

习题 5 (P125)

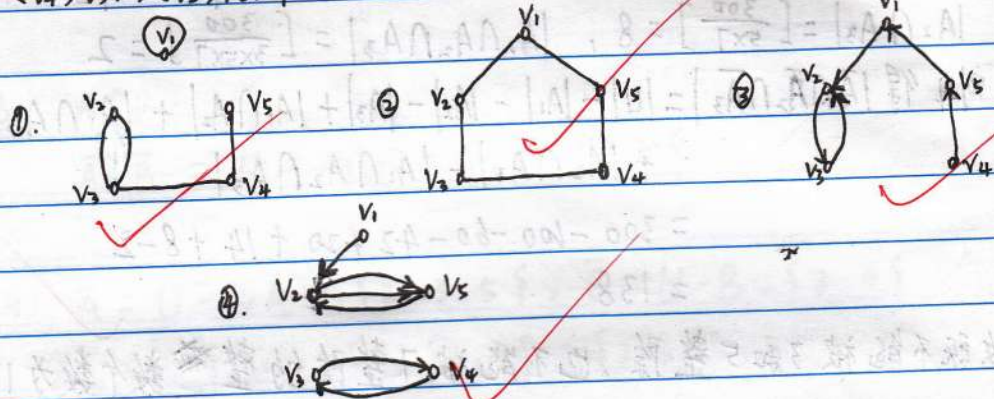
1. ①. $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$, $V_1 = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E_1 = \{(v_1, v_1), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_2, v_5), (v_4, v_5)\}$

②. $G_2 = \langle V_2, E_2 \rangle$, $V_2 = V_1$, $E_2 = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5), (v_5, v_1)\}$

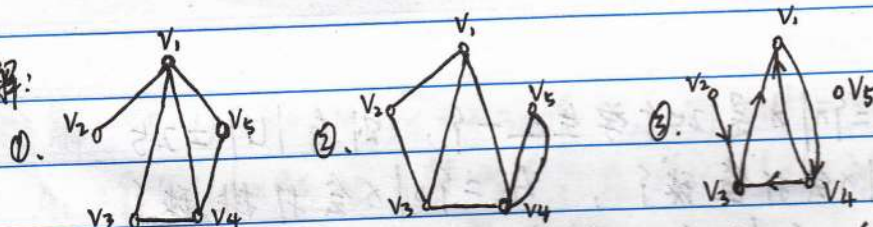
③. $D_1 = \langle V_3, E_3 \rangle$, $V_3 = V_1$, $E_3 = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_2), (v_4, v_5), (v_5, v_4)\}$

④. $D_2 = \langle V_4, E_4 \rangle$, $V_4 = V_1$, $E_4 = \{(v_1, v_2), (v_2, v_5), (v_5, v_2), (v_3, v_4), (v_4, v_3), (v_2, v_5)\}$

解:



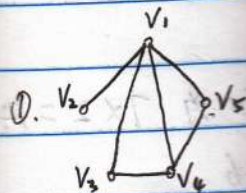
2. 解:



则有 ① $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$, 其中 $V_1 = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E_1 = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_1), (v_4, v_5), (v_5, v_1)\}$

②. $G_2 = \langle V_2, E_2 \rangle$, 其中 $V_2 = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E_2 = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_1), (v_3, v_4), (v_4, v_1), (v_4, v_5), (v_5, v_4)\}$

③. $D_3 = \langle V_3, E_3 \rangle$, 其中 $V_3 = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E_3 = \{(v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_3, v_1), (v_4, v_1), (v_4, v_5)\}$



解: ① 无向图 G_1 的

v_1, v_2, v_3, v_4, v_5

② 无向图 G_2 的

v_1, v_2, v_3, v_4, v_5

③ 有向图 D_3 的

v_3, v_4, v_5 ; 出

v_3, v_4, v_5 ; 入

分别为 v_1, v_2

4. 解: 由题意可

由握手定理。

则有 $24 - 3$

又因为其余顶点自

则 $\frac{10}{2} = 5$

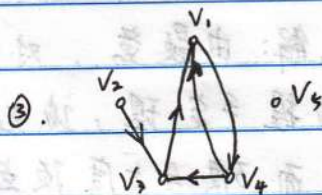
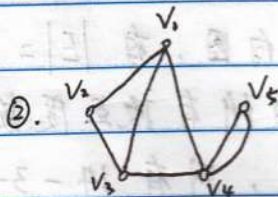
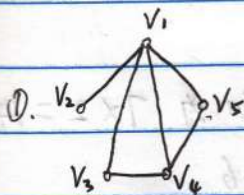
故 G 中至少

若在最少

为 3, 3, 4,

且有 $\Delta(G)$

3.


 $\langle V_2, V_4 \rangle, \langle V_2, V_5 \rangle,$
 $\langle V_4, V_5 \rangle, \langle V_5, V_1 \rangle$
 $\langle V_5, V_2 \rangle, \langle V_3, V_4 \rangle,$

解: ① 无向图 G_1 的度数序列为 4, 1, 2, 3, 2, 对应的顶点分别为

V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 .

② 无向图 G_2 的度数序列为 3, 2, 3, 4, 2, 对应的顶点分别为

V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 .

③ 有向图 D_3 的入度序列为 2, 0, 2, 1, 0, 对应的顶点为 $V_1, V_2,$

V_3, V_4, V_5 ; 出度序列为 1, 1, 1, 2, 0, 对应的顶点为 $V_1, V_2,$

V_3, V_4, V_5 ; 则 D_3 的度数序列为 3, 1, 3, 3, 0, 所对应的顶点

分别为 V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 .

4. 解: 由题意可得, $|E| = 12$,

由握手定理, 可知图 G 的所有顶点度数之和为 $12 \times 2 = 24$.

则有 $24 - 3 \times 2 - 4 \times 2 = 10$, 即其余顶点的度数之和为 10.

又因为其余顶点的度数均小于 3, 则它们的最大度数可为 2.

则 $\frac{10}{2} = 5$, 即最少还剩 5 个顶点, 则有 $5 + 2 + 2 = 9$.

$\{ \langle V_1, V_2 \rangle, \langle V_1, V_3 \rangle,$

故 G 中至少有 9 个顶点.

若在最少数顶点的情况下, 则图 G 的度数序列

为 3, 3, 4, 4, 2, 2, 2, 2, 2.

且有 $\Delta(G) = 4, \delta(G) = 2$.

$\langle V_2, V_3 \rangle,$

$\langle V_3, V_1 \rangle,$

$\langle V_4, V_5 \rangle$

5. 解: 由题意, 对于该无向图, 有 $|E| = 7$

由握手定理, 该无向图的所有顶点度数之和为 $7 \times 2 = 14$

而 3 度与 5 度顶点各 1 个, 则有 $14 - 3 - 5 = 6$

且其余的都是 2 度顶点, 可得 $\frac{6}{2} = 3$

即 2 度顶点有 3 个, 则 $1 + 1 + 3 = 5$

故该图有 5 个顶点

12.19