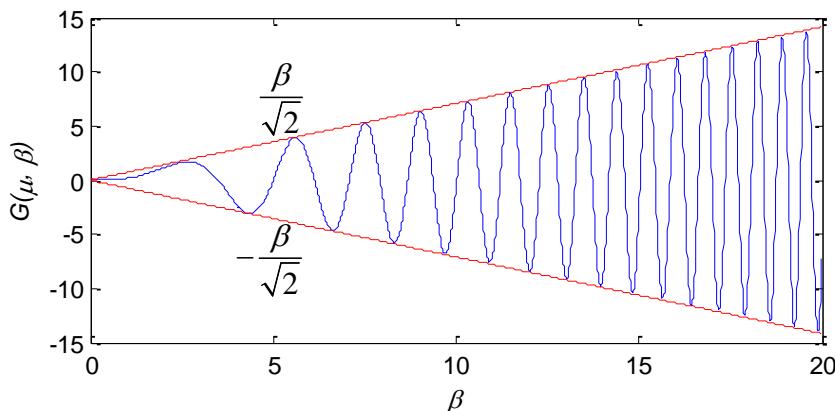


图 3.5 无量纲化格林函数  $G(\mu, \beta)$  ( $\mu=0$ )

在计算每个时刻的辐射势和绕射势的时候，方程（3.12）和（3.31）需要当前时刻的格林函数及其导数值，而且还需要以前所有时刻的格林函数及其导数值，因此为了加快计算需要保存每个时刻的格林函数及其导数值，但这也会占用更多的存储空间。

### 3.7.2 时域水弹性响应方程的计算方法

前面式（3.23）给出了时域水弹性模态响应方程的表达式：

$$[a+A]\{\ddot{q}(t)\}+[b+B]\{\dot{q}(t)\}+[c+C+C']\{q(t)\}+\int_0^t [K(t-\tau)]\{\dot{q}(\tau)\}d\tau=\{F(t)\}+\{R'(t)\} \quad (3.70a)$$

其中， $[a]$ 、 $[b]$ 和 $[c]$ 分别为结构动力学的船体惯性质量矩阵、结构阻尼矩阵和结构弹性恢复力矩阵； $[A]$ 和 $[K]$ 分别为附加质量和脉冲响应记忆函数； $[C]$ 为静水恢复力； $[B]$ 和 $[C']$ 分别为时域中航速引起的附加阻尼和流体恢复力，无航速时为0； $\{q(t)\}$ 为主坐标响应； $\{R'(t)\}$ 为随时间变化的集中力，例如锚泊力； $\{F(t)\}$ 为广义的波浪激励力，第 $r$ 阶模态的波浪激励力可以表示为：

$$F_r(t)=\int_{-\infty}^{\infty} [K_{ro}(t-\tau)+K_{rD}(t-\tau)]\zeta_0(\tau)d\tau \quad (3.70b)$$

其中， $K_{ro}(\tau)$ 和 $K_{rD}(\tau)$ 分别为入射波浪激励力和绕射波浪激励力脉冲响应函数； $\zeta_0(\tau)$ 为入射波面升高时历曲线。

上述的卷积需要采用梯形积分做如下的离散化才能进行数值计算，假设总的计算持续时间为从 $0\sim T$ ，时间间隔为 $\Delta t$ ，总共有 $M$ 个计算时间点， $t=t_N$ 时：

$$\begin{aligned} \int_0^t [K(t-\tau)]\{\dot{q}(\tau)\}d\tau &= \frac{\Delta t}{2}[K(0)]\{\dot{q}(t_N)\} + \frac{\Delta t}{2}[K(t_N)]\{\dot{q}(0)\} \\ &\quad + \Delta t \sum_{n=1}^{N-1} [K(t_N - t_n)]\{\dot{q}(t_n)\} \end{aligned} \quad (3.71a)$$

$$F_r(t_N)=\int_{-\infty}^{\infty} [K_{ro}(t-\tau)+K_{rD}(t-\tau)]\zeta_0(\tau)d\tau$$

$$= \Delta t \sum_{n=1}^M [K_{ro}(t_N - t_n) + K_{rD}(t_N - t_n)] \zeta_0(t_n) \quad (3.71b)$$

因为数值计算中假设 0 时刻前没有波浪,  $T$  时间后也没有波浪, 因此 (3.71b) 中积分上下限取  $T$  (即  $t_M$ ) 和 0 (即  $t_1$ )。将上式代入 (3.70) 式, 可得:

$$[A_0]\{\ddot{q}(t)\} + [B_0]\{\dot{q}(t)\} + [C_0]\{q(t)\} = \{r(t)\} \quad (3.72)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_0 &= A + a, \quad B_0 = B + b + \frac{\Delta t}{2} K(0), \quad C_0 = c + C + C' \\ \{r(t)\} &= \left\{ \Delta t \sum_{n=1}^M [K_{ro}(t_N - t_n) + K_{rD}(t_N - t_n)] \zeta_0(t_n) \right\} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{2} [K(t_N)]\{\dot{q}(0)\} - \Delta t \sum_{n=1}^{N-1} [K(t_N - t_n)]\{\dot{q}(t_n)\} \end{aligned} \quad (3.73)$$

式 (3.72) 可采用四阶龙格库塔、精细积分或 Newmark 法计算, 下面对 Newmark- $\beta$  方法进行介绍。

(1) 选择时间步长  $\Delta t$  和参数  $\alpha$ 、 $\delta$ , 并计算积分常数。

为了计算稳定性, 这里要求  $\delta \geq 0.5$ ,  $\alpha \geq 0.25(0.5 + \delta)^2$ 。

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2}, \quad c_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}, \quad c_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}, \quad c_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \\ c_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1, \quad c_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right), \quad c_6 = \Delta t(1 - \delta), \quad c_7 = \delta \Delta t \end{aligned} \quad (3.74)$$

(2) 形成有效刚度矩阵  $[\hat{K}]$ :  $[\hat{K}] = [C_0] + c_0[A_0] + c_1[B_0]$ 。

(3) 形成有效载荷  $\{\hat{Q}\}$ 。

$$\{\hat{Q}\}_{t+\Delta t} = \{Q\}_{t+\Delta t} + [A_0]\{c_0 q_t + c_2 \dot{q}_t + c_3 \ddot{q}_t\} + [B_0]\{c_1 q_t + c_4 \dot{q}_t + c_5 \ddot{q}_t\} \quad (3.75)$$

(4) 求解线性方程组, 获得下一时刻的位移  $\{q\}_{t+\Delta t}$ 。

$$[\hat{K}] \{q\}_{t+\Delta t} = \{\hat{Q}\}_{t+\Delta t} \quad (3.75)$$

(5) 计算下一时刻的加速度和速度。

$$\{\ddot{q}\}_{t+\Delta t} = c_0 (\{q\}_{t+\Delta t} - \{q\}_t) - c_2 \{\dot{q}\}_t - c_3 \{\ddot{q}\}_t \quad (3.76a)$$

$$\{\ddot{q}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{q}\}_t + c_6 \{\ddot{q}\}_t + c_7 \{\ddot{q}\}_{t+\Delta t} \quad (3.76b)$$

### 3.7.3 半圆球算例

为了验证计算程序的正确性，利用左右和前后对称性，采用四分之一模型计算了半球的水动力系数和波浪力，其半径  $R=10\text{m}$ ，水动力模型如图 3.6 所示。脉冲响应函数持续时间  $\tilde{t}=t\sqrt{g/(2R)}$  为 -8.0~8.0。

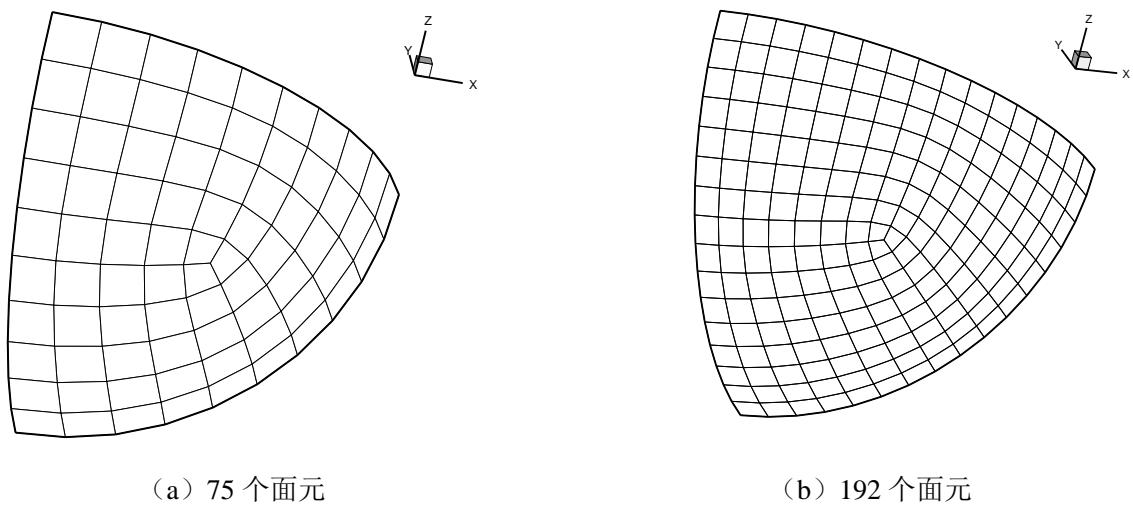


图 3.6 半球水动力网格（四分之一模型）

#### (1) 网格收敛性

物体湿表面网格数量对水动力系数和波浪激励力有较大影响，因此为了获得稳定的数值结果，需要开展网格的收敛性研究。一般情况下网格越精细，获得的数值计算结果越准确，但是这会带来较大的计算代价，因此需要研究计算效率，工程上在开展船体的水动力数值计算过程中往往是计算精度和计算代价之间的一个平衡。本次计算平台为 PC 机，其配置如下，操作系统：Windows XP；CPU：Intel i5-2300，主频 2.80GHz，四核；内存：3.48GB。此处取无量纲化时间间隔  $\Delta\tilde{t} = \Delta t \sqrt{g/(2R)}$  为 0.1。图 3.7 给出了两种不同网格数量（表 3.1）下脉冲响应函数的变化，两种工况的计算结果极为接近，可见 Case1 工况已经具有足够的精度。表 3.1 还给出了计算绕射速度势、辐射速度势、入射波浪激励力脉冲响应函数、绕射波浪激励力脉冲响应函数、辐射效应脉冲响应函数的时间消耗，Case1 和 Case2 网格数量变为 2.56 倍，数值计算消耗时间变为 6.92 倍，可见计算代价随网格数量增加很快，因

此在实际计算中应该合理选择网格的精细化程度。另外当无量纲化时间大于 4.0 后，脉冲响应函数的值接近于零。

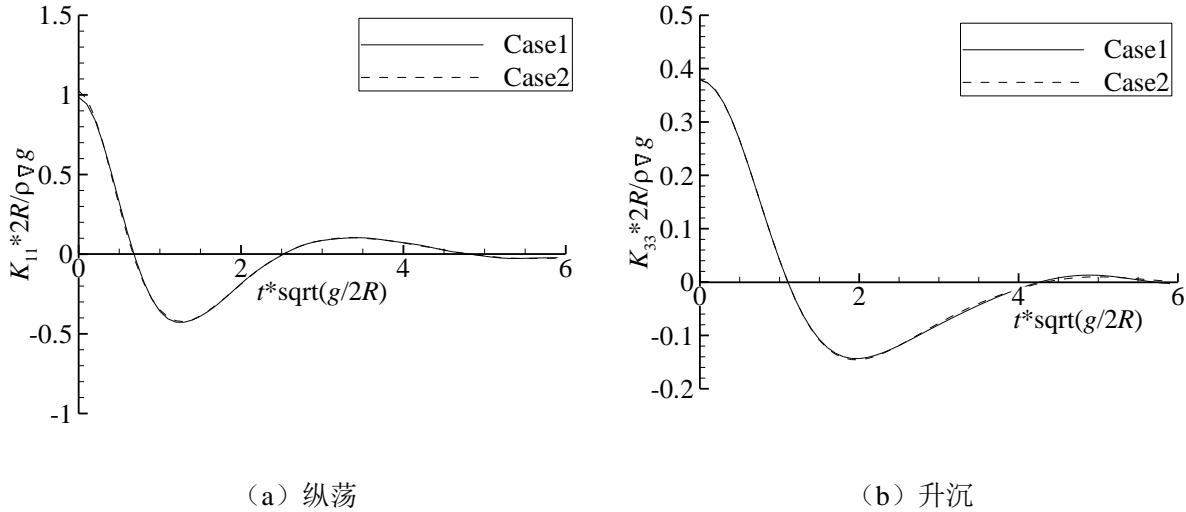


图 3.7 不同网格大小的辐射效应脉冲响应函数

表 3.1 两种网格及计算时间消耗

| 工况              | 时间 (s)   |
|-----------------|----------|
| Case1 (75 个网格)  | 201.281  |
| Case2 (192 个网格) | 1392.734 |

## (2) 时间间隔收敛性

以 Case1 网格为计算对象，图 3.8 给出了不同时间间隔下的辐射效应脉冲响应函数，从图中可以发现三种时间间隔工况的结果很接近，因此无量纲时间间隔取到 0.1 便可以获得很好的计算结果。表 3.2 给出了不同无量纲化时间间隔工况消耗的计算时间，计算代价随着时间间隔的减小而急剧增加。

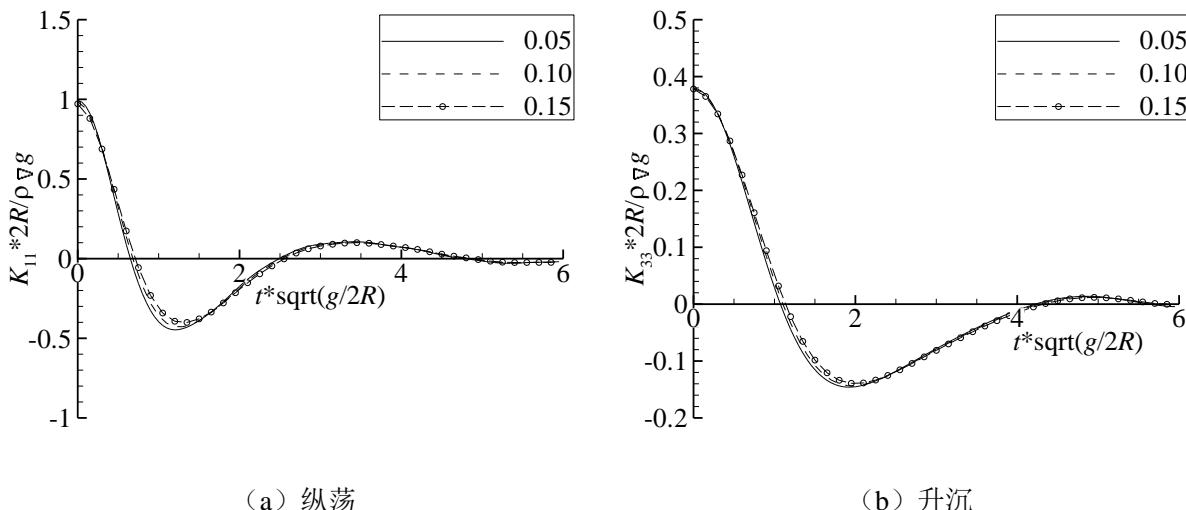


图 3.8 不同时间间隔的辐射效应脉冲响应函数

表 3.2 case1 工况不同计算步长的时间消耗

| 工况 (时间间隔) | 时间 (s)  |
|-----------|---------|
| 0.05      | 404.101 |
| 0.10      | 201.281 |
| 0.15      | 108.922 |

### (3) 与已有文献结果比较

Barakat (1962) 给出了辐射势的脉冲响应记忆函数的解析解, Beck and King (1989) 绕射波浪激励力和入射波浪激励力的脉冲响应记忆函数, 计算中取无量纲化时间间隔  $\tilde{\Delta t} = \Delta t \sqrt{g / (2R)}$  为 0.1。从下面的图中可以看出本文的计算结果与文献结果十分吻合, 这验证了本文理论和计算程序的正确性。

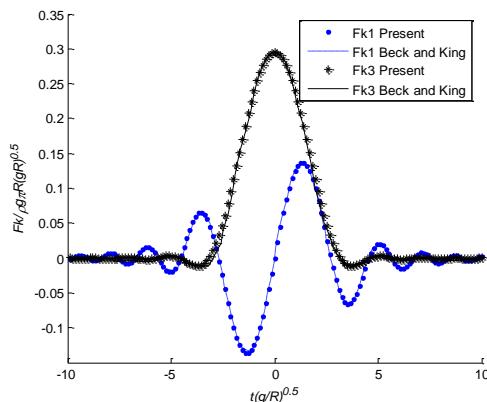


图 3.9 入射波浪激励力脉冲响应函数

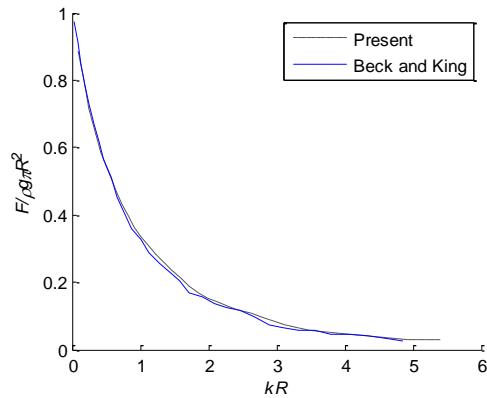
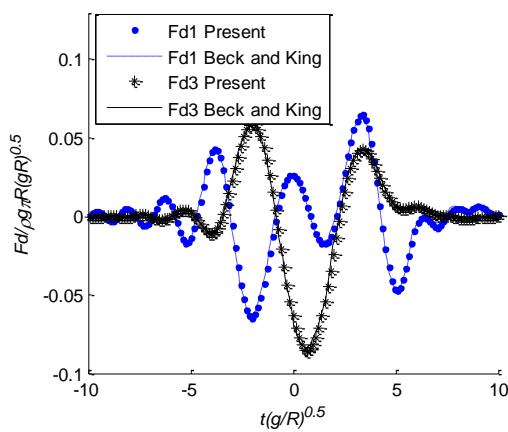
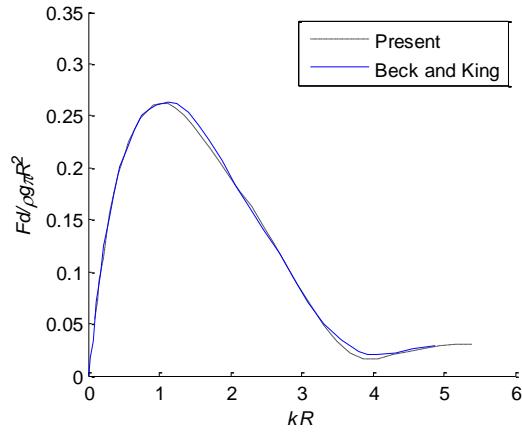


图 3.10 总波浪力传递函数 (升沉)



(a) 脉冲响应函数



(b) 绕射波浪力传递函数 (升沉)

图 3.11 绕射波浪激励力

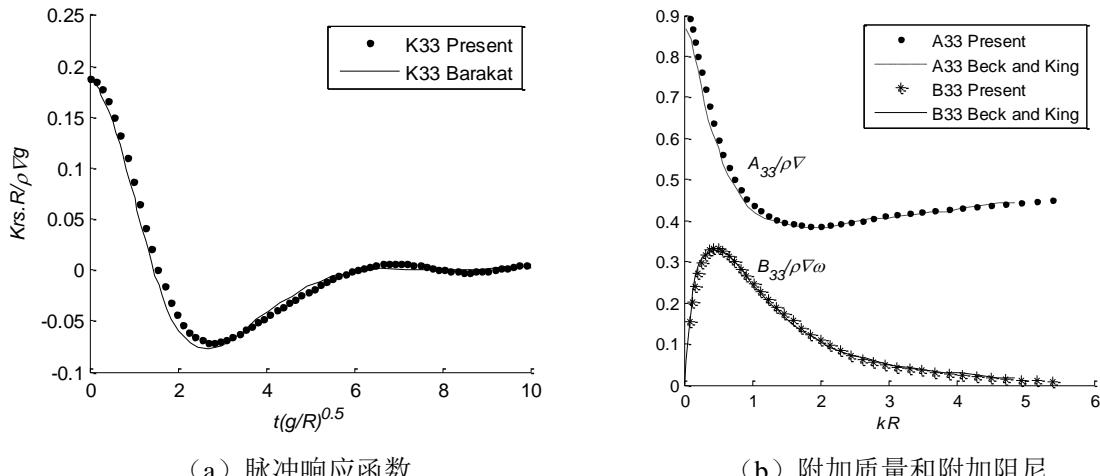


图 3.12 辐射速度势系数

### 3.7.4 Wigley 船型算例

为了验证本文理论和程序的正确性，以 Wigley 船型为对象开展了数值计算研究工作。

Wigley 船的外壳形状可用下面的无因次方程定义：

$$\eta = (1 - \zeta^2)(1 - \xi^2)(1 + 0.2\xi^2) + \zeta^2(1 - \zeta^8)(1 - \xi^2)^4 \quad (3.77)$$

式中， $\xi = 2x/L$ ， $\eta = 2y/B$ ， $\zeta = z/T$ ； $L = 30m$ 、 $B$  和  $T$  分别为船长、型宽和吃水，而

且： $L/B = 10$ ， $L/T = 16$ ；排水体积： $\nabla = 94m^3$ ；方形系数为： $C_b = \frac{\nabla}{LBT} = 0.5606$ 。

采用如下式子进行无量纲化，升沉附加质量： $A_{33} = \frac{A_{33}}{\rho\nabla}$ ；升沉附加阻尼： $B_{33} = \frac{B_{33}}{\rho\nabla} \sqrt{\frac{L}{g}}$ ；

纵摇附加质量： $A_{55} = \frac{A_{55}}{\rho\nabla L^2}$ ；纵摇附加阻尼： $B_{55} = \frac{B_{55}}{\rho\nabla L^2} \sqrt{\frac{L}{g}}$ ；升沉水动力脉冲响应函数：

$K_{33} = \frac{K_{33}L}{\rho g \nabla}$ ；纵摇水动力脉冲响应函数： $K_{55} = \frac{K_{55}}{\rho g \nabla}$ ；升沉波浪激励力脉冲响应函数：

$F_3 = \frac{F_3}{\rho g \nabla} \frac{L}{A}$ ；纵摇波浪激励力脉冲响应函数： $F_5 = \frac{F_5}{\rho g \nabla A}$ ， $A$  为波幅。另外为了计算 Wigley

船型的运动响应，其重心和惯性矩在此处取为：船舯静水面以下 1m 处，

$I_{xx} = 9.847 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ； $I_{yy} = 5.323 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ； $I_{zz} = 5.758 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

由于 Wigley 船型前后和左右对称，因此本文采 1/4 水动力模型，图 3.13 给出了水动力网格模型，该模型由 240 个四边形单元组成。另外在本模型后续的运动响应计算中粘性阻尼取 0.0。

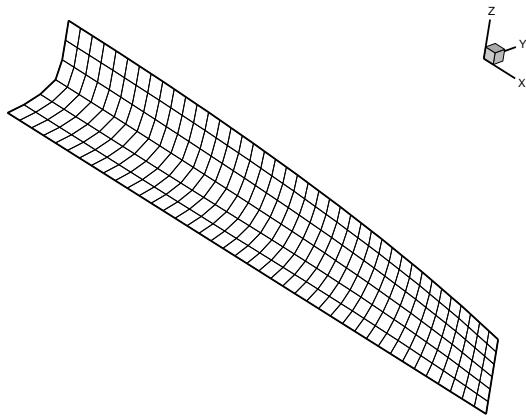


图 3.13 水动力网格（四分之一）

### (1) 无航速工况

此次计算取无量纲时间  $\tilde{t} = t\sqrt{g/L} = -6.0 \sim 6.0$ ，无量纲时间间隔  $\Delta\tilde{t} = \Delta t\sqrt{g/L} = 0.1$ ，计算水动力系数、入射波浪激励力、绕射波浪激励力共消耗 CPU 时间 764 秒。图 3.14 给出了零航速情况下采用 AQWA 频域转时域间接方法和 TDGF 方法获得的升沉和纵摇的水动力脉冲响应函数，从图中可以发现两种方法的结果很接近，另外当无量纲时间  $\tilde{t}$  超过 4.0 后，其数值基本接近零。图 3.15 给出了升沉和纵摇的入射波浪激励力、绕射波浪激励力、总波浪激励力的脉冲响应函数，图中结果显示无量纲时间  $|\tilde{t}|$  超过 4.0 后，其数值基本接近零。

图 3.16 给出了本文时域方法计算的升沉和纵摇的运动响应传递函数，并与 AQWA（注：采用遭遇频率方法考虑航速效应的三维频域边界元程序）的计算结果进行了比较，两者非常一致。另外图 3.17 和 3.18 给出了波长船长比为 1.22 时顶浪情况下升沉和纵摇的运动响应时历曲线，从第四个响应峰值开始，运动趋于稳定。

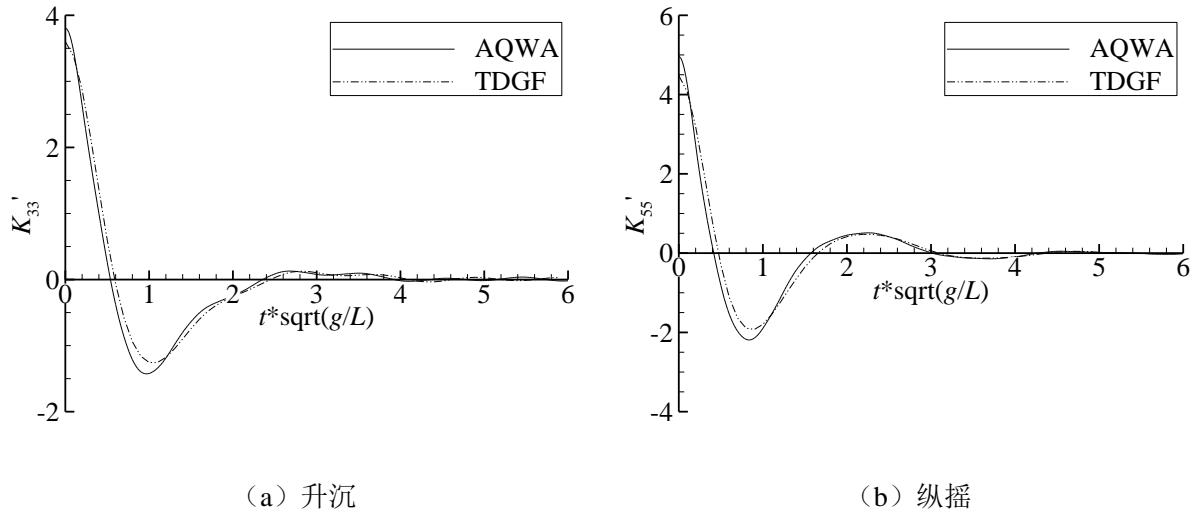


图 3.14 无量纲水动力脉冲响应函数 ( $Fn = 0$ )

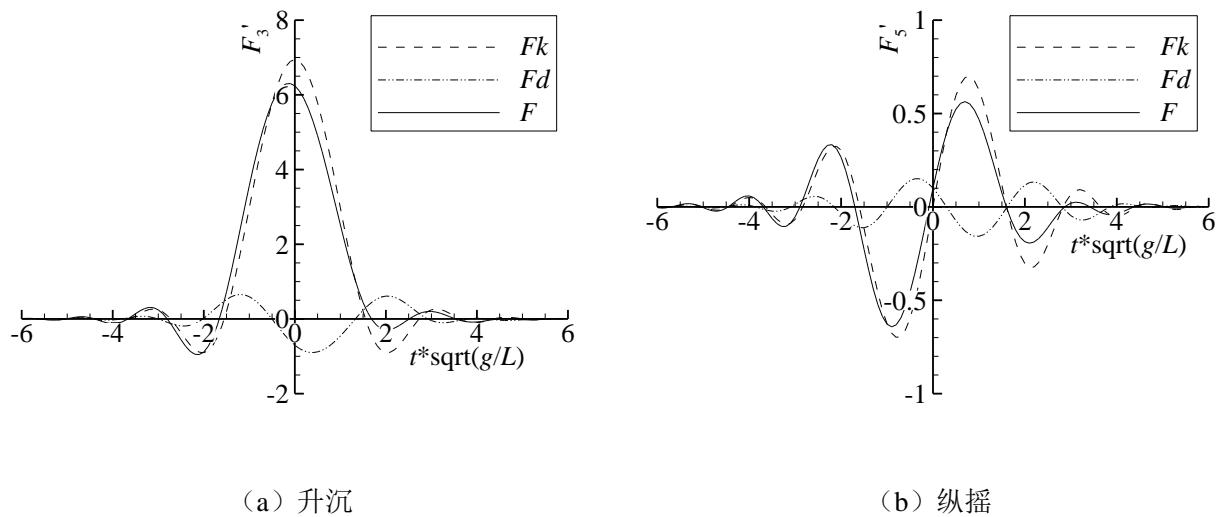


图 3.15 无量纲波浪力脉冲响应函数 ( $Fn = 0$ , 顶浪)

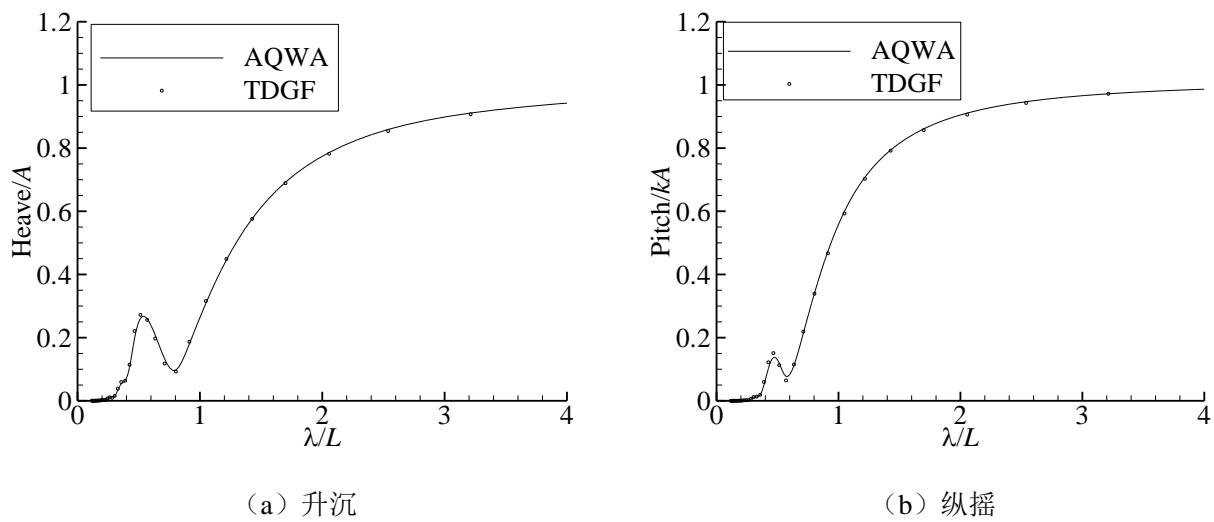
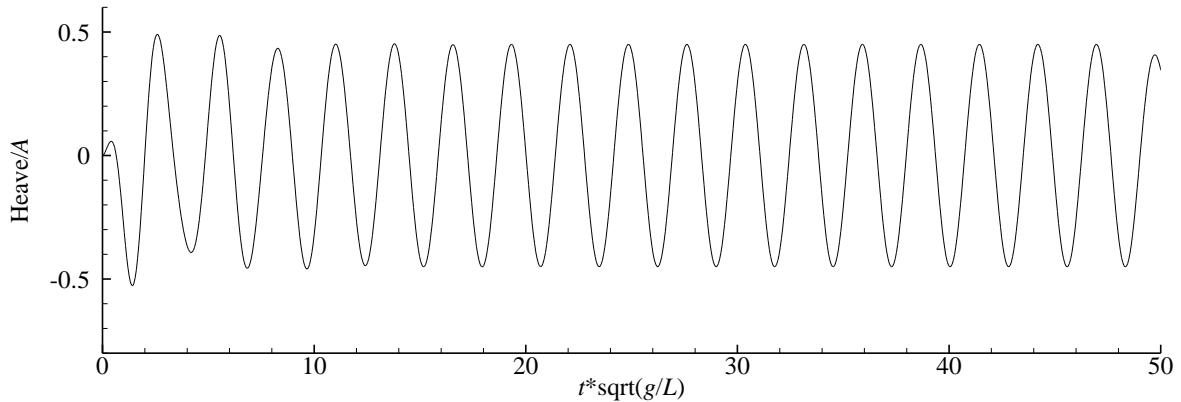
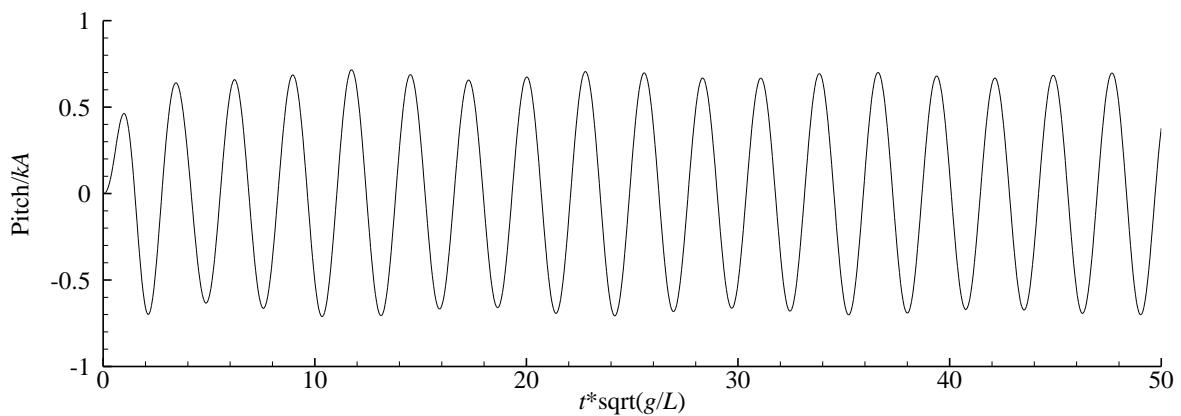


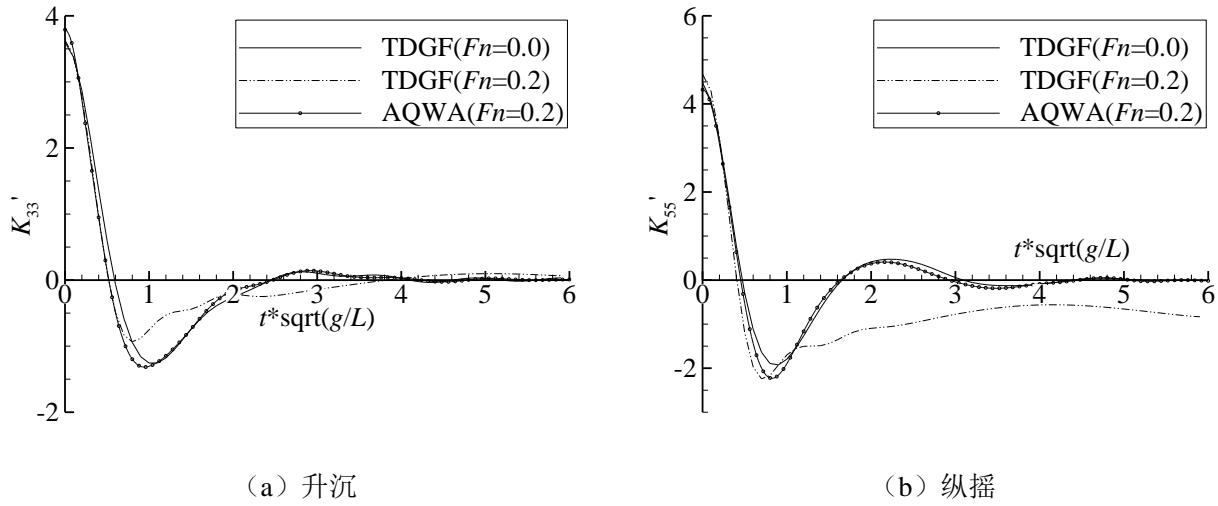
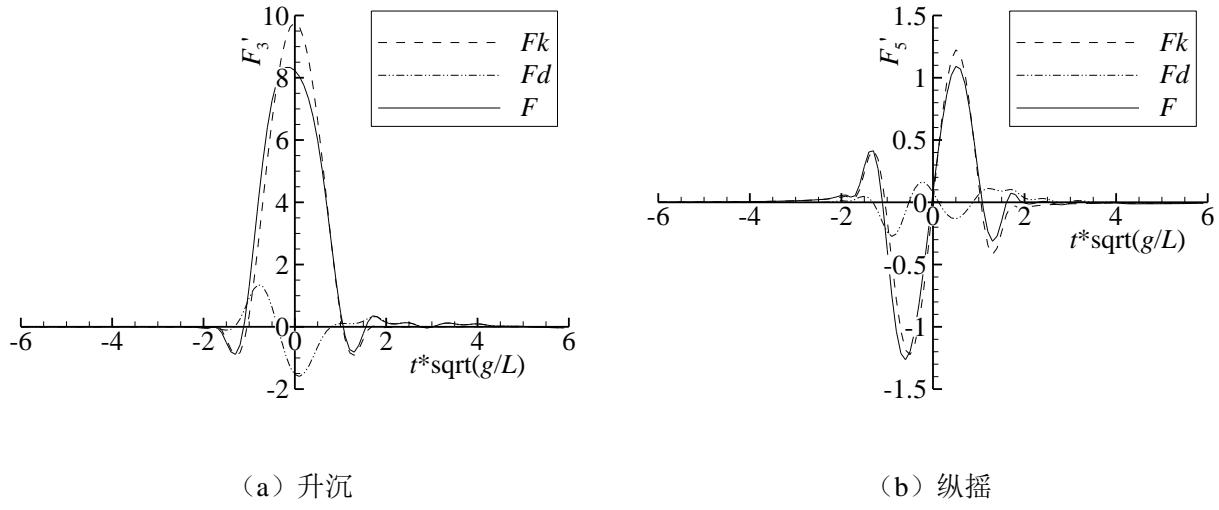
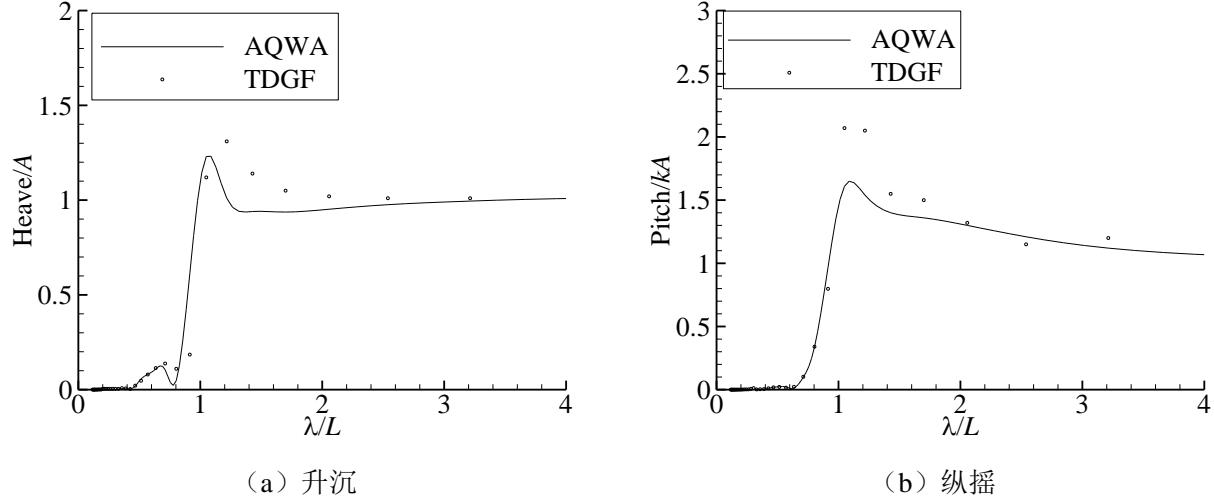
图 3.16 运动响应传递函数 ( $Fn = 0$ , 顶浪)

