

| | |
|----|--|
| 序号 | |
|----|--|

云南大学 2015 至 2016 学年下学期软件学院 2015 级

《线性代数》期末考试（闭卷）试卷 A 卷

满分 100 分 考试时间：120 分钟 任课教师：张艳 张一凡 谢仲文

专业：_____ 学号：_____ 姓名：_____.

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
|----|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | |

| | |
|-----|--|
| 得分： | |
|-----|--|

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）
（请把答案写在横线上，否则不予计分。）

1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____ 5. _____ 6. _____ 7. _____ 8. _____ 9. _____ 10. _____

1. 设 A, B 为 n 阶矩阵，下列运算正确的是

- A. $(AB)^k = A^k B^k$; B. $|-A| = -|A|$;
C. $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$; D. 若 A 可逆, $k \neq 0$, 则 $(kA)^{-1} = k^{-1} A^{-1}$.

2. 设矩阵 A 经过初等行变换变为矩阵 B , 则有

- A. $R(A) < R(B)$ B. $R(A) = R(B)$ C. $R(A) > R(B)$ D. 无法判定。

3. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则 A^* 中位于第 1 行第 2 列的元素

- A. -6 B. 6 C. 2 D. -2

4. 设行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 3$, $D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & 5a_{11} + 2a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 5a_{21} + 2a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 5a_{31} + 2a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, 则 D_1 的值为

- A. -15 B. -6 C. 6 D. 15

5. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关, 则向量组中

- A. 至少有一个向量可以表为其余向量的线性组合
B. 至少有两个向量可以表为其余向量的线性组合
C. 至少有三个向量可以表为其余向量的线性组合
D. 每一个向量都可以表为其余向量的线性组合

6. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $S \times n$ 矩阵, C 是 $m \times s$ 矩阵, 则下列运算有意义的是

- A. AB B. BC C. AB^T D. AC^T

7. 设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 则下列各式中不正确的是

- A. $(A+B)^T = A^T + B^T$ B. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
C. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ D. $(AB)^T = B^T A^T$

8. 设 A 为 n 阶正交矩阵, 则行列式 $|A^2| =$

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

9. n 阶方阵 A 可对角化的充分必要条件是

- A. A 有 n 个不同的特征值 B. A 为实对称矩阵
C. A 有 n 个不同的特征向量 D. A 有 n 个线性无关的特征向量

10. 四元二次型 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_1x_4$ 的秩为

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

| | |
|-----|--|
| 得分: | |
|-----|--|

二、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 设 A 是 3 阶方阵, 且 $|A| = -1$, 则 $|2A| =$ _____

2. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则行列式 $|A^T A| =$ _____.

3. 设线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解, 则 $\lambda =$ _____

4. 设 A 是 4×5 矩阵, A 的秩 $R(A) = 2$, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系中含有_____线性无关的解向量.

5. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 8x_2x_3$ 的矩阵是

_____.

| | |
|-----|--|
| 得分: | |
|-----|--|

三、证明题（每小题 10 分，共 20 分）

1. 设向量组 α_1, α_2 线性无关，证明向量组 $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2, \beta_2 = \alpha_1 - \alpha_2$ 也线性无关。
2. 设 ξ_1, ξ_2 是矩阵 A 的属于特征值 λ 的特征向量，证明 $\xi_1 + \xi_2$ 也是矩阵 A 属于特征值 λ 的特征向量。

| | |
|-----|--|
| 得分: | |
|-----|--|

四、计算题（5 小题，每小题 10 分，共 50 分）

1. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & 1+a_4 \\ a_1 & a_2 & 1+a_3 & a_4 \\ a_1 & 1+a_2 & a_3 & a_4 \\ 1+a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix}$

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1}

3. 求方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ 的通解.

4. 求向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ 的秩与一个极大线性无关组.

5. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 的特征值和对应的特征向量.