

云南大学 2017 秋季学期物理与天文学院

2016 级《概率论与数理统计》期末考试 (闭卷)试卷 B

满分: 100 分 考试时间: 120 分钟 任课教师:

学院: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ .

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

得分	
----	--

一、填空题(每空 2 分,共 20 分)

1. 设  $A, B, C$  为相互独立的三个事件,且  $P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{1}{3}, P(C) = \frac{1}{4}$ 。则  $A, B, C$  至少有一个发生的概率为\_\_\_\_\_。
2. 对  $A, B$  两事件,设  $P(A) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$ , 则:  
 $P(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_。
3. 若  $X_i \sim N(0,1), (i=1,2)$  则  $Z = 2X_1 - 3X_2 \sim$ \_\_\_\_\_。
4. 对于  $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$ ,  $X$  和  $Y$  相互独立的充要条件是\_\_\_\_\_。
5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则  $\bar{X} \sim$ \_\_\_\_\_。
6. 设随机变量  $X$  在  $(1,6)$  上服从均匀分布,则方程  $t^2 + Xt + 1 = 0$  有实根的概率为\_\_\_\_\_。

7. 设两个相互独立的事件  $A$  和  $B$  都不发生的概率为  $\frac{1}{9}$ ,  $A$  发生  $B$  不发生的概率与  $B$  发生  $A$  不发生的概率相等, 则:

$P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 若  $X \sim N(0,1)$ , 则  $Y = X^2 \sim \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 若:  $\chi^2 \sim \chi^2(5)$ , 则:  $D(\chi^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 设随机变量  $X$  的方差为:  $D(X) = 9$ , 则对于任意常数  $c$ ,  $D(2X + c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分	
----	--

## 二、选择题(每题 2 分,共 20 分)

每小题目仅有一个备选项正确, 请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均不得分。

1. 设两相互独立的随机变量:  $X \sim N(0,1)$ ;  $Y \sim N(1,1)$ , 则

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ① $P\{X + Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$ | ② $P\{X + Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$ |
| ③ $P\{X - Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$ | ④ $P\{X - Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$ |

正确答案: (    )

2. 设总体:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu, \sigma^2$  已知而  $a, b, c$  未知;  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的一个样本, 则下列表达式中不是统计量的为:

- |   |                         |
|---|-------------------------|
| ① $aX_1 + bX_2 + cX_3$                  | ② $\min(X_1, X_2, X_3)$ |
| ③ $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$ | ④ $X_1 + 2\mu$          |

正确答案: (    )

3. 设  $A, B$  为任意两事件, 若  $P(AB) = 0$ , 则下列正确的命题是:

- ①  $A$  和  $B$  互不相容(互斥)      ②  $AB$  是不可能事件  
 ③  $AB$  不一定是不可能事件      ④  $P(A) = 0$  或

$$P(B) = 0$$

正确答案: ( )

4. 设  $A, B$  为两事件, 则  $P(A - B) =$  \_\_\_\_\_

- ①  $P(A) - P(B)$       ②  $P(A) - P(B) + P(AB)$   
 ③  $P(A) - P(AB)$       ④  $P(A) + P(\bar{B}) + P(\overline{AB})$

正确答案: ( )

5. 随机变量  $X$  在下面哪一个区间取值时, 函数:  $f(x) = \sin x$  可成为  $X$  的概率密度函数。

- ①  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$       ②  $[0, \pi]$       ③  $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$       ④  $[0, 2\pi]$

正确答案: ( )

6. 设两相互独立的随机变量  $X$  和  $Y$  的方差分别为 4 和 2, 则  $3X + 2Y + 10$  的方差为:

- ① 8      ② 26      ③ 38      ④ 44

正确答案: ( )

7. 若随机变量  $X$ 、 $Y$  相互独立, 则:

- ①  $Cov(X, Y) = 0$   
 ②  $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$   
 ③  $D(XY) = D(X)D(Y)$   
 ④ 以上结论均不正确

正确答案: ( )

8. 设随机变量  $X$  的概率密度为:  $f(x) = k \cos 2x$  ( $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ ), 则  $k$  的值为:

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③ 2                      ④  $\frac{1}{4}$

正确答案: ( )

9. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立且分布相同, 令  $U = X - Y, V = X + Y$  则  $U$  与  $V$  间必有:

- ① 不相互独立                      ②  $\rho_{UV} \neq 0$   
③ 相互独立                      ④  $\rho_{UV} = 0$

正确答案: ( )

10. 设随机变量  $X, Y$  的概率密度函数为:  $f_x(x) = \begin{cases} \exp(-x) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ,  $f_y(y) = \begin{cases} \exp(-y) & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$ , 则  $(X, Y)$  的联合概率密度函数为:

- ①  $f(x, y) = \begin{cases} 2 \exp[-(x+y)] & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$                       ②  $f(x, y) = \begin{cases} \exp[-(x+y)] & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$   
③  $f(x, y) = \begin{cases} \exp(-x) + \exp(-y) & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$                       ④ 以上结论均不正确

正确答案: ( )

得分	
----	--

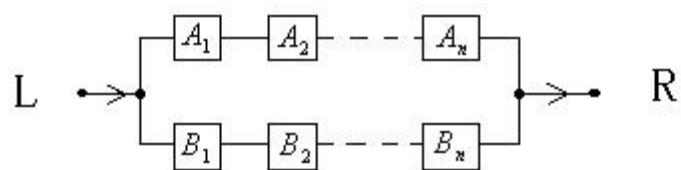
三、 随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为:

$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 。证明:  $X$  和  $Y$  不相关; 且  $X$  和  $Y$  不是相互独立的

的随机变量。( 本题 10 分 )

得分	
----	--

四、 对于一个元件,其正常工作的概率  $p$  称为该元件的可靠性, 而若干元件组成的系统,它能正常工作的概率称为该系统的可靠性。今假设有  $2n$  个元件组成图示的系统, 每个元件的可靠性均为  $r(0 < r < 1)$ , 且各元件工作状况相互独立, 求该系统的可靠性。(本题 10 分)



< 四题图 >

得分	
----	--

五、设随机变量 $(X,Y)$ 的概率密度函数为:

$$f(x,y) = \begin{cases} A \exp[-(2x+y)] & x>0, y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad \text{求:}$$

- (1) 系数  $A$ ;      (2)  $P\{Y \leq X\}$       ( 本题 10 分 )

得分	
----	--

六、 求总体  $N(20,3)$  的容量分别为 10, 15 的两独立样本:  $X_i$  ( $i=1,2,\dots,10$ );  $Y_j$  ( $j=1,2,\dots,