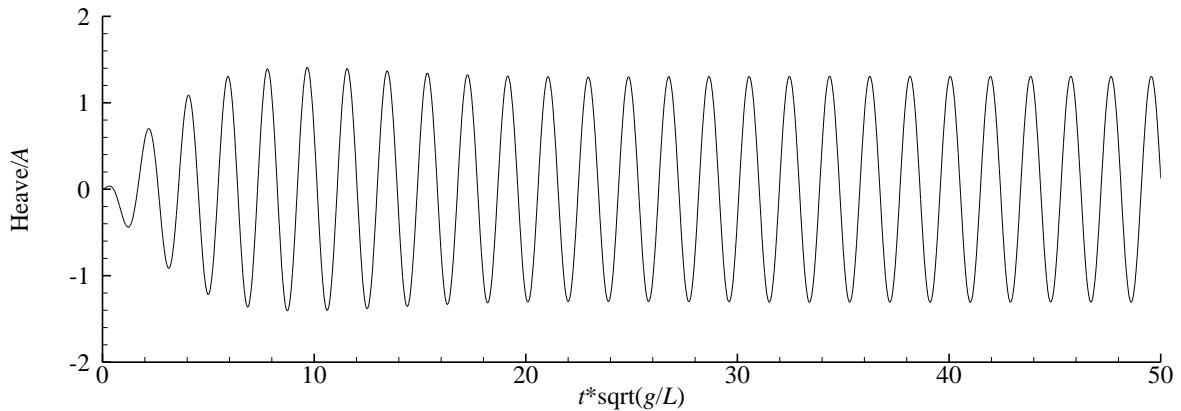
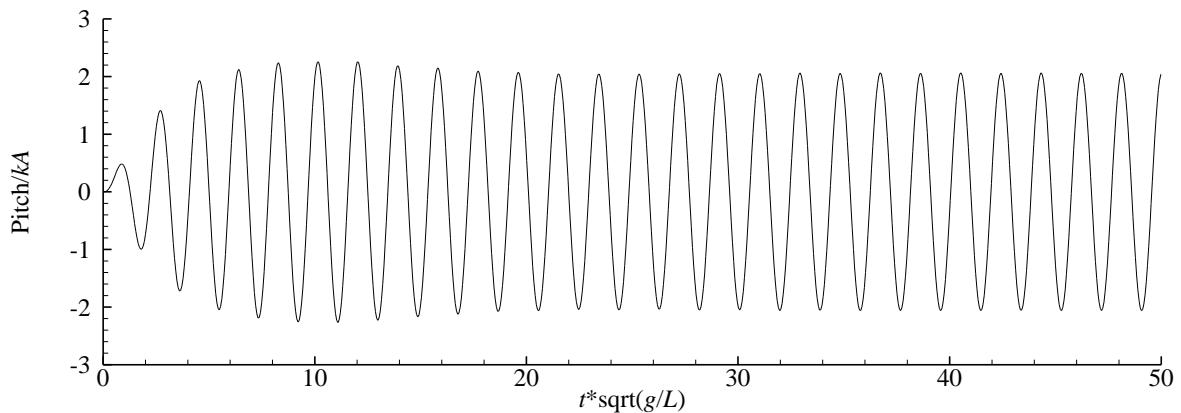
图 3.17 升沉运动时历曲线 ( $\lambda/L=1.22$ ,  $Fn=0$ , 顶浪)图 3.18 纵摇运动时历曲线 ( $\lambda/L=1.22$ ,  $Fn=0$ , 顶浪)

## (2) 有航速工况

此次计算取无量纲时间  $\tilde{t} = t\sqrt{g/L} = -6.0 \sim 6.0$ , 无量纲时间间隔  $\Delta\tilde{t} = \Delta t\sqrt{g/L} = 0.1$ , 计算水动力系数、入射波浪激励力、绕射波浪激励力共消耗 CPU 时间 1105 秒。图 3.19 给出了有航速 ( $Fn = 0.2$ ) 情况下升沉和纵摇的水动力脉冲响应函数, 从图中可以发现当无量纲时间  $\tilde{t}$  超过 4.0 后, 升沉脉冲响应函数基本接近零。另外图中还给出了 TDGF 方法的无航速结果 (因为前面数值计算结果表明 TDGF 方法与 AQWA 频域转时域间接方法的无航速下脉冲响应函数计算结果一致, 此处仅列出一种), AQWA 频域转时域间接方法的脉冲响应, 结果表明采用 TDGF 方法时, 航速对脉冲响应函数的影响非常明显, 而频域转时域间接方法变换不明显。图 3.20 给出了升沉和纵摇的入射波浪激励力、绕射波浪激励力、总波浪激励力的脉冲响应函数, 图中结果显示无量纲时间  $|\tilde{t}|$  超过 2.0 后, 其数值基本接近零, 可见航速减小了该时刻点。图 3.21 给出了本文时域方法计算的升沉和纵摇的运动响应传递函数, 并与 AQWA 的计算结果进行了比较, 当波长船长比小于 1.0 时两者数值计算结果较为

一致，但是超过 1.0 后时域方法的结果大于 AQWA 频域方法结果，尤其波长船长比 1.2 附近。另外图 3.22 和 3.23 给出了波长船长比为 1.22 时顶浪情况下升沉和纵摇的运动响应时历曲线，从第四个响应峰值开始，运动趋于稳定。

图 3.19 无量纲水动力脉冲响应函数 ( $F_n = 0.2$ )图 3.20 无量纲波浪力脉冲响应函数 ( $F_n = 0.2$ , 顶浪)图 3.21 运动响应传递函数 ( $F_n = 0.2$ , 顶浪)

图 3.22 升沉运动时历曲线 ( $\lambda/L=1.22$ ,  $Fn=0.2$ , 顶浪)图 3.23 纵摇运动时历曲线 ( $\lambda/L=1.22$ ,  $Fn=0.2$ , 顶浪)

### 3.8 小结

本章结合结构振动模态叠加理论和三维势流理论建立了基于三维时域格林函数方法的有航速船舶三维时域水弹性力学的理论，并给出了三维时域格林函数的数值求解方法和绕射势、辐射势的数值离散方法，编制了相应数值程序。

以半圆球和 Wigley 船型为研究对象采用三维时域方法计算了入射波浪激励力脉冲响应函数、绕射波浪激励力脉冲响应函数、辐射效应脉冲响应函数、附加质量、附加阻尼和船体运动等，并与文献和其他数值计算方法进行了比较分析，同时研究了船体湿表面网格、时间间隔的收敛性，验证了理论和数值程序的正确性。研究认为计算脉冲响应函数时的无量纲时间范围和间隔分别取-6.0~6.0 和 0.1 便可，求解船体水动力系数和运动的计算消耗时间随着船体湿表面网格数量的增加而急剧增加。

无航速情况下，基于三维时域格林函数的三维时域水弹性方法计算脉冲响应函数与三维频域方法的计算结果一致。考虑航速后，三维时域水弹性方法计算的脉冲响应函数与零航速情况差别较大。

本章采用三维时域格林函数求解流场速度势的理论和程序为后续的内外场匹配方法提供了坚实基础。

## 第四章 基于内外场匹配的三维时域水弹性方法

### 4.1 概述

采用三维时域格林函数方法可以较好地解决很多时域水弹性响应问题，但是对于大外飘船体，例如大型集装箱船和军舰，三维时域格林函数方法常常存在数值计算结果不稳定现象（Chen & Wu, 2001；戴遗山和段文洋, 2008）。为了避免船体大外飘引起的计算不稳定性，Rankine 源方法也是现在运用较多的手段（Nakos et al, 1993；Kring, 1994；Kring & Sclavounos, 1995；Kring et al, 1996；Lin et al, 1999），但是 Rankine 需要在自由面布源，且远方需要满足辐射条件，本章采用时域格林函数和 Rankine 源混合方法，在离船体一定距离处构造一个虚拟的控制面包围整个船体，构成内域，采用 Rankine 源方法求解整个内域流场，同时在外域采用三维时域函数方法计算整个外域流场，并且在控制面上使内域和外域的速度势和速度势导数匹配，从而合理地解决自由面源分布和远方辐射问题。文献（Liu, 2011；Tong, 2013；Tang, 2014）针对刚性船体在波浪中的运动对该方法进行了推导，但是尚未涉及水弹性理论，因此本文将结合 Rankine 源的内外场匹配方法和三维水弹性力学推导时域水弹性方法的理论，简称为 IORM（Inner and Outer Region Method），并自主开发相应的数值计算程序，通过计算验证本文所推导公式和程序的正确性。

### 4.2 内外场匹配方法的数学模型

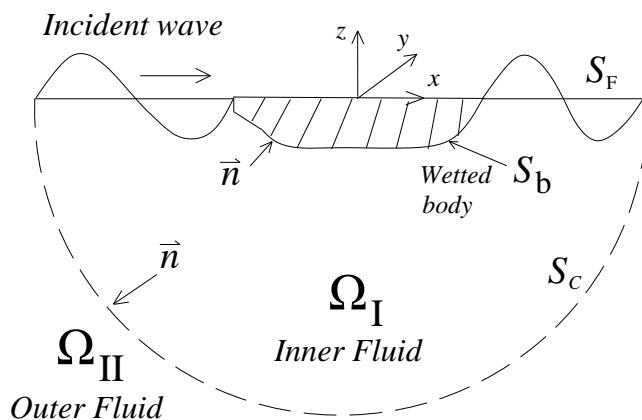


图 4.1 匹配法内外流场示意图

如图 4.1 所示, 内域  $\Omega_I$  由物面  $S_b$ 、自由面  $S_F$  和控制面  $S_C$  组成, 而外域  $\Omega_{II}$  包含控制面  $S_C$  和无限流场, 图中内域表面  $S$  (包括物面  $S_b$ 、自由面  $S_F$  和控制面  $S_C$ ) 的方向均指向内域  $\Omega_I$  的外部。该方法中整个流域内任意位置的速度势可表示为:

$$\begin{cases} \Phi^I(\vec{x};t) = \phi^I(\vec{x};t) + \phi_0(\vec{x};t); & \Omega_I \\ \Phi^{II}(\vec{x};t) = \phi^{II}(\vec{x};t) + \phi_0(\vec{x};t); & \Omega_{II} \end{cases} \quad (4.1)$$

其中,  $\phi_0$  为入射波速度势, 在参考坐标系中其可表示为:

$$\phi_0(x, y, z; t) = \frac{g}{\omega} e^{kz} \sin[k(x \cos \beta + y \sin \beta) - \omega_e t] \quad (4.2)$$

其中,  $g$  为重力加速度;  $\omega$  和  $\omega_e$  分别为波浪自然频率和遭遇频率; 波数  $k = \frac{\omega^2}{g}$ ;  $\beta$  为浪向角,

$\beta=0^\circ$  表示随浪,  $\beta=180^\circ$  表示顶浪;  $\omega_e = \omega - kU_0 \cos \beta$ 。

### 4.3 辐射速度势的积分方程

使用格林函数法可以推导出流场内域  $\Omega_I$  中辐射速度势满足以 Rankine 源法建立的边界积分方程:

$$2\pi\phi_r^I(p, t) + \iint_S \phi_r^I(q, t) \frac{\partial(1/r)}{\partial n_q} ds = \iint_S \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_r^I(q, t)}{\partial n_q} ds \quad (4.3)$$

$$p, q \in S_C + S_F + S_b$$

参照第 3.3 节方法, 采用脉冲响应方法时可将流域中第  $r$  阶模态的辐射势  $\phi_r(p, t)$  和  $\varphi_r(p, t)$  分解为瞬时效应和记忆效应:

$$\varphi_r(p, t) = \psi_{1r}(p)\delta(t) + \psi_{2r}(p)H(t) + \chi_r(p, t) \quad (4.4a)$$

同时:

$$\phi_r(p, t) = \psi_{1r}(p)\dot{q}_r(t) + \psi_{2r}(p)q_r(t) + \int_0^t \chi_r(p, t-\tau) \dot{q}_r(\tau) d\tau \quad (4.4b)$$

那么, 内域  $\Omega_I$  中求解物面  $S_b$ 、自由面  $S_F$  和控制面  $S_C$  上速度势的积分方程 (4.3) 变为:

$$2\pi\psi_{1,r}^I(p) + \iint_S \psi_{1,r}^I(q) \frac{\partial(1/r)}{\partial n_Q} ds = \iint_S \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n_Q} \psi_{1,r}^I(q) ds \quad (4.5a)$$

$$2\pi\psi_{2,r}^I(p) + \iint_S \psi_{2,r}^I(q) \frac{\partial(1/r)}{\partial n_q} ds = \iint_S \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n_q} \psi_{2,r}^I(q) ds \quad (4.5b)$$

$$2\pi\chi_r^I(p) + \iint_S \chi_r^I(q) \frac{\partial(1/r)}{\partial n_q} ds = \iint_S \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n_q} \chi_r^I(q) ds \quad (4.5c)$$

其中上章节公式 (3.10) 中已给出自由面  $S_F$  上  $\psi_{1,r}^I = 0$ ,  $\psi_{2,r}^I = 0$ ,  $\chi_r^I(p, 0) = 0$ 。

另外上章节中已经对使用时域格林函数求解船体速度势进行了详细推导, 本章的法向与上章相反, 因此外域  $\Omega_{II}$  中求解控制面  $S_C$  上速度势的积分方程为:

$$-2\pi\psi_{1,r}^{II}(p) + \iint_S \psi_{1,r}^{II}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_S \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial \psi_{1,r}^{II}(q)}{\partial n_q} dS_q \quad (4.6a)$$

$$-2\pi\psi_{2,r}^{II}(p) + \iint_S \psi_{2,r}^{II}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_S \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial \psi_{2,r}^{II}(q)}{\partial n_q} dS_q \quad (4.6b)$$

$$-2\pi\chi_r^{II}(p, t) + \iint_S \chi_r^{II}(q, t) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q = \iint_S \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial \chi_r^{II}(p, t)}{\partial n_q} dS_q$$

$$+ \iint_S \tilde{G}(p, q; t) \frac{\partial \psi_{1,r}^{II}(q)}{\partial n_q} dS_q - \iint_S \psi_{1,r}^{II}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p, q; t) dS_q$$

$$+ \int_0^t d\tau \iint_S \left[ \tilde{G}(p, q; t-\tau) \frac{\partial \psi_{2,r}^{II}(q)}{\partial n_q} - \psi_{2,r}^{II}(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p, q; t-\tau) \right] dS_q$$

$$+ \int_0^t d\tau \iint_S \left[ \tilde{G}(p, q; t-\tau) \frac{\partial \chi_r^{II}(q, \tau)}{\partial n_q} - \chi_r^{II}(q, \tau) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p, q; t-\tau) \right] dS_q$$

$$- \frac{U_0^2}{g} \int_0^t d\tau \oint_\Gamma \left[ \tilde{G}(p, q; t-\tau) \frac{\partial \chi_r^{II}(q, \tau)}{\partial \xi} - \chi_r^{II}(q, \tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{G}(p, q; t-\tau) \right] d\eta$$

$$+ \frac{U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_\Gamma \left[ \tilde{G}(p, q; t-\tau) \frac{\partial \chi_r^{II}(q, \tau)}{\partial \tau} - \chi_r^{II}(q, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{G}(p, q; t-\tau) \right] d\eta \quad (4.6c)$$

依据上章节的推导, 上式 (4.6c) 中的水线项积分可以变形为:

$$I = - \frac{U_0^2}{g} \int_0^t d\tau \oint_\Gamma \left[ \chi_r^{II}(q, \tau) \left( n_1 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \xi} + n_1 n_2 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial l} + \tilde{G} \frac{\partial(n_1 n_2)}{\partial l} \right) \right] dl - \frac{2U_0}{g} \int_0^t d\tau \oint_\Gamma n_1 \tilde{G} \frac{\partial \chi_r^{II}}{\partial \tau} dl \quad (4.7)$$

控制面  $S_C$  上应该满足如下的辐射边界条件:

$$\begin{aligned}\psi_{1,r}^I(p) &= \psi_{1,r}^{II}(p) \quad , \quad \psi_{2,r}^I(p) = \psi_{2,r}^{II}(p) \quad , \quad \chi_r^I(p,t) = \chi_r^{II}(p,t) \\ \frac{\partial \psi_{1,r}^I(p)}{\partial n} &= \frac{\partial \psi_{1,r}^{II}(p)}{\partial n} \quad , \quad \frac{\partial \psi_{2,r}^I(p)}{\partial n} = \frac{\partial \psi_{2,r}^{II}(p)}{\partial n} \quad , \quad \frac{\partial \chi_r^I(p,t)}{\partial n} = \frac{\partial \chi_r^{II}(p,t)}{\partial n}\end{aligned}\quad (4.8)$$

## 4.4 绕射速度势的积分方程

上章节推导的绕射速度势的物面边界条件为:

$$\frac{\partial \phi_D^I(p,t)}{\partial n} = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[ (n_1 \cos \beta + n_2 \sin \beta - n_3 i) \int_0^\infty \omega e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e t} d\omega_e \right] \quad (4.9)$$

内域  $\Omega_I$  中求解物面  $S_b$ 、自由面  $S_F$  和控制面  $S_C$  上绕射速度势的积分方程为:

$$2\pi\phi_D^I(p,t) + \iint_S \phi_D^I(q,t) \frac{\partial(1/r)}{\partial n_q} ds = \iint_S \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_D^I(q,t)}{\partial n_q} ds \quad (4.10)$$

同时外域  $\Omega_{II}$  中求解控制面  $S_C$  上绕射速度势  $\phi_D^{II}(p,t)$  的积分方程为:

$$\begin{aligned}-2\pi\phi_D^{II}(p,t) + \iint_S \phi_D^{II}(q,t) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) dS_q &= \iint_S \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial \phi_D^{II}(q,t)}{\partial n_q} dS_q \\ + \int_{-\infty}^t d\tau \iint_S \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \phi_D^{II}(q,\tau)}{\partial n_q} - \phi_D^{II}(q,\tau) \frac{\partial}{\partial n_q} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] dS_q \\ - \frac{1}{g} \int_{-\infty}^t d\tau \oint_\Gamma \left\{ U_0^2 \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \phi_D^{II}(q,\tau)}{\partial \xi} - \phi_D^{II}(q,\tau) \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] \right. \\ \left. - U_0 \left[ \tilde{G}(p,q;t-\tau) \frac{\partial \phi_D^{II}(q,\tau)}{\partial \tau} - \phi_D^{II}(q,\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{G}(p,q;t-\tau) \right] \right\} d\eta\end{aligned}\quad (4.11a)$$

因为在某一个时刻绕射势和绕射势的导数已经趋于零，因此实际计算中并不需要从  $-\infty$  开始，只需要选取合适的负时刻开始计算。另外参考辐射势求解中水线项积分的推导方法，初始条件  $\tilde{G}(0)=0$  和  $\phi_D(-\infty)=0$ ，可得绕射势的水线项积分为:

$$\begin{aligned}I &= -\frac{U_0^2}{g} \int_{-\infty}^t d\tau \oint_\Gamma \left[ -n_1^2 \tilde{G} \frac{\partial \phi_D(q,\tau)}{\partial n} + \phi_D(q,\tau) \left( n_1 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \xi} + n_1 n_2 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial l} + \tilde{G} \frac{\partial(n_1 n_2)}{\partial l} \right) \right] dl \\ - \frac{2U_0}{g} \int_{-\infty}^t d\tau \oint_\Gamma n_1 \tilde{G} \frac{\partial \phi_D}{\partial \tau} dl\end{aligned}\quad (4.11b)$$

控制面  $S_C$  上应该满足如下绕射边界条件:

$$\phi_D^I(p, t) = \phi_D^{II}(p, t), \frac{\partial \phi_D^I(p, t)}{\partial n} = \frac{\partial \phi_D^{II}(p, t)}{\partial n} \quad (4.12)$$

## 4.5 数值处理方法

### 4.5.1 系数矩阵

本文采用常值面元法求解辐射速度势满足的边界积分方程，离散定解问题的边界  $S_b$ 、 $S_F$  和  $S_C$  为四边形或者三角形，面元数分别为  $N_b$ 、 $N_F$  和  $N_C$ 。引入系数矩阵：

$$A_{ij} = \begin{cases} 2\pi & , \quad i = j \\ \iint_{S_C + S_b + S_F} \frac{\partial}{\partial n_j} \left( \frac{1}{r_{ij}} \right) dS & , \quad i \neq j \end{cases} \quad (4.13a)$$

$$B_{ij} = \iint_{S_C + S_b + S_F} \frac{1}{r_{ij}} dS \quad (4.13b)$$

$$C_{ij} = \begin{cases} -2\pi - \iint_{S_C} \frac{\partial}{\partial n_j} \left( \frac{1}{r_{1,ij}} \right) dS & , \quad i = j \\ \iint_{S_C} \frac{\partial}{\partial n_j} \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{1}{r_{1,ij}} \right) dS & , \quad i \neq j \end{cases} \quad (4.13c)$$

$$D_{ij} = \iint_{S_C} \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{1}{r_{1,ij}} \right) dS \quad (4.13d)$$

同时为方便描述，定义任意变量  $\Theta$  的法向导数记为： $\frac{\partial \Theta}{\partial n} = \Theta$ ；且涉及运动模态的变量均略去  $r$  角标，以及坐标点  $p$ 、 $q$ 。

### 4.5.2 辐射速度势

#### 4.5.2.1 瞬时速度势的求解

通过引入上面的变量，内域  $\Omega_I$  中的积分方程 (4.5a) 和 (4.5b) 可以表示为：

$$[A] \begin{Bmatrix} \psi_C^I \\ \psi_b^I \\ \psi_F^I \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} \tilde{\psi}_C^I \\ \tilde{\psi}_b^I \\ \tilde{\psi}_F^I \end{Bmatrix} \quad (4.14a)$$

控制面  $S_C$  上的公式 (4.6a) 和 (4.6b) 可以表示为:

$$[C]\{\psi_C^H\} = [D]\{\tilde{\psi}_C^H\} \quad (4.14b)$$

上式求逆后可得:

$$\{\psi_C^H\} = [C]^{-1}[D]\{\tilde{\psi}_C^H\} \quad (4.15)$$

同时考虑控制面上的连续边界条件后 (4.14a) 式变为:

$$\begin{bmatrix} A_{CC} & A_{CF} & A_{Cb} \\ A_{FC} & A_{FF} & A_{Fb} \\ A_{bC} & A_{bF} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C^{-1}D\tilde{\psi}_C^I \\ \psi_F^I \\ \psi_b^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{CC} & B_{CF} & B_{Cb} \\ B_{FC} & B_{FF} & B_{Fb} \\ B_{bC} & B_{bF} & B_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\psi}_C^I \\ \tilde{\psi}_F^I \\ \tilde{\psi}_b^I \end{Bmatrix} \quad (4.16a)$$

将上式中的未知量全部放到方程的左边, 已知量放到方程的右边, 同时因为自由面上的瞬时速度势  $\psi_{1,F}^I$  和  $\psi_{2,F}^I$  为 0 (见公式 3.10), 有:

$$\begin{bmatrix} A_{CC}C^{-1}D - B_{CC} & -B_{CF} & A_{Cb} \\ A_{FC}C^{-1}D - B_{FC} & -B_{FF} & A_{Fb} \\ A_{bC}C^{-1}D - B_{bC} & -B_{bF} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\psi}_C^I \\ \tilde{\psi}_F^I \\ \psi_b^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{Cb} \\ B_{Fb} \\ B_b \end{bmatrix} \quad (4.16b)$$

结合 (3.10a) 和 (3.10b) 中的物面法向导数, 通过上式便可以求得控制面和自由面上的速度势法向导数, 以及物面速度势, 然后通过 (4.15) 可以求得控制面上的速度势  $\psi_C^H$ , 同时利用下式可以求得初始时刻的  $\partial\chi_F^I / \partial t$ :

$$\left. \frac{\partial\chi_F^I}{\partial t} \right|_{t=0} = -g \frac{\partial\psi_{1,F}^I}{\partial z} = -g\tilde{\psi}_{1,F}^I \quad (4.17)$$

#### 4.5.2.2 记忆速度势的求解

##### 1) 自由面条件

公式 (3.10c) 中的自由面条件中含有记忆速度势项  $\chi(p,t)$  和瞬态项  $\psi_2(p)$ , 直接求解难度较大, 童晓旺 (2013) 在前人的基础上给出了一种自由面离散格式用于求解有航速情况下的记忆速度势, 本文对其进行一些改进, 提高计算效率。引入  $\hbar_r(p,t) = \chi_r(p,t) + \psi_{2,r}(p)$  建立内域  $\chi_F^I(p,t)$  的自由面数值离散格式, 对于第  $r$  阶模态在自由面上  $\hbar_r(p,t)$  满足条件:

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \hbar(p, t) + g \frac{\partial}{\partial z} \hbar(p, t) = 0 \\
& \Downarrow \\
& \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hbar(p, t) - 2U_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \hbar(p, t)}{\partial x} + U_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \hbar(p, t) + g \frac{\partial}{\partial z} \hbar(p, t) = 0
\end{aligned} \tag{4.18}$$

将上式进行一次时间积分，得到：

$$\begin{aligned}
& \left. \frac{\partial \hbar(p, t)}{\partial t} - \frac{\partial \hbar(p, t)}{\partial t} \right|_{t=0} - 2U_0 \left. \frac{\partial \hbar(p, t)}{\partial x} \right|_{t=0} + 2U_0 \left. \frac{\partial \hbar(p, t)}{\partial x} \right|_{t=0} \\
& = -U_0^2 \int_0^t \frac{\partial^2}{\partial x^2} \hbar(p, \tau) d\tau - g \int_0^t \frac{\partial}{\partial z} \hbar(p, \tau) d\tau
\end{aligned} \tag{4.19}$$

继续对上式两边进行一次时间积分，同时考虑  $\left. \frac{\partial \hbar(p, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \left. \frac{\partial \chi(p, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = -g \frac{\partial \psi_1(p)}{\partial z}$  和

$\left. \frac{\partial \hbar(p, t)}{\partial x} \right|_{t=0} = 0$ ，得到：

$$\begin{aligned}
& \hbar(p, t) - \hbar(p, 0) = -gt \frac{\partial \psi_1(p)}{\partial z} + 2U_0 \int_0^t \frac{\partial}{\partial x} \hbar(p, \tau) d\tau - 2tU_0 \cdot \left. \frac{\partial \hbar(p, t)}{\partial x} \right|_{t=0} \\
& - U_0^2 \int_0^t (t-\tau) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \hbar(p, \tau) d\tau - g \int_0^t (t-\tau) \frac{\partial}{\partial z} \hbar(p, \tau) d\tau
\end{aligned} \tag{4.20}$$

在自由面上， $\psi_2(p)=0$ ， $\chi_r(p, 0)=0$ ，有

$$\begin{aligned}
& \chi(p, t) = -gt \frac{\partial \psi_1(p)}{\partial z} - \frac{1}{2} gt^2 \frac{\partial \psi_2(p)}{\partial z} + 2U_0 \int_0^t \frac{\partial \chi(p, \tau)}{\partial x} d\tau \\
& - U_0^2 \int_0^t (t-\tau) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \chi(p, \tau) d\tau - g \int_0^t (t-\tau) \frac{\partial}{\partial z} \chi(p, \tau) d\tau
\end{aligned} \tag{4.21}$$

上述表达式中含有速度势对  $x$  方向的一阶导数和二阶导数，如果直接在空间上对速度势求导误差较大。在已知速度势的情况下可以通过点源法求得源强，然后再计算速度势的导数，此方法可以获得较为光滑的导数，重复两次可依次获得一阶导数和二阶导数。

若时间间隔为  $\Delta t$ ， $M\Delta t$ 、 $m\Delta t$  分别表示当前时刻  $t$  和历史时刻  $\tau$ ，则内域中自由面条件在“ $j$ ”面元上的离散格式为：

$$\begin{aligned}
\chi_j(M) &= -gM\Delta t \tilde{\psi}_{1,j}(p) - g\Delta t^2 \sum_{m=0}^{M-1} (M-m) \tilde{\chi}_j(m) \\
&\quad - \frac{1}{2} g(M\Delta t)^2 \tilde{\psi}_{2,j}(p) + 2\Delta t U_0 \sum_{m=0}^{M-1} \frac{\partial \chi_j(m)}{\partial x} - \Delta t^2 U_0^2 \sum_{m=0}^{M-1} (M-m) \frac{\partial^2 \chi_j(m)}{\partial x^2} \quad (4.22a) \\
&= -r_{F,j}(M)
\end{aligned}$$

$j = 1, 2, \dots, N_F$ 。上式中含有卷积项，数值计算时比较耗时和占用空间，可以通过如下变形去掉卷积项：

$$\begin{aligned}
\chi_j(M+1) &= \chi_j(M) - g\Delta t \tilde{\psi}_{1,j}(p) - g\Delta t^2 \sum_{m=0}^M \tilde{\chi}_j(m) \\
&\quad - \frac{1}{2} g(2M+1)\Delta t^2 \tilde{\psi}_{2,j}(p) + 2\Delta t U_0 \frac{\partial \chi_j(M)}{\partial x} - \Delta t^2 U_0^2 \sum_{m=0}^M \frac{\partial^2 \chi_j(m)}{\partial x^2} \quad (4.22b)
\end{aligned}$$

上式计算中不需要存储以前所有时刻的速度势导数，其中求和项可以临时保存，那么只需要结合当前时刻的速度势及其导数便可计算得到下一时刻的速度势。

## 2) 控制面处理

同时利用外域中的记忆速度势表达式 (4.6c)，对每个面元引入记号：

$$r_{C1,i}(M) = \Delta t \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^{N_C} [\chi_j(m) \tilde{G}(M-m) - \tilde{\chi}_j(m) G(M-m)] ds_j \quad (4.23a)$$

$$r_{C2,i}(M) = \Delta t \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^{N_C} [\psi_{2,j} \tilde{G}(M-m) - \tilde{\psi}_{2,j} G(M-m)] ds_j \quad (4.23b)$$

$$r_{C3,i}(M) = \sum_{j=1}^{N_C} [\psi_{1,j} \tilde{G}(M) - \tilde{\psi}_{1,j} G(M)] ds_j \quad (4.23c)$$

$i = 1, 2, \dots, N_C$ 。

外域中对水线积分项定义如下：

$$I_{w1,i}(M) = 2 \frac{U_0 \Delta t}{g} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^{N_L} G(M-m) \frac{\partial \chi_j(m)}{\partial \tau} dl_j \quad (4.24a)$$

$$\begin{aligned}
I_{w2,i}(M) &= \frac{U_0^2 \Delta t}{g} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{l=1}^{N_L} \chi_j(m) \left[ \begin{aligned} &\frac{\partial G(M-m)}{\partial \xi} n_{1,j} + n_{1,j} n_{2,j} \frac{\partial G(M-m)}{\partial l} \\ &+ G(M-m) \frac{\partial (n_{1,j} n_{2,j})}{\partial l} \end{aligned} \right] dl_j \quad (4.24b)
\end{aligned}$$

其中,  $i=1,2,\dots,N_L$ , 而  $N_L$  为水线离散线元数, 并假设水线单元上速度势等于其下方紧邻单元上速度势;  $n_1$  和  $n_2$  为单元的水平方向分量。假设:

$$r_{C,i}(M) = r_{C1,i}(M) + r_{C2,i}(M) + r_{C3,i}(M) \quad (4.25a)$$

$$I_{w,i}(M) = I_{w1,i}(M) + I_{w2,i}(M) \quad (4.25b)$$

考虑  $\Omega_{II}$  内满足积分方程的记忆速度势矩阵形式为:

$$\{\chi_C^{II}\}^M = [C]^{-1}[D]\{\tilde{\chi}_C^{II}\}^M - [C]^{-1}\{r_C\}^M - [C]^{-1}\{I_w\}^M \quad (4.26)$$

### 3) 线性方程组

应用控制面上的连续条件, 可知内域  $\Omega_I$  的记忆速度势满足如下方程:

$$\begin{bmatrix} A_{CC} & A_{CF} & A_{Cb} \\ A_{FC} & A_{FF} & A_{Fb} \\ A_{bC} & A_{bF} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C^{-1}D\tilde{\chi}_C^I - C^{-1}r_C - C^{-1}I_w \\ \chi_F^I \\ \chi_b^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{CC} & B_{CF} & B_{Cb} \\ B_{FC} & B_{FF} & B_{Fb} \\ B_{bC} & B_{bF} & B_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\chi}_C^I \\ \tilde{\chi}_F^I \\ \tilde{\chi}_b^I \end{Bmatrix} \quad (4.27)$$

并且已令  $\{\chi_F\} = -\{r_F\}$  和 (3.10c) 中已有  $\{\tilde{\chi}_b\} = 0$ , 整理上式, 将未知变量移到左边:

$$\begin{bmatrix} A_{CC}C^{-1}D - B_{CC} & -B_{CF} & A_{Cb} \\ A_{FC}C^{-1}D - B_{FC} & -B_{FF} & A_{Fb} \\ A_{bC}C^{-1}D - B_{bC} & -B_{bF} & A_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\chi}_C^I \\ \tilde{\chi}_F^I \\ \chi_b^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{CC}C^{-1} & A_{CF} \\ A_{FC}C^{-1} & A_{FF} \\ A_{bC}C^{-1} & A_{bF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_C + I_w \\ r_F \\ \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

求解上式就可得到  $\tilde{\chi}_C^I$ 、 $\tilde{\chi}_F^I$  和  $\chi_b^I$ , 同时利用 (4.26) 式计算得到控制面上的记忆速度势, 进而通过(4.25a)获得下一时刻的  $r_C$ 。进一步由式(4.4)得到物面上总的辐射速度势  $\phi_r(p,t)$ , 另外辐射作用力和水动力系数参见 3.4 节。

## 4.5.3 绕射速度势

### 1) 自由面条件

在内域里面参照辐射速度势自由面的数值离散过程, 下面对绕射速度势的自由面数值离散进行推导。首先绕射速度势满足下面的自由面条件:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi_D(p, t) + g \frac{\partial}{\partial z} \phi_D(p, t) &= 0 \\ \Downarrow \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi_D(p, t) - 2U_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \phi_D(p, t)}{\partial x} + U_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_D(p, t) + g \frac{\partial}{\partial z} \phi_D(p, t) &= 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

将上式进行一次时间积分，得到：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_D(p, t)}{\partial t} - \frac{\partial \phi_D(p, t)}{\partial t} \Big|_{t=-\infty} - 2U_0 \frac{\partial \phi_D(p, t)}{\partial x} + 2U_0 \frac{\partial \phi_D(p, t)}{\partial x} \Big|_{t=-\infty} \\ = -U_0^2 \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_D(p, \tau) d\tau - g \int_{-\infty}^t \frac{\partial}{\partial z} \phi_D(p, \tau) d\tau \end{aligned} \quad (4.30)$$

继续对上式两边进行一次时间积分，同时考虑自由面上  $\frac{\partial \phi_D(p, -\infty)}{\partial t} = 0$ 、 $\phi_D(p, -\infty) = 0$

和  $\frac{\partial \phi_D(p, -\infty)}{\partial x} = 0$  得到：

$$\begin{aligned} \phi_D(p, t) &= -g \int_{-\infty}^t (t - \tau) \frac{\partial}{\partial z} \phi_D(p, \tau) d\tau \\ &\quad + 2U_0 \int_{-\infty}^t \frac{\partial}{\partial x} \phi_D(p, \tau) d\tau - U_0^2 \int_{-\infty}^t (t - \tau) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_D(p, \tau) d\tau \end{aligned} \quad (4.31)$$

数值离散化后为：

$$\begin{aligned} \phi_{D,j}(M) &= -g \Delta t^2 \sum_{m=-M_0}^{M-1} (M-m) \phi_{D,j}(m) \\ &\quad + 2\Delta t U_0 \sum_{m=-M_0}^{M-1} \frac{\partial \phi_{D,j}(m)}{\partial x} - \Delta t^2 U_0^2 \sum_{m=-M_0}^{M-1} (M-m) \frac{\partial^2 \phi_{D,j}(m)}{\partial x^2} \\ &= -r_{F,j}(M) \end{aligned} \quad (4.32a)$$

$j = 1, 2, \dots, N_F$ 。上式中含有卷积项，数值计算时比较耗时和占用存储空间，可以通过下式去掉卷积项：

$$\begin{aligned} \phi_{D,j}(M+1) &= \phi_{D,j}(M) - g \Delta t^2 \sum_{m=-M_0}^M \phi_{D,j}(m) \\ &\quad + 2\Delta t U_0 \frac{\partial \phi_{D,j}(M)}{\partial x} - \Delta t^2 U_0^2 \sum_{m=-M_0}^M \frac{\partial^2 \phi_{D,j}(m)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (4.33b)$$

上式计算中不需要存储以前所有时刻的速度势导数，其中求和项可以临时保存，那么只需要结合当前时刻的速度势和导数便可计算得到下一时刻的速度势。

## 2) 控制面

同时利用外域中的绕射速度势表达式，对每个面元引入记号：

$$r_{C,i}(M) = \Delta t \sum_{m=-M_0}^{M-1} \sum_{j=1}^{N_C} [\phi_{D,j}(m) \tilde{G}(M-m) - \phi_{D,j}(m) G(M-m)] ds_j \quad (4.34)$$

$i=1, 2, \dots, N_C$ 。

外域中对水线积分项定义如下：

$$I_{w1,i}(M) = \frac{2U_0 \Delta t}{g} \sum_{m=-M_0}^{M-1} \sum_{j=1}^{N_L} \left[ G(M-m) \frac{\partial \phi_{D,j}(m)}{\partial \tau} \right] dl_j \quad (4.35a)$$

$$I_{w2,i}(M) = \frac{U_0^2 \Delta t}{g} \sum_{m=-M_0}^{M-1} \sum_{l=1}^{N_L} \phi_{D,j}(m) \left[ \begin{aligned} & \frac{\partial G(M-m)}{\partial \xi} n_{1,j} + n_{1,j} n_{2,j} \frac{\partial G(M-m)}{\partial l} \\ & + G(M-m) \frac{\partial (n_{1,j} n_{2,j})}{\partial l} \end{aligned} \right] dl_j \quad (4.35b)$$

$$I_{w3,i}(M) = -\frac{U_0^2 \Delta t}{g} \sum_{m=-M_0}^{M-1} \sum_{j=1}^{N_L} n_{1,j}^2 G(M-m) \tilde{\phi}_{D,j}(m) dl_j \quad (4.35c)$$

$$I_{w,i}(M) = I_{w1,i}(M) + I_{w2,i}(M) + I_{w3,i}(M) \quad (4.35d)$$

考虑  $\Omega_{II}$  内满足积分方程的绕射速度势矩阵形式为：

$$\{\phi_{D,C}^{II}\}^M = [C]^{-1} [D] \{\phi_{D,C}^{II}\}^M - [C]^{-1} \{r_C\}^M - [C]^{-1} \{I_w\}^M \quad (4.36)$$

### 3) 线性方程组

应用控制面上的连续条件，可知内域  $\Omega_I$  的绕射速度势满足下方程：

$$\begin{bmatrix} A_{CC} & A_{CF} & A_{Cb} \\ A_{FC} & A_{FF} & A_{Fb} \\ A_{bC} & A_{bF} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C^{-1} D \phi_{D,C}^{I} - C^{-1} r_C - C^{-1} I_w \\ \phi_{D,F}^{I} \\ \phi_{D,b}^{I} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{CC} & B_{CF} & B_{Cb} \\ B_{FC} & B_{FF} & B_{Fb} \\ B_{bC} & B_{bF} & B_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{D,C}^{I} \\ \phi_{D,F}^{I} \\ \phi_{D,b}^{I} \end{Bmatrix} \quad (4.37)$$

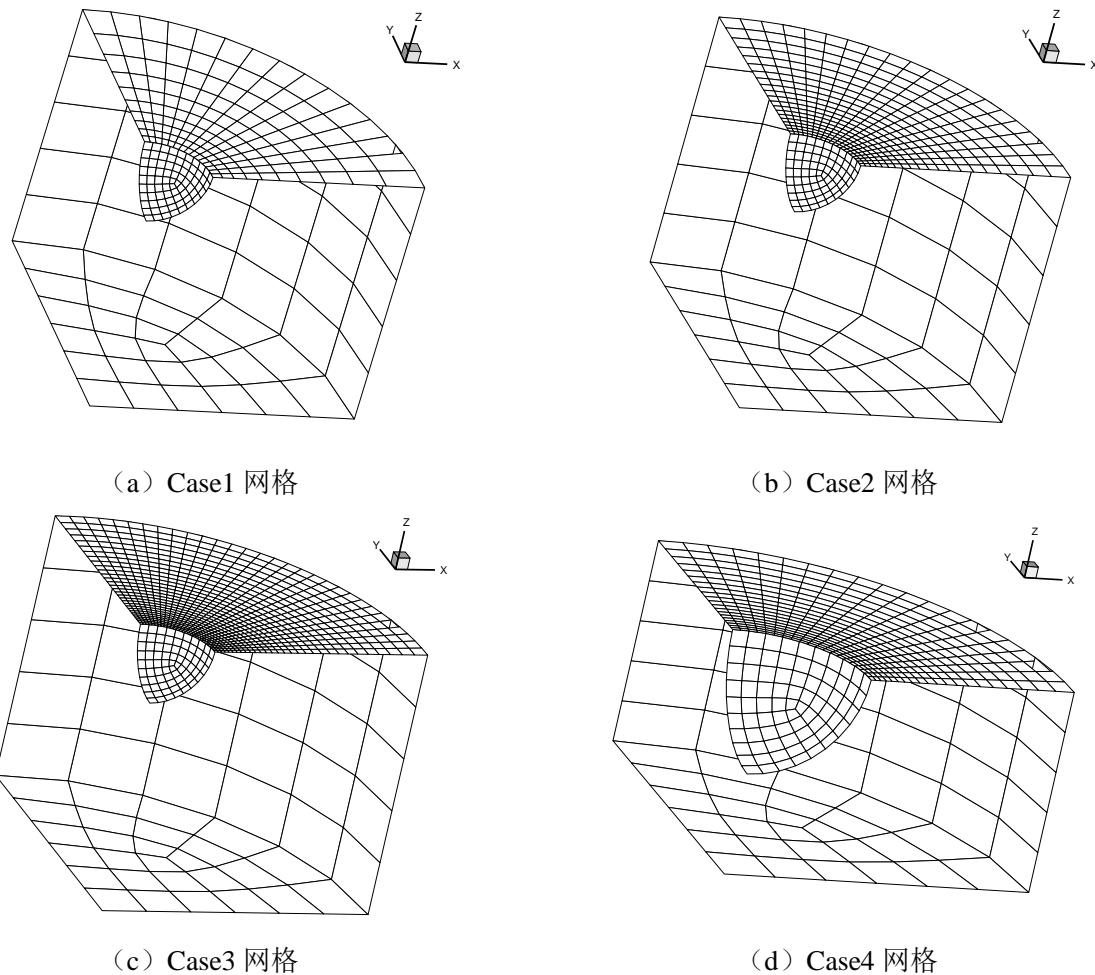
并且已令  $\{\phi_D\} = -\{r_F\}$ ，整理上式，将未知变量移到左边：

$$\begin{bmatrix} A_{CC} C^{-1} D - B_{CC} & -B_{CF} & A_{Cb} \\ A_{FC} C^{-1} D - B_{FC} & -B_{FF} & A_{Fb} \\ A_{bC} C^{-1} D - B_{bC} & -B_{bF} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{D,C}^{I} \\ \phi_{D,F}^{I} \\ \phi_{D,b}^{I} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{CC} C^{-1} & A_{CF} & B_{Cb} \\ A_{FC} C^{-1} & A_{FF} & B_{Fb} \\ A_{bC} C^{-1} & A_{bF} & B_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_C + I_w \\ r_F \\ \phi_{D,b}^{I} \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

