

1. 两个非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 垂直的充分必要条件是

()

(A) $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$.

(B) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{0}$.

(C) $\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$.

(D) $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b}$

2. 关于二元函数的性质:

(1) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处连续

(2) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数连续

(3) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微

(4) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数存在

若用 “ $A \Rightarrow B$ ” 表示性质 A 推出性质 B , 则有

()

(A) $(2) \Rightarrow (3) \Rightarrow (1)$.

(B) $(3) \Rightarrow (2) \Rightarrow (1)$.

(C) $(3) \Rightarrow (4) \Rightarrow (1)$.

(D) $(3) \Rightarrow (1) \Rightarrow (4)$.

3. 设 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} z dv =$

()

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r^3 \sin \varphi \cos \varphi dr$.

(B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 \sin \varphi dr$.

(C) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r^3 \sin \varphi \cos \varphi dr$.

(D) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^3 \sin \varphi \cos \varphi dr$.

4. 任意项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 的敛散性是

()

(A) 绝对收敛.

(B) 条件收敛.

(C) 发散.

(D) 无法判定.

5. 设 L 为连接 $(1,0)$ 和 $(0,1)$ 两点的直线段, 则曲线积分 $\int_L (x+y) ds =$

()

(A) 2.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) 0.

(D) $\sqrt{2}$.





1. 二重极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\text{grad} \frac{1}{x^2 + y^2} \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 改换二次积分的积分次序 $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x,y) dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$, 则它的 Fourier 展开式中系数 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}.$

得分

三、计算题（每小题 8 分，共 48 分）

1. 计算 $\int_0^{2a} dx \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} (x^2 + y^2) dy.$

2. 求二元函数 $f(x,y) = x^4 + y^4 - x^2 - y^2 - 2xy$ 的极值.



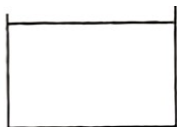
3. 设 $z = \frac{1}{x}f(xy) + yf(x+y)$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

4. 计算曲线积分 $I = \int_L (e^y + \sin x)dx + (xe^y - \cos y)dy$, 其中 L 为 $y = \sin x$ 上从点 $O(0,0)$ 到点 $A(\pi,0)$ 的一段弧.

5. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} xdydz + ydzdx + (z^2 - 2z)dxdy$, Σ 为圆锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被平面 $z=1$ 所截下部分的下侧.

6. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \cdot n}$ 的收敛域及和函数.





形状为椭球 $4x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 16$ 的空间探测器进入地球大气层，其表面开始受热，1 小

时后在探测器的点 (x, y, z) 处的温度 $T(x, y, z) = 4x^2 + 2yz - 8z + 300$ ，求探测器

表面最热的点.

得分

五、证明题（每小题 7 分，本题共 14 分）

1. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $2 \sin(x + 2y - 3z) = x + 2y - 3z$ 确定.

证明: $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$.

2. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 收敛，证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{u_n}{3n}$ 绝对收敛.

