

(8) 设 $P(x)$: x 是液体; $Q(y)$: y 是金属; $R(x, y)$: x 能溶解 y
则命题可符号化为: $(\exists x)(P(x) \wedge (\forall y)(Q(y) \rightarrow R(x, y)))$

(9) 设 $P(x)$: x 是聪明的; $Q(x)$: x 是美丽的; a : 小吴
则命题可符号化为: $P(a) \wedge Q(a)$

(10) 设 $P(x)$: x 是电脑程序员; a : 小李
则命题可符号化为: $P(a)$

2. 解: 假定个体域 D 是正整数集合, 则下列命题可译为:

(1). 对任意的正整数 x , 都存在着正整数 y , 使得 $x \cdot y = 1$ 。

(2) 对任意的正整数 x , 都存在着正整数 y , 使得 $x + y = x$ 。

(3) 对任意是偶数的正整数 x , 都有 2 可以整除 x 。

~~(4) 对任意是偶数的正整数 x , 使得对任意是偶数的正整数 y , 都有 x 可以整除 y 。~~

(4) 对任意的两个正整数 x, y , 有 x 是偶数且 x 可以整除 y ,
则 y 一定是偶数。

习题 2 (P_{45})

3. 解: (1) 全称量词
($\exists x$) 的辖域为 H
的变元 x 也为 H

(2). 存在量词 ($\exists x$)
 x 为约束变元;

(3). 全称量词 ($\forall x$)
的辖域为 $R(x)$
及 $S(x)$ 中的变元
是自由变元。

4. 解: 下列公式中,
(1). $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$

(2). $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$

(3). $(\forall x)(\exists y)P(x, y)$

解 y

$y)))$

习题2 (P45)

3. 解: (1) 全称量词 $(\forall x)$ 的辖域为 $(F(x) \rightarrow (\exists y) H(x, y))$, 而存在量词 $(\exists y)$ 的辖域为 $H(x, y)$; $F(x)$, $H(x, y)$ 中的变元 x 为约束变元; $H(x, y)$ 中的变元 y 也为约束变元。

(2) 存在量词 $(\exists x)$ 的辖域为 $(F(x) \wedge H(x, y))$; $F(x)$ 和 $H(x, y)$ 中的变元 x 为约束变元; $H(x, y)$ 中的变元 y 为自由变元。

(3) 全称量词 $(\forall x)$ 的辖域为 $(F(x) \rightarrow Q(x))$; 存在量词 $(\exists y)$ 的辖域为 $R(x)$; $F(x)$ 和 $Q(x)$ 中的变元 x 为约束变元; 而 $R(x)$ 及 $S(x)$ 中的变元 x 为自由变元; 故 x 是该公式的约束变元又是自由变元。

$= y$ 。

$x + y = x$ 。

4. 解: 下列公式中, 其个体域均为 $A = \{a, b, c\}$

$$(1). (\forall x) (P(x) \rightarrow G(x)) \Leftrightarrow (P(a) \rightarrow G(a)) \wedge (P(b) \rightarrow G(b)) \wedge (P(c) \rightarrow G(c))$$

的正整

$$(2). (\forall x) P(x) \wedge (\exists x) G(x) \Leftrightarrow (P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)) \wedge (G(a) \vee G(b) \vee G(c))$$

除 y ,

$$(3). (\forall x) (\exists y) P(x, y) \Leftrightarrow (\exists y) P(a, y) \wedge (\exists y) P(b, y) \wedge (\exists y) P(c, y) \\ \Leftrightarrow (P(a, a) \vee P(a, b) \vee P(a, c)) \wedge (P(b, a) \vee P(b, b) \vee P(b, c)) \\ \wedge (P(c, a) \vee P(c, b) \vee P(c, c))$$