通过求解上面的线性方程组可以获得物面上的绕射速度势  $\phi_{D,b}^I$ , 进一步求解波浪绕射力参见 (3.5) 节。

#### 4.5.4 半圆球算例

为了验证计算程序的正确性, 利用左右和前后对称性, 采用四分之一模型计算了半球的水动力系数和波浪力。其中球体半径  $R = 10\text{m}$ , 控制面为高  $50\text{m}$  的圆柱形, 选取脉冲响应函数持续时间  $\tilde{t} = t\sqrt{g/(2R)}$  为  $-8.0 \sim 8.0$ 。



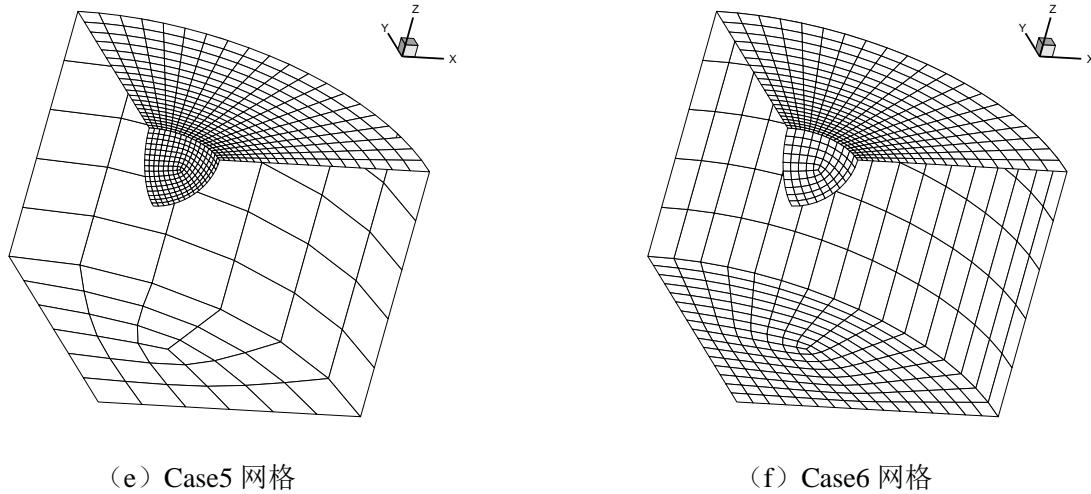


图 4.2 半球水动力模型（四分之一模型）

表 4.1 水动力网格模型

| 网格类型  | 物体湿表面<br>网格个数 | 自由面               |      | 控制面<br>网格个数 |
|-------|---------------|-------------------|------|-------------|
|       |               | 半径 (m)            | 网格个数 |             |
| Case1 | 75            | 30( $R_0/R = 3$ ) | 150  | 57          |
| Case2 | 75            | 30( $R_0/R = 3$ ) | 400  | 57          |
| Case3 | 75            | 30( $R_0/R = 3$ ) | 900  | 57          |
| Case4 | 75            | 50( $R_0/R = 5$ ) | 400  | 57          |
| Case5 | 192           | 30( $R_0/R = 3$ ) | 400  | 57          |
| Case6 | 75            | 30( $R_0/R = 3$ ) | 400  | 272         |

注:  $R_0$  为自由面半径。

### (1) 自由面网格收敛性

图 4.2 和表 4.1 给出了不同自由面范围大小和网格粗细的水动力网格模型和数据, 前四种工况的物体湿表面和控制面网格数量一样, Case1、Case2 和 Case3 的自由面半径一样, 但是网格数量不一样, 用于研究自由面网格粗细程度对水动力结果的影响, 而 Case2 和 Case4 的自由面半径不一样, 但是网格数量一样, 用于研究自由面范围大小对水动力结果的影响。此处无量纲化时间间隔  $\Delta t / \sqrt{g/(2R)}$  取 0.1。图 4.3 给出了不同网格类型下纵荡和升沉运动的脉冲响应函数, 图中结果显示 Case2、Case3 和 Case4 的结果非常接近, 而 Case1 与这三者有一定差距, 说明 Case2 已经获得了稳定的收敛结果, 不需要再进一步细化自由面网格, 同时 Case2 与 Case4 的结果非常接近说明了自由面范围不需要取得更大, 因此采用 Case2 的自由面范围和网格粗细程度已经能够获得满意的数值结果。表 4.2 给出了不同网格类型消耗的计算时间, 表中数据表明虽然 Case2 与 Case4 的自由面范围不一样, 但是

网格数量一样，因此计算时间基本一样，由于 Case1~Case3 的自由面网格数量依次增加，因此其计算时间消耗也是依次增加的，但是这三者之间的时间差距不是很大，因此它们的控制面网格数量一样，而内外场匹配方法中最消耗时间的部分为外场采用三维时域格林函数法计算速度势，因为其涉及到时域格林函数和卷积计算，并且计算代价直接由控制面网格数量决定。可见细化自由面网格后，计算代价增加不明显。

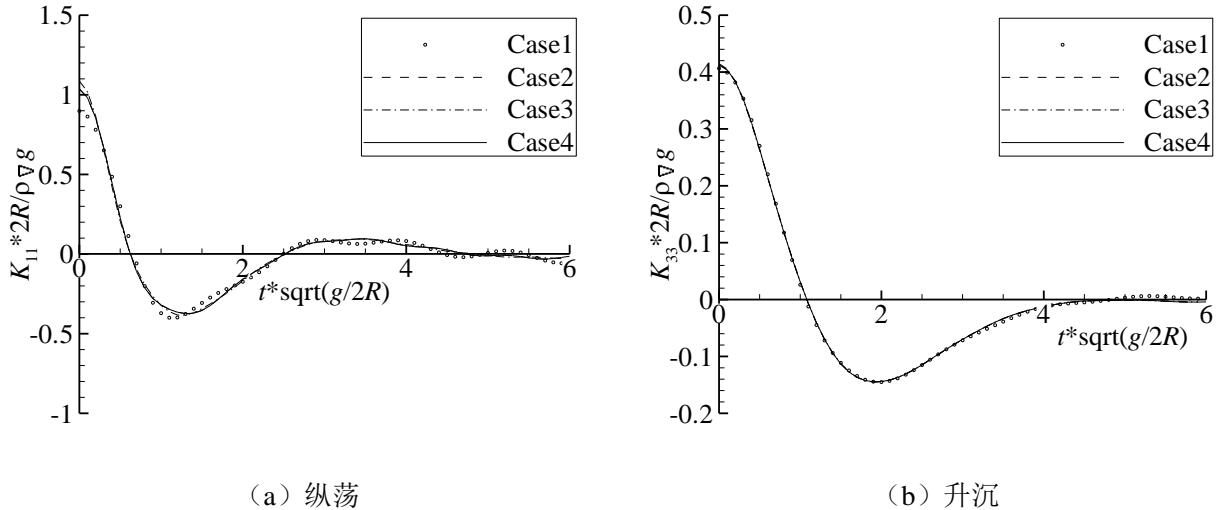


图 4.3 不同自由面范围和网格大小的辐射效应脉冲响应函数

表 4.2 不同自由面范围的计算时间消耗

| 网格类型  | 时间 (s)  |
|-------|---------|
| Case1 | 125.203 |
| Case2 | 136.031 |
| Case3 | 161.203 |
| Case4 | 132.469 |

## (2) 浮体网格收敛性

无量纲化时间间隔  $\Delta t / \sqrt{g/(2R)}$  取 0.1 后，图 4.4 给出了不同浮体网格大小的脉冲响应函数，图中结果显示两种网格的数值计算结果基本一样，这说明 Case2 的网格粗细程度已经满足计算需求。表 4.3 给出了计算消耗时间，细网格工况 Case5 时间增加量很小，可见增加浮体网格数量后计算代价增加不明显。

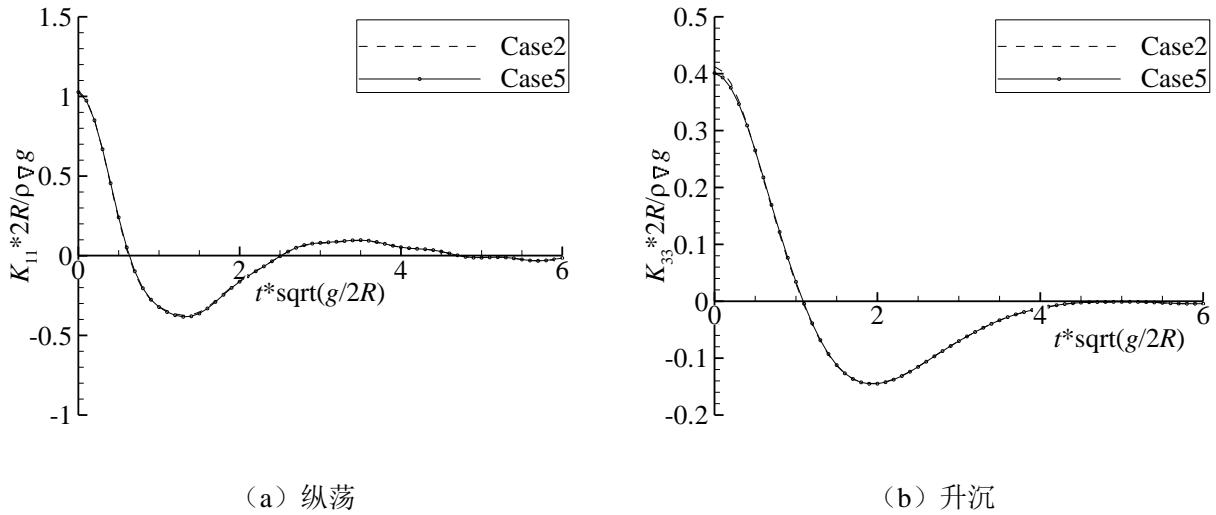


图 4.4 不同浮体网格大小的辐射效应脉冲响应函数

表 4.3 时间消耗

| 网格类型  | 时间 (s)  |
|-------|---------|
| Case2 | 136.031 |
| Case5 | 149.891 |

### (3) 控制面网格收敛性

无量纲化时间间隔  $\Delta t / \sqrt{g/(2R)}$  取 0.1 后, 图 4.5 给出了不同控制面网格数量下的脉冲响应函数数值计算结果, 图中结果显示两种网格下的数值计算结果基本一样, 这说明 Case2 的网格粗细程度已经满足计算需求, 这也是内外场匹配方法的优点, 其不需要密集的控制面网格。另外表 4.4 给出了这两种网格下的计算时间消耗, 细网格工况 Case6 计算代价急剧增加, 因此控制面网格不宜过多。

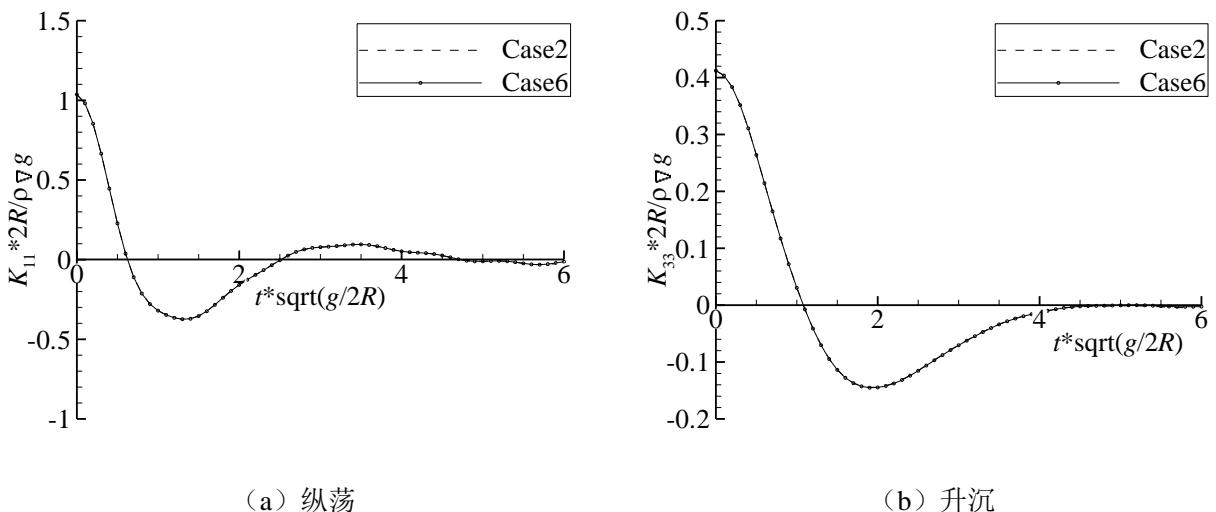


图 4.5 不同控制面网格大小的辐射效应脉冲响应函数

表 4.4 时间消耗

| 网格类型  | 时间 (s)   |
|-------|----------|
| Case2 | 136.031  |
| Case6 | 2781.625 |

#### (4) 时间间隔收敛性

以 Case2 网格为计算对象, 图 4.6 给出了不同时间间隔下的辐射效应脉冲响应函数, 从图中可以发现三种时间间隔工况的结果很接近, 因此无量纲时间间隔取到 0.1 便可以获得很好的计算结果。表 4.5 给出了不同无量纲化时间间隔工况消耗的计算时间, 计算代价随着时间间隔的减小而急剧增加。

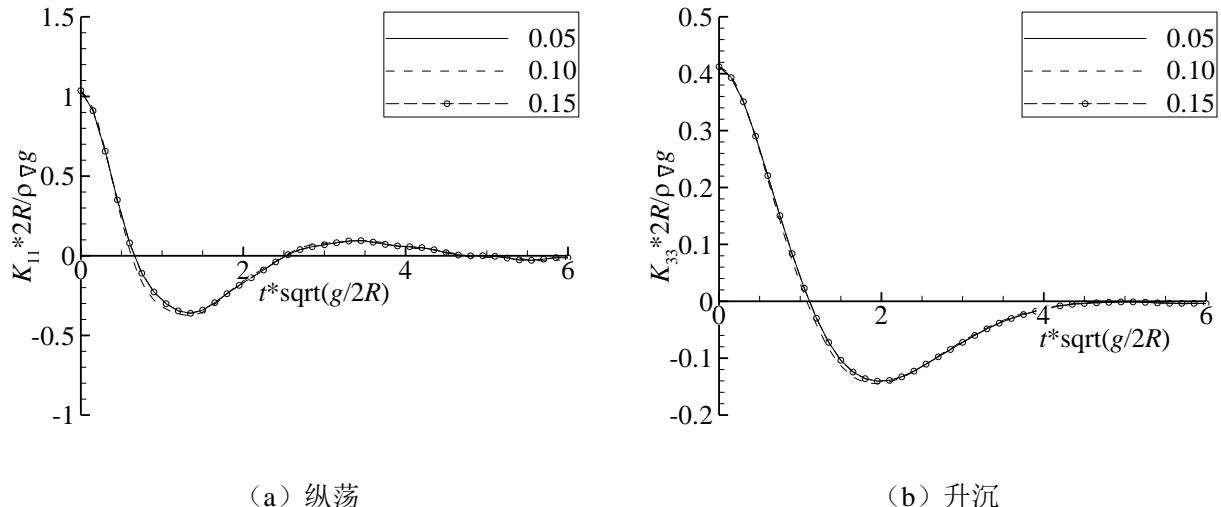


图 4.6 不同时间间隔的辐射效应脉冲响应函数

表 4.5 时间消耗

| 工况 (时间间隔) | 时间 (s)  |
|-----------|---------|
| 0.05      | 443.969 |
| 0.10      | 136.031 |
| 0.15      | 65.922  |

#### (5) 与已有文献结果比较

Barakat (1962) 给出了辐射势的脉冲响应记忆函数的解析解, Beck and King (1989) 给出了绕射波浪激励力和入射波浪激励力的脉冲响应记忆函数。本文将计算结果与这些文献结果进行了比较。此处采用 Case2 的水动力网格, 无量纲化时间间隔  $\Delta t / \sqrt{g / (2R)}$  取 0.1。从下面的图中可以看出本文的计算结果与文献结果十分吻合, 这说明了本文理论和计算程序的正确性。

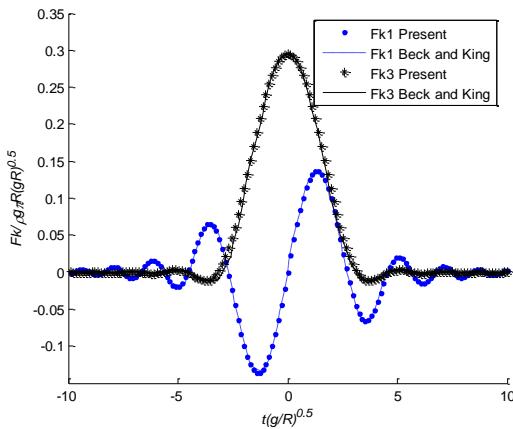


图 4.7 入射波浪激励力脉冲响应函数

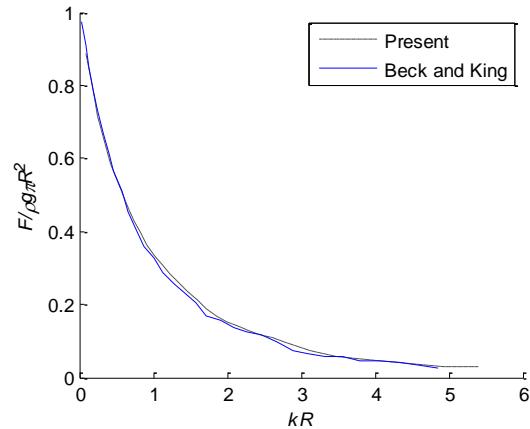
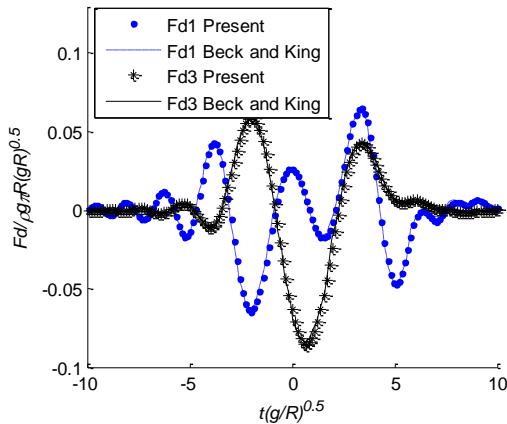
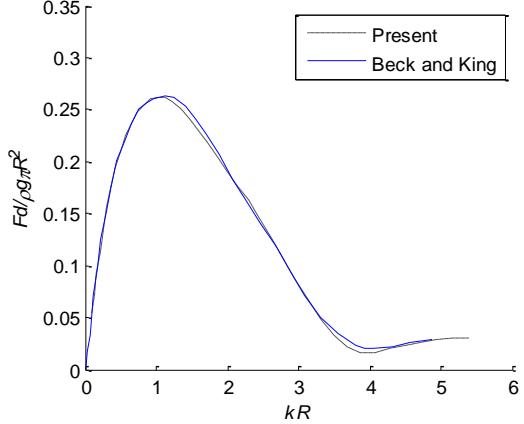


图 4.8 总波浪力传递函数（升沉）

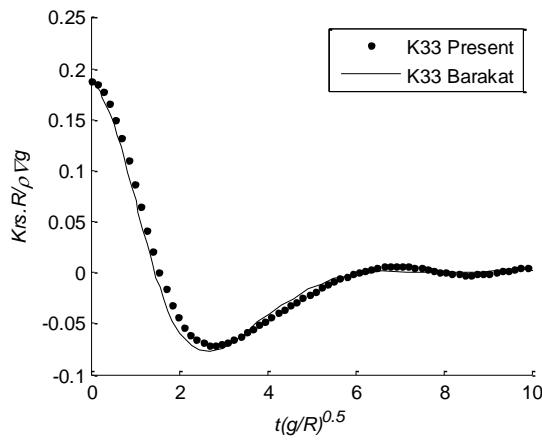


(a) 脉冲响应函数

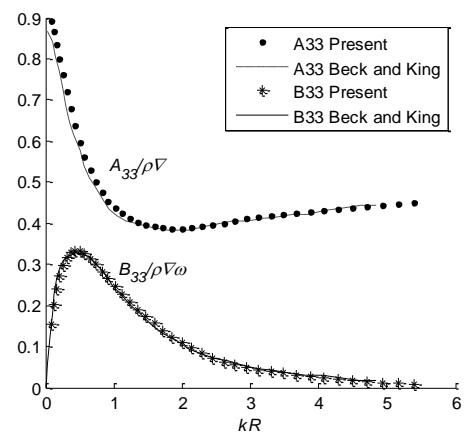


(b) 绕射波浪力传递函数（升沉）

图 4.9 绕射波浪激励力



(a) 脉冲响应函数



(b) 附加质量和附加阻尼

图 4.10 辐射速度势系数

#### 4.5.5 Wigley 船型算例

为了验证本文理论和程序的正确性，以 Wigley 船型为对象开展了数值计算研究工作。Wigley 船型信息和变量无量纲化方法参见前面的 3.7.4 节，此处不再重复阐述。

由于 Wigley 船型前后和左右对称，因此本文采 1/4 水动力模型，图 4.11 给出了水动力网格模型，该模型的船体、自由面和控制面网格数量分别为 240、600 和 125，自由面半径为 45m，控制面为高 20m 的圆柱形。另外在本模型后续的运动响应计算中粘性阻尼取 0.0。

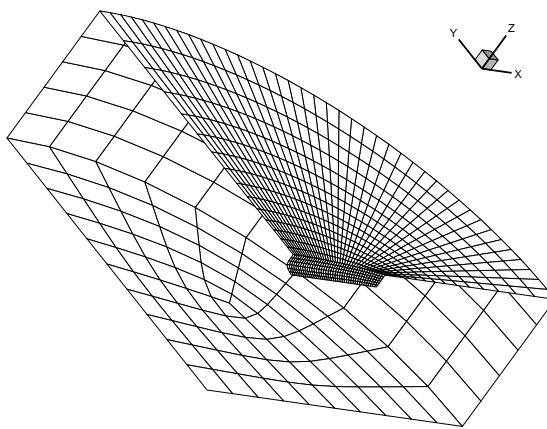


图 4.11 水动力网格模型（四分之一）

##### (1) 无航速工况

此次计算取无量纲时间  $\tilde{t} = t\sqrt{g/L} = -6.0 \sim 6.0$ ，无量纲时间间隔  $\Delta\tilde{t} = \Delta t\sqrt{g/L} = 0.05$ ，计算水动力系数、入射波浪激励力、绕射波浪激励力共消耗 CPU 时间 1143 秒。图 3.14 给出了给出了零航速情况下采用 AQWA 频域转时域间接方法和 IORM 方法获得的升沉和纵摇的水动力脉冲响应函数，从图中可以发现两种方法的结果很接近，另外当无量纲时间  $\tilde{t}$  超过 4.0 后，其数值基本接近零。图 4.13 给出了升沉和纵摇的入射波浪激励力、绕射波浪激励力、总波浪激励力的脉冲响应函数，图中结果显示无量纲时间  $|\tilde{t}|$  超过 4.0 后，其数值基本接近零。图 4.14 给出了本文内外场匹配方法计算的升沉和纵摇的运动响应传递函数，并与 AQWA（注：采用遭遇频率方法考虑航速效应的三维频域边界元程序）的计算结果进行了比较，两者非常一致。另外图 4.15 和 4.16 给出了波长船长比为 1.22 时顶浪情况下升沉和纵摇的运动响应时历曲线，从第四个响应峰值开始，运动趋于稳定。

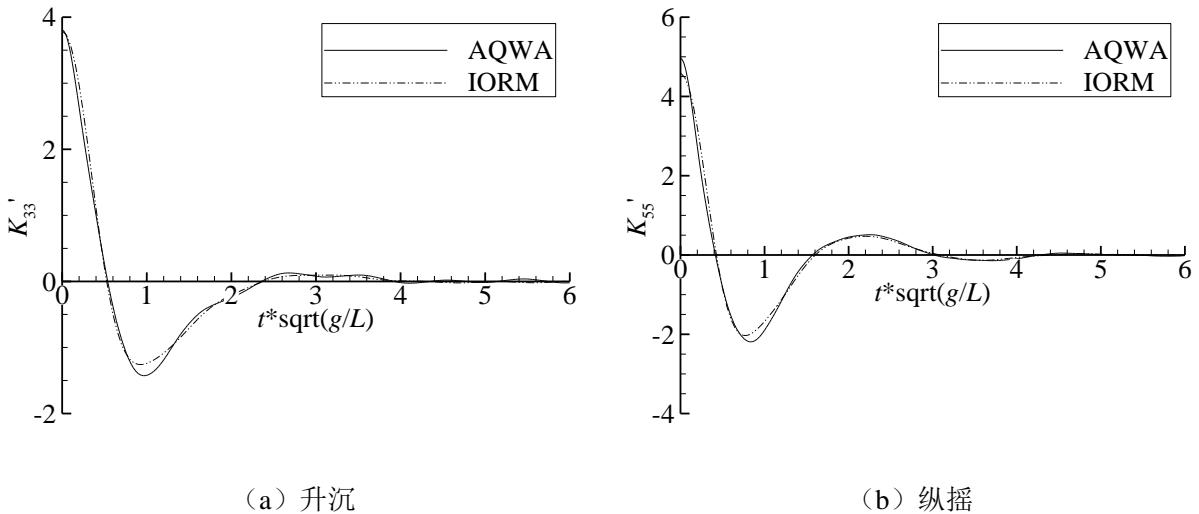


图 4.12 无量纲水动力脉冲响应函数 ( $F_n = 0$ )

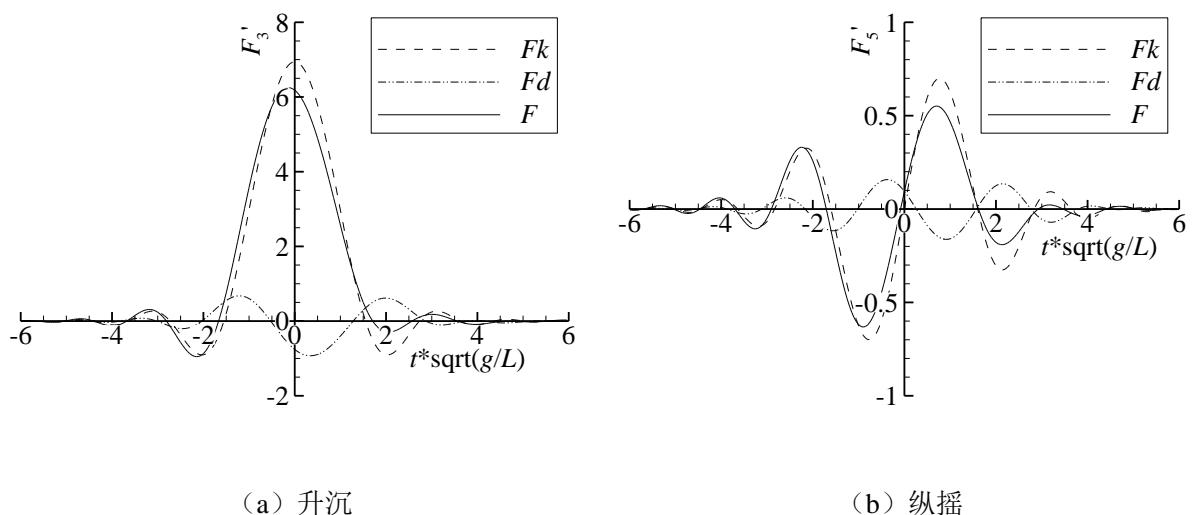


图 4.13 无量纲波浪力脉冲响应函数 ( $F_n = 0$ , 顶浪)

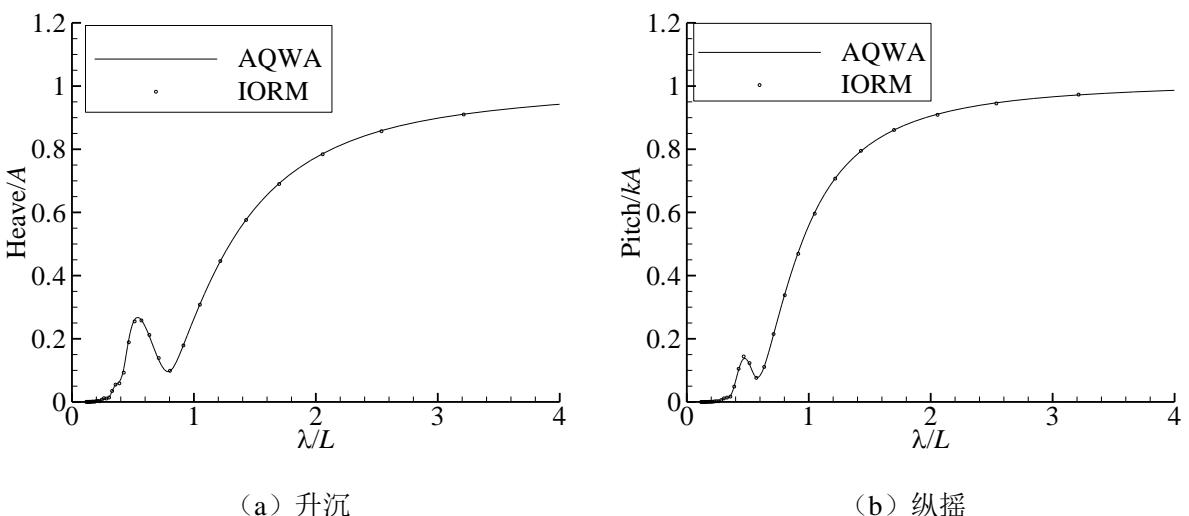
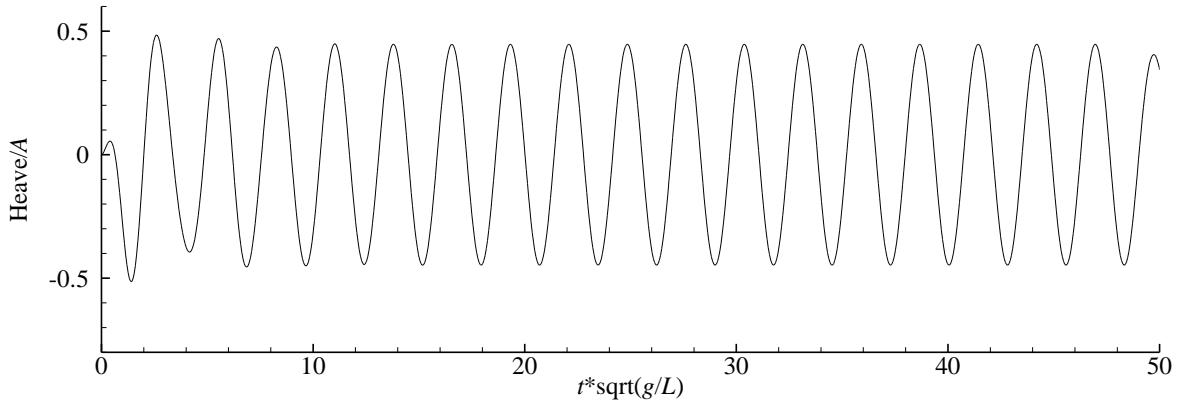
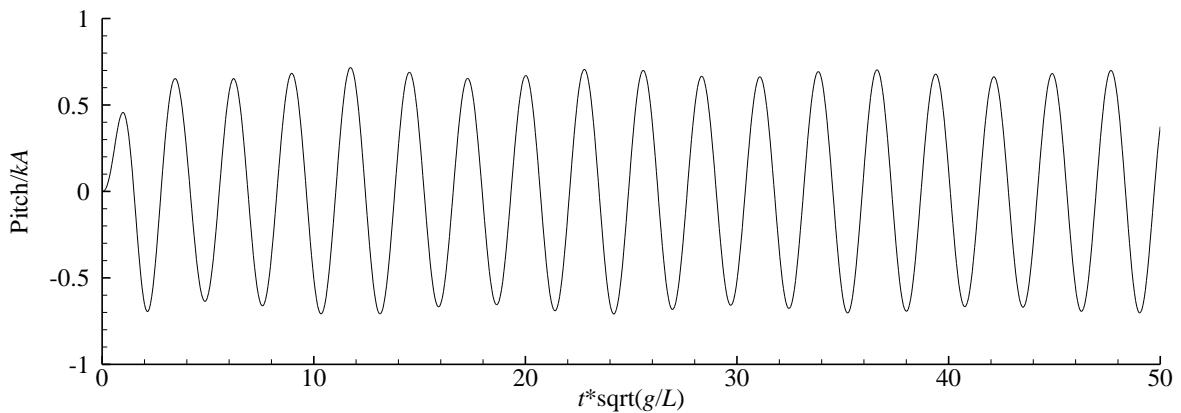


图 4.14 运动响应传递函数 ( $F_n = 0$ , 顶浪)

图 4.15 升沉运动时历曲线 ( $\lambda/L=1.22$ ,  $Fn=0$ , 顶浪)图 4.16 纵摇运动时历曲线 ( $\lambda/L=1.22$ ,  $Fn=0$ , 顶浪)

## (2) 有航速工况

此次计算取无量纲时间  $\tilde{t} = t\sqrt{g/L} = -6.0 \sim 6.0$ , 无量纲时间间隔  $\Delta\tilde{t} = \Delta t\sqrt{g/L} = 0.05$ , 计算水动力系数、入射波浪激励力、绕射波浪激励力共消耗 CPU 时间 1474 秒。图 4.17 给出了有航速 ( $Fn = 0.2$ ) 情况下升沉和纵摇的水动力脉冲响应函数, 从图中可以发现当无量纲时间  $\tilde{t}$  超过 4.0 后, 升沉脉冲响应函数基本接近零。另外图 4.17 中还给出了 IORM 方法的无航速结果 (因为前面数值计算结果表明 IORM 方法与 AQWA 频域转时域间接方法的无航速下脉冲响应函数计算结果一致, 此处仅列出一种), AQWA 频域转时域间接方法的脉冲响应, 结果表明采用 IORM 方法时, 航速对纵摇脉冲响应函数的影响非常明显, 而频域转时域间接方法变化不明显。图 4.18 给出了升沉和纵摇的入射波浪激励力、绕射波浪激励力、总波浪激励力的脉冲响应函数, 图中结果显示无量纲时间  $|\tilde{t}|$  超过 2.0 后, 其数值基本接近零, 可见航速效应减小了该时刻点。图 4.19 给出了本文时域方法计算的升沉和纵摇的运动响应传递函数, 并与 AQWA 的计算结果进行了比较, 当波长船长比小于 1.0 时两者数值计算结果较为一致, 但是超过 1.0 后时域方法的结果大于 AQWA 频域方法结果, 尤其波

长船长比 1.2 附近。另外图 4.19 中的 AQWA 结果、TDGF 方法结果与 IORM 方法结果相比，后两者更为接近。图 4.20 和 4.21 给出了波长船长比为 1.22 时顶浪情况下升沉和纵摇的运动响应时历曲线，从第四个响应峰值开始，运动趋于稳定。

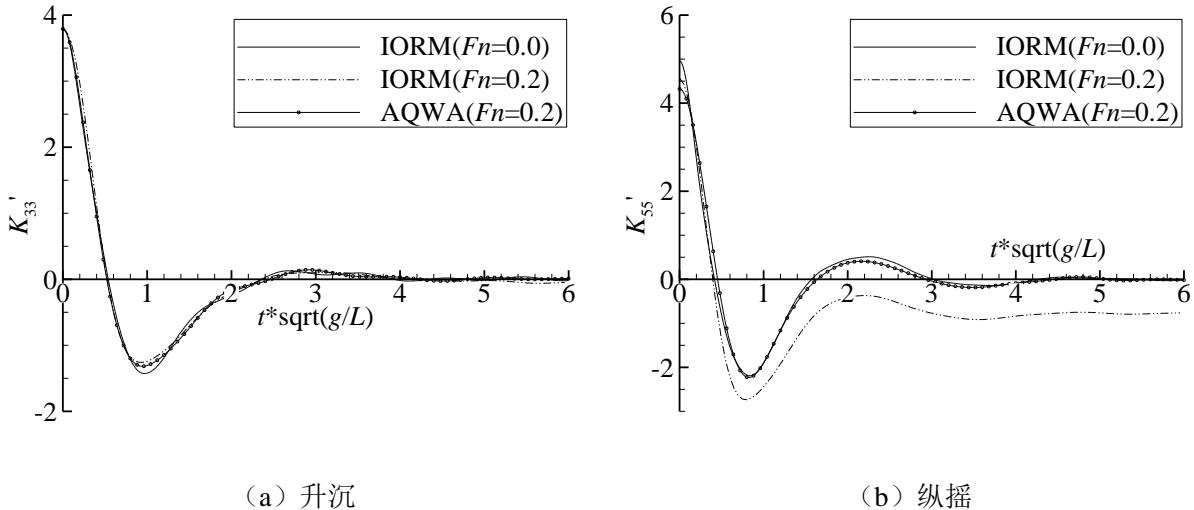


图 4.17 无量纲水动力脉冲响应函数 ( $Fn = 0.2$ )

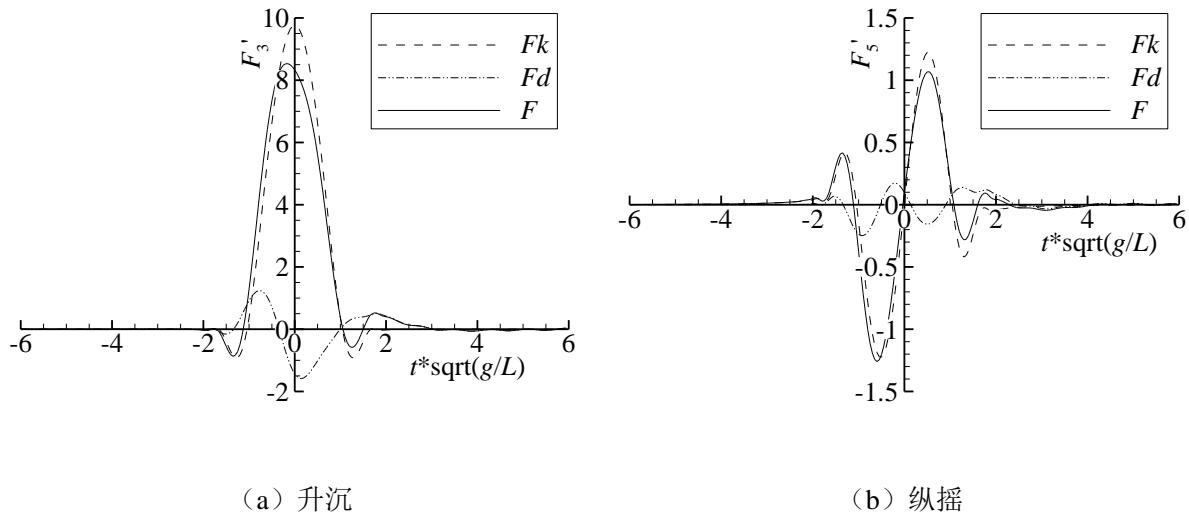


图 4.18 无量纲波浪力脉冲响应函数 ( $Fn = 0.2$ , 顶浪)

