

云南大学 2018 年春季学期软件学院 2017 级

《线性代数》期末考试（闭卷）试卷 A

满分 100 分 考试时间：120 分钟 任课教师：郁湧 张一凡 赵明雄 黄光能

学院：_____专业：_____学号：_____姓名：_____序号：_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					

得分

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）在每小题中只有一个备选项符合题目要求，答案写在下列表格内。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- 若 A 是(), 则 A 必为方阵.
A. 可逆矩阵 B. 分块矩阵 C. 行阶梯矩阵 D. 转置矩阵
- 设非齐次线性方程组 $Ax=b$ 有唯一解, A 为 $m \times n$ 矩阵, 则必有()
A. $m=n$ B. $r(A)=m$ C. $r(A)=n$ D. $r(A)<n$
- A, B 为 n 阶矩阵, 满足 $AB=0$, 则必有()
A. $A=0$ 或 $B=0$; B. $A+B=0$; C. $|A|=0$ 或 $|B|=0$; D. $|A|+|B|=0$.
- 若 η_1, η_2 是线性方程组 $AX=O$ 的基础解系, 则 $3\eta_1+5\eta_2$ 是 $AX=O$ 的().
A. 解向量 B. 基础解系 C. 通解 D. A 的行向量
- 设 A 为 4 阶方阵, 且 $|A|=-1$, 则 $|2A|=()$.
A. -8 B. -16 C. 16 D. 8
- 设矩阵 A 经过初等行变换变为矩阵 B , 则有()
A. $r_A \leq r_B$; B. $r_A = r_B$; C. $r_A > r_B$; D. 无法判定。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. 矩阵 A 的秩为 ()

- A. 1 8. 2 C. 3 D. 4

8. 关于矩阵下列说法正确的是 ()

- A. 若 A 可逆, 则 $AB = BA$; B. 若 A 可逆, 则 A' 也可逆;
C. 若 A 可逆, B 也可逆, 则 $A \pm B$ 也可逆;
D. 若 A 可逆, B 也可逆, 则 AB 不一定可逆

9. 如果向量 β 可由向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性表示, 则下列结论中正确的是 ()

- A. 存在一组不全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_s 使等式 $\beta = k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s$ 成立。
B. 存在一组全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_s , 使等式 $\beta = k_1\alpha_1 + \dots + k_s\alpha_s$ 成立;
C. 存在一组数 k_1, k_2, \dots, k_s , 使等式 $\beta = k_1\alpha_1 + \dots + k_s\alpha_s$ 成立;
D. 对 β 的线性表达式唯一。

10. 设 A, B 均为 2 阶方阵, 若 A 可逆, 且 B 的秩 $R(B) = 2$, 那么 $R(AB) = ()$ 。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

得分

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

1. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

2. 设行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 3$, $\begin{vmatrix} a_{13} & a_{11} \\ a_{23} & a_{21} \end{vmatrix} = 5$, 则行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} + a_{13} \\ a_{21} & a_{22} + a_{23} \end{vmatrix} =$ _____.

3. 已知 3×4 矩阵 A 的行向量组线性无关, 则秩 $(A^T) =$ _____ 3 _____.

4. 已知 A, B 为四阶方阵, $|A| = -2$, $|B| = -2$, 则 $|A^* (2B)^{-1}| =$ _____ $1/4$ _____.

5. 设 A 为 4×5 的矩阵, 且秩 $(A) = 2$, 则齐次方程 $Ax = 0$ 的基础解系所含向量的个数是 _____ 3 _____.

得分

三、计算题（本大题共 5 小题，每小题各 10 分，共 50 分）

1. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $AB = A + 2B$, 求 B .

3.求方程组
$$\begin{cases} x_1 - 8x_2 + 10x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$
 的通解.

4. 设向量组 $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ b \\ 3 \end{pmatrix}$ 的秩为 2, 求 a, b.

5. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值和对应的特征向量.

得分	四、证明题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）
----	----------------------------------

	1、设方阵 A 满足 $A^2 - A - 3E = 0$, 证明 A+E 可逆, 并求 A+E 的逆阵。
--	--

2. 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 证明向量组 $3\alpha_1 + 5\alpha_2, 2\alpha_2 - 4\alpha_3, 2\alpha_3 + 6\alpha_1$ 线性无关.