

云南大学 2020 年秋季学期理工类本科 2019 级

《概率论与数理统计》期末考试（闭卷）试卷 B

满分： 100 分 考试时间：120 分钟 任课教师：

学院：\_\_\_\_\_ 专业：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

得分

一、填空题 （本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1. 设  $A, B, C$  为相互独立的三个事件, 且  $P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{1}{3}, P(C) = \frac{1}{4}$ 。则  $A, B, C$  至少有一个发生的概率为\_\_\_\_\_。
2. 对  $A, B$  两事件, 设  $P(A) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$ , 则:  $P(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_。
3. 若  $X_i \sim N(0,1), (i=1,2)$  则  $Z = 2X_1 - 3X_2 \sim$ \_\_\_\_\_。
4. 对于  $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$ ,  $X$  和  $Y$  相互独立的充要条件是\_\_\_\_\_。
5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则  $\bar{X} \sim$ \_\_\_\_\_。
6. 设随机变量  $X$  在  $(1, 6)$  上服从均匀分布, 则方程  $t^2 + Xt + 1 = 0$  有实根的概率为\_\_\_\_\_。
7. 设两个相互独立的事件  $A$  和  $B$  都不发生的概率为  $\frac{1}{9}$ ,  $A$  发生  $B$  不发生的概率与  $B$  发生  $A$  不发生的概率相等, 则:  $P(A) =$ \_\_\_\_\_。
8. 若  $X \sim N(0,1)$ , 则  $Y = X^2 \sim$ \_\_\_\_\_。
9. 若:  $\chi^2 \sim \chi^2(5)$ , 则:  $D(\chi^2) =$ \_\_\_\_\_。
10. 设随机变量  $X$  的方差为:  $D(X) = 9$ , 则对于任意常数

$c, D(2X+c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分

二、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1. 设两相互独立的随机变量： $X \sim N(0,1)$ ； $Y \sim N(1,1)$ ，则下述事件的概率值正确的是（ ）。

- (A)  $P\{X+Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$                       (B)  $P\{X+Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$   
 (C)  $P\{X-Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$                       (D)  $P\{X-Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$

2. 设总体： $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中  $\mu$ 、 $\sigma^2$  已知而  $a, b, c$  未知； $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的一个样本，则下列表达式中不是统计量的为（ ）。

- (A)  $aX_1 + bX_2 + cX_3$                       (B)  $\min(X_1, X_2, X_3)$   
 (C)  $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$                                       (D)  $X_1 + 2\mu$

3. 设  $A, B$  为任意两事件，若  $P(AB) = 0$ ，则下列正确的命题是（ ）。

- (A)  $A$  和  $B$  互不相容（互斥）                      (B)  $AB$  是不可能事件  
 (C)  $AB$  不一定是不可能事件                      (D)  $P(A) = 0$  或  $P(B) = 0$

4. 设  $A, B$  为两事件，则  $P(A-B) =$ （ ）

- (A)  $P(A) - P(B)$                       (B)  $P(A) - P(B) + P(AB)$   
 (C)  $P(A) - P(AB)$                       (D)  $P(A) + P(\overline{B}) + P(\overline{AB})$

5. 随机变量  $X$  在区间（ ）取值时，函数： $f(x) = \sin x$  可成为  $X$  的概率密度函数。

- (A)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$                       (B)  $[0, \pi]$                       (C)  $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$                       (D)  $[0, 2\pi]$

6. 设两相互独立的随机变量  $X$  和  $Y$  的方差分别为 4 和 2，则  $3X+2Y+10$  的方

差为( ).

- (A) 8 (B) 26 (C) 38 (D) 44

7. 若随机变量  $X$ 、 $Y$  相互独立, 则正确结论为( ).

- (A)  $Cov(X, Y) = 0$   
(B)  $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$   
(C)  $D(XY) = D(X)D(Y)$   
(D) 以上结论均不正确

8. 设随机变量  $X$  的概率密度为:  $f(x) = k \cos 2x$  ( $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ ), 则  $k$  的值为( ).

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C) 2 (D)  $\frac{1}{4}$

9. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立且分布相同, 令  $U = X - Y, V = X + Y$  则  $U$  与  $V$  间必有( ).

- (A) 不相互独立 (B)  $\rho_{UV} \neq 0$   
(C) 相互独立 (D)  $\rho_{UV} = 0$

10. 设随机变量  $X, Y$  的概率密度函数为:  $f_x(x) = \begin{cases} \exp(-x) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ,  $f_y(y) = \begin{cases} \exp(-y) & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$ , 则  $(X, Y)$  的联合概率密度函数为( ).

- (A)  $f(x, y) = \begin{cases} 2 \exp[-(x+y)] & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$  (B)  $f(x, y) = \begin{cases} \exp[-(x+y)] & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$   
(C)  $f(x, y) = \begin{cases} \exp(-x) + \exp(-y) & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$  (D) 以上结论均不正确.

得分

三、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

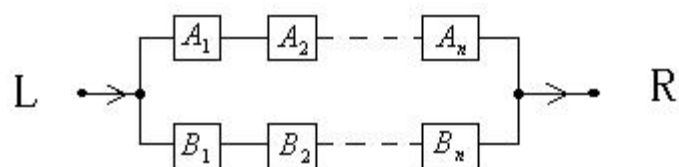
设  $(X, Y)$  的联合概率密度为:  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$  证明: (1).  $X$  和

$Y$  不相互独立; (2).  $X$  和  $Y$  不相关。

得分

#### 四、计算题（本大题共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

对于一个元件, 其正常工作的概率  $p$  称为该元件的可靠性, 而若干元件组成的系统, 它能正常工作的概率称为该系统的可靠性。今假设有  $2n$  个元件组成图示的系统, 每个元件的可靠性均为  $r(0 < r < 1)$ , 且各元件工作状况相互独立, 求该系统的可靠性。



< 四题图 >

得分

五、计算题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

设随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为：  $f(x, y) = \begin{cases} A \exp[-(2x+y)] & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求：(1) 系数  $A$ ；      (2)  $P\{Y \leq X\}$

得分

六、计算题（本大题共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

求总体  $N(20,3)$  的容量分别为 10, 15 的两独立样本： $X_i$  ( $i=1,2,\dots,10$ )； $Y_j$  ( $j=1,2,\dots,15$ ) 的样本均值  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  之差的绝对值小于 0.3 的概率.

得分

七、计算题（本大题共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

设总体  $X \sim U[a,b]$ ,  $a,b$  未知。 $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的一个样本。试求  $a,b$  的矩估计量

得分

八、计算题（本大题共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ，已知：

$$E(x) = \frac{1}{2}, D(x) = \frac{3}{20}。试求系数  $a, b, c$ 。$$