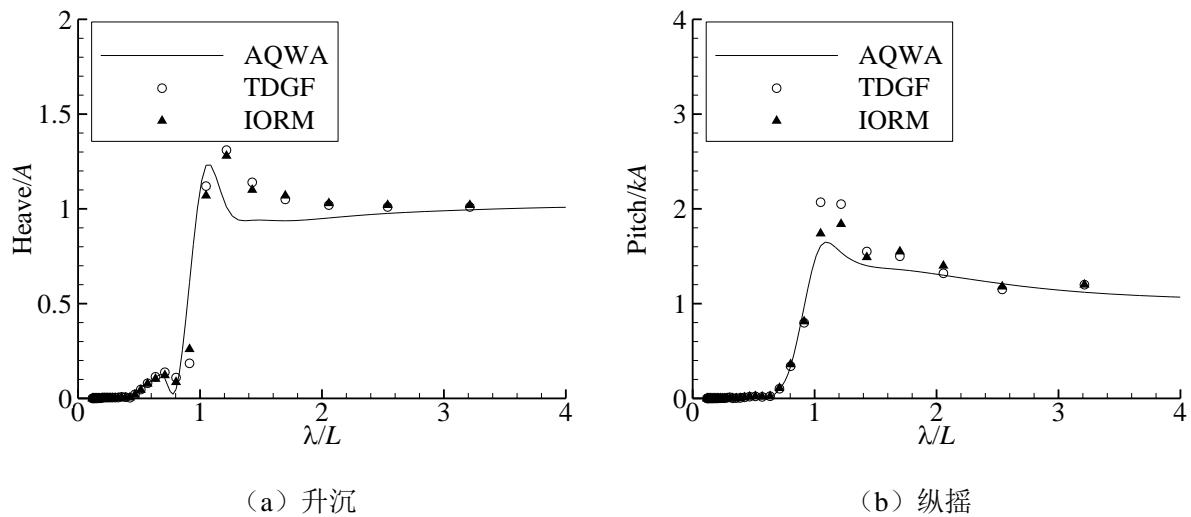


图 4.19 运动响应传递函数 ( $F_n = 0.2$ , 顶浪)

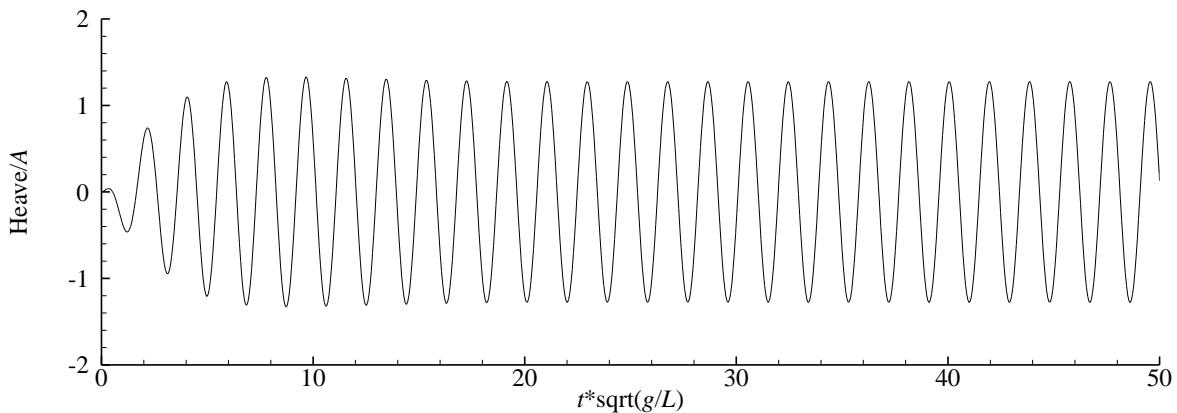


图 4.20 升沉运动时历曲线 ( $\lambda/L = 1.22$ ,  $F_n = 0.2$ , 顶浪)

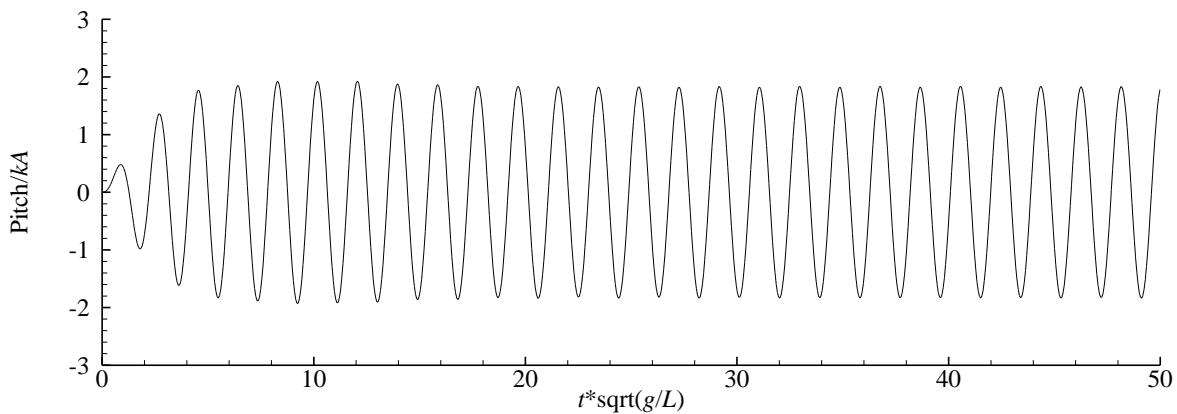


图 4.21 纵摇运动时历曲线 ( $\lambda/L = 1.22$ ,  $Fn = 0.2$ , 顶浪)

4.6 小结

本章结合结构振动模态叠加理论和三维势流理论建立了采用内外场匹配方法的有航速船舶三维时域水弹性力学的理论，通过虚拟的控制面将流域划分为内场和外场，外场采

用三维时域格林函数方法，内场采用 Rankine 源方法，并给出了绕射势、辐射势的数值离散方法和自由面离散格式、控制面处理方法等，编制了相应的数值程序。

以半圆球和 Wigley 船型为研究对象采用内外场匹配方法计算了入射波浪激励力脉冲响应函数、绕射波浪激励力脉冲响应函数、辐射效应脉冲响应函数、附加质量、附加阻尼和船体运动等，并与文献和其他数值计算方法进行了比较分析，同时研究了自由面范围大小、自由面网格数量、船体湿表面网格、控制面网格和时间间隔的收敛性，验证了理论和数值程序的正确性。自由面半径取 1.5 倍船长，计算脉冲响应函数时的无量纲时间范围和间隔分别取 -6.0~6.0 和 0.1 便可，求解船体水动力系数和运动的计算消耗的时间对船体湿网格数量和自由面网格数量不敏感，但是控制面网格数量对消耗时间影响很大。内外场匹配方法中并不需要非常密集的控制面网格，因此其计算速度快于三维时域格林函数方法。

无航速情况下，基于内外场匹配的三维时域水弹性方法计算脉冲响应函数与三维频域方法的计算结果一致。考虑航速后，三维时域水弹性方法计算脉冲响应函数与零航速情况差别较大。

## 第五章 三维时域非线性水弹性响应研究

### 5.1 概述

非线性水弹性力学包含的内容很多，包括结构变形和水动力。本章继续基于前面的假设：结构弹性变形为小量，其总体响应满足各模态变形的线性叠加原理。本章将仅考虑与水动力有关的非线性，例如大幅运动和瞬时湿表面引起的非线性入射波浪力和静水恢复力、砰击效应等，作者独立自主开发了数值预报软件 openWALAS (*open Wave Load Analysis Software*)，见网站“[openwalas.github.io](http://openwalas.github.io)”。

### 5.2 三维时域非线性水弹性响应方程

时域非线性水弹性响应方程为：

$$\begin{aligned} [a+A]\{\ddot{q}(t)\} + [b+B]\{\dot{q}(t)\} + [c+C']\{q(t)\} + \int_0^t [K(t-\tau)]\{\dot{q}(\tau)\} d\tau \\ = \{F_I(t)\} + \{F_D(t)\} + \{F_{rst}(t)\} + \{F_{slm}(t)\} \quad (5.1a) \end{aligned}$$

其中， $[a]$ 、 $[b]$ 和 $[c]$ 分别为结构动力学的船体惯性质量矩阵、结构阻尼矩阵和结构弹性恢复力矩阵； $[A]$ 为广义水动力附加质量常数矩阵； $[C]$ 为静水恢复力矩阵； $[B]$ 和 $[C']$ 分别为时域中航速引起的附加阻尼和流体恢复力矩阵； $[K(t)]$ 为辐射势脉冲响应函数矩阵； $\{q(t)\}$ 为主坐标响应； $\{F_I(t)\}$ 为考虑大幅运动和瞬时湿表面影响的非线性入射波浪激励力， $\{F_D(t)\}$ 为绕射波浪激励力； $\{F_{rst}(t)\}$ 为考虑大幅运动和瞬时湿表面影响的非线性静水恢复力； $\{F_{slm}(t)\}$ 为砰击力；其中第 $r$ 阶模态的线性绕射波浪激励力可以表示为：

$$F_{D,r}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{D,r}(t-\tau) \zeta_0(\tau) d\tau \quad (5.1b)$$

其中， $K_{D,r}(\tau)$ 为绕射波浪激励力脉冲响应函数； $\zeta_0(\tau)$ 为入射波面升高时历曲线。

在上述时域非线性水弹性方程中绕射问题和辐射问题是在平均湿表面开展，采用第四章中基于内外场匹配技术（“IORM”）的三维线性水弹性力学方法进行求解，获得刚体模

态和弹性模态的绕射波浪激励力脉冲响应函数和辐射势脉冲响应函数。接下来推导砰击力、非线性入射波浪力和非线性静水恢复力的计算方法。

## 5.3 砰击效应

### 5.3.1 底部砰击

#### (1) 砰击速度

底部砰击是在船底出水，然后入水的过程中发生的，但是并不是每次入水均会发生砰击，只有垂向相对速度超过某一“临界速度”时才能够产生可计量的砰击压力或明显的船体运动加速度突变。Ochi (1973) 通过对模型试验结果进行分析后建议对 158.5m 的船舶，临界速度  $\dot{Z}_{R^*}$  取为 3.66m/s，船长改变时按傅汝德定律换算，即：

$$\dot{Z}_{R^*} = 0.093\sqrt{gL} \quad (5.2)$$

式中， $L$  为船长； $g$  为重力加速度。那么底部砰击发生的条件可以表示为：

$$\left. \begin{array}{l} Z_R = d \\ \dot{Z}_R \leq -\dot{Z}_{R^*} \end{array} \right\} \quad (5.3)$$

式中  $d$  为剖面的静吃水。

#### (2) 砰击压力

底部砰击研究中最关键的难点是建立砰击压力、船型与入水速度三者之间的关系。从 Von-Karman (1929)、Wagner (1932) 开始至今，大部分学者给出的最大压力表达式为：

$$p = k\dot{Z}_{R0}^2 = \frac{1}{2}\rho k_1 \dot{Z}_{R0}^2 \quad (5.4)$$

式中， $k$  为剖面形状系数， $k_1$  为无因次的  $k$  值； $\dot{Z}_{R0}$  为砰击瞬时垂向相对速度； $\rho$  为流体密度。Ochi (1973) 在试验中发现，当 Froude 数小于 2.0 时，形状系数  $k$  或  $k_1$  与航速无关，而且与海情和波浪的不规则程度也无关，仅仅是船体剖面形状（尤其是 1/10 设计吃水以下的部分船底形状）的函数。为了比较不同试验条件对形状函数的影响，Ochi (1970) 利用 Mariner 号  $3\frac{1}{2}$  站剖面，分别进行了三种冲击类型的压力测量：a) 二因次模型的静水落体试验；b) 船模的静水落体试验；c) 船模在规则波中的适航性试验。图 5.1 给出了部分测试结果。从图中结果可以看出所有这三种试验，砰击压力都近似正比于砰击速度的平方。但

是在同一速度下二因次模型静水落体试验的砰击压力却较波浪中的试验值约大 5 倍；同时，船模静水落体试验的结果约为波浪中试验值的 2 倍。Ochi 认为，静水落体试验和适航性试验所以有如此大的差别，主要是由于包括龙骨线与水表面之间的相位关系在内的表面条件不同造成的。因此，预报用的  $k$  或  $k_1$  值，应该从规则波或不规则波中的模型试验中获得。

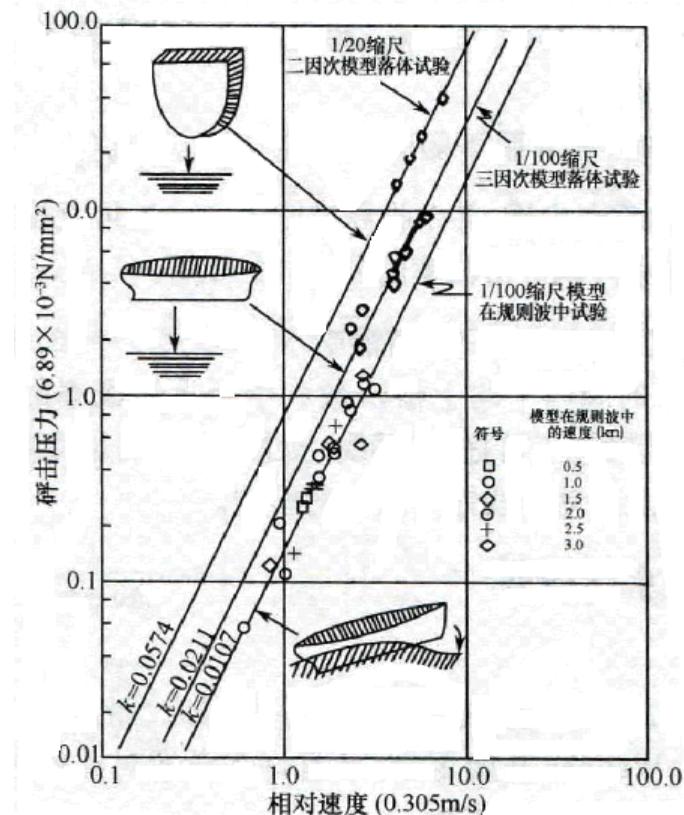


图 5.1 三种不同试验方法得到的砰击压力和速度的关系 (Ochi, 1970)

在设计阶段，若无设计船的  $k$  或  $k_1$  的试验值，可利用 Ochi 和 Motter 在分析船模适航性试验资料的基础上提出的下述回归方程 (Ochi, 1973)。

$$k = \exp\{-3.599 + 2.419a_1 - 0.873a_3 + 9.624a_5\} \quad (5.5)$$

其中上述  $k$  为英制单位， $a_1$ 、 $a_2$  和  $a_3$  按三参数保角变换系数，即把 1/10 设计吃水以下的船体剖面形状映射于一圆上时的系数

$$Z_0 = U \left( \zeta + \frac{a_1}{\zeta} + \frac{a_3}{\zeta^3} + \frac{a_5}{\zeta^5} \right) \quad (5.6)$$

方程中  $Z_0 = x + iy$ ，为船体剖面坐标； $\zeta = \xi + i\eta$  是圆的坐标； $U$  是尺度比。

而无因次  $k_1$  的表达式为：

$$k_1 = e^{\{1.377 + 2.419a_1 - 0.873a_3 + 9.624a_5\}} \quad (5.7)$$

### (3) 碰击压力的时间和空间分布

对于常规船型，工程实用上目前多是通过将船舶运动的理论计算和 Ochi-Motter(1973) 的碰击压力试验结果相结合，来确定底部碰击时的水动力（戴仰山，贺五洲，1979）。下图是碰击压力幅值沿剖面分布（Ochi, 1973）。碰击发生时，龙骨及平底处的最大水动压力  $p$ ，根据碰击时的垂向相对速度确定。碰击压力计算的剖面最高点 A 取在约 1/10 设计吃水处。试验表明，超过了这个高度后碰击压力已经变得很小。把曲线  $OBA$  展成直线  $OBA'$ ，近似认为压力幅值沿舷侧按线性变化。根据试验统计，某点压力从零增至幅值再回到零（近似按三角形分布）的持续时间为：

$$\Delta = \frac{7.94}{10^3} \sqrt{L} \quad (\text{s}) \quad (5.8)$$

式中， $L$  为船长(m)。

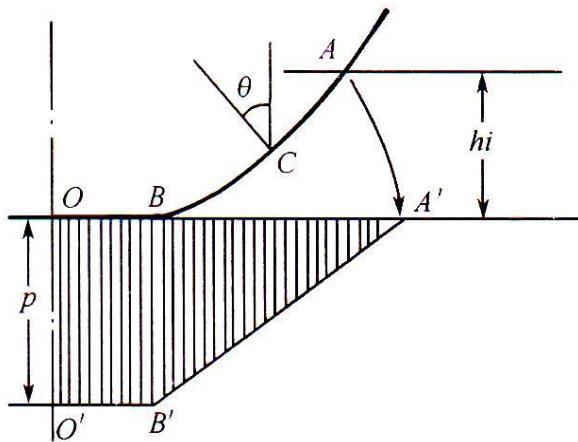


图 5.2 碰击压力幅值沿剖面分布的图解

假定在一次碰击过程中同一剖面各点发生碰击时的相对速度不变。这样，剖面上各点水动压力随着空间和时间的变化情况便唯一被确定。当把不同时刻各点水动力压力在各刚体和弹性模态上积分，便可获得由碰击载荷效应诱导的广义模态力。

### 5.3.2 外飘碰击

1932 年，Wagner 提出了著名的平板拟合理论。当底升角大于  $15^\circ$  时，该方法算得的压力与试验结果符合得较好。Stavovy 和 Chuang(1976)根据 Wagner 楔形体碰击理论、Chuang 的锥体碰击理论和 NSRDC (David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center)

的试验结果，对高速艇的底部砰击，给出了计算最大砰击压力的方法。Hwang 等（1983）等则把这个方法应用于外飘砰击的情况。

按照 Wagner 的理论，入水砰击压力可写为

$$p_i = \rho K_w V_n^2 \quad (5.9)$$

式中， $V_n$  为入水砰击速度，具体到外飘砰击，它可根据船舶和波浪在水面法向的相对速度来求得（公式的推导见后面）； $K_w$  为无因次压力系数，可利用 Stavovy 和 Chuang 由曲线拟合导得的三因次计算公式类比确定。

由于此处  $V_n$  的计算与 Stavovy 和 Chuang 的方法稍有不同，所以，系数  $K_w$  的表达式也略有区别。对应于这里定义的  $V_n$ ，发生最大入水砰击压力时的  $K_w$  值为

$$\left. \begin{aligned} K_w &= 24.218\epsilon + 72.0, \text{ 当 } 0^\circ \leq \epsilon \leq 2.2^\circ \\ K_w &= 314.22087 - 136.10614\epsilon + 29.34059\epsilon^2 - \\ &\quad 3.3681\epsilon^3 + 0.19552\epsilon^4 - 0.00451\epsilon^5, \text{ 当 } 2.2^\circ \leq \epsilon \leq 11^\circ \\ K_w &= 683.81885 - 193.6841\epsilon + 22.70183\epsilon^2 - \\ &\quad 1.3385\epsilon^3 + 0.039384\epsilon^4 - 0.0004606\epsilon^5, \text{ 当 } 11^\circ \leq \epsilon \leq 20^\circ \\ K_w &= (1 + 2.4674 / \tan^2 \epsilon) 0.3842824, \text{ 当 } 20^\circ \leq \epsilon \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

式中， $\epsilon$  为砰击表面的有效砰击角，单位为度，对于楔形体的静水砰击情况， $\epsilon$  退化为船的底升角。图 5.3 给出了 Stavovy 和 Chuang 方法与英国劳氏船级社规范（NSR，2005）给出的无因次压力系数曲线。

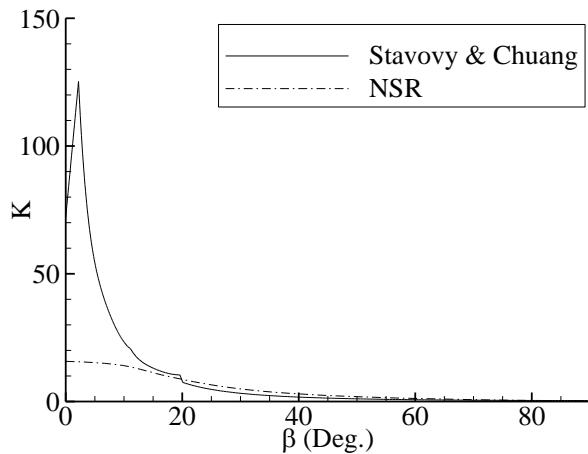


图 5.3 无因次压力系数

下面介绍  $\varepsilon$ 、 $V_n$  的计算方法，本文不考虑入射波变形和船体横向运动。坐标的选取如图 5.4 所示。

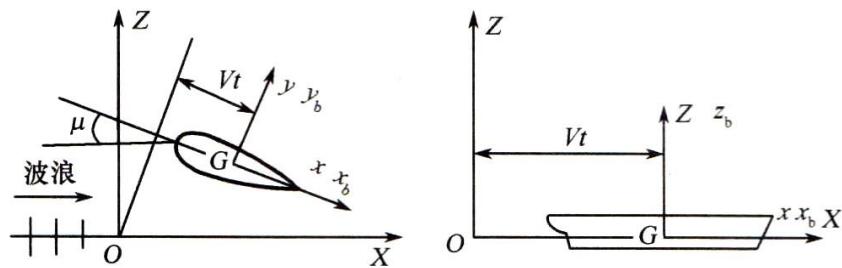


图 5.4 坐标系统及船舶遭遇角  $\mu$  的定义

船体纵摇运动时，水线角  $\alpha$ ，横剖线角  $\beta$ ，纵剖线角  $\gamma$ （图 5.5）变化为：

$$\begin{aligned}\alpha' &= \arctan(\tan \alpha \cdot \cos \theta_y) \\ \gamma' &= \arctan(\tan \gamma \cdot \cos \theta_y) - \theta_y \\ \beta' &= 90 - \arctan[\tan \alpha' \tan(90 - \gamma')]\end{aligned}\quad (5.11)$$

式中， $\theta_y$  为纵摇角。

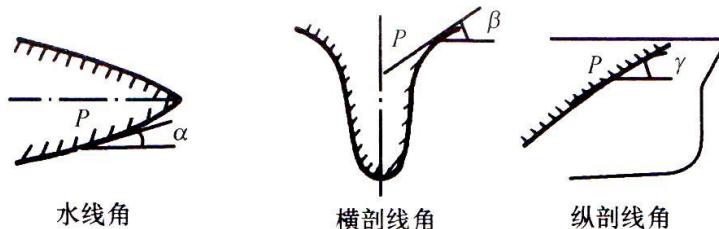


图 5.5 船体表面的角度

船体表面切向流动速度不产生砰击压力，因此考虑同时垂直于船体表面和静水面的平面上的相对速度，建立的垂直法平面见图 5.6。

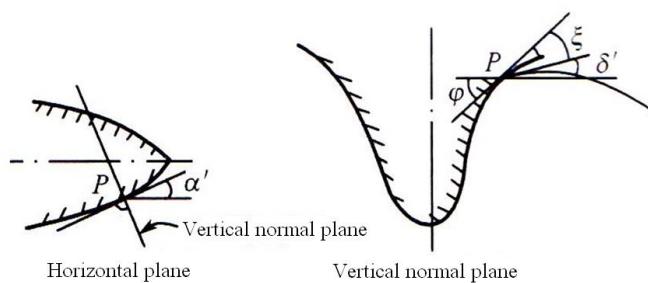


图 5.6 垂直法平面

斜升角为（见图 5.7）：

$$\phi = \arccos \left( \frac{\tan(90 - \beta')}{\sqrt{\tan^2 \alpha' + \tan^2(90 - \beta')} + 1} \right) \quad (5.12)$$

记  $\mu$  为浪向角 ( $\mu = 0^\circ$  为随浪,  $\mu = 180^\circ$  为顶浪, 见图 5.8), 迎浪侧碎击点的原始波倾角为  $\delta'$ , 有效波倾角  $\delta'$  为:

$$\delta' = \delta \cos(90 - \alpha' - 180 + \mu) \quad (5.13)$$

有效碎击角为:

$$\varepsilon = \phi - \delta' \quad (5.14)$$

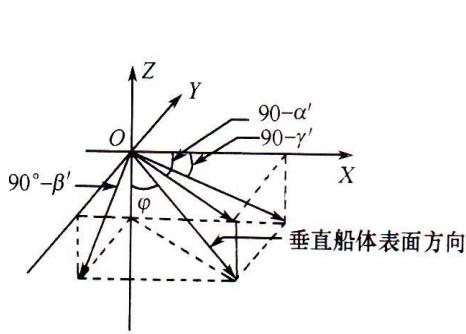


图 5.7 垂直法平面内的斜升角

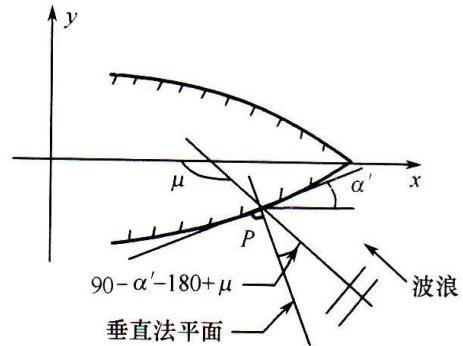


图 5.8 波浪关于垂直法平面内的相对方向

碎击点 P 处的速度为:

$$\left. \begin{aligned} V_v &= \dot{z}_G - x \dot{\theta}_y \cos \theta_y - V \sin \theta_y \\ V_h &= -x \dot{\theta}_y \sin \theta_y + V \cos \theta_y \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

式中,  $z_G$  为升沉,  $V$  为航速,  $V_h$  为水平速度,  $V_v$  为垂直速度。

波浪质点在波面法线上的速度为:

$$V_{nw} = V_p \sin \delta \quad (5.16)$$

$V_p$  为规则波的相速度, 对不规则波情况,  $V_p$  可取为海浪谱中特征频率对应的规则波的相速度。波面对船体表面的法向相对速度:

$$V_n = V_h \cos(90 - \alpha') \sin \delta' + V_{nw} - V_v \cos \delta' \quad (5.17)$$

### 5.3.3 碰击压力和颤振响应理论

波浪拍打船体时碰击位置处的压力一般是快速达到最大值，然后呈指数衰减，典型的压力变化曲线如图 5.9 所示。碰击压力的衰减过程可以通过下述公式描述：

$$p(t) = p_0 \frac{t}{t_0} e^{\left(1 - \frac{t}{t_0}\right)} \quad (5.18)$$

其中， $p_0$  为峰值点压力，可通过上节 Stavovy 和 Chuang 经验公式获得，具体参见文献（戴仰山等，2007）； $t_0$  为达到最大压力值的时间，一般取 0.01s。

碰击压力的持续时间一般取为：

$$\Delta = \frac{7.94}{10^3} \sqrt{L} \quad (5.19)$$

式中， $L$  为船长(m)； $g$  为重力加速度。

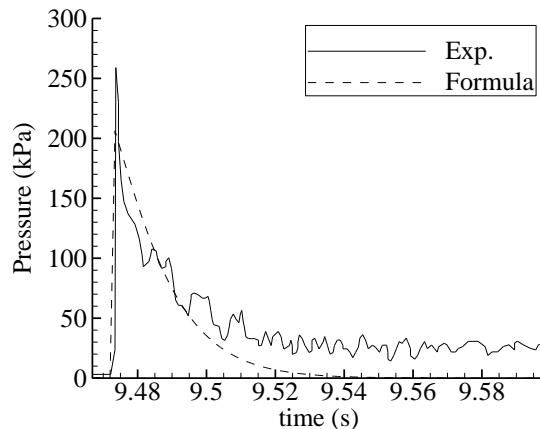


图 5.9 碰击压力变化曲线（参见公式 5.18）

获得每个碰击点的压力时域变化后可通过下述公式获得第  $r$  阶碰击模态力：

$$F_{slm,r}(t) = \iint_{S_{b,slm}} \vec{n} \cdot \vec{u}_r p(t) dS \quad (5.20)$$

其中， $\vec{n}$  和  $\vec{u}_r$  分别为面元的法向矢量和振型位移矢量； $S_{b,slm}$  为处于碰击响应过程的湿表面局部区域。图 5.10 为一艘 6750TEU 集装箱在碰击载荷下的船舯垂向弯矩响应时域曲线（规则波波高为 10.93m）可以看到存在明显的高频成分。在本文中仅在数值计算程序中考虑了外飘碰击，尚未计及底部碰击，外飘碰击压力计算中的临界速度采用公式 (5.2) 计算。

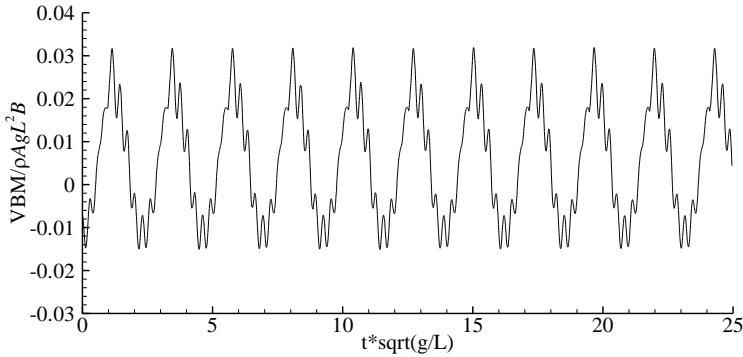


图 5.10 考虑砰击效应的垂向弯矩响应 (Kim, 2014)

## 5.4 非线性入射波浪激励力

在线性微幅运动假设下，入射波浪力一般在平均湿表面积分，考虑恶劣海况下的船舶大幅运动和瞬时湿表面影响后，非线性入射波浪力的表达式如下：

$$F_{I,r}(t) = \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r p(t) dS \quad (5.21a)$$

式中， $S_b(t)$  为考虑船体瞬时位置与波浪形状后的瞬时湿表面； $p(t)$  为入射波压力，其可以为一阶线性表达式，也可以为考虑伯努利方程二次项的压力。需要说明的是不考虑绕射和辐射效应对入射波瞬时波面的影响，入射波压力的一阶线性表达式如下：

$$p(t) = \rho g e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e t} \quad (5.21b)$$

其中， $g$  为重力加速度； $\omega$  和  $\omega_e$  分别为波浪自然频率和遭遇频率；波数  $k = \frac{\omega^2}{g}$ ；

$$\omega_e = \omega - kU_0 \cos \beta, \quad U_0 \text{ 为航速; } \alpha = x \cos \beta + y \sin \beta.$$

## 5.5 非线性静水恢复力

考虑恶劣海况下的船舶大幅运动和瞬时湿表面影响后，静水恢复力表现出一定的非线性，因而不能够再表达成恢复力系数矩阵，时域非线性水弹性响应方程中的静水恢复力为：

$$F_{rst,r}(t) = -\rho g \iint_{S_b(t)} \vec{n} \cdot \vec{u}_r \sum_{k=1}^m w_k dS \quad (5.22)$$

式中， $S_b(t)$  为考虑船体瞬时位置与波浪形状后的瞬时湿表面； $w_k$  为第  $k$  阶模态的  $z$  方向位移； $m$  为总模态数； $\rho$  和  $g$  分别为流体密度和重力加速度。

## 5.6 6750TEU 集装箱船

2014 年韩国首尔大学的 Yongwhan Kim 发起了一个计算 6750TEU 集装箱船波激振动和颤振的国际性 Benchmark 研究，并提供了详细的型线、刚度和重量分布等信息。该集装箱船在韩国的 KRISO 开展模型试验，但是 Kim 并没有提供试验数据结果。另外，近些年 Kim 的研究小组开发了可以考虑非线性 Froude-Krylov 力、非线性静水恢复力和砰击力的三维时域非线性水弹性力学程序，已在公开文献中给出了一些计算结果（Jung-Hyun Kim and Yonghwan Kim, 2015; Kyong-Hwan Kim et al 2015），本文中 Kim 给出的集装箱船运动和载荷的数值计算结果也采用了该程序。采用本文的三维时域非线性水弹性力学方法和软件计算该集装箱船的波激振动和颤振响应，可以与 Kim 的计算结果互校，并通过这些数值计算分析来研究大型集装箱船舶的非线性波激振动和颤振水弹性响应特点，同时验证本文采用的数值计算方法和程序的正确性和可靠性。本文采用吴有生院士 1984 年开发的 THAFTS 软件计算频域水弹性响应，采用考虑大幅运动和瞬时湿表面（入射波压力积分）、非线性静水恢复力和砰击效应的非线性程序（HYLAT）计算时域水弹性响应。

### 5.6.1 船体参数

该集装箱船设计可装载 6750 个集装箱，垂线间长为 286.6m，其主尺度信息见表 5.1。图 5.11 给出了该集装箱船的分段示意图，图 5.12 和表 5.2 给出了模型试验中的箱型梁横剖面信息，表 5.3 给出了分段的重量分布。集装箱船的水动力网格模型图 5.13 所示，蓝色和黄色分别代表静水线以下和水线以上的单元，分别为 1574 个和 1308 个（全模型），自由面半径为 450m，网格数量为 1200 个（半模型），控制面高 150m，网格数量为 336 个（半模型）。其坐标原点在船尾基线处，x 正向从船尾指向船艏，y 正向指向左舷，z 轴向上。

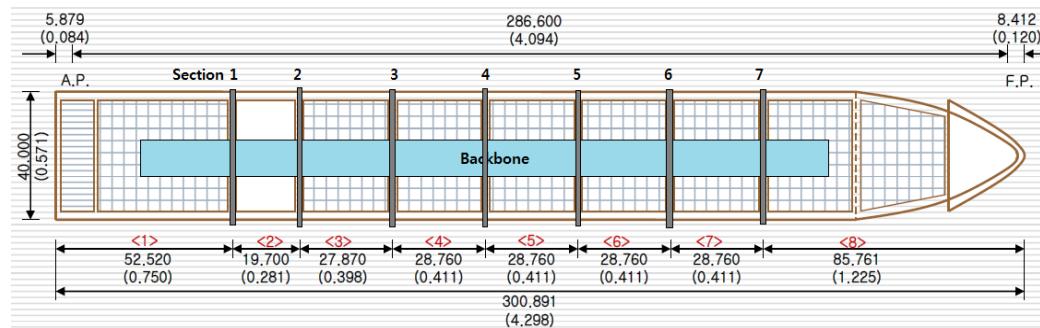


图 5.11 船体分段示意图

表 5.1 集装箱船主尺度

| 类型                           | 实尺度         | 模型         |
|------------------------------|-------------|------------|
| Scale                        | 1/1         | 1/70       |
| LOA (m)                      | 300.891     | 4.298      |
| LBP (m)                      | 286.6       | 4.094      |
| Breadth (m)                  | 40          | 0.571      |
| Height (m)                   | 24.2        | 0.346      |
| Draft (m)                    | 11.98       | 0.171      |
| Displacement                 | 85562.7 ton | 249.454 kg |
| $C_b$                        | 0.61        | 0.61       |
| KM (m)                       | 18.662      | 0.267      |
| GM (m)                       | 2.1         | 0.03       |
| KG (m)                       | 16.562      | 0.237      |
| LCG from AP (m)              | 138.395     | 1.977      |
| kxx (m)                      | 14.4        | 0.206      |
| kyy (m)                      | 70.144      | 1.002      |
| kzz (m)                      | 70.144      | 1.002      |
| Natural Period of Roll (sec) | 20.5        | 2.45       |
| Neutral axis from keel (m)   | 11.412      | 0.163      |

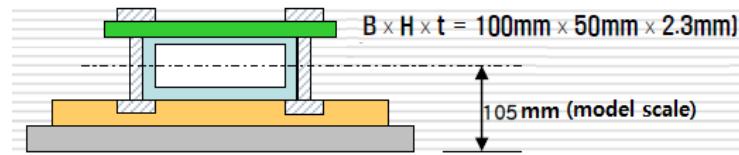


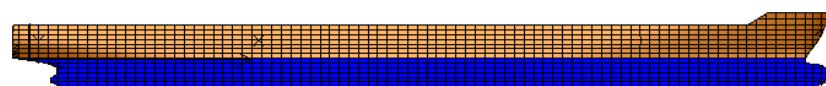
图 5.12 模型中的船体箱型梁横剖面

表 5.2 箱型梁横剖面信息

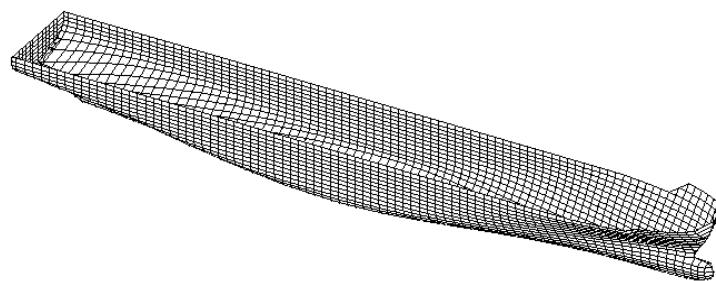
| 箱型梁                    | 实尺度 (m)  | 模型 (mm)   |
|------------------------|----------|-----------|
| B                      | 7.000    | 100.000   |
| H                      | 3.500    | 50.000    |
| t                      | 0.161    | 2.300     |
| Young Modulus          | 14 (TPa) | 200 (GPa) |
| Neutral axis from keel | 7.350    | 105.000   |
| Dry mode               | 0.785    | 6.571     |
| Wet mode               | 0.645    | 5.4       |

表 5.3 船体分段的重量分布

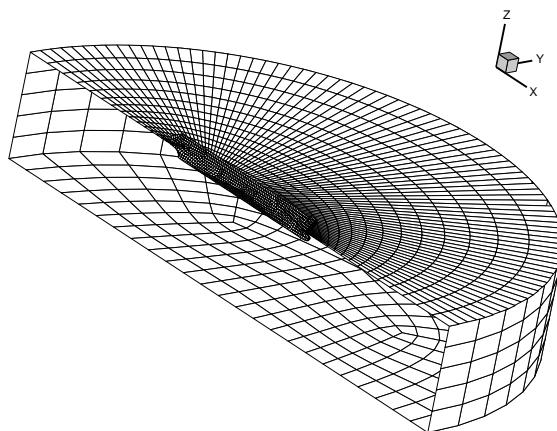
| Segment | Mass      |           |
|---------|-----------|-----------|
|         | Real(ton) | Model(kg) |
| 1       | 10326.087 | 30.105    |
| 2       | 4844.12   | 14.123    |
| 3       | 10042.864 | 29.279    |
| 4       | 11902.906 | 34.702    |
| 5       | 12322.063 | 35.924    |
| 6       | 10869.002 | 31.688    |
| 7       | 9406.402  | 27.424    |
| 8       | 15849.258 | 46.208    |
| Total   | 85562.7   | 249.454   |



(a) 水下和水面单元示意图



(b) 船体水动力网格



(c) 内外场匹配方法的水动力模型

图 5.13 集装箱船水动力模型

## 5.6.2 船体结构有限元模态

图 5.14 给出了采用二维梁模型计算的船体结构有限元模态分析结果。频率从低到高依次为：两节点垂向弯曲、两节点水平弯曲、三节点垂向弯曲、三节点水平弯曲。表 5.4 给出了船体模态对应的干频率和湿频率。

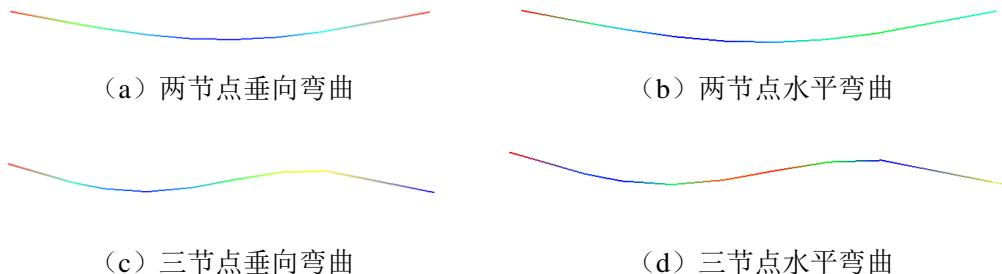


图 5.14 船体结构有限元振型

表 5.2 船体模态频率

| 类型      | 干频率 (rad/s) | 湿频率 (rad/s) | Kim  |
|---------|-------------|-------------|------|
| 升沉      | -           | 0.70        | -    |
| 横摇      | -           | 0.29        | 0.31 |
| 纵摇      | -           | 0.73        | -    |
| 两节点垂向弯曲 | 4.93        | 3.85        | 4.05 |
| 两节点水平弯曲 | 8.49        | 7.56        | -    |
| 三节点垂向弯曲 | 12.37       | 9.05        | -    |
| 三节点水平弯曲 | 21.28       | 19.30       | -    |

另外在进行水弹性响应计算时，本文参照 Kim 提供的资料给 Roll 和弹性模态分别添加 5% 和 2% 的人工粘性阻尼。

## 5.6.3 载荷工况

表 5.5 给出了 Kim 提供的三种规则波工况 NL1~NL3，NL4 工况为本文添加的不规则波工况。下述三种规则波工况的遭遇频率分别为：0.502rad/s、0.502rad/s 和 0.575rad/s。表 5.5 中波浪频率对于不规则波来说为平均跨零周期 ( $T_z$ ) 对应的平均跨零频率，波高为三一有义波高  $H_s$ ，采用 P-M 谱描述短期海况，具体谱型见图 5.15。

表 5.5 载荷工况

| 编号             | 波浪频率(rad/s) | 波高(m) | 浪向角(degree) | 航速(m/s) |
|----------------|-------------|-------|-------------|---------|
| NL1(regular)   | 0.449       | 6.118 | 180         | 2.572   |
| NL2(regular)   | 0.449       | 10.93 | 180         | 2.572   |
| NL3(regular)   | 0.449       | 6.118 | 180         | 6.173   |
| NL4(irregular) | 0.449       | 10.93 | 180         | 2.572   |

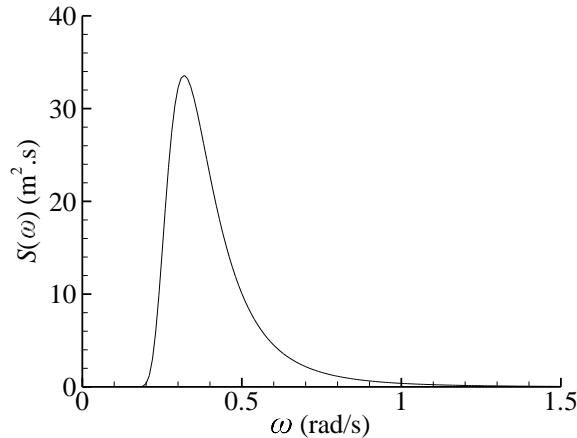


图 5.15 NL4 的波浪谱

#### 5.6.4 零航速情况

本文将规则波线性频域结果转化为时域，图 5.16 和 5.17 给出了线性频域方法与线性时域方法的结果比较。其中 VBM(Vertical Bending Moment) 表示垂向弯矩，正值为 Sagging (中垂)，负值为 Hogging (中拱)。从图中可以看出无航速情况下两种方法的计算结果非常一致，其中最开始段的不一致是时域方法的自由瞬态响应。

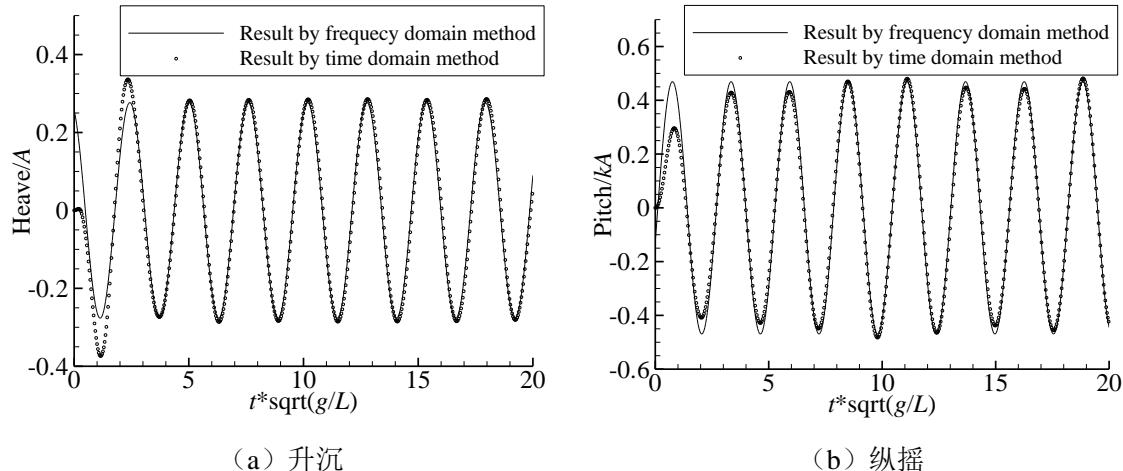


图 5.16 运动时域曲线 (Zero speed)

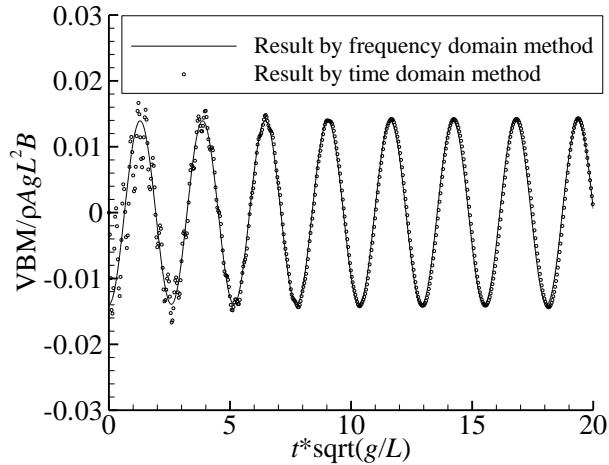


图 5.17 中横剖面垂向弯矩时域曲线 (Zero speed)

## 5.6.5 非线性因素的影响

### 5.6.5.1 入射波力的非线性

图 5.18~5.21 为 NL2 工况下考虑非线性入射波力的运动和载荷响应时域曲线和幅频图，图中结果显示非线性入射波力对运动的影响很小，但是对载荷的影响非常大。图 5.20 中的非线性计算结果表明非线性入射波力使得弯矩的中垂和中拱不再对称，中垂（波峰）明显大于中拱（波谷），而且考虑非线性入射波力后存在明显的倍频响应。图中  $A$  为波幅， $k$  为波数， $g$  为重力加速度， $L$  和  $B$  分别为船体垂线间长和船舯宽度， $t$  为时间， $\omega$  为波浪遭遇频率。

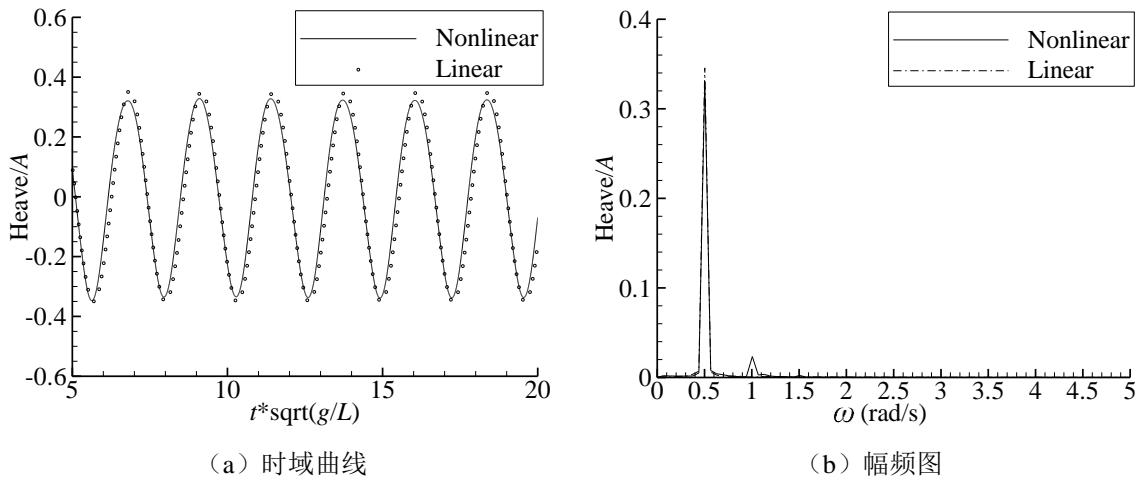


图 5.18 升沉响应

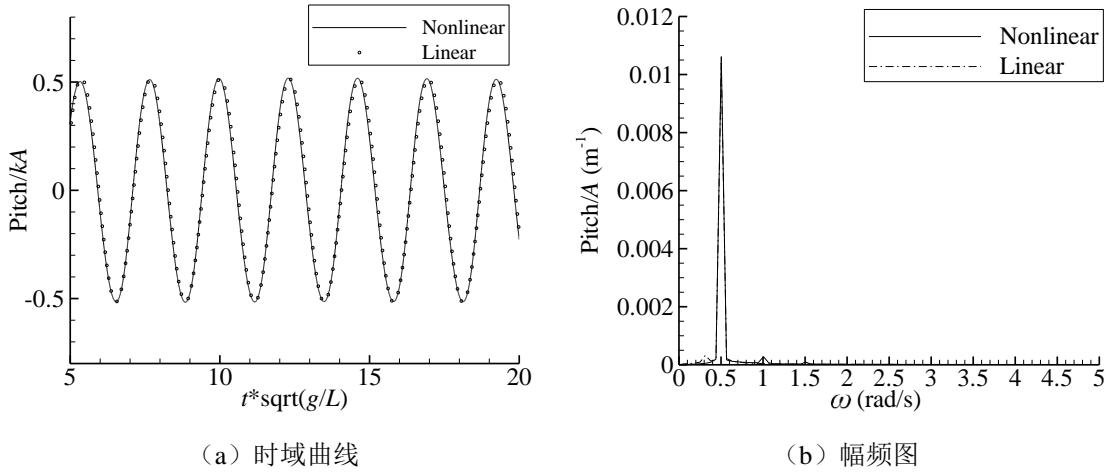


图 5.19 纵摇响应

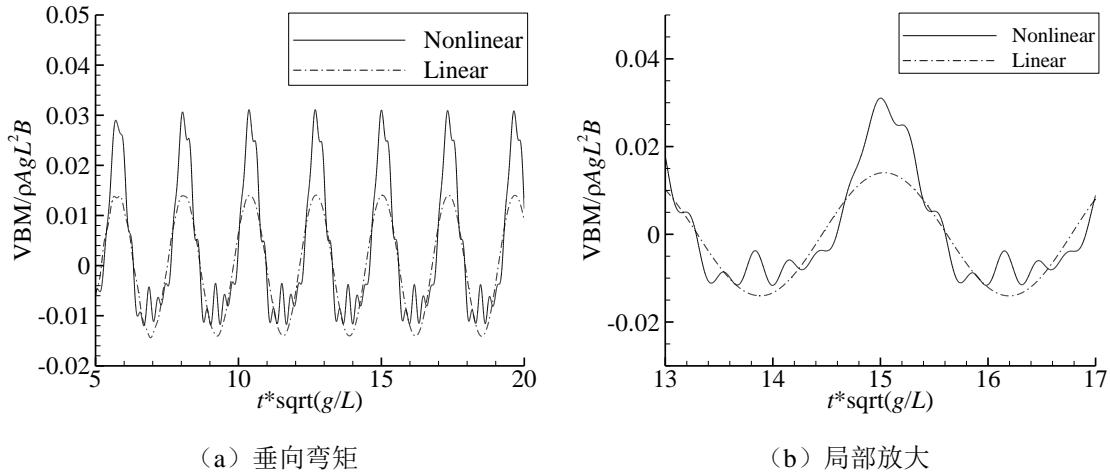


图 5.20 中横剖面垂向弯矩时域曲线

图 5.21 给出了垂向弯矩的幅频响应, 图中结果显示考虑非线性入射波力后存在明显的倍频现象(即水动力和载荷响应是遭遇频率的整数倍), 例如二阶响应(1.0rad/s 处)和 8 阶响应(4.0rad/s 处), 后者与船体二节点垂向弯曲模态湿固有频率十分接近。

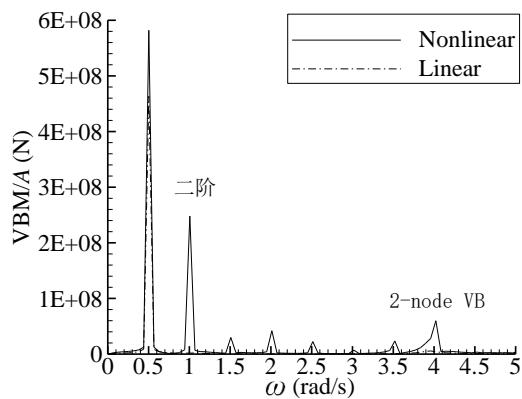


图 5.21 VBM 幅频图

### 5.6.5.2 静水恢复力的非线性

图 5.22~5.25 为 NL2 工况下考虑非线性静水恢复力的运动和载荷响应时域曲线和幅频图，图中显示非线性静水恢复力对运动和载荷的影响均较大，该因素使得升沉响应变小，纵摇响应变大，垂向弯矩响应也变大，但是非线性静水恢复力并没有引起高频弯矩响应。

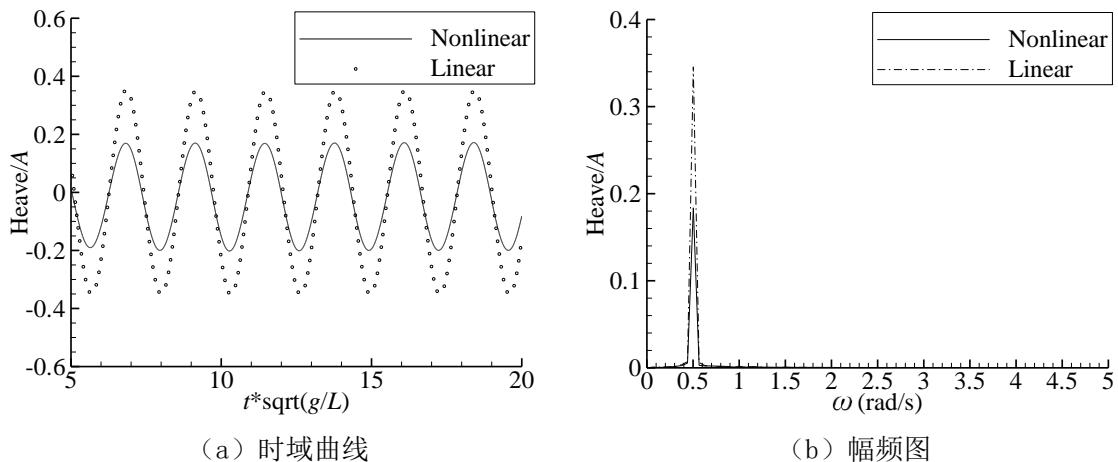


图 5.22 升沉响应

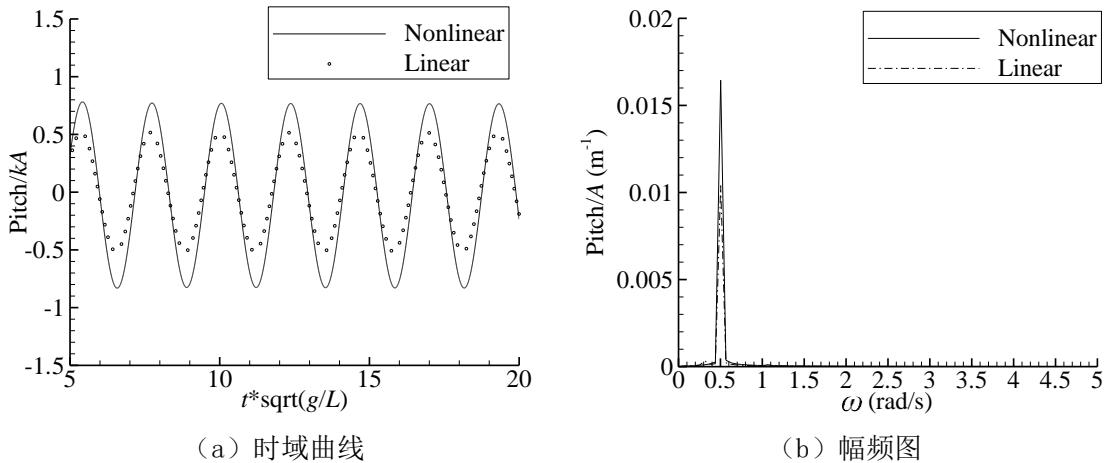


图 5.23 纵摇响应

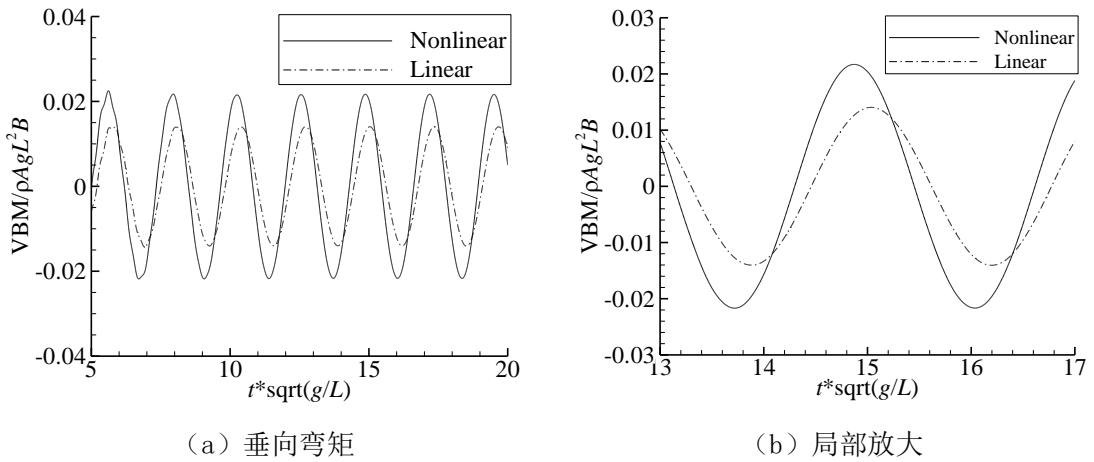


图 5.24 中横剖面垂向弯矩时域曲线

图 5.25 给出了垂向弯矩的幅频响应，图中结果显示考虑非线性静水恢复力后没有引起显著的倍频效应。

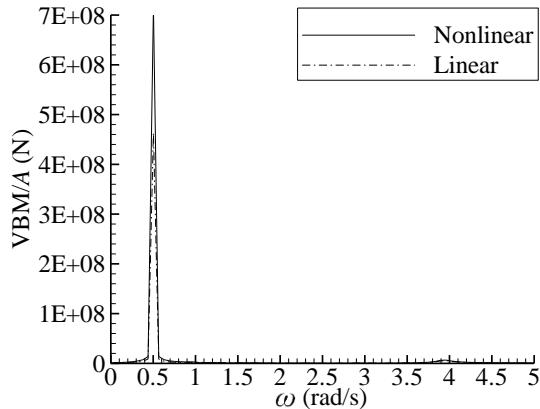


图 5.25 VBM 幅频图

### 5.6.5.3 碰击效应的影响

图 5.26~5.29 为 NL2 工况下考虑碰击效应后的运动和载荷响应时域曲线和幅频图。图中结果显示碰击效应对运动的影响很小，但是对载荷的影响较大。图 5.28 中的非线性计算结果表明碰击效应引起了较明显的高频弯矩振动，这增大了弯矩载荷幅值。

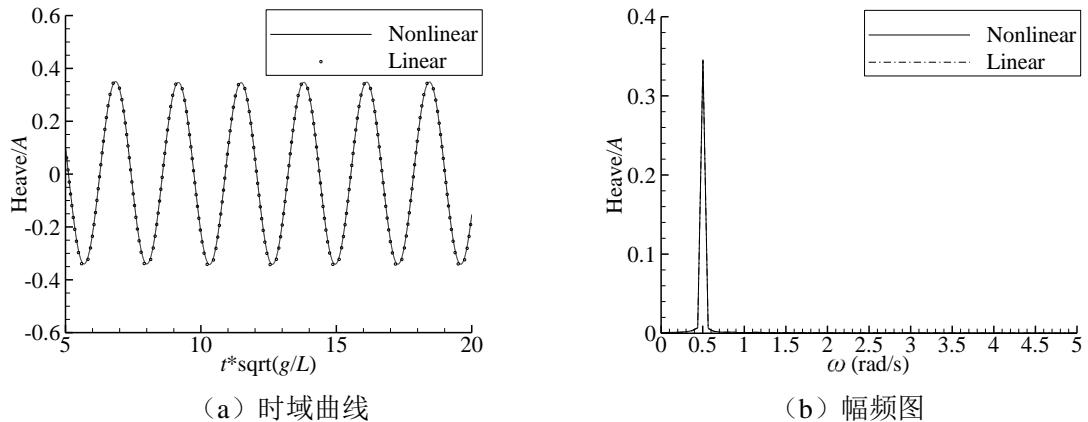


图 5.26 升沉响应

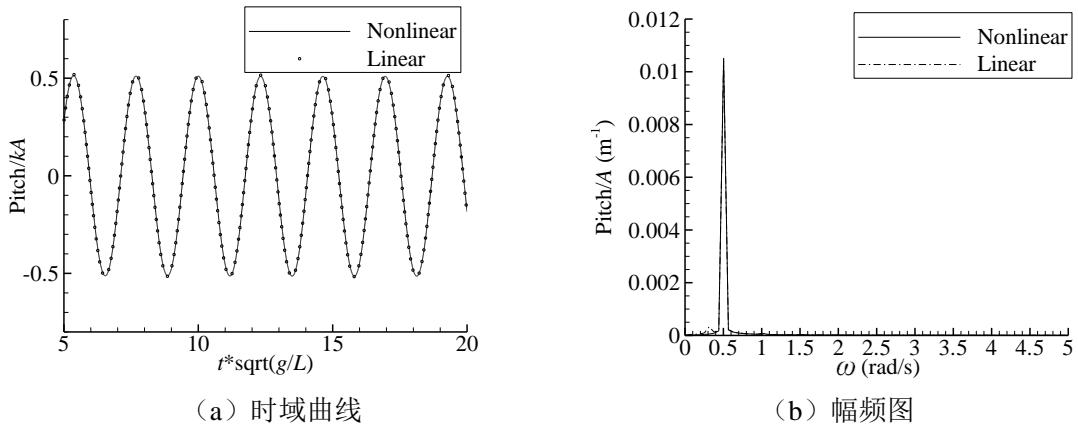


图 5.27 纵摇响应

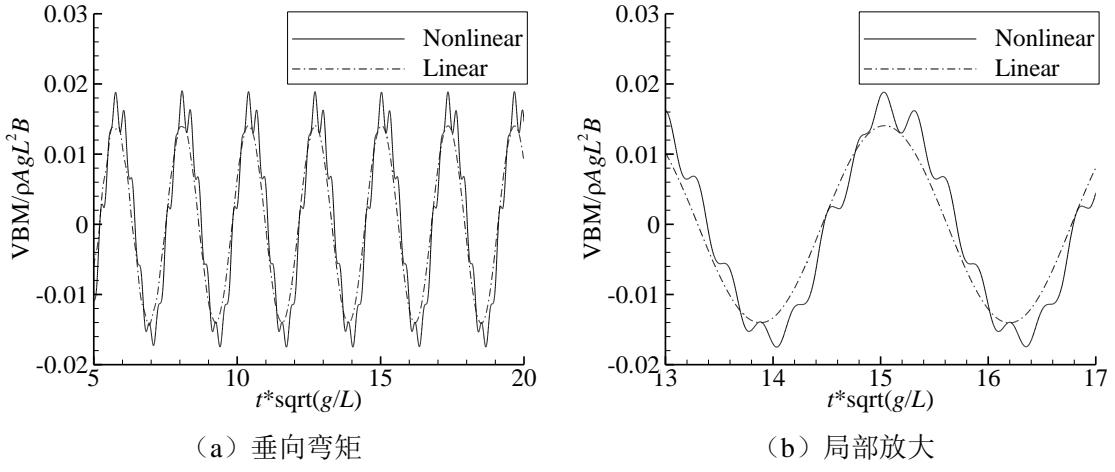


图 5.28 中横剖面垂向弯矩时域曲线

图 5.29 给出了垂向弯矩的幅频响应, 图中结果显示考虑砰击效应后存在较为明显的二节点垂向弯矩响应(4.0rad/s 处)。

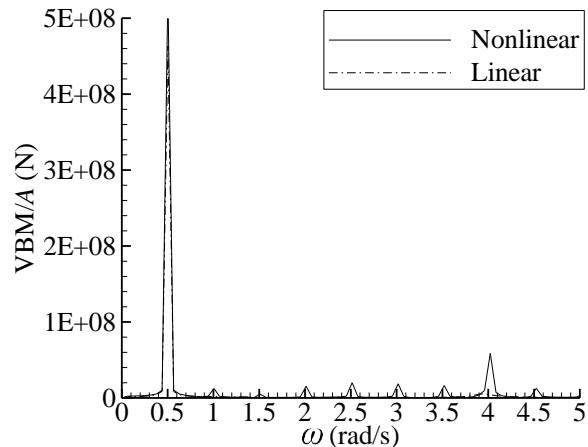


图 5.29 VBM 幅频图

#### 5.6.5.4 三种非线性的影响

图 5.30~5.33 为 NL2 工况下考虑非线性入射波力、非线性静水恢复力和砰击效应后的运动和载荷响应时域曲线和幅频图。图中结果显示非线性因素对运动存在一定影响, 使得其表现出一定的非线性。但是非线性因素对载荷的影响非常大, 图 5.32 中的非线性计算结果表明考虑非线性因素后引起了严重的高频弯矩振动, 这增大了弯矩载荷幅值。通过在数值计算程序中控制艏部砰击和尾部砰击, 可以分别获得艏部砰击和尾部砰击模态力, 图 5.32 (c) 中一大一小的两种砰击波浪激励力峰值分别代表艏部和尾部砰击, 在本文的砰击效应计算中均考虑了艏部砰击和尾部砰击, 但没有考虑底部出水砰击。

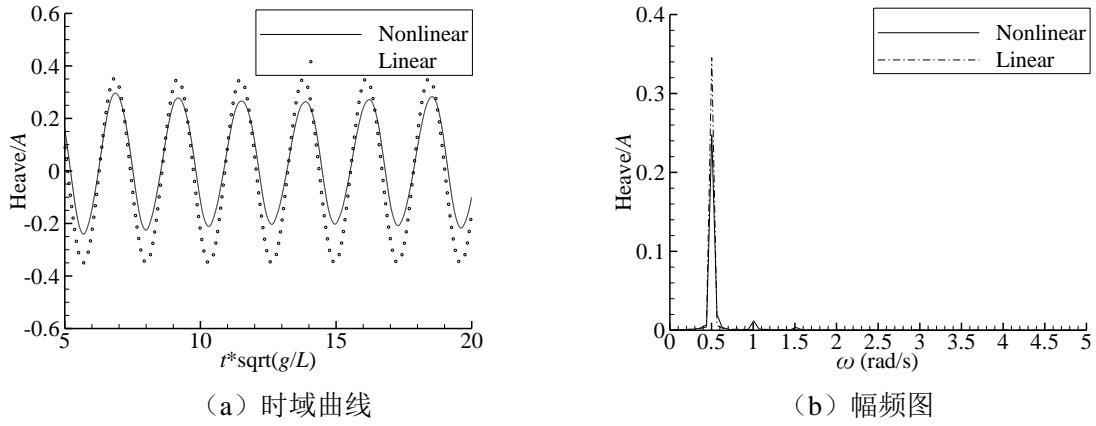


图 5.30 升沉响应

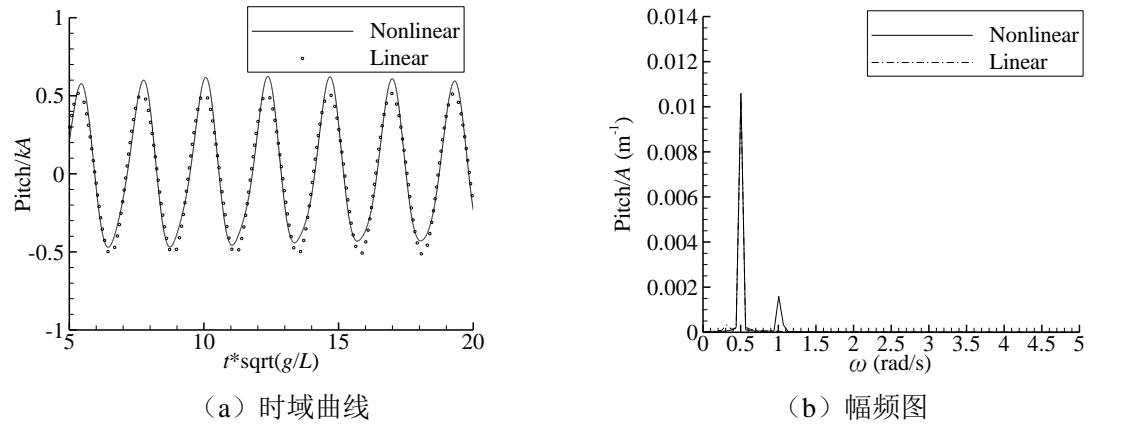


图 5.31 纵摇响应

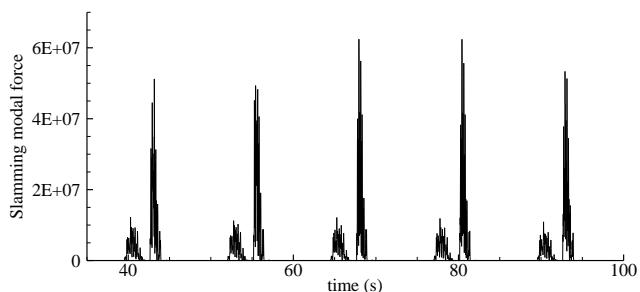
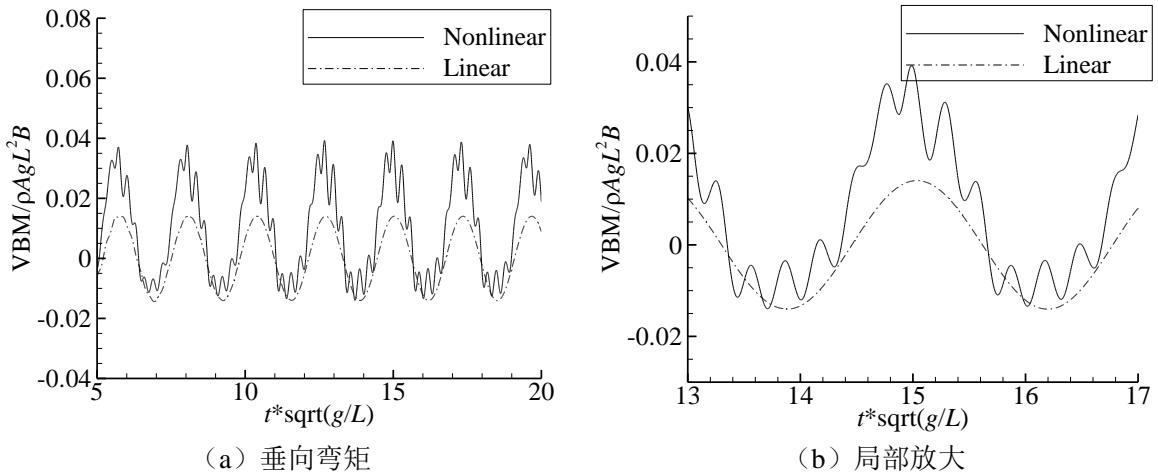


图 5.32 中横剖面垂向弯矩时域曲线

图 5.33 给出了垂向弯矩的幅频响应，图中结果显示考虑非线性因素后存在明显的高频响应，尤其二节点垂向弯矩响应（4.0rad/s 处）。图中的倍频响应为非线性水动力对弯矩的作用，而砰击效应主要是引起船体弹性总振动，例如图中的二节点船体垂向弯矩。

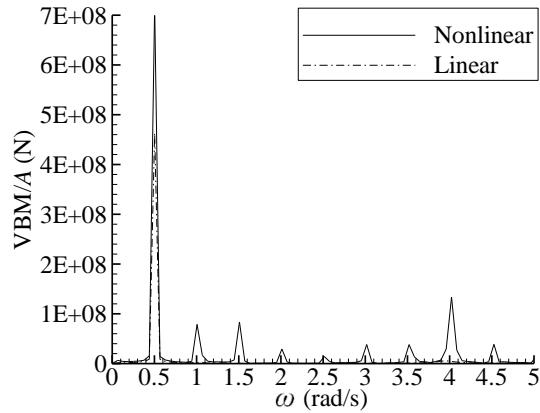


图 5.33 VBM 幅频图

### 5.6.6 NL1 工况

图 5.34~5.35 给出了 NL1 工况下本文非线性时域水弹性力学方法及软件 (HYLAT) 的数值计算结果与 Kim 计算结果的比较，图中结果显示两者升沉和纵摇运动结果非常吻合，而本文的 VBM 响应的波峰值略大，且伴随轻微的高频响应。另外在这种大波高恶劣海况下 VBM 具有较大非线性，图 5.35 中的波谷（中拱）明显小于波峰（中垂），而升沉和纵摇运动的波峰和波谷值差别不大，波峰值略大于波谷值。可见大波高海况情况下，运动的非线性较小，而 VBM 的非线性较大。考虑非线性因素的影响后，运动（升沉及纵摇）的波形几乎仍呈简谐型，但是弯矩响应呈明显的畸变，且叠加上高频成分后呈现出中垂与中拱弯矩的不对称性。

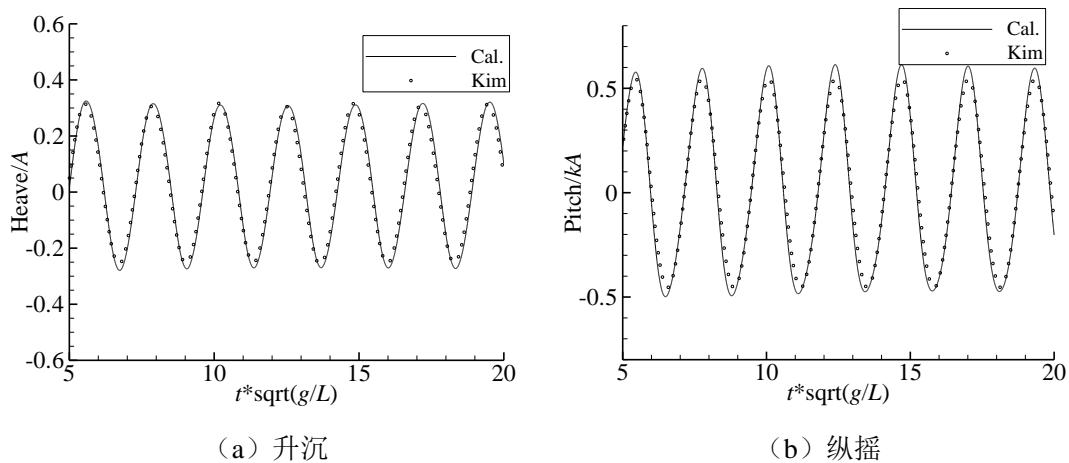


图 5.34 运动时域曲线 (NL1)

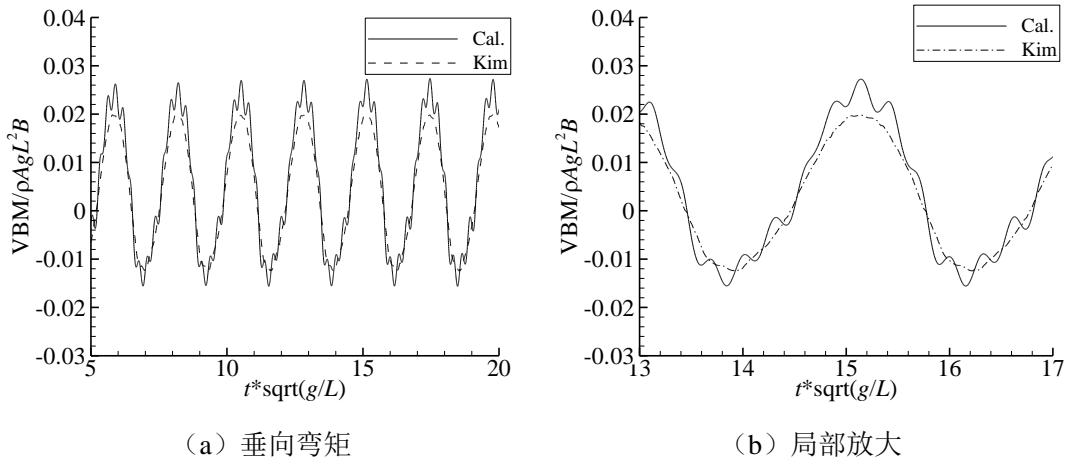


图 5.35 中横剖面垂向弯矩时域曲线 (NL1)

图 5.36 给出了垂向弯矩的幅频响应，图中结果显示该工况存在明显的峰值点，分别对应的频率为 0.5rad/s（波频），1.0rad/s（二阶响应）、1.5rad/s（三阶响应）和 4.0rad/s（八阶响应），其中 4.0rad/s 刚好为二节点垂向弯矩共振频率，说明倍频波浪力与船体结构发生了谐振。另外图 5.37 给出了垂向弯矩的波频（WF，包括倍频响应）和高频(HF，船体垂向二节点高频振动成分)时域曲线，其中高频成分有波激振动（Springing）和颤振（Whipping）的共同作用效应。“Total”为原始的弯矩响应，包含所有的弯矩成分。

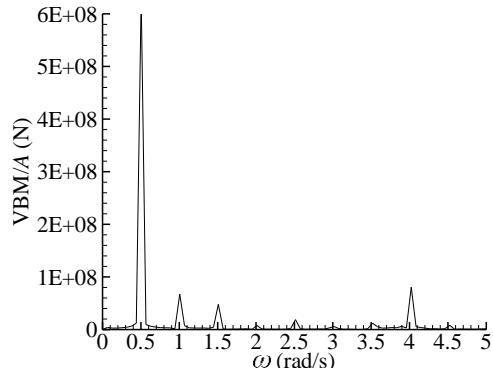


图 5.36 VBM 幅频图 (NL1)

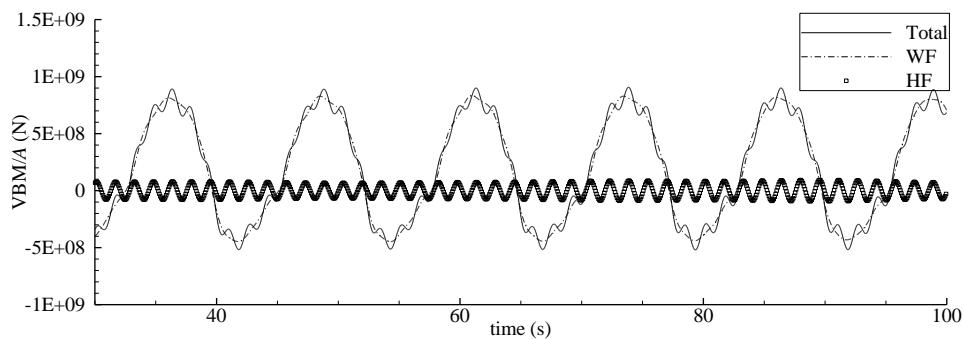


图 5.37 中横剖面垂向弯矩成分 (NL1)

图 5.38 给出了高频弯矩的时域响应, 分别为 Springing&Whipping(“a”)、Springing(“b”, 在数值计算中关闭颤振功能) 两种情况。图中结果显示同时考虑波激振动和颤振时的载荷响应大于单独考虑 Springing 时的载荷响应。

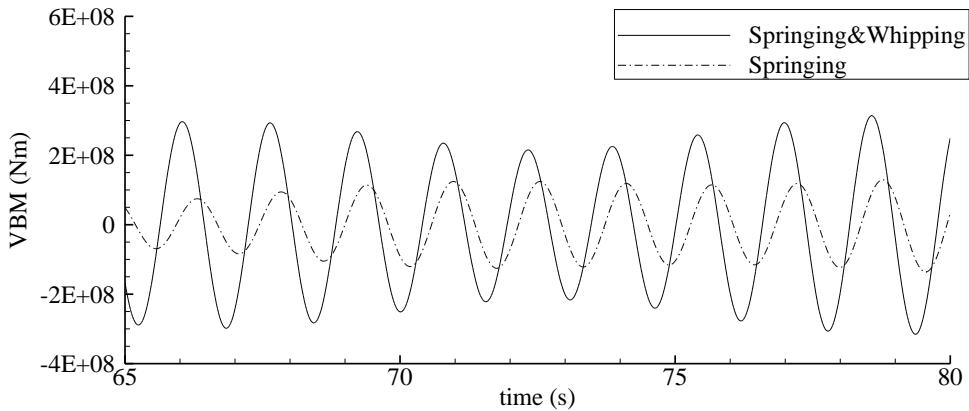


图 5.38 高频弯矩响应 (NL1)

### 5.6.7 NL2 工况

图 5.39 和图 5.40 给出了 NL2 工况下 HYLAT 软件的数值计算结果与 Kim 计算结果的比较, 图中结果显示两者升沉、纵摇和 VBM 响应非常吻合, 同时 VBM 的高响应也较为吻合。图 5.40 中的计算结果表明该工况下的弯矩高响应非常明显, 另外在这种大波高恶劣海况下 VBM 具有较大非线性, 图中的波谷(中拱)明显小于波峰(中垂), 同时升沉、纵摇运动的波峰值略大于波谷值。可见大波高海况情况下, 运动响应存在一定的非线性, 而 VBM 响应存在非常明显的非线性。

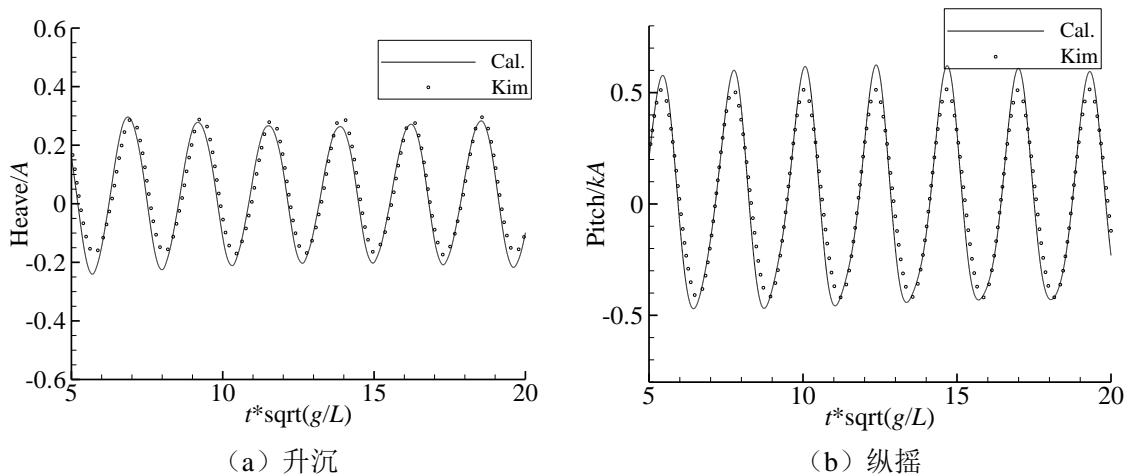


图 5.39 运动时域曲线 (NL2)

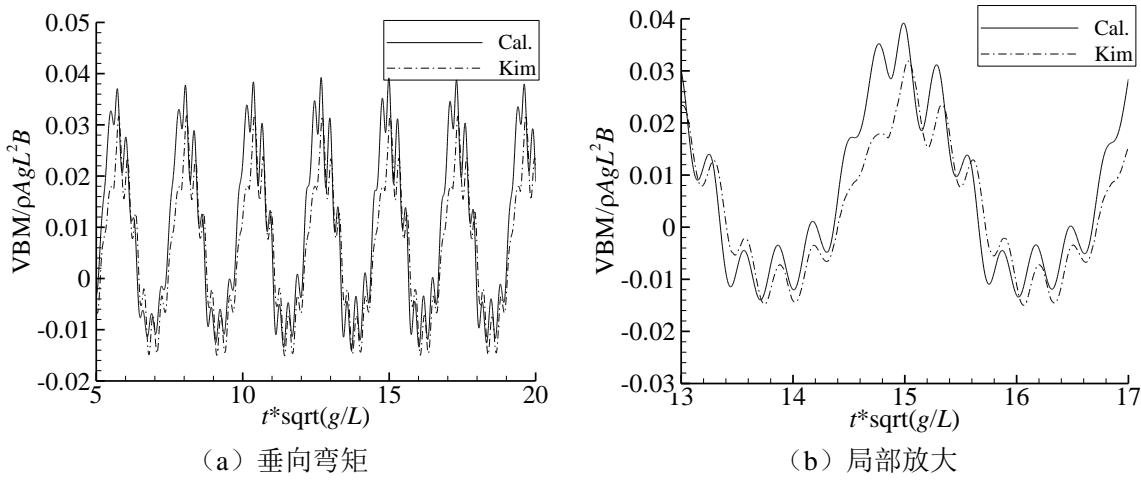


图 5.40 中横剖面垂向弯矩时域曲线 (NL2)

图 5.41 给出了 VBM 的幅频响应, 图中较为明显的峰值点分别对应的频率为 0.5rad/s (波频)、1.0rad/s (二阶响应)、1.5rad/s (三阶响应) 和 4.0rad/s (八阶响应)。主峰值 (0.5rad/s) 对应的幅值最大, 二阶和三阶响应也较大, 再往后波浪激励力能量越来越小, 因此激起的垂向弯矩响应较小, 但是 4.0rad/s (八阶响应) 的能量却较大, 这是因为其刚好对应的是船体两节点垂向弯矩振动频率, 此处激起了船体梁共振。需要说明的是该处的两节点垂向弯矩振动响应既有波激振动的贡献, 又有颤振的贡献, 另外图 5.42 给出了垂向弯矩的波频 (WF, 包括倍频响应) 和高频(HF, 船体垂向二节点高频振动成分)时域曲线, 其中高频成分为有波激振动和颤振的共同作用效应。“Total”为原始的弯矩响应, 包含所有的弯矩成分。

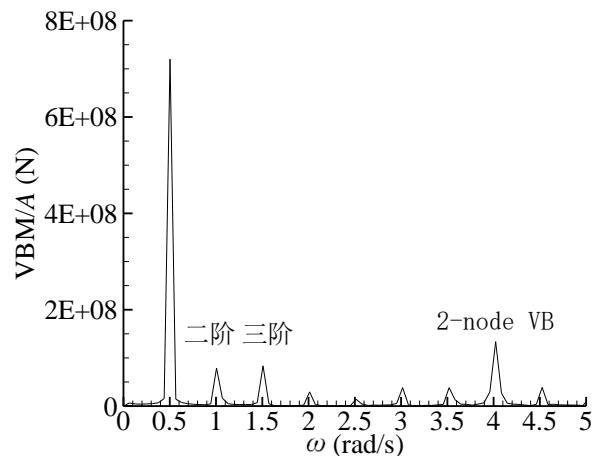


图 5.41 VBM 幅频图 (NL2)

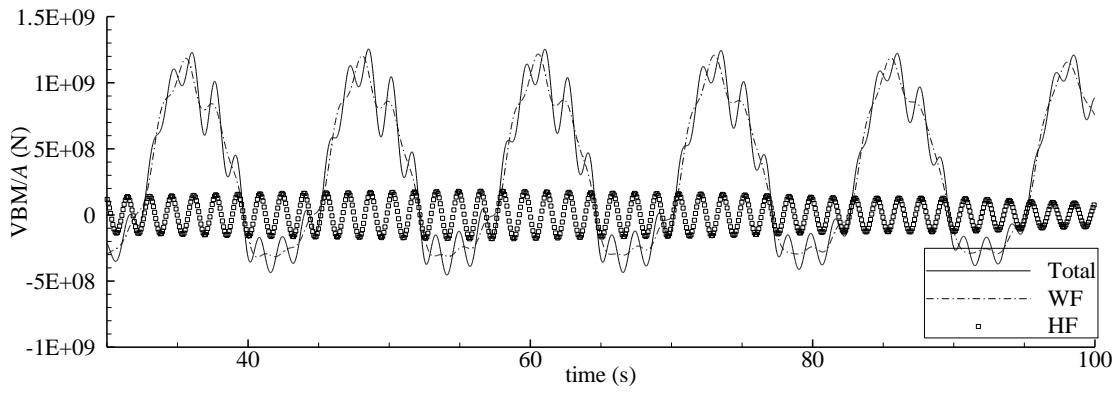


图 5.42 中横剖面垂向弯矩成分 (NL2)

表 5.6 给出了单位波幅化后, NL1 和 NL2 工况下的波频、高频和合成的中垂和中拱响应幅值。表中数据显示单位波幅下 NL2 的中垂波频弯矩值和中拱波频弯矩分别为 NL1 的 1.46 倍和 0.71 倍, 可见波频波浪弯矩与波高呈现非线性关系, 随着波高增加, 单位波幅化后的中垂弯矩增大, 而中拱弯矩减小, 表中合成弯矩也是同样的规律。NL1 工况和 NL2 下的中垂合成弯矩分别为中拱合成弯矩的 1.74 和 2.77 倍, 反映了中垂与中拱已呈现明显的不对称性。单位波幅化后, NL2 的高频弯矩响应为 NL1 的 1.91 倍, 可见高频波浪弯矩响应也与波高呈现非线性关系。

表 5.7 给出了垂向弯矩的“波频/合成”和“高频/合成”结果, NL1 工况的中垂“高频/合成”和中拱“高频/合成”约占比 10% 和 18%, 而 NL2 工况的中垂“高频/合成”和中拱“高频/合成”约占比 14% 和 40%。NL1 工况的中垂“波频/合成”和中拱“波频/合成”约占比 92% 和 86%, 而 NL2 工况的中垂“波频/合成”和中拱“波频/合成”约占比 97% 和 70%。

表 5.6 垂向波浪弯矩幅值统计 (单位波幅)

| 工况      | 波频 (Nm) |        | 高频 (Nm) |        | 合成 (Nm) |        | 合成<br>中垂/中拱 |
|---------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|-------------|
|         | 中垂      | 中拱     | 中垂      | 中拱     | 中垂      | 中拱     |             |
| NL1 (a) | 8.34E8  | 4.48E8 | 9.47E7  | 9.50E7 | 9.07E8  | 5.20E8 | 1.74        |
| NL2 (b) | 1.22E9  | 3.19E8 | 1.81E8  | 1.81E8 | 1.26E9  | 4.54E8 | 2.77        |
| b/a     | 1.46    | 0.71   | 1.91    | 1.91   | 1.38    | 0.87   | -           |

表 5.7 垂向波浪弯矩占比

| 工况  | 波频/合成 (Nm) |      | 高频/合成 (Nm) |      |
|-----|------------|------|------------|------|
|     | 中垂         | 中拱   | 中垂         | 中拱   |
| NL1 | 0.92       | 0.86 | 0.10       | 0.18 |
| NL2 | 0.97       | 0.70 | 0.14       | 0.40 |

图 5.43 图中结果显示同时考虑波激振动和颤振时的载荷响应大于单独考虑波激振动时的载荷响应。

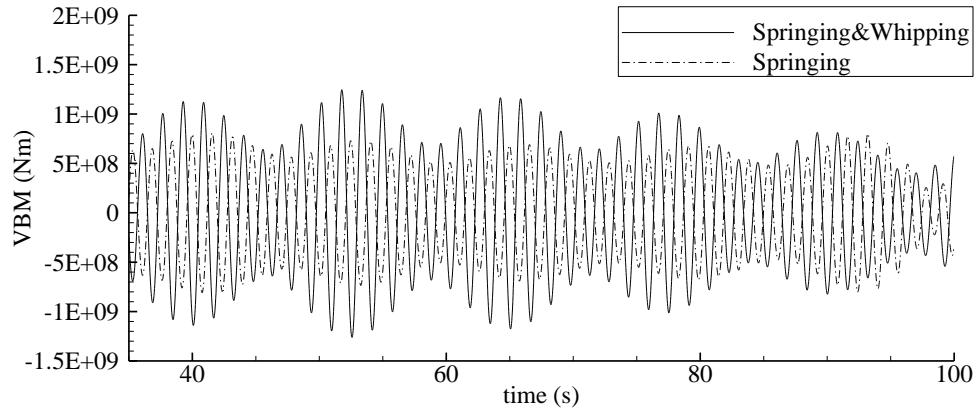


图 5.43 垂向弯矩时域响应 (NL2)

### 5.6.8 NL3 工况

图 5.44 和图 5.45 给出了 NL3 工况下 HYLAT 软件的数值计算结果与 Kim 计算结果的比较, 图中结果显示除了本文升沉响应的波峰值略大外, 两者升沉和纵摇运动结果非常吻合。VBM 响应有轻微的高频响应, 同时本文计算的 VBM 波峰值略大。另外在这种大波高恶劣海况下 VBM 具有非线性, 图 5.45 中的波谷(中拱)明显小于波峰(中垂), 而升沉和纵摇运动的波峰和波谷值差别不大。可见大波高海况情况下, 运动的非线性较小, 而 VBM 的非线性较大。

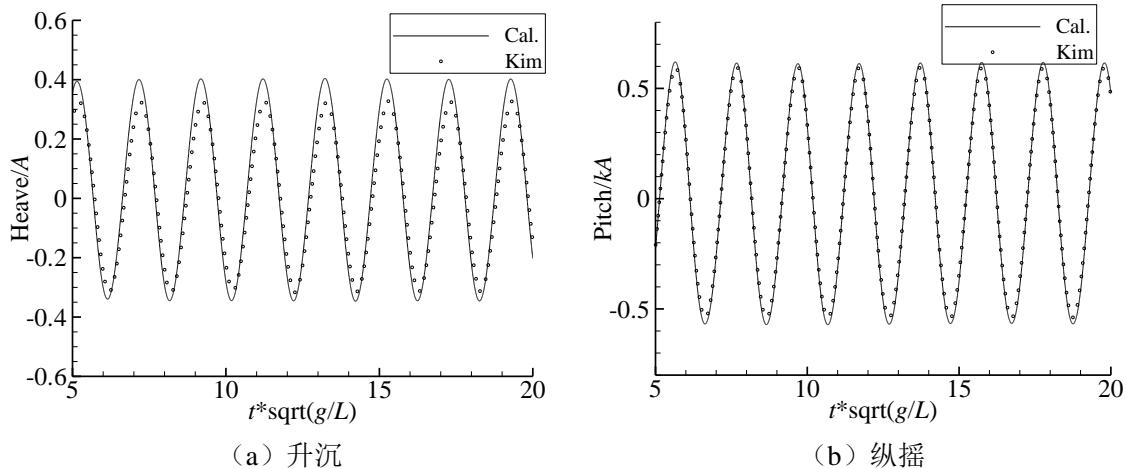


图 5.44 运动时域曲线 (NL3)

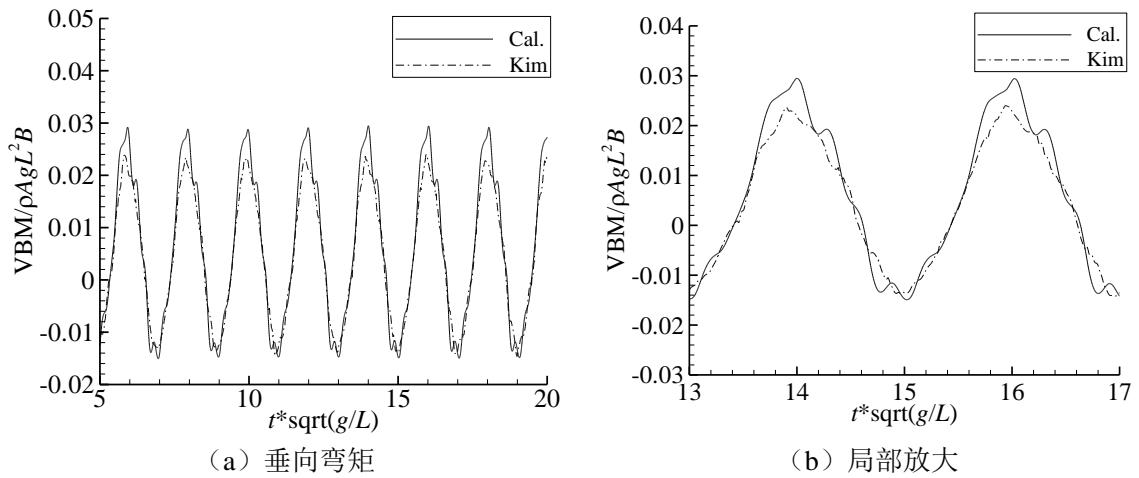


图 5.45 中横剖面垂向弯矩时域曲线 (NL3)

图 5.46 给出了垂向弯矩的幅频响应，图中结果显示该工况存在一定的二阶、三阶和两节点垂向弯曲响应。

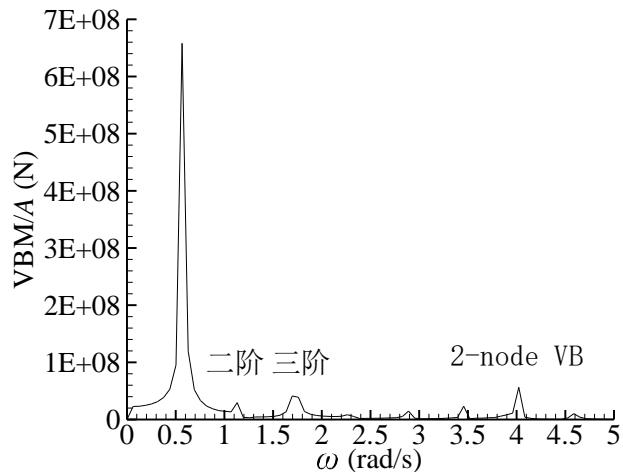


图 5.46 VBM 幅频图 (NL3)

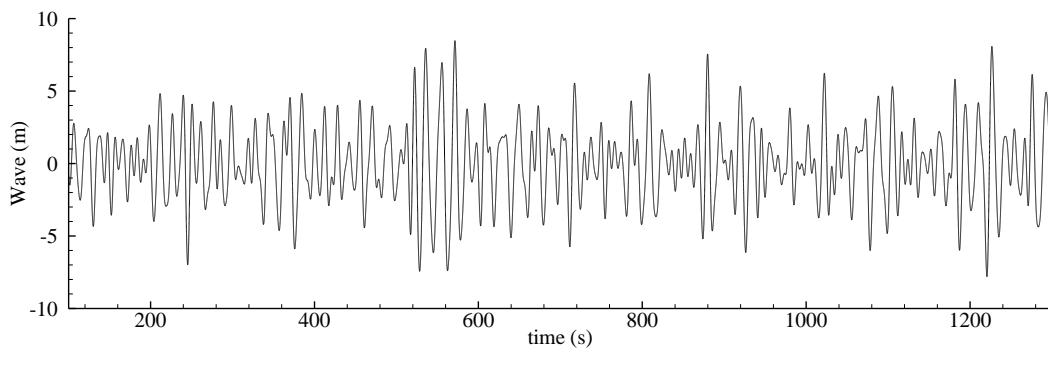
### 5.6.9 NL4 工况

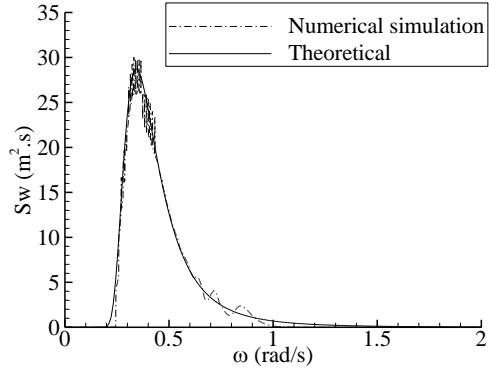
与规则波情况不同，在不规则波中，船体的砰击等强非线性现象并不发生在每个波浪遭遇周期中。因此在耐波性计算或试验中统计发生概率较小事件时一般需要持续足够的时间，使得样本完整性更好，短期海况一般是设定为 3 小时。ITTC 耐波性技术委员会对不规则波试验持续时间有如下规定：

- (1) ITTC. 耐波性试验 (7.5-02-07-02.1), 波浪循环子样数应该大于 50 个, 最好是大于 200 个;
  - (2) ITTC. 发生概率较小的耐波性试验 (7.5-02-07-02.3), 波浪循环子样数应该大于 100 个, 标准是 200 个, 最好是大于 400 个;

本工况的平均跨零周期  $T_z$  约为 14s，本文计算时间持续 3 小时，那么波浪子样数约为 771 个，满足发生概率较小的耐波性试验要求。

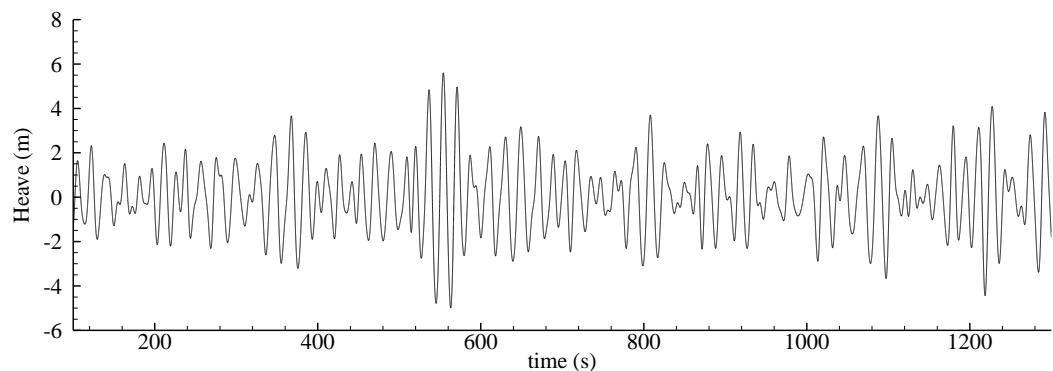
图 5.47~5.51 给出了升沉、纵摇和 VBM 在不规则中的时域响应曲线和频谱图，图 5.47、5.48、5.49 和 5.51 的频谱图（Nonlinear）均为时域响应经 FFT 变换后进行了频谱光顺的结果，其横坐标为遭遇波浪频率，图 5.47 (b) 的纵坐标为 Wave 的谱能量，而 5.48、5.49 和 5.51 中的纵坐标为响应幅值。本文采用等能量法生成波浪时域曲线，图 5.47 (a) 给出了船体遭遇的 Wave 时域曲线，图 5.47 (b) 中数值生成波浪时域历程的傅里叶变换结果与理论波浪谱基本一致，由 100 个规则波构成。图 5.48 (b)、5.49 (b) 和 5.51 中的线性响应频谱结果（Linear）是通过图 5.47 (b) 中的数值模拟波浪时域历程的频谱乘上线性响应传递函数获得，而非直接采用理论波浪谱作为输入。图 5.48 和 5.49 中的结果显示升沉和纵摇运动基本只有波频成分，没有明显的非线性现象。但图 5.50 和 5.51 中 VBM 的时域曲线和幅频图显示垂向弯矩有很明显的非线性成分，图 5.50 (a) 中的结果显示中垂和中拱明显不对称，图 5.50 (b) 中显示了砰击引起的高频响应，图 5.51 中的结果显示在垂向二节点弯曲 (4.0rad/s) 附近有明显的非线性响应，而线性频域方法只有低频响应。图 5.51 中的垂向弯矩频谱特性显示其主要由遭遇频率成分 (0.5rad/s 附近)、二阶响应 (1.0rad/s 附近) 及二节点垂向弯曲振动成分 (4.0rad/s 附近) 组成。表 5.8 给出了垂向波浪弯矩的三一有义幅值，包括中垂和中拱，中垂弯矩是中拱弯矩的 1.23 倍。



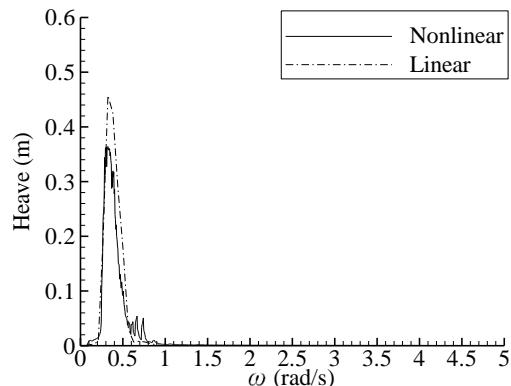


(b) 频谱图

图 5.47 船体遭遇的 Wave 时域曲线

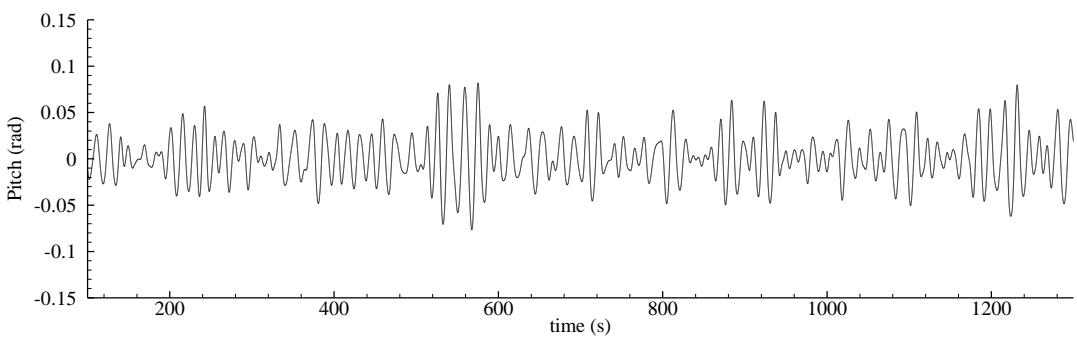


(a) 时域曲线

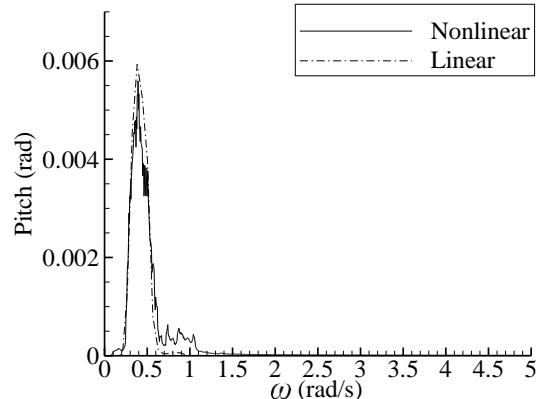


(b) 幅频图

图 5.48 升沉响应

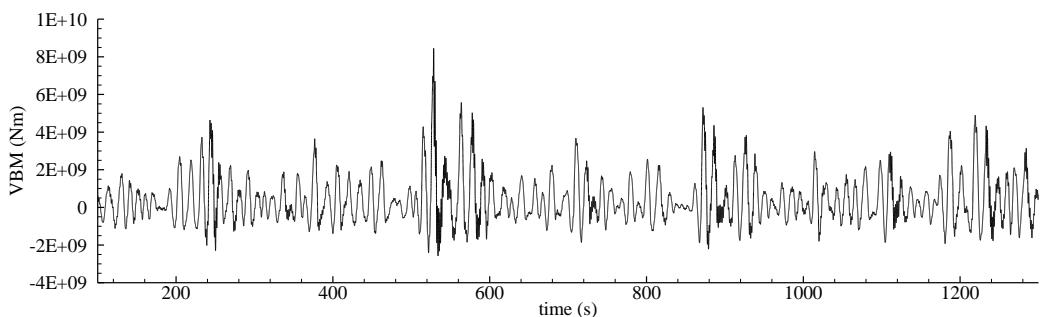


(a) 时域曲线

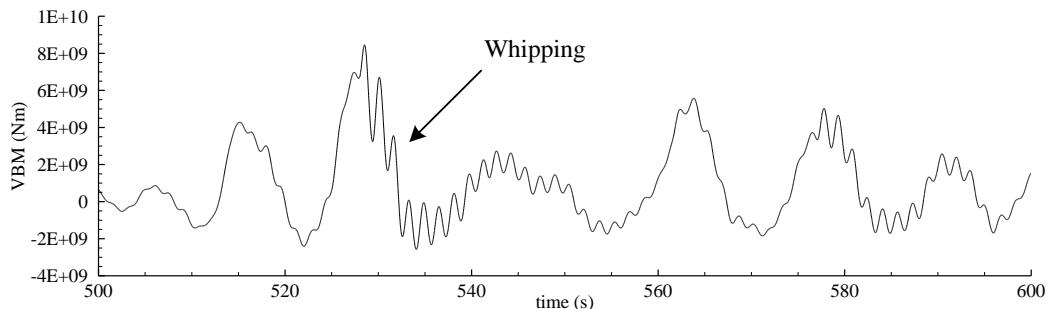


(b) 帧频图

图 5.49 纵摇响应



(a) 垂向弯矩



(b) 局部放大

图 5.50 中横剖面垂向弯矩时域曲线

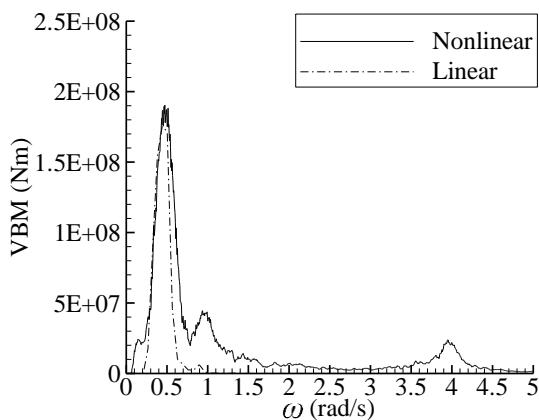


图 5.51 VBM 帧频图

表 5.8 垂向波浪弯矩幅值统计 (三一有义幅值)

| 工况  | 合成 (Nm) |        | 中垂/中拱 |
|-----|---------|--------|-------|
|     | 中垂      | 中拱     |       |
| NL4 | 2.23E9  | 1.82E9 | 1.23  |

## 5.7 205,000DWT 大型散货船

### 5.7.1 船体参数

本文以一艘 205,000 DWT 大型散货船为对象，采用 HYLAT 软件计算该船型的运动和载荷等，并与模型试验结果进行了比较研究。表 5.9 给出了该大型船舶主尺度等信息，模型试验缩尺比为 1:50。玻璃钢模型采用 10 分段，分段位置为 2, 4, 6, 8, 10 (-50mm), 12, 14, 16 和 18 站，如图 5.52 所示。该模型试验由中船重工第七〇二研究所结构试验室主办，在七〇二研究所拖曳水池开展。图 5.53 给出了该大型散货船的水动力模型，其中图 5.53 (a) 为船体湿表面网格模型，包括静水面以下和静水面上的网格，数量为 964 个（半模型），静水面下的单元为 794 个（半模型），图 5.53 (b) 给出了采用 IORM 模型时的自由面及控制面网格模型，自由面半径为 450m，网格数量为 1200 个，控制面为高 150m 的圆柱，网格数量为 672 个。

表 5.9 主尺度信息

| 参数                | 实尺度            | 模型           |
|-------------------|----------------|--------------|
| $L_{BP}$ (m)      | 295.0          | 5.9          |
| Breadth (m)       | 50.0           | 1.0          |
| Depth (m)         | 24.7           | 0.494        |
| (Draft) $T_f$ (m) | 17.71          | 0.354        |
| (Draft) $T_a$ (m) | 18.73          | 0.375        |
| Displacement      | 235610.1 (ton) | 1.8389 (ton) |
| $C_b$             | 0.86           | 0.86         |
| Design speed      | 14.8 (Kn)      | 1.077 (m/s)  |

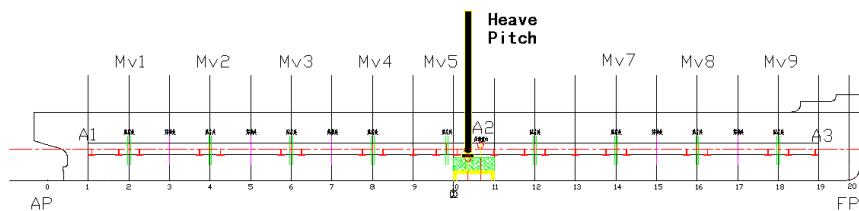
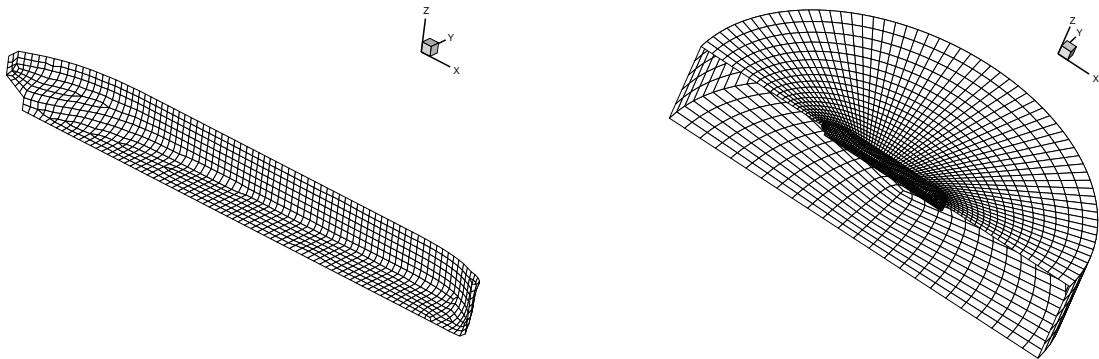


图 5.52 运动和弯矩测量点



(a) 船体水动力网格模型

(b) 自由面和控制面水动力网格模型

图 5.53 大型散货船的水动力模型

### 5.7.2 船体结构有限元模型

为了获取散货船船体结构的干结构模态和振型信息，本文建立了三维船体结构有限元模型，该模型有 178157 个 shell 单元，124032 个 Beam 单元，共 302189 个有限元单元，计算获得模态频率和振型信息如图 5.54 所示，振型按固有频率升序排列依次为：两节点垂向弯曲、一节点扭转、两节点水平弯曲、三节点水平弯曲。采用三维水弹性边界元软件可以获得船体结构在水中的湿模态振动固有频率，如表 5.10 所示。另外在模型试验中通过无航速静水锤击试验可以获得船体的湿模态频率，数值预报与模型试验湿频率的比较见表 5.11，两者的差别很小。同时无航速静水锤击试验测得两节点垂向弯曲模态的总阻尼比为 4.55%，其包括附加阻尼效应、水动力粘性阻尼和结构阻尼，在本文数值计算中人为施加的水动力粘性阻尼比和结构阻尼比合计 1%。

表 5.10 船体结构干模态和湿模态固有频率

| Type    | 干频率 (rad/s) | 湿频率 (rad/s) |
|---------|-------------|-------------|
| 升沉      | -           | 0.547       |
| 横摇      | -           | 0.512       |
| 纵摇      | -           | 0.600       |
| 两节点垂向弯曲 | 3.768       | 2.800       |
| 一节点扭转   | 4.354       | 4.032       |
| 两节点水平弯曲 | 5.253       | 4.570       |
| 三节点垂向弯曲 | 7.632       | 5.533       |

表 5.11 数值预报与模型试验湿频率比较

| 类别                 | 数值   |
|--------------------|------|
| 数值预报 (rad/s) (a)   | 2.80 |
| 模型测量 (rad/s) (b)   | 2.68 |
| 相对误差 (%) ((a-b)/b) | 4.48 |

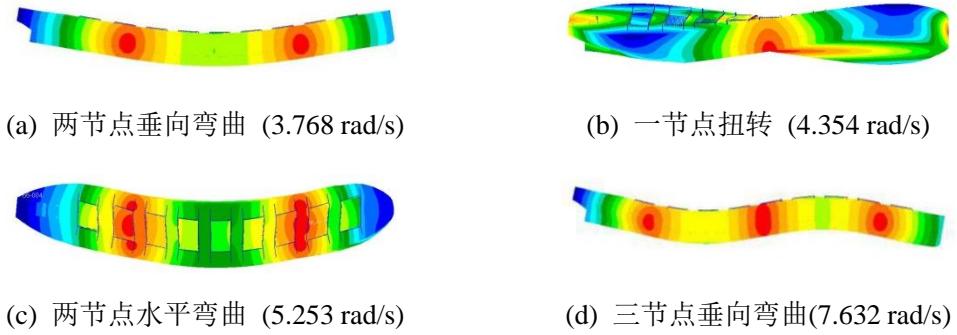


图 5.54 三维结构有限元模态信息

### 5.7.3 无航速情况

图 5.55 给出了该大型散货船无航速顶浪情况下计算获得的  $K_{33}$  脉冲响应函数、升沉、纵摇和船舯垂向弯矩传递函数。其中图 5.55 (a) 中比较了 TDGF 方法和 IORM 方法计算的  $K_{33}$  脉冲响应函数，两者非常一致，同时无量纲时间超过 4.0 后其值基本为零。图 5.55 (b)~(d) 中采用三种方法 (THAFTS (三维频域水弹性软件, Wu, 1984), TDGF, IORM) 计算了该型散货船的线性升沉、纵摇和垂向弯矩响应，这三种方法的数值计算结果基本相同，遗憾的是项目并未开展无航速模型试验工作，数值计算结果无法得到试验验证。

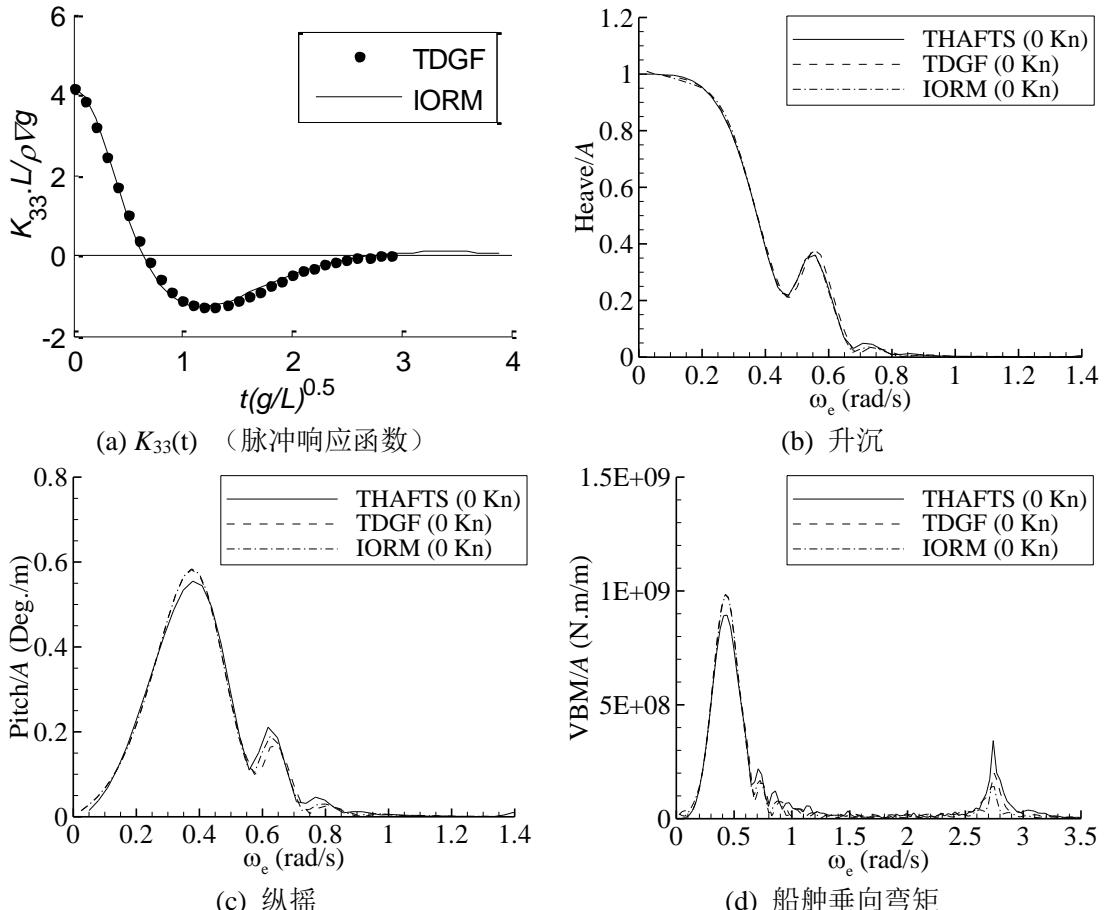


图 5.55 散货船的刚体运动和垂向弯矩载荷传递函数 (顶浪, 零航速)

### 5.7.4 有航速情况

图 5.56 给出了 14.8Kn 航速顶浪下的  $K_{33}$  脉冲响应函数、线性升沉、纵摇和垂向弯矩传递函数。其中图 5.56 (a) 给出了采用 TDGF 和 IORM 方法的  $K_{33}$  脉冲响应函数, 两种方法的结果基本一致, 同时其值在无量纲时间大于 3.0 基本为零, 另外 TDGF 的计算结果在无量纲时间大于 1.0 后有轻微的抖动。图 5.56 (b) ~ (d) 将三种数值计算方法 (THAFTS (三维频域水弹性软件, Wu, 1984), TDGF, IORM) 获得的运动和载荷传递函数与模型试验结果 (小波高线性传递函数) 进行了比较, 三种数值结果总体上与模型试验吻合, 除了在 0.5rad/s~0.6rad/s 附近外(升沉和纵摇共振周期位于该区域)。在该区域附近, TDGF 和 IORM 方法获得的计算结果比频域方法更加接近试验结果, 尤其 IORM 方法。另外图 5.56 (d) 中结果显示 S1 点附近 (波长船长比约 1.0) TDGF 和 IORM 时域方法以及试验结果均有一个谷值。

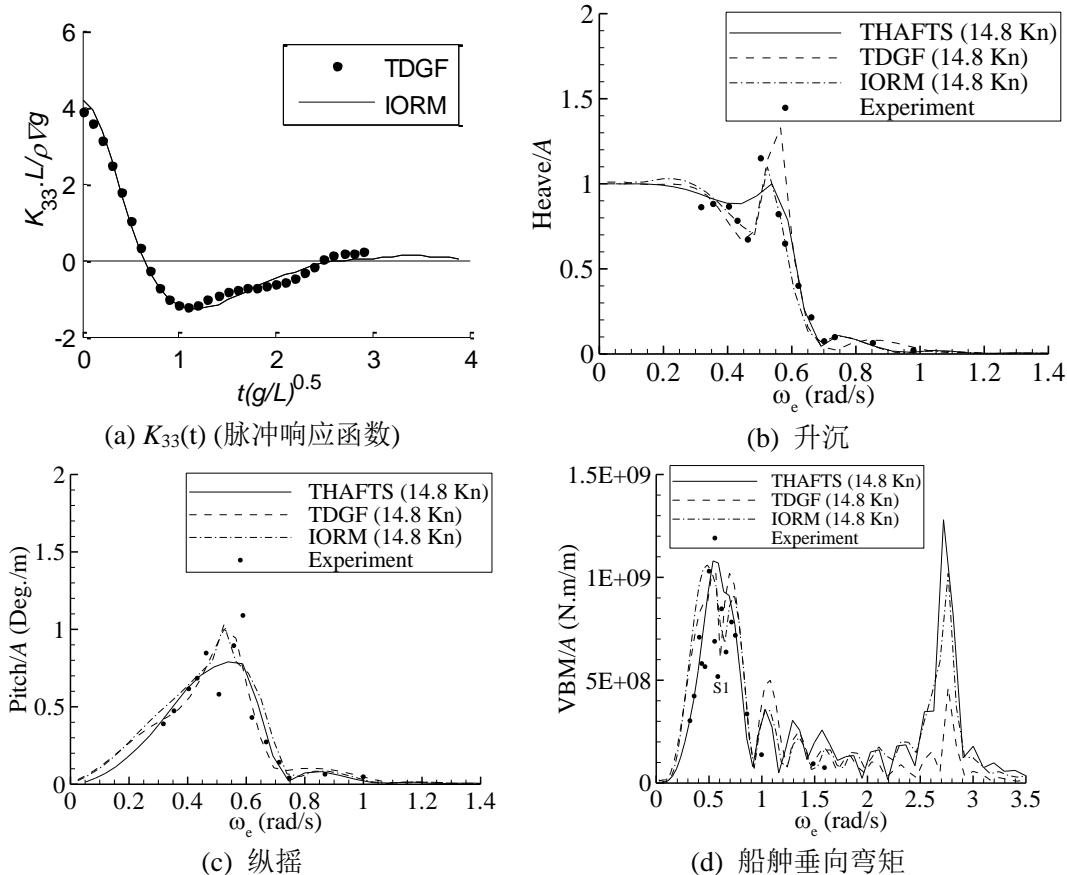


图 5.56 散货船的刚体运动和垂向弯矩载荷传递函数 (顶浪, 14.8 Kn)

### 5.7.5 规则波中非线性响应时域计算结果

根据规则波中的模型试验工况设置和试验结果有效性分析，本节选取一些规则波工况进行船体非线性响应时域预报，考虑非线性波激振动和砰击效应，并和试验结果进行比较分析。表 5.12 和表 5.13 给出了模型试验中的规则波工况，均为顶浪 14.8Kn 航速。在响应信号中定义“中垂弯矩”为正，“中拱弯矩”为负，图中“CM”代表合成弯矩，“WF”代表波频弯矩，“HF”代表高频弯矩。

表 5.12 小波高规则波计算工况 (B01, 4m 波高, 顶浪 14.8Kn, 模型试验 1:50)

| 工况    | 周期 $T$ (s) | $\lambda/L$ | 波浪频率 (rad/s) | 遭遇频率 (rad/s) |
|-------|------------|-------------|--------------|--------------|
| B0116 | 6.147      | 0.2         | 1.022        | 1.833        |
| B0115 | 7.089      | 0.266       | 0.886        | <b>1.496</b> |
| B0114 | 9.513      | 0.479       | 0.661        | <b>0.999</b> |
| B0113 | 10.647     | 0.6         | 0.590        | 0.860        |
| B0112 | 11.848     | 0.743       | 0.530        | 0.748        |
| B0111 | 12.295     | 0.8         | 0.511        | 0.714        |
| B0110 | 13.040     | 0.9         | 0.482        | 0.662        |
| B0109 | 13.746     | 1.0         | 0.457        | 0.619        |
| B0108 | 14.417     | 1.1         | 0.436        | 0.583        |
| B0107 | 15.058     | 1.2         | 0.417        | 0.552        |
| B0106 | 16.264     | 1.4         | 0.386        | 0.502        |
| B0105 | 17.387     | 1.6         | 0.361        | 0.463        |
| B0104 | 18.442     | 1.8         | 0.341        | 0.431        |
| B0103 | 19.439     | 2.0         | 0.323        | 0.404        |
| B0102 | 21.734     | 2.5         | 0.289        | 0.354        |
| B0101 | 23.808     | 3.0         | 0.264        | 0.318        |

注：表中斜体加粗的遭遇频率分别为  $1/3$  的两节点垂向振动频率和  $1/2$  的两节点垂向振动频率。

表 5.13 大波高规则波计算工况 (B02, 7m 波高, 顶浪 14.8Kn, 模型试验 1:50)

| 工况    | 周期 $T$ (s) | $\lambda/L$ | 波浪频率 (rad/s) | 遭遇频率 (rad/s) |
|-------|------------|-------------|--------------|--------------|
| B0201 | 12.295     | 0.8         | 0.511        | 0.714        |
| B0202 | 13.040     | 0.9         | 0.482        | 0.662        |
| B0203 | 13.746     | 1.0         | 0.457        | 0.619        |
| B0204 | 14.417     | 1.1         | 0.436        | 0.583        |
| B0205 | 15.058     | 1.2         | 0.417        | 0.552        |
| B0206 | 16.264     | 1.4         | 0.386        | 0.502        |

表 5.14 B01 垂向弯矩统计 (Nm, 单位波幅化)

| 工况    | 数值计算     |          |          | 模型试验     |          |          |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|       | 波频       | 高频       | 合成       | 波频       | 高频       | 合成       |
| B0101 | 3.90E+08 | 3.00E+06 | 3.93E+08 | 3.03E+08 | 3.93E+07 | 3.46E+08 |
| B0102 | 4.50E+08 | 6.00E+06 | 4.51E+08 | 4.23E+08 | 3.59E+07 | 4.84E+08 |
| B0103 | 8.80E+08 | 1.20E+07 | 8.90E+08 | 7.09E+08 | 3.59E+07 | 7.32E+08 |
| B0104 | 1.04E+09 | 4.43E+07 | 1.09E+09 | 5.81E+08 | 3.69E+07 | 6.01E+08 |
| B0105 | 1.06E+09 | 4.71E+07 | 1.11E+09 | 5.66E+08 | 6.99E+07 | 6.19E+08 |
| B0106 | 1.03E+09 | 4.33E+07 | 1.07E+09 | 1.03E+09 | 6.05E+07 | 1.03E+09 |
| B0107 | 9.60E+08 | 5.83E+07 | 1.02E+09 | 6.89E+08 | 5.53E+07 | 7.40E+08 |
| B0108 | 7.70E+08 | 5.62E+07 | 8.26E+08 | 5.18E+08 | 8.15E+07 | 6.60E+08 |
| B0109 | 6.45E+08 | 4.69E+07 | 6.50E+08 | 8.47E+08 | 2.24E+08 | 1.09E+09 |
| B0110 | 8.61E+08 | 4.06E+07 | 8.90E+08 | 6.37E+08 | 5.64E+07 | 6.85E+08 |
| B0111 | 9.16E+08 | 4.60E+07 | 9.20E+08 | 7.83E+08 | 4.41E+07 | 8.17E+08 |
| B0112 | 7.79E+08 | 4.77E+07 | 8.26E+08 | 7.18E+08 | 2.57E+07 | 7.56E+08 |
| B0113 | 5.32E+08 | 5.41E+07 | 5.86E+08 | 3.36E+08 | 4.04E+07 | 3.40E+08 |
| B0114 | 3.00E+08 | 2.35E+07 | 3.05E+08 | 1.38E+08 | 6.69E+07 | 1.66E+08 |
| B0115 | 5.20E+07 | 2.84E+07 | 5.60E+07 | 9.40E+07 | 3.35E+08 | 4.05E+08 |
| B0116 | 1.20E+08 | 1.57E+07 | 1.36E+08 | 7.50E+07 | 3.64E+08 | 4.02E+08 |

表 5.15 B02 垂向弯矩统计 (Nm, 单位波幅化, 数值计算)

| 工况    | 数值计算     |          |          | 模型试验     |          |          |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|       | 波频       | 高频       | 合成       | 波频       | 高频       | 合成       |
| B0201 | 6.83E+08 | 4.16E+07 | 7.20E+08 | 7.51E+08 | 2.69E+07 | 7.77E+08 |
| B0202 | 6.89E+08 | 6.67E+07 | 7.40E+08 | 6.04E+08 | 6.10E+07 | 6.65E+08 |
| B0203 | 8.55E+08 | 9.25E+07 | 8.95E+08 | 8.57E+08 | 7.48E+08 | 1.61E+09 |
| B0204 | 7.00E+08 | 3.46E+07 | 7.23E+08 | 4.16E+08 | 2.19E+08 | 6.34E+08 |
| B0205 | 7.50E+08 | 3.03E+07 | 7.70E+08 | 6.66E+08 | 2.65E+07 | 6.92E+08 |
| B0206 | 1.61E+09 | 2.86E+07 | 1.63E+09 | 1.13E+09 | 1.34E+08 | 1.26E+09 |

表 5.14 给出了 B01 工况下的数值计算结果和模型试验结果, 图 5.57 对两者进行了比较分析。图 5.57 (a) 为 B01 小波高工况的波频传递函数, 总体上数值计算结果与模型试验数据吻合良好, 且除了波长船长比为 1.0 时, 均是数值计算结果大于模型试验结果, 但在波长船长比 1.5~2.0 之间两者差别较大。图 5.57(b) 的结果显示模型试验中 B0109、B0115 和 B0116 的高频信号显著, 这是因为 B0109 工况中船体运动较大, B0115 和 B0116 的波浪遭遇频率接近两节点垂向弯曲振动频率的一半, 这三个波长处的合成弯矩相比波频弯矩显著增加, 而数值计算未能很好地预报出这些高频响应, 但除了上述波长处, 数值计算的高频信号与模型试验较为一致, 同时两者的合成弯矩传递函数曲线总体趋势也较为吻合。

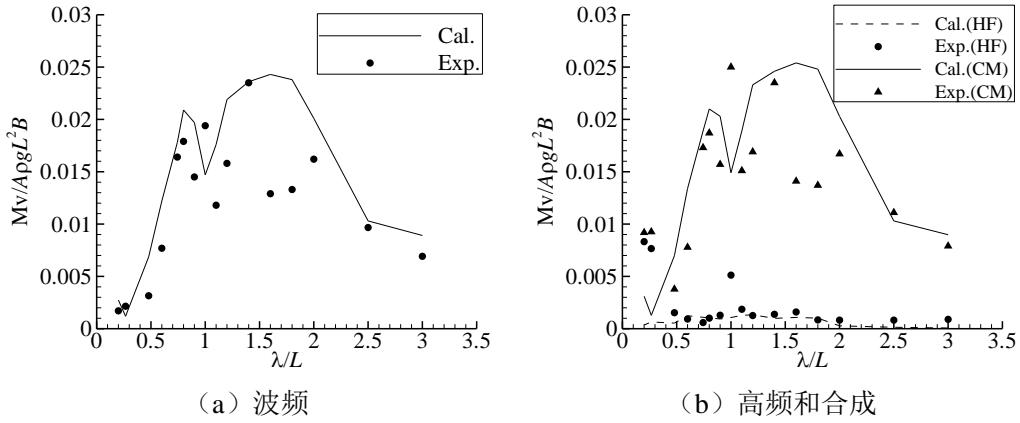


图 5.57 B01 船舯垂向弯矩比较

表 5.15 给出了 B02 工况下的数值计算结果和模型试验结果, 图 5.58 对两者进行了比较分析, 该工况的波长船长比均在 1.0 附近。无论是模型试验数据, 还是数值计算, B02 的高频响应较 B01 显著, 尤其波长船长比为 1.0 时模型试验数据的高频响应与波频响应在一个量级, 需要说明的是该工况下试验中观察到砰击现象, 但是数值计算尚未能预报到如此显著的高频响应, 这是本文有待改进的地方。模型试验数据的高频响应总体上大于数值计算, 但是波频弯矩传递函数中数值计算结果总体上较模型试验数据偏大, 合成弯矩传递函数中除了波长船长比为 1.0 时, 也是如此。

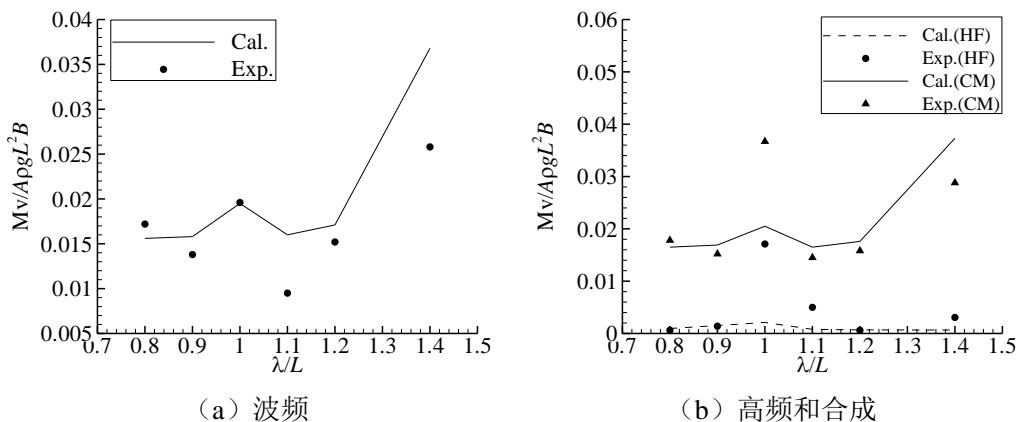


图 5.58 B02 船舯垂向弯矩比较

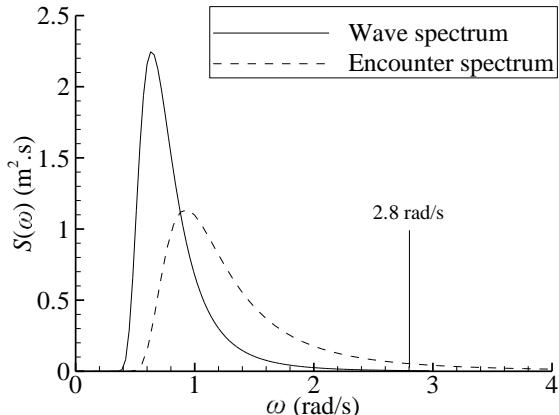
### 5.7.6 不规则波的非线性时域计算结果

表 5.16 中给出了两种不规则工况, 这两种工况的三一有义波高约为 4.0m, 跨零周期不同, 这两种工况均属于中低海况。为了研究非线性 Froude-Krylov 力和非线性静水恢复力对船体运动和载荷的影响, 下面采用 P-M 波浪谱等能量规则子波 (100 份) 生成 C01 的不规则时域波浪, 波浪频谱和时域历程如图 5.59 (a) 和 (b)。从图 5.59 (a) 中的数据显示航速使得船体遭遇的波浪能量频率变大, 在两节点弯曲模态 (2.8rad/s) 附近有比较显著

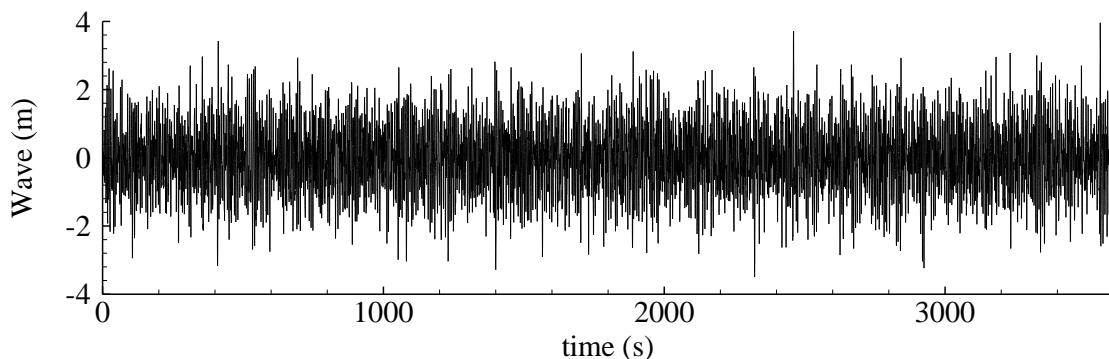
的波浪能量, 图 5.59 (b) 中的波浪时历曲线持续时间为 3 小时。图 5.59 (c) 给出了垂向弯矩 (VBM) 的 3 小时非线性时域响应结果, 而图 5.59 (d) 将线性结果与非线性结果进行了比较, 图中结果显示两者差别很小, 说明该海况下此大型散货船的非线性响应不明显。

表 5.16 不规则波工况 (模型试验实测, 实尺度)

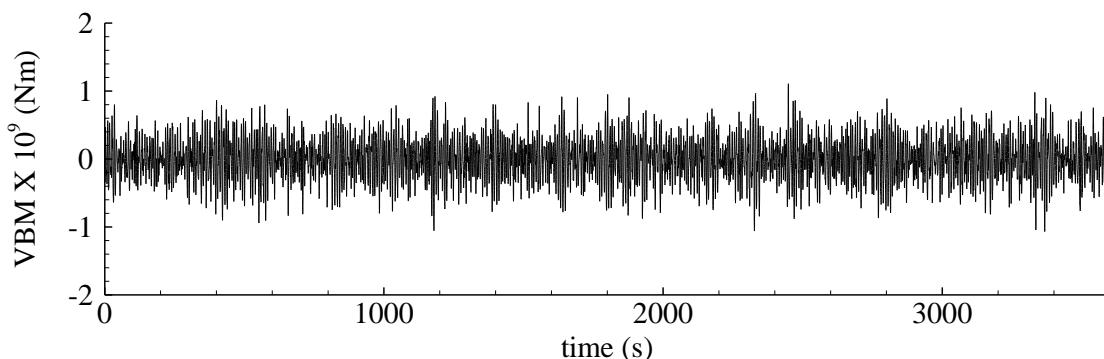
| 工况  | 三一有义波高 $H_s$ (m) | 跨零周期 $T_z$ (s) |
|-----|------------------|----------------|
| C01 | 4.00             | 7.00           |
| C04 | 3.94             | 11.32          |



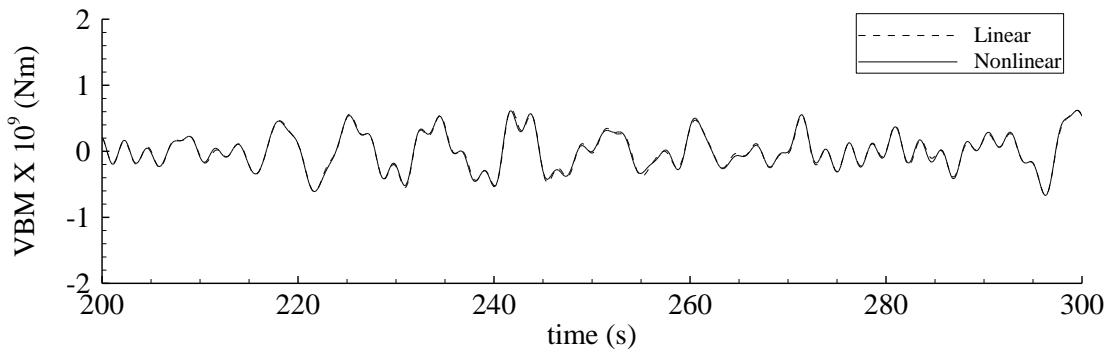
(a) P-M 波浪谱



(b) 波浪时域历程 (3 小时)



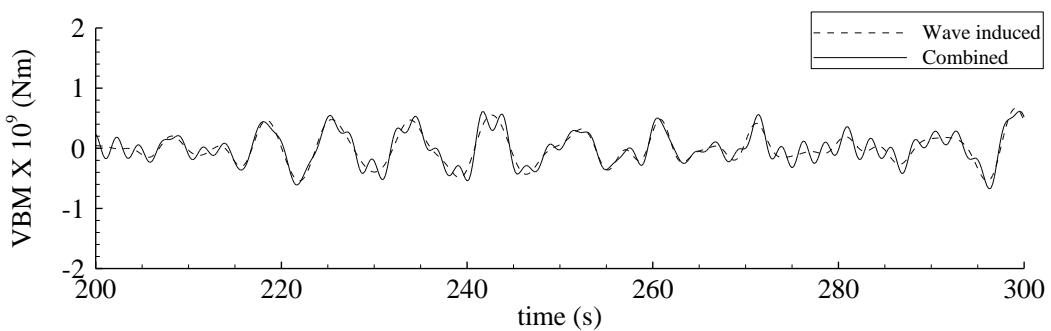
(c) 船舯垂向弯矩时域历程 (非线性结果)



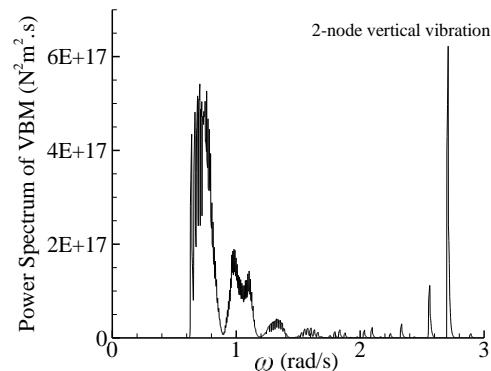
(d) 船舯垂向弯矩时域历程（线性和非线性结果，局部图）

图 5.59 船舯垂向弯矩时历曲线 (C01, 顶浪, 14.8 Kn) (+: 中垂, -: 中拱)

图 5.60 (a) 和 (b) 分别给出了数值计算的垂向弯矩响应中的频率成分和响应谱，均表明垂向弯矩中存在明显的高响应 (2.8rad/s 附近)，而常规的刚体理论无法预报这种高响应。表 5.17 中给出了“波频” (Wave induced) 和“合成” (Combined) 波浪弯矩的中垂和中拱弯矩统计有义值，“合成/波频”约为 1.05，可见高响应增加了弯矩载荷幅值，但是幅度不大。在该散货船甲板上取一典型节点，其结构剖面模数和应力集中系数分别取 55.4 m<sup>4</sup> 和 2.0，图 5.61 中给出了 3 小时短期海况下采用雨流计数方法的应力循环统计分布规律 (未包含应力集中系数 2.0)，可以发现波激振动使得应力循环次数显著增加，这会比低频波浪应力引起更加严重的结构疲劳损伤。



(a) 船舯垂向弯矩时域历程 (波频 &amp; 波激振动, +: 中垂, -: 中拱)



(b) 船舯垂向弯矩响应谱 (非线性结果)

图 5.60 船舯垂向弯矩的时域历程和响应谱 (顶浪, 14.8 Kn, Hs = 4m, Tz = 7s)

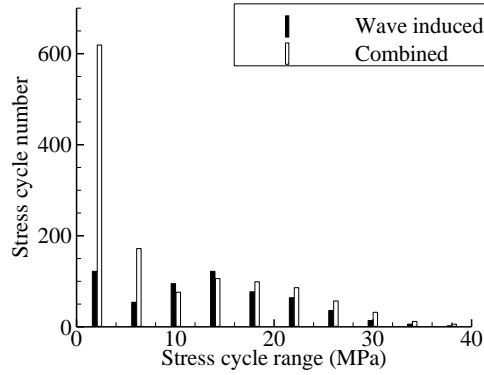


图 5.62 (a) 中将模型试验测得的波浪谱与理论波浪谱（其三一有义波高和平均跨零周期采用水池实测的结果）进行了对比，发现两者存在一定的差别，在谱峰附近模型试验实际造波的谱能量大于理论谱。将表 5.17 中的数值计算结果与表 5.18 和图 5.62 中的模型试验数据进行对比，结果显示模型试验数据中的弯矩响应大于数值计算结果，波频成分误差在 17% 左右；模型试验的高频响应较数值计算结果明显，导致合成弯矩误差在 37% 左右。另外，模型试验中“合成/波频”大于相应的数值计算结果，可见模型试验中高频响应现象更加明显。图 5.60 (b) 中数值计算结果在 2.7rad/s 附近有很尖的响应，可能是因为采用等能量法划分规则子波时在该处附近的等分数较少，后期可在该处加密频率开展深入计算。

表 5.17 垂向弯矩的三一有义值 (C01, 数值计算)

| 类型     | 波频(Nm, a)          | 合成 (Nm, b)         | b/a  |
|--------|--------------------|--------------------|------|
| 中垂 (c) | $6.46 \times 10^8$ | $6.87 \times 10^8$ | 1.06 |
| 中拱 (d) | $6.51 \times 10^8$ | $6.85 \times 10^8$ | 1.05 |
| c/d    | 0.99               | 1.00               | -    |

表 5.18 垂向弯矩的三一有义值 (C01, 模型试验, 实尺度)

| 类型     | 波频(Nm, a)          | 合成 (Nm, b)         | b/a  |
|--------|--------------------|--------------------|------|
| 中垂(c)  | $8.63 \times 10^8$ | $1.09 \times 10^9$ | 1.26 |
| 中拱 (d) | $7.83 \times 10^8$ | $1.00 \times 10^9$ | 1.28 |
| c/d    | 1.10               | 1.09               | -    |

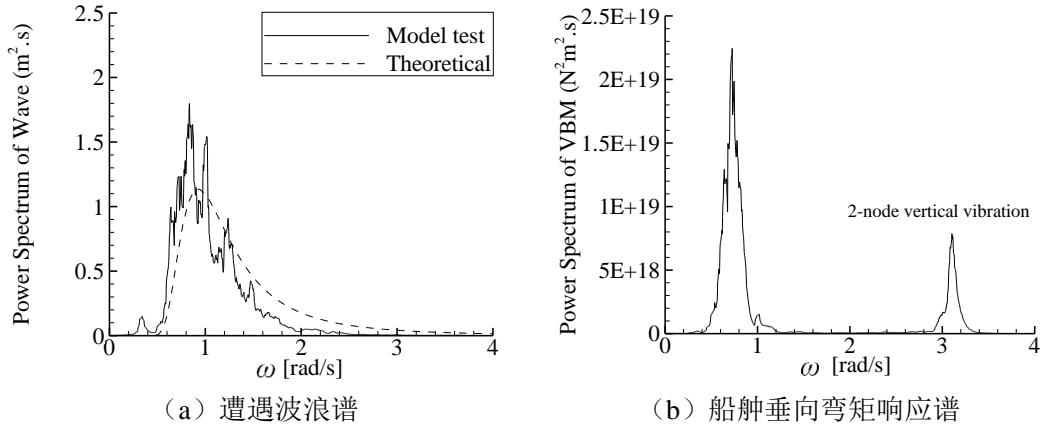


图 5.62 船舯垂向弯矩响应谱 (C01, 模型试验, 实尺度)

表 5.19 和表 5.20 分别给出了 C04 不规则波工况下的数值计算结果和模型试验数据, 两者之间差别较小, 同时从表中的数据可以看出无论是数值计算, 还是模型试验, 该工况下的高频信号弱于 C01 工况, 原因在于该工况的波长大于 C01 工况。模型试验中的中垂弯矩约为中拱弯矩的 1.08 倍, 而数值计算中两者基本一样, 可见数值计算中的非线性响应弱于模型试验, 这也是数值计算程序有待改进的地方。

表 5.19 垂向弯矩的三一有义值 (C04, 数值计算)

| 类型     | 波频 (Nm, a)         | 合成 (Nm, b)         | b/a  |
|--------|--------------------|--------------------|------|
| 中垂 (c) | $1.31 \times 10^9$ | $1.33 \times 10^9$ | 1.02 |
| 中拱 (d) | $1.30 \times 10^9$ | $1.33 \times 10^9$ | 1.02 |
| c/d    | 1.00               | 1.00               | -    |

表 5.20 垂向弯矩的三一有义值 (C04, 模型试验, 实尺度)

| 类型     | 波频 (Nm, a)         | 合成 (Nm, b)         | b/a  |
|--------|--------------------|--------------------|------|
| 中垂 (c) | $1.29 \times 10^9$ | $1.37 \times 10^9$ | 1.06 |
| 中拱 (d) | $1.19 \times 10^9$ | $1.28 \times 10^9$ | 1.07 |
| c/d    | 1.08               | 1.05               | -    |

## 5.8 小结

本章建立了可以考虑非线性入射力、非线性静水恢复力和砰击效应的船舶非线性时域水弹性响应预报方法。然后采用该三维时域非线性水弹性力学方法及程序计算了一艘 6750TEU 集装箱船和一艘 205,000 DWT 大型散货船的非线性波激和颤振响应, 分析了考虑大幅运动和瞬时湿表面引起的非线性入射波力和非线性静水恢复力, 以及砰击效应等因素对水弹性响应的影响。通过综合分析, 可以获得如下结论:

(1) 对集装箱船这种具有大外飘的船型来说, 非线性入射波力对运动的影响较小, 但是对垂向弯矩的影响较大; 非线性静水恢复力对运动和载荷的影响均较大, 但是没有引

起明显的非线性响应；砰击效应对运动的影响较小，但对垂向弯矩的影响较大。砰击效应引起了显著的船体弹性高频振动，增大了载荷幅值，但是其引起的合成中垂和中拱幅值相差不大；

(2) 非线性水动力（非线性入射波力和非线性静水恢复力效应）的作用主要引起垂向弯矩的倍频响应，包括倍频可能引起的二节点垂向弯矩弹性共振；而砰击效应主要引起船体二节点垂向弯矩共振；

(3) 通过计算不规则波中散货船的线性和非线性波浪载荷的时域响应，可以发现由于该散货船在中等海况下其运动和载荷响应的非线性现象不明显，因此该大型散货船的高频波激振动响应主要由线性波激振动引起；

(4) 散货船模型试验中的高频弯矩响应现象比数值计算结果明显，在波长船长比为1.0附近数值计算的波频弯矩较模型试验数据偏大，这些是本文计算方法和数值软件有待改进的地方。

可见考虑非线性因素的影响后，运动（升沉及纵摇）的波形几乎仍呈简谐型，但是弯矩响应呈明显的畸变，且叠加上高频成分后呈现出中垂与中拱弯矩的不对称性。因此在计算船体（尤其大型集装箱船）的水弹性响应和载荷时，不能够忽略这些非线性因素，否则会不恰当地估计运动和载荷响应，这在船级社规范制定和船舶设计中是非常危险的。

## 第六章 总结与展望

### 6.1 全文总结

随着船舶的大型化和高强度钢的大量使用船舶的刚度逐渐下降，波浪中的刚体运动理论已经不能满足波浪载荷预报的现实需求，因此需要引入三维水弹性力学方法。虽然三维频域线性水弹性理论在船舶与海洋平台的波浪载荷预报中已得到了大量应用，但是其无法考虑中高浪级下船体所经受的非线性水动力作用和非线性响应问题，而二阶非线性频域理论也仅适用于船体弱非线性载荷响应预报，不能解决更高阶的水弹性响应和载荷预报问题，也不能考虑颤振响应问题，因此迫切需要建立三维时域非线性水弹性力学理论，并形成相应的数值计算方法和软件，以满足船舶和海洋工程的载荷预报和结构设计评估需要。

本文开展了以下研究工作：

(1) 结合结构振动模态叠加理论和三维势流理论建立了基于三维时域格林函数方法的有航速船舶三维时域水弹性力学的理论，给出了三维时域格林函数的数值求解方法和绕射势、辐射势的数值离散方法，编制了相应的数值程序。以半圆球和 Wigley 船型为研究对象采用三维时域方法计算了入射波浪激励力脉冲响应函数、绕射波浪激励力脉冲响应函数、辐射效应脉冲响应函数、附加质量、附加阻尼和船体运动等，并与文献和其他数值计算方法进行了比较分析。研究了船体湿表面网格和时间间隔的收敛性，验证了理论和数值程序的正确性，为后续内外场匹配方法奠定基础。

(2) 建立了基于内外场匹配技术的有航速船舶三维时域水弹性力学的理论，通过虚拟的控制面将流域划分为内场和外场，外场采用三维时域格林函数方法，内场采用 Rankine 源方法，并给出了绕射势、辐射势的数值离散方法和自由面离散格式、控制面处理方法等，编制了相应的数值程序。以半圆球和 Wigley 船型为研究对象采用内外场匹配方法计算了入射波浪激励力脉冲响应函数、绕射波浪激励力脉冲响应函数、辐射效应脉冲响应函数、附加质量、附加阻尼和船体运动等，并与文献和其他数值计算方法进行了比较分析。研究了自由面范围大小、自由面网格数量、船体湿表面网格、控制面网格和时间间隔的收敛性，验证了理论和数值程序的正确性。

(3) 计入瞬时湿表面和砰击效应影响，建立了计及非线性 Froude-Krylov 波浪激励力、非线性静水恢复力和瞬时砰击力的三维时域非线性水弹性力学方法，自主开发了相应

的数值计算程序。采用三维时域非线性水弹性力学方法计算了一艘 6750TEU 集装箱船的非线性波激振动和颤振响应，分析了考虑大幅运动和瞬时湿表面引起的非线性入射波力和非线性静水恢复力，以及砰击效应等因素对水弹性响应的影响，计算结果与国外相应数值计算结果进行了比较分析。以一艘 205,000 DWT 大型散货船为研究对象，计算了无航速和有航速情况下的运动、载荷响应传递函数和时域曲线，分析了非线性波激振动线性，数值计算结果与模型试验结果吻合较好。

通过研究得到了以下结论：

- (1) 引入三维时域格林函数和 Rankine 源分别给出了流场速度势和水动力系数的边界元实现方法和数值求解过程。通过多个算例的比较分析，证明了本文提出的“TDGF”方法和“IORM”方法能够准确计算船体的水动力系数和时域响应；
- (2) “IORM”法只需在控制面上计算三维时域格林函数以及在外场计算卷积，且控制面上不需要划分大量网格，因此该方法较“TDGF”方法效率高；同时“IORM”方法中，物体湿表面和自由面增加后，数值计算消耗时间增加不明显，因此湿表面网格可以划分得更细，而不会显著增加计算时间；
- (3) 采用“TDGF”和“IORM”方法计算脉冲响应函数时无量纲时间范围和时间间隔分别取-6.0~6.0 和 0.1 即可得到稳定合理的数值计算结果，同时采用“IORM”方法计算船体的水动力系数和水弹性响应时自由面半径只需要取 1.5 倍船长即可获得足够精度的计算结果；
- (4) 大型集装箱船的运动和总体载荷响应计算结果表明非线性响应十分显著。详细结论如下：

- a) 非线性入射波力对运动的影响较小，对垂向弯矩的影响较大，使得后者有明显的倍频成分，同时中垂弯矩显著大于中拱弯矩，非线性入射波力也引起了明显的非线性波激振动；
- b) 非线性静水恢复力对运动和载荷的影响均较大，但是没有引起显著的非线性响应。非线性计算的升沉响应小于线性结果，而纵摇和垂向弯矩响应大于线性结果，中垂弯矩变大；
- c) 砰击效应对运动的影响较小，但对垂向弯矩的影响较大，砰击效应引起了显著的船体弹性高频振动，增大了载荷幅值，但是其引起的合成中垂和中拱幅值相差不大；

d) 非线性水动力（非线性入射波力和非线性静水恢复力效应）的作用主要引起垂向弯矩的倍频响应，包括倍频力可能引起的二节点垂向弯矩弹性共振；而砰击效应主要引起船体二节点垂向弯矩共振。

(5) 大型散货船的非线性水弹性和载荷响应的数值计算结果表明该型散货船在中等海况下的非线性水动力响应不明显，但是在此类海况中其线性波激振动响应较大。另外，船体主甲板上一典型节点的应力计算结果表明循环次数显著增加。该海况下数值计算的合成弯矩有义值约为波频弯矩有义值的 1.06 倍，模型试验中约为 1.26 倍，可见模型试验中高频响应更加明显，这是数值计算有待改进的地方。

基于以上主要研究成果，本论文的主要创新点可以归纳如下：

(1) 基于经典的三维水弹性力学理论，给出了基于内外场匹配技术的三维时域水弹性力学计算方法，解决了采用三维时域格林函数方法计算大外飘船型水弹性响应的发散问题；

(2) 通过变参数的数值计算分析，提出了内外场匹配技术中自由面范围、脉冲响应函数计算时间间隔和时间范围的合理区间值；

(3) 建立了可以考虑大幅运动、瞬时湿表面和砰击效应的三维时域非线性水弹性力学方法，应用该方法可以计及非线性入射波浪力、非线性静水恢复力和砰击力对船舶响应的贡献，并自主开发了相关的数值计算软件；

(4) 采用三维时域非线性水弹性力学方法预报了大型集装箱船和大型散货船的水弹性响应和总体载荷，探索了非线性因素对船体运动和总体载荷响应的影响规律，发现大型集装箱船的非线性运动和载荷响应非常明显。大型散货船在中低海况下的非线性运动和载荷响应不明显，但是在不规则波海况中顶浪航行时其线性波激振动较为显著。这些结论对船级社规范更新和船舶结构设计具有一定的指导意义。

## 6.2 研究展望

由于论文开展时间和作者精力有限，本文提出的三维时域非线性水弹性力学方法及软件还有很多研究工作尚未开展，作者认为还可以在以下方面进行深入研究：

(1) 本文虽然采用三维 Wagner 经验公式建立了一种可以考虑砰击效应的三维时域非线性水弹性力学方法，但是该方法对砰击作用力的大小和时间历程做了很大简化。砰击现象本身是一个强非线性问题，并伴随有射流和飞溅，其与船体的瞬时运动、湿表面的法向

和波面形状等息息相关，采用 CFD 方法解决这类问题更为合适。但是 CFD 方法处理船体的水弹性响应、运动和载荷时计算代价太大，作者认为应该发展既能准确计算砰击作用力时域历程，又能兼顾水动力响应计算效率的方法；

(2) 本文给出的“IORM”方法目前仅计算了半圆球体、Wigley 船型、6750TEU 集装箱船、205,000 DWT 大型散货船的水弹性响应和载荷，对其他船型，例如超大型矿砂船、超大型油船、大型军舰、快艇等，或者最近发展中的 20000TEU 集装箱船，尚未涉及。多种海况（例如大波高海况、短周期海况）、高航速、多浪向下的船体水弹性响应和载荷预报也尚未广泛开展。这些对于检验理论方法正确性和程序的可靠性非常重要；

(3) 对于有航速水面浮式结构物来说，非均匀定常兴波流场对船体在波浪中的水动力系数、运动和载荷响应都有一定的影响，本文的三维时域非线性水弹性力学方法还没有考虑该问题。常用的计及定常兴波流场的简化方法是定常均一流速假设，该假设可以较好地满足工程应用，本文现阶段为了专注于波浪中的水弹性响应问题，也采用了定常均一流速假设。更为精确地计及非均匀定常兴波流场影响的工作，可在下一步研究工作中开展。

## 致 谢

在博士论文工作开展期间感谢导师顾学康研究员的辛勤指导，顾老师为人谦和而富有耐心，学术修养深厚，有很多值得我学习的地方。在学业和生活上顾老师给予我无私的关怀和帮助，教导我为人处事的道理，传授我科研心得，值得我好好珍藏，感激之情无以言表。

感谢中国船舶重工集团公司第七〇二研究所及海上基地专项办公室为作者提供从事科研实践的机会，不管是开展博士论文工作，还是完成各项工程项目，这几年来我的专业技术水平、知识面和管理能力均得到很大提升。感谢曾经学习和工作过的结构室及胡嘉骏研究员，在那里工作是我快速成长的几年，学到了很多东西，也很快乐！

特别要感谢“千人计划”学者程小明在浮体水动力计算理论和程序处理上的热心帮助和宝贵意见！感谢师兄汪雪良博士在波浪载荷模型试验和理论上的指导！感谢叶永林博士和田超博士在水弹性理论和软件上提供的帮助！感谢赵南博士生为我提供的波浪载荷文献及生活中的一些帮助。

感谢海上基地专项办公室所有同事给作者的大量帮助和便利，能够与诸位一起工作，感到十分高兴和荣幸，祝愿大家事业更上一层楼，生活幸福！

感谢大学同窗唐振远博士生、陈浩森博士和洪亮博士生在我攻读博士学位期间在文献查询方便提供的便利和帮助，同时在科学研究方面的一些探讨也给了我很大的启发。

感谢韩国首尔大学的 Yongwhan Kim 教授公开的 6750TEU 集装箱船的相关数据。

在我攻读博士期间，无论是学业上，工作上，还是生活中，太多的人给予了我帮助和支持，在此一并表示真诚的谢意！

最后尤其要感谢妻子和父母对我的理解，学业上的鼓励，生活上的宽容和照顾，没有他们的支持作者很难完成论文工作。感谢可爱的杨子睿给我带来的喜悦和快乐，家人永远是自己的力量源泉和港湾。

## 参考文献

- [1] Achtarides T. 1979. Wave excited two-node vertical resonant vibration (springing) of flexible ships [C]. In Ocean Energy, pp. 190–199. Marine Tech.
- [2] Barakat R. 1962. Vertical motion of a floating sphere in sine-wave sea [J]. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 13, pp: 540-556.
- [3] Beck R F, King B. 1989. Time-domain analysis of wave exciting forces on floating bodies at zero forward speed [J]. Applied Ocean Research. Vol.11, No 1, pp: 19-25.
- [4] Beck R F and Magee A R. 1990. Time-domain analysis for predicting ship motions[C]. Proceeding of the IUTAM Symposium on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, Oxbridge, UK.
- [5] Belgova M. 1962. Determination of overall bending moments caused by elastic vibrations of ships [C]. In Transactions of the Leningrad Institute of Water Transport, 1962. Issue XXVIII, BSRA Translation No 1599.
- [6] Bell A and Taylor K. 1968. Wave-excited hull vibration [J]. Shipping World and Shipbuilder, 412–426.
- [7] Bishop R E D and Price W G. 1974. On modal analysis of ship strength[C]. Proc. Royal Soc., London, A342, : 121-134.
- [8] Bishop R E D and Price W G. 1976(a). One the relationship between “dry modal” and “wet modal” in the theory of ship response[J]. Journal of Sound and Vibration, 45(2), :157-164.
- [9] Bishop R E D and Price W G. 1976(b). Allowance for shear distortion and rotary inertia of ship hulls[J]. Journal of Sound and Vibration, 47(3), : 303-311.
- [10] Chapchap A C, Miao S H, Temarel P, Hirdaris S E. 2012. Time domain hydroelasticity analysis: the three-dimensional linear radiation problem [J]. Hydroelasticity in Marine Technology, Tokyo, Japan.
- [11] Chapman R B. 1981. Time-domain method for computing forces and moments acting on 3-D surface piercing hull with forward speed [C]. Proceedings of the Third International

- Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, : 237-248.
- [12] Chen X B and Wu G X. 2001. On singular and highly oscillating properties of the Green Function for ship motions [J]. Journal of Fluid Mechanics. 445: 77-91.
- [13] Chen X B. 2004. Hydrodynamics in offshore and Naval Applications[C]. Part I. The 6<sup>th</sup> International Conference on Hydrodynamics.
- [14] Chen Z Y, Ren H L, Li H, Zhang K H. 2012. Experimental and Numerical Analysis of Bow Slamming and Whipping in Different Sea States[J]. Journal of Ship Mechanics, 16(3): 247-253.
- [15] Cleary, W., J. Robertson, and R. Yagle 1971. The results and significance of the strength studies on the great lakes bulk ore carrier Edward L. Lyerson [R]. In SNAME Symposium on Hull Stresses in Bulk Carriers.
- [16] Clement A H. 1998. An ordinary differential equation for green function of time-domain free-surface hydrodynamics [J]. Journal of Engineering Mathematics. 33(2): 201-217.
- [17] Cummins W E. 1962. The impulse response function and ship motions[R]. Department of the Navy, David Taylor Model Basin.
- [18] Dai Y S. 1998. Potential flow theory of ship motions in waves in frequency and time domain [M]. Press of the National Defense Industries, Beijing, China.
- [19] Davis M C and Zarnick E E. 1964. Testing ship models in transient waves [C]. Proc. 5th Symp. On Naval Hydrodynamics, pp: 507-543.
- [20] Dawson C W. 1977. A practical computer method for solving ship-wave problems[C]. 2nd International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, USA.
- [21] DNV. 2005. SESAM User Manual (WASIM) [S]. pp: 1-2.
- [22] Dommermuth D G and Yue D K P. 1987. Numerical simulations of nonlinear axisymmetric flows with a free surface [J]. Journal of Fluid Mechanics, 178: 195-219.
- [23] Drummen I. Experimental and numerical investigation of nonlinear wave-induced load effects in containerships considering hydroelasticity [D]. Thesis for the degree of philosophiae doctor, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway. 2008.
- [24] Drummen I., Holtmann M. Benchmark study of slamming and whipping [J]. Ocean Engineering. 2014, 86, pp: 3-10.

- [25] Ferrant P. 1988. An accelerated computational method for time-domain analysis of 3D wave-body interactions[C], Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Workshop on Water Waves and Floating Bodies.
- [26] Finkelstein A B. 1957. The initial value problem for transient water waves [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 10: 511-522.
- [27] Gadd G E. 1976. A method of computing the flow and surface wave pattern around full forms [C]. Trans. Roy. Asst. Nav. Archit., 113.
- [28] Gunsteren F V. 1978. Springing of ships in waves [D]. Ph. D. thesis, Delft University of Tech, Delft, Holland.
- [29] Hashimoto K, Fujino M and Motora M. 1978. On the wave induced ship-hull vibration springing caused by higher-order exciting force [J]. J. of the Soc. of Naval Arch. of Japan 144, 183–194. Written in Japanese.
- [30] Hess J L and Smith A M O. 1964. Calculation of nonlifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies [J]. Journal of Ship Research, 8(2): 22-44.
- [31] Hirdaris S E, Price W G and Temarel P. 2003. Two- and three-dimensional hydroelastic modeling of a bulker in regular waves [J]. Marine Structures, 16(8): 627-658.
- [32] Hoffman, D. 1972. Analysis of ship structural loading in a seaway [C]. In Marine Tech., Volume 9, pp. 173–194.
- [33] Hoffman, D. and R. van Hoof. 1976. Experimental and theoretical evaluation of springing on a great lakes bulk carrier [C]. Int. Shipbuilding Progress 23, 173–193.
- [34] Hong S Y, Kim K H, Kim B W, Kim Y S. 2015. Characteristics of bow-flare slamming loads on an ultra-large containership in irregular waves [C]. Proceedings of the Twenty-fifth (2015) International Ocean and Polar Engineering Conference (ISPOE), Kona, Big Island, Hawaii, USA, June 21-26.
- [35] Hu J J, Wu Y S, Tian C, Wang X L, Zhang F. 2012. Hydroelastic analysis and model tests on the structural response and fatigue behaviours of an untra-large ore carrier in waves [J]. Journal of Engineering for the Maritime Environment, 226(2): 135-155.
- [36] Huang Y E. 1996. Nonlinear ship motions by a Rankine panel method [D]. Ph.D. Thesis, The Department of Ocean Engineering, MIT, USA.

- [37] Huang Y F and Sclavounos P D. 1998. Nonlinear ship motions [J]. Journal of Ship Research, Vol. 42(2), June : 120-130.
- [38] Hwang J H, Kim Y J, et al. 1983. Prediction of bow flare impact pressure by momentum slamming theory [C]. Proc. International Workshop on Ship and Platform Motions. University of California, Berkeley, Oct.
- [39] Ikoma T, Maeda H and Masuda K. 1998. Effects of second-order hydroelastic responses on Pontoon type Mega-Float [C]. Proc. OMAE98, :43-46.
- [40] Isaacson M. 1982. Nonlinear-wave effects on fixed and floating bodies [J]. Journal of Fluid Mechanics, 120: 267-281.
- [41] ISSC. 2006. Loads [R]. 16<sup>th</sup> International Ship and Offshore Structures Congress, August, Southampton, UK.
- [42] ISSC. 2012. Loads [R]. 18<sup>th</sup> International Ship and Offshore Structures Congress, September, Rostock, Germany.
- [43] Jensen J J and Pederson P T. 1979. Wave-induced bending moments in ships-a Quadratic Theory [J]. Trans RINA, 121: 151-165.
- [44] John F. 1950. On the Motion of floating bodies II [J]. Comm. Pure Appl. Math. 3: 45-101.
- [45] Khabakhpasheva T I, Kim Y, Korobkin A A. 2014. Generalized Wagner model of water impact by numerical conformal mapping [J]. Applied Ocean Research, 44, pp: 29–38.
- [46] Kim B W, Hong S Y, Kim K W. 2015a. Resonant and non-resonant whipping responses of a container model ship in regular and irregular waves [C]. 7th International Conference on Hydroelasticity in Marine Technology Split, Croatia, September 16th – 19<sup>th</sup>, pp: 257-266.
- [47] Kim J H, Kim Y H. 2015. Parametric Study of Numerical Prediction of Slamming and Whipping and an Experimental Validation for a 10,000-TEU Containership [C]. Proceedings of the Twenty-fifth International Ocean and Polar Engineering Conference (ISPOE), Kona, Big Island, Hawaii, USA, June 21-26.
- [48] Kim J H, Kim Y H, Yuck R H, Lee D Y. 2015. Comparison of slamming and whipping loads by fully coupled hydroelastic analysis and experimental measurement [J]. Journal of Fluids and Structures, 52, pp: 145-165.
- [49] Kim K H, Kim Y. 2012. Numerical analysis on ship hydroelasticity by using 3D Rankine panel method and 3D finite element method [C]. Hydroelasticity in Marine Technology,

- Tokyo, Japan, : 63-74.
- [50] Kim K H, Kim B W, Hong S Y, Kim Y S. 2015. Characteristics of Stern Slamming Loads on an Ultra-large Containership in Regular and Irregular Waves [C]. Proceedings of the Twenty-fifth International Ocean and Polar Engineering Conference (ISPOE), Kona, Big Island, Hawaii, USA, June 21-26.
- [51] Kim J H, Kim Y. 2014. Numerical analysis on springing and whipping using fully-coupled FSI models [J]. Ocean Engineering, 91, pp: 28–50.
- [52] Kim Y, Kim J H, Kim Y. 2013. Whipping identification of a flexible ship using wavelet cross-correlation [J]. Ocean Engineering, 74, pp: 90–100.
- [53] Kim Y, Kim Y H, Malenica S, Bigot F, Senjanovic I. 2009. Linear springing model – comparisons of different numerical models [C]. Hydroelasticity in Marine Technology 2009, UK, : 361-372.
- [54] Kim Y, Kring D C and Sclavounos P D. 1997. Linear and nonlinear interactions of surface waves with bodies by a three-dimensional Rankine panel method [J]. Applied Ocean Research, 19 : 235-249.
- [55] King B K, Beck R F, Magee A R. 1988. Seakeeping calculations with forward speed using time-domain analysis [C]. Proceedings of the Seventeenth Symposium on Naval Hydrodynamics, Delft, Netherlands.
- [56] King B K. 1987. Time-domain analysis of wave exciting forces on ships and bodies[R]. Report No. 306, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, the University of Michigan.
- [57] Korobkin A A. 2013. A linearized model of water entry [J]. Journal of Fluid Mech., 737, pp. 368-386.
- [58] Kring D C and Sclavounos P D. 1995. Numerical stability analysis for time-domain ship motion simulations [J]. Journal of Ship Research, 39(4): 313-320.
- [59] Kring D C, Huang Y F, Sclavounos P D, Vadaand T, Braathen A. 1996. Non-linear ship motions and wave-induced loads by a Rankine panel method [C]. Proceedings of 2lth Symposium on Naval Hydrodyn., Trondheim, :16-33.

- [60] Kring D C, Korsmeyer F T, Singer J and White J. 2000. Analyzing mobile offshore bases using accelerated boundary-element methods [J]. *Marine Structures*, (13): 301-313
- [61] Kring D C, Korsmeyer F T, Singer J, Danmeier D and White J. 1999. Accelerated non-linear wave simulations for large structures[C]. *7<sup>th</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, Nantes, France, July.
- [62] Kring D C. 1994. Time domain ship motions by a three-dimensional Rankine panel method [D]. Ph.D. Thesis, MIT, Cambridge, MA.
- [63] Kring D C and Sclavounos P D. 1995. Numerical stability analysis for time-domain ship motion simulations [J]. *Journal of Ship Research*, 39(4): 313-320.
- [64] Kring D C, Huang Y F, Sclavounos P D, Vada T and Braathen A. 1996. Non-linear ship motions and wave-induced loads by a Rankine panel method [C]. *Proceedings of 21<sup>th</sup> Symposium on Naval Hydrodyn.*, Trondheim, : 16-33.
- [65] Kumai T. 1974. On the exciting force and response of springing of ships [C]. In *NN*.
- [66] Landrini M, Grytpyr G and Faltinsen O M. 1999. A B-spline based BEM for unsteady free-surface flows [J]. *Journal of Ship Research*, 43(1): 13-24
- [67] Lee Y W, White N, Southall N, Johnson M. Impact Loads and Whipping Responses on a Large Container Ship [C]. *Proceedings of the Twenty-fifth International Ocean and Polar Engineering Conference (ISPOE)*, Kona, Big Island, Hawaii, USA, June 21-26.
- [68] Li L. 2001. Numerical Seakeeping Predictions of Shallow Water Effect on Two Ship Interactions in Waves [D]. Ph. D. Dissertation. Dalhousie University.
- [69] Lin W M and Yue D K P. 1990. Numerical solution for large-amplitude ship motions in the time domain [C]. *Proceedings of the eighteenth Symposium on Naval Hydrodynamics*, ONR.
- [70] Lin W M, Meinhold M, Salvesen N and Yue D K P. 1994. Large-amplitude motions and wave loads for ship design [C]. *Proc. 20<sup>th</sup> Symp. On Naval Hydrodynamics*, : 192-212.
- [71] Lin W M, Newman J N and Yue D K P. 1984. Nonlinear forced motions of floating bodies [C]. *15<sup>th</sup> ONR*.
- [72] Lin W M, Zhang S, Weems K, et al. 1999. A mixed source formulation for nonlinear ship-motion and wave-load simulations [C]. *Proceedings of the Seventh International*

- Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Nantes, France.
- [73] Liu S K. 2011. Numerical simulation of large amplitude ship motions and applications to ship design and safe operation [D]. Ph.D., Thesis, National Technical University of Athens, Athens.
- [74] Lloyd's-Register. 2005. Rules and Regulations for the Classification of Naval Ships [S].
- [75] Longuet-Higgins M S, Cokelet E D. 1976. The deformation of steep surface waves on water - I. A numerical method of computation [J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 350(1660): 1-26.
- [76] Maeda H, Masuda K and Ikoma T. 1997. Hydroelastic responses of Pontoon type very large floating offshore structure (The 3rd report), the effects of 2nd-order Wave loads [J]. Journal of Society of Naval Architects of Japan, 182: 319-328.
- [77] Magee A R, Beck R F. 1988. Compendium of ship motion calculations using linear time-domain analysis[R], Report No.310, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan.
- [78] Malenica S, et al. 2003. Hydroelastic response of a barge to impulsive and nonimpulsive wave loads [C]. In Hydroelasticity in Marine Tech., pp. 107–115. University of Oxford. Proc. of the 3rd int. conf.
- [79] Mathews S, Kawerninski L. 1967. Main hull girder stresses Ontario power [R]. Technical report.
- [80] Miao S H, Price W G and Temarel P. 1997. The hydroelastic behavior of multi-hulls travelling in a seaway [C]. Proc. 3rd Int. Conf. Advances in Marine Structures, :18.
- [81] Moe E, Holtsmark G, Storhaug G. 2005. Full scale measurements of the wave induced hull girder vibration of an ore carrier trading in the north atlantic [C]. In Trans. of The Royal Inst. of Naval Arch. Conference on Design & Operation of bulk carriers, 18-19th of Oct., London, UK.
- [82] Nakos D E, Kring D C and Sclavounos P D. 1993. Rankine panel methods for transient free surface flows[C]. Proceedings of the 6th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa City, Iowa.

- [83] Nakos D E and Sclavounos P D. 1990. Ship motions by a three-dimensional Rankine panel method[C]. Proc. 18th Symp. On Naval Hydrodynamics, Ann. Arbor, MI, : 21-40.
- [84] Newman J N, 1984a. Double-precision evaluation of the oscillatory source potential [J]. Journal of Ship Research, 28(3): 151-154.
- [85] Newman J N, 1984b. An expansion of the oscillatory source potential [J]. Applied Ocean Research, 6(2): 116-117.
- [86] Newman J N, 1985. Algorithms for the Free-surface Green Function [J]. Journal of Engineering Mathematics. 19: 57-67.
- [87] Newman J N. 1978. The theory of ship motions [J]. Advances in Applied Mechanics, Vol. 18, pp: 221-285.
- [88] Newman J N. 1991. The approximation of free surface Green functions [M]. F. Ursell Retirement Meeting, 29-30, March, published in 1991.
- [89] Newman J N. 1994. Wave effects on deformable bodies [J]. Applied Ocean Research, 16: 47-59.
- [90] Nordenstrøm, N. et al. 1970. Some notes on observed springing [C]. In Proceedings of the 4th International Ship Structures Congress, The Society of Naval Architects of Japan, pp. 105–110. Tokyo.
- [91] Ochi M K, Motter L E. 1973. Prediction of slamming characteristics and hull responses for ship design [J]. SNAME.
- [92] Ochi M K. Bonilla-Norat J. 1970. Pressure-velocity relationship in impact of a ship model dropped onto the water surface and in slamming in waves[R]. AD-709071, June.
- [93] Pinkster J A. 1974. Low frequency phenomena associated with vessels moored at sea [C]. Paper SPE 4837, European spring meeting of SPE-AIME, Amsterdam.
- [94] Pinkster J A. 1980. Low frequency second order wave exciting forces on floating structures [D]. Delft.
- [95] Price W G and Wu Y S. 1985. Hydroelasticity of marine structures [J]. Theoretical and Applied Mechanics, : 311-337.
- [96] Sauvalle G. 1960. Measures extensometriques sur la coque du mineralier [J]. Jean Schneider. In ATMA.

- [97] Sclavounos P D. 1995. Computation of wave ship interactions. *Advances in Marine Hydrodynamics* [M], edited by M. Ohkusu, Computational Mechanics Publications.
- [98] Sclavounos P D and Nakos D E. 1988. Stability analysis of panel methods for free-surface flows with forward speed. *Proceedings* [C]. 17th symposium on Naval Hydrodynamics, The Hague, The Netherlands.
- [99] Sclavounos P D, Nakos D E and Huang Y. 1993. Seakeeping and Wave induced loads on ship with flare by a Rankine panel method [C]. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, Iowa City, Iowa.
- [100] Shao Y L, Faltinsen O M. 2012. A numerical study of the second-order wave excitation of ship springing in infinite water depth [J]. *Journal of Engineering for the Maritime Environment*, 226(2): 103-119.
- [101] Shin Y S, Belenky V L, Lin W M, Weems K M, Engle A H. 2003. Nonlinear Time Domain Simulation Technology for Seakeeping and Wave-Load Analysis for Modern Ship Design [R]. ABS TECHNICAL PAPERS.
- [102] Slocum S and Troesch A. 1982. Non-linear ship springing experiments [R]. Technical Report MA-RD-940-80056, report 266, February 1983, Dep. Of Naval Arch. and Marine Eng., College of Eng., The Univ. of Michigan.
- [103] Stavovy A B, Chuang S L. 1976. Analytical determination of slamming pressure for high-speed vehicles in waves [J]. *Journal of Ship Research*, Vol. 20(4).
- [104] Storhaug G and Moan T. Springing/Whipping Response of a Large Ocean-going Vessel Investigated by an Experimental Method [C]. *Hydroelasticity in Marine Technology*, Wuxi, China, 2006, 89-102.
- [105] Storhaug G. Experimental investigation of wave induced vibrations and their effect on the fatigue loading of ships [D]. Ph.D thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway. 2007.
- [106] Storhaug G, Vidic-Perunovic J, Rudinger F, Holtsmark G, Helmers J B, Gu X K. 2003. Springing/whipping response of a large ocean going vessel - a comparison between numerical simulations and full scale measurements [C]. In *Hydroelasticity in Marine Tech.*,

- pp. 117–131. Third int. conf.
- [107] Takagi K and Ogawa Y. 2012. Proceeding of the sixth International Conference on Hydroelasticity in Marine Structures [C]. Tokyo, Japan, 19-21, September.
- [108] Tang K, Zhu R C, Miao G P, Fan J. 2014. Hybrid green function method for the time-domain analysis of motions of floating body in waves [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 48(4): 508-514.
- [109] Tasai F. 1974. On the calculation methods of wave induced vibrations of ships [C]. In Trans. of the West-Japan Soc. of Naval Arch., 48, pp. 163–180. Written in Japanese.
- [110] Temarel P, Chen X B, et al. 2006. “Loads”[R]. 16th International Ship and Offshore Structures Congress 20-25, August, Southampton, UK, Vol.1, Committee I., pp: 20-25.
- [111] Temarel P. 2008. Hydroelasticity of ships: Taking stock and moving forward[C]. The 22nd Asian-Pacific Technical Exchange and Advisory Meeting on Marine Structures, Istanbul, Turkey, : 12-21.
- [112] Temarel P and Hirdaris S E. 2009. Proceedings of the 5th Int. Conference on Hydroelasticity in Marine Technology [C], ISBN: 9780854329045, Southampton, UK.
- [113] Tian C and Wu Y S. 2006. The second-order hydroelastic analysis of a SWATH ship moving in large-amplitude waves [J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. B., 18(6): 631-639.
- [114] Timman R and Newman J N. 1962. The coupled damping coefficients of a symmetric ship [J]. J. Ship. Res. 6(1), 1-7.
- [115] Tong X W, Ren H L, Li H, Shan P H. 2013. Evaluation of 3D Time Domain Green Function Based on the Precise Integration Method [J]. Journal of Ship Mechanics, 17(9): 990-997.
- [116] Tong X W. 2013. Three Dimensional Time Domain Hybrid Method for Ship and Marine Structure Motions [D]. Ph.D. Thesis, Harbin Engineering University, Harbin, China.
- [117] Von Karman T. 1932. The impact of seaplane floats during landing[R]. NACA. Technical Note 321. Washington.
- [118] Von-Karman T. 1929. The impact on seaplane floats during landing[R]. NACA TN321, Oct.
- [119] Wagner H. 1932. Über stoss-und gleitvorgänge an der oberfläche von flüssigkeiten [R].

- Zeitschrift Angewandte Math. Mech. (4): 193-215.
- [120] Wehausen J V, Laitone E V. 1960. Surface Waves Handbuch der Physik [M]. Berlin: Springer-verleg, : 446~778.
- [121] Wu Y S and Cui W C. 2009. Advances in the three dimensional hydroelasticity of ships [J]. Proc. of the IMechE, Part M Journal of Engineering for the Maritime Environment, 223: 331348.
- [122] Wu Y S, Maeda H and Kinoshita T. 1997. The second order hydrodynamic actions on a flexible body [J]. Seisan-Kenkyu, 49(4): 190-201.
- [123] Wu Y S. 1984. Hydroelasticity of floating bodies [D]. Ph.D., Brunel University, U.K.
- [124] Xu Y, Dong W. 2011. Study on characteristics of 3-D translating-pulsating source green function of deep-water Havelock form and its fast integration method [J]. China Ocean Engineering, 25(3): 365-380.
- [125] Yagle, R. 1963. Long term strain measurements aboard a great lakes ore carrier [R]. In SNAME.
- [126] Yang Q Y, Qiu W. 2012. Numerical Solution of 3-D Water Entry Problems with a Constrained Interpolation Profile Method [J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 134: 1-8.
- [127] Zhu S J, Moan T. 2015. Effect of heading angle on wave-induced vibrations and extreme vertical bending moments in a ultra large container ship model [C]. 7th International Conference on Hydroelasticity in Marine Technology Split, Croatia, September 16th – 19<sup>th</sup>, pp: 375-387.
- [128] Zhu S J, Wu M K and Moan T. Experimental investigation of hull girder vibrations of a flexible backbone model in bending and torsion [J]. Applied Ocean Research, 2011, 33: 252-274.
- [129] 蔡泽伟, 刘应中, 严乃长. 1989. 近水面三维物体运动的时域计算[J]. 水动力学研究与进展. 4(1).
- [130] 陈小平, 李军伟, 王辉, 祁恩荣. 2012. 大尺度楔形体板架钢模落体试验和仿真研究 [J]. 船舶力学, 16(10): 1152-1163.

- [131] 陈徐均. 浮体二阶非线性水弹性力学分析方法[D]. 无锡: 中国船舶科学研究中心.
- [132] 陈占阳, 任慧龙, 李辉, 赵晓东. 2012(b). 超大型船舶变截面梁分段模型的载荷试验研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 33(3): 263-268.
- [133] 陈占阳, 任慧龙, 李辉. 2012(a). 水弹性理论与分段模型试验在船体振动响应分析中的应用[J]. 振动与冲击, 31(24): 119-124.
- [134] 戴仰山, 贺五洲. 1979. 底部砰击预报[J]. 中国造船.
- [135] 戴遗山, 段文洋. 2008. 船舶在波浪中运动的势流理论[M]. 北京: 国防工业出版社.
- [136] 杜双兴, 吴有生. 1998. Bessho 型移动脉动源格林函数快速数值积分方法[J]. 中国造船. 141: 40-48.
- [137] 杜双兴. 1990. 海洋浮式结构物的直接分析方法--三维线性水弹性随机分析理论及应用[D]. 无锡: 中国船舶科学研究中心硕士学位论文.
- [138] 杜双兴. 1996. 完善的三维航行船体线性水弹性动力学频域分析方法[D]. 无锡: 中国船舶科学研究中心博士学位论文.
- [139] 段文洋, 朱鑫, 倪阳, 余圣杰. 2013. 考虑流动分离的有限宽楔形剖面匀速入水受力分析[J]. 船舶力学, 17(8): 911-919.
- [140] 高木又男. 1992. 在有限水深区域中航行船舶的三维振荡格林函数[J]. 关西造船协会志, 217.
- [141] 顾学康, 胡嘉骏. 超大型油船模型波浪载荷试验报告[R]. 中国船舶科学研究中心科技报告, 2004.
- [142] 韩凌, 滕斌, 勾莹. 2004. 时域有限水深格林函数的多项式展开计算方法[J]. 水动力学研究与进展, 19(5): 629-636.
- [143] 贺五洲, 戴遗山. 1986. 简单 Green 函数法求解三维水动力系数[J]. (2): 1-15.
- [144] 洪亮, 朱仁传, 缪国平, 范菊. 2013. 三维频域有航速格林函数的数值计算与分析[J]. 水动力学研究与进展, 28(4): 423-430.
- [145] 黄德波. 1992. 时域格林函数及其导数的数值计算[J]. 中国造船, 119(4): 16-25.
- [146] 贾敬培, 宗智, 曾艳彬, 孙大巍. 2012. 三体船砰击压力数值计算方法研究[J]. 中国造船, 53(3): 110-120.
- [147] 李辉. 2009. 船舶波浪载荷的三维水弹性分析方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学博士学位论文.
- [148] 林吉如. 1992. 驱逐舰型整体船模波浪载荷及结构动应力[R]. 中国船舶科学研究中心  
148

技术报告.

- [149] 刘昌凤, 勾莹, 滕斌. 2010. 时域格林函数卷积的新算法[J]. 水动力学研究与进展, 25(4): 524-533.
- [150] 刘日明, 任慧龙, 李辉. 2008. 有限水深格林函数及其导数的改进 Gauss-Laguerre 算法[J]. 船舶力学, 12(2):188-196.
- [151] 刘日明. 2009. 基于 B 样条面元法的浮体二阶水动力计算[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学
- [152] 刘应中, 缪国平. 1987. 船舶在波浪上的运动理论[M]. 上海: 上海交通大学出版社.
- [153] 骆寒冰, 吴景健, 王珊, 徐慧. 2012. 基于显式有限元方法的二维楔形刚体入水砰击载荷并行计算预报[J]. 船舶力学, 16(8): 907-914.
- [154] 骆寒冰, 张智, 王辉. 2013. 三维加筋板楔形体结构水弹性砰击的 ALE 数值模拟研究 [J]. 船舶力学, 17(1-2): 84-91.
- [155] 马健. 2005. 基于 NURBS 高阶面元法的船舶兴波阻力计算[D]. 武汉理工大学.
- [156] 缪国平, 刘应中, 杨勤正, 刘滋源. 1995. 三维移动脉动源的 Michell 型表达[J]. 中国造船, (4).
- [157] 钱昆. 2004. 浮体在大幅波浪中的运动与载荷计算研究[D]. 大连: 大连理工大学博士学位论文.
- [158] 申亮, 朱仁传, 缪国平, 刘应中. 2007. 深水时域格林函数的实用数值计算[J]. 水动力学研究与进展, 22(3): 380-386.
- [159] 司海龙, 陈震. 2012. 船舶底部砰击压力概率预报方法研究[J]. 中国造船, 53(1): 9-17.
- [160] 唐恺, 朱仁传, 缪国平, 范菊. 波浪中浮体运动的时域混合格林函数法[J]. 上海交通大学学报. Vol. 48(4), pp: 508-514.
- [161] 童晓旺. 2013. 船舶与海洋结构物运动的三维时域匹配方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学博士学位论文.
- [162] 汪雪良, 徐春, 顾学康, 胡嘉骏. 超大型矿砂船波激振动模型试验研究[C]. 中国造船工程学会学术论文集, 2009, 174-184.
- [163] 汪雪良. 2012. 船体结构波激振动及其疲劳损伤研究[D]. 无锡: 中国船舶科学研究中心博士学位论文.

- [164] 王大云. 1996. 三维船舶水弹性力学的时域分析方法[D]. 无锡: 中国船舶科学研究中心博士学位论文.
- [165] 王化明. 2005. 基于 NURBS 高阶面元法的有航速船舶辐射问题数值计算研究[D]. 武汉理工大学.
- [166] 王如森. 1992. 三维自由面 Green 函数及其导数(频域-无限水深)的数值逼近[J]. 水动力学研究与进展, 7(3): 277-286.
- [167] 吴静萍. 2004. 有航速三维浮体非线性波浪力数值计算研究[D]. 武汉理工大学.
- [168] 谢永和, 李润培. 2005. 超大型 FPSO 原油质量分布模拟与水弹性响应研究[J]. 中国造船. 46(2): 125.
- [169] 谢永和, 李润培, 舒志. 2005. 有限水深复合格林函数的数值计算[J]. 船舶力学, 9(1): 23-28.
- [170] 徐蒙. 2004. 三维波物相互作用的数值模拟[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学.
- [171] 叶明, 许勇. 2013. 两类格林函数在波浪中航行船舶水动力预报中的差异分析[J]. Journal of Ship Mechanics. Vol. 17(1-2): 29-41.
- [172] 尹晓辉. 2006. 人工边界条件和三维二阶波物作用的时域模拟[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学.
- [173] 张国庆. 2004. 船舶在波浪中运动的水动力数值计算方法研究[D]. 哈尔滨工程大学船舶工程学院. 2.
- [174] 张海彬. 2004. FPSO 储油轮与半潜式平台波浪载荷三维计算方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学博士学位论文.
- [175] 赵耀中. 2007. 船舶有航速辐射水动力计算研究[D]. 上海交通大学.
- [176] 朱海荣. 2009. 船舶与海洋结构物运动的三维时域方法及应用[D]. 上海: 上海交通大学博士学位论文.
- [177] 朱仁传, 缪国平. 2013. 自由面格林函数-分类计算及其船海工程中的应用[C]. 第二十五届全国水动力学研讨会暨第十二届全国水动力学学术会议文集. pp: 42-50.
- [178] 宗智, 黄鼎良. 1991. 三维移动脉动源速度势的数值研究[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 1991, 6(增刊): 55-63.

## 附录 A 航速项系数的推导和简化

Adopting the second Stokes's theorem (Dai, 1998, Eq. (1.3.6)), there is

$$\oint_{\Gamma} d\vec{C} \times (u_r \phi \vec{W}) = \iint_{S_b} \left\{ u_r \phi \vec{n} \times (\nabla \times \vec{W}) + u_r \phi (\vec{n} \cdot \nabla) \vec{W} \right. \\ \left. + (\vec{n} \cdot \vec{W}) \nabla(u_r \phi) - \vec{n} [\vec{W} \cdot \nabla(u_r \phi)] - (\nabla \cdot \vec{W}) u_r \phi \vec{n} \right\} dS \quad (A.1)$$

where,  $d\vec{C} = \vec{l} dl$  and  $\vec{l}$  denote the vector and unit vector along the water line, respectively;  $\vec{u}_r = \{u_r, v_r, w_r\}$  denotes the translation of each structural node for the  $r^{\text{th}}$  principal mode;  $\vec{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$  denotes the normal direction of the body surface  $S_b$ ;  $\vec{W}$  denotes the velocity field of steady fluid induced by the forward speed;  $\phi$  denotes the velocity potential of the unsteady fluid.

Since  $\vec{W}$  is irrotational, incompressible and the boundary condition of steady fluid on the wetted body, there are  $\nabla \times \vec{W} = 0$ ,  $\nabla \cdot \vec{W} = 0$  and  $\vec{n} \cdot \vec{W} = 0$ . Thus, the Eq. (A.1) could be simplified as

$$\oint_{\Gamma} d\vec{C} \times (u_r \phi \vec{W}) = \iint_{S_b} \left\{ u_r \phi (\vec{n} \cdot \nabla) \vec{W} - \vec{n} [\vec{W} \cdot \nabla(u_r \phi)] \right\} dS \quad (A.2)$$

Then,

$$\iint_{S_b} u_r \vec{n} (\vec{W} \cdot \nabla \phi) dS = \iint_{S_b} u_r \phi (\vec{n} \cdot \nabla) \vec{W} dS - \iint_{S_b} \phi \vec{n} (\vec{W} \cdot \nabla u_r) dS + \oint_{\Gamma} u_r \phi \vec{W} \times d\vec{C} \quad (A.3)$$

There are  $\vec{l} \approx \vec{i}$  and  $\vec{W} = \{-U_0, 0, 0\}$  for the slender moving body, and then

$$\vec{W} \times \vec{l} = \{0, W_x, W_y\} = \{0, 0, 0\} \quad (A.4)$$

Adopting Eq. (A.4) into Eq. (A.3), there is

$$\iint_{S_b} u_r \vec{n} (\vec{W} \cdot \nabla \phi) dS = \iint_{S_b} u_r \phi (\vec{n} \cdot \nabla) \vec{W} dS - \iint_{S_b} \phi \vec{n} (\vec{W} \cdot \nabla u_r) dS \quad (A.5)$$

Furthermore, the expression of  $x$ -component of the Eq. (A.5) is

$$\iint_{S_b} n_1 u_r (\vec{W} \nabla \phi) dS = \iint_{S_b} u_r \phi (\vec{n} \nabla W_x) dS - \iint_{S_b} n_1 (\vec{W} \nabla u_r) \phi dS \quad (A.6a)$$

By the same way, the expressions of  $y$ -component and  $z$ -component are derived as follows.

$$\iint_{S_b} n_2 v_r (\vec{W} \nabla \phi) dS = \iint_{S_b} v_r \phi (\vec{n} \nabla W_y) dS - \iint_{S_b} n_2 (\vec{W} \nabla v_r) \phi dS \quad (A.6b)$$

$$\iint_{S_b} n_3 w_r (\vec{W} \nabla \phi) dS = \iint_{S_b} w_r \phi (\vec{n} \nabla W_z) dS - \iint_{S_b} n_3 (\vec{W} \nabla w_r) \phi dS \quad (A.6c)$$

Thus

$$\iint_{S_b} (\vec{n} \cdot \vec{u}_r) (\vec{W} \nabla \phi) dS = \iint_{S_b} \phi \vec{n} \cdot (\vec{u}_r \nabla \vec{W} - \vec{W} \nabla \vec{u}_r) dS \quad (A.7)$$

If  $\vec{W} = \{-U_0, 0, 0\}$ , the above equation is simplified as

$$\iint_{S_b} (\vec{n} \cdot \vec{u}_r) \left( -U_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dS = U_0 \iint_{S_b} \phi \vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial x} dS \quad (A.8)$$

## 附录 B 入射波压力和绕射波物面边界条件的求解

王大云（1996）详细推导了入射波压力和绕射波物面边界条件的求解过程，本文进行一些引证，其文中关于时间项的表达式为  $e^{i\omega_e t}$ ，本文取  $e^{-i\omega_e t}$  重新推导。

假设入射波压力脉冲响应函数  $\hat{p}_0(p, t)$  表达式为：

$$\hat{p}_0(p, t) = \frac{\rho g}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\infty} e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e t} d\omega_e \right] \quad (\text{B.1})$$

同时绕射势  $\phi_D(p, t)$  的表达式为：

$$\frac{\partial \phi_D(p, t)}{\partial n} = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[ (n_1 \cos \beta + n_2 \sin \beta - n_3 i) \int_0^{\infty} \omega e^{k(z+i\alpha)} e^{-i\omega_e t} d\omega_e \right] \quad (\text{B.2})$$

其中， $g$  为重力加速度； $\omega$  和  $\omega_e$  分别为波浪自然频率和遭遇频率；波数  $k = \omega^2/g$ ；

$\omega_e = \omega - kU_0 \cos \beta$ ； $\alpha = x \cos \beta + y \sin \beta$ ； $\beta$  为入射角，180 度为顶浪。

记： $a = -z/g$ ； $c = -(x \cos \beta + y \sin \beta - U_0 t \cos \beta)/g$ ； $d_0 = 2U_0 \cos \beta/g$ 。

则：

$$\hat{p}_0(p, -t) = \frac{\rho g}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\infty} e^{-(a+ic)\omega^2} (1 - \omega d_0) e^{i\omega t} d\omega \right] \quad (\text{B.3a})$$

$$\frac{\partial \phi_D(p, -t)}{\partial n} = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[ (n_1 \cos \beta + n_2 \sin \beta - n_3 i) \int_0^{\infty} e^{-(a+ic)\omega^2} \omega (1 - \omega d_0) e^{i\omega t} d\omega \right] \quad (\text{B.3b})$$

上面的两式可以化为下述积分的组合：

$$I_1 = \int_0^{\infty} e^{-Z_0 \omega^2 + i\omega t} d\omega \quad (\text{B.4a})$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} \omega e^{-Z_0 \omega^2 + i\omega t} d\omega \quad (\text{B.4b})$$

$$I_3 = \int_0^{\infty} \omega^2 e^{-Z_0 \omega^2 + i\omega t} d\omega \quad (\text{B.4c})$$

其中,  $Z_0 = a + i c$ 。

令,

$$\bar{I} = \int_0^1 e^{\frac{-t^2}{4Z_0}(1-x^2)} dx = e^{\frac{-t^2}{4Z_0}} \cdot \frac{-\sqrt{Z_0 \pi}}{t} i \cdot \operatorname{cerf}\left(\frac{t}{2\sqrt{Z_0}} i\right) = I_R + i I_I \quad (\text{B.5a})$$

上式  $\operatorname{cerf}(\cdot)$  为复域误差函数, 但是当  $t$  较大时, 误差函数在数值计算中可能会溢出, 因此

也可以采用下列方法获得  $\bar{I}$ 。令  $d = \frac{-t^2}{4(a^2 + c^2)}$ , 那么  $\bar{I}$  可通过积分方程求解:

$$I_R = \int_0^1 e^{da(1-x^2)} \cos[cd \cdot (1-x^2)] dx \quad (\text{B.5b})$$

$$I_I = - \int_0^1 e^{da(1-x^2)} \sin[cd \cdot (1-x^2)] dx \quad (\text{B.5c})$$

进一步可得:

$$I_1 = \frac{1}{2Z_0} \left( \sqrt{\pi Z_0} e^{-\frac{t^2}{4Z_0}} + i t \bar{I} \right) = I_{1R} + i I_{1I} \quad (\text{B.6})$$

$$I_2 = \frac{1}{2Z_0} (1 + i t I_1) = I_{2R} + i I_{2I} \quad (\text{B.7})$$

$$I_3 = \frac{i t}{4Z_0^2} + \left( \frac{1}{2Z_0} - \frac{t^2}{4Z_0^2} \right) I_1 = I_{3R} + i I_{3I} \quad (\text{B.8})$$

那么公式 (B.3a) 和 (B.3b) 的求解表达式为:

$$\hat{p}_0(p, -t) = \frac{\rho g}{\pi} (I_{1R} - d_0 I_{2R}) \quad (\text{B.9a})$$

$$\frac{\partial \phi_D(p, -t)}{\partial n} = -\frac{1}{\pi} [(n_1 \cos \beta + n_2 \sin \beta)(I_{2R} - d_0 I_{3R}) + n_3 (I_{2I} - d_0 I_{3I})] \quad (\text{B.9b})$$

## 攻读博士学位期间发表的学术论文和取得的科研成果

### 一、论文

- [1] **Peng Yang**, Xuekang Gu. Wave loading uncertainties and structural fatigue reliability researches for semi-submersible, Proceedings of SUT International Conference on Subsea Technology and Deepwater Engineering, Shenzhen China, September 2012.
- [2] 杨鹏, 顾学康. 几种疲劳裂纹扩展模型的比较分析. 2012 中国海洋钢结构会议.
- [3] 杨鹏, 顾学康. 半潜平台波浪载荷不确定性及疲劳可靠性研究, 船舶力学, 2013, 17 (4) . (EI)
- [4] **Peng Yang**, Xuekang Gu. Comparative analysis of some fatigue crack propagation models, Journal of Ship Mechanics, 2013, 17(3). (EI)
- [5] **Peng Yang**, Xuekang Gu, Chao Tian, Xiaoming Cheng, Jun Ding. Numerical Study of 3D Pulsating Source Green Function of Finite Water Depth, Proceedings of the 33th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE), San Francisco, California, USA, June 2014. (EI)
- [6] 杨鹏, 顾学康, 路振. 超大型浮体模块的波浪载荷及结构强度研究, 2014 中国海洋钢结构会议.
- [7] 杨鹏, 顾学康, 丁军, 张凡, 胡嘉骏. 大型油船和散货船波激振动及其对疲劳寿命的影响研究, 船舶力学. (EI)
- [8] 杨鹏, 顾学康, 田超, 程小明, 丁军. 有限水深三维脉动源格林函数数值算法研究, 船舶力学. 2016, 20(1-2). (EI)
- [9] 杨鹏, 顾学康. 超大型浮体模块水弹性响应和结构强度分析, 船舶力学, 2015, 19 (5) . (EI)
- [10] **Peng Yang**, Xuekang Gu, Chao Tian, Xiaolong Liu. Motion Responses of Floating Structures near Small Islands, Proceedings of the 34th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE), St. John's, Newfoundland, Canada, May 2015. (EI)
- [11] 杨鹏, 顾学康, 田超, 王志东. 近岛礁地形影响下的浮式平台运动响应, 船舶力学. (EI)
- [12] **Peng Yang**, Xuekang Gu, Chao Tian, Jun Ding. 3D Hydroelastic Response of a Large Bulk Carrier in Time Domain. 7<sup>th</sup> International Conference on Hydroelasticity in Marine Technology, Split, Croatia, September 16<sup>th</sup> – 19<sup>th</sup>, 2015.
- [13] **Peng Yang**, Xiaolong Liu et al. Hydroelastic Responses of a VLFS in the Waves Influenced by Complicated Geographic Environment. 7<sup>th</sup> International Conference on Hydroelasticity in Marine Technology, Split, Croatia, September 16th – 19th, 2015.
- [14] **Peng Yang**, XuekangGu, Chao Tian, Jun Ding. 3D Nonlinear Hydroelastic Response and Load Prediction of a Large Bulk Carrier in Time Domain. Journal of Hydrodynamics. (In review) (SCI)
- [15] 田超, 丁军, 杨鹏. 岛礁波浪环境下浮式结构物的动响应研究. 船舶力学, 2014, 18(11). (EI)

- [16] 冯乾栋, 胡嘉骏, **杨鹏**, 张凡. 有限水深中破损船舶的运动与波浪载荷研究. 船舶力学, 2015, 19(4).(EI 核心)
- [17] 汪雪良, **杨鹏**, 顾学康, 胡嘉骏. 船体结构砰击总体载荷理论研究综述. 中国舰船研究. 2015, 10(1).
- [18] Xiaolong Liu, Xuekang Gu, **Peng Yang**, Zhidong Wang. The Comparative Investigation of Wave Evolution near Islands by Numerical Simulations and Model Experiment. ISOPE, Hawaii, USA, 2015.

## 二、软件著作权

- [1] **杨鹏**等. 半潜平台结构极限强度及可靠性计算程序软件, 2014 年 1 月, 授权专利号: 2014SR009301.
- [2] **杨鹏**等. 半潜平台全寿期结构安全性分析程序软件, 2014 年 1 月, 授权专利号: 2014SR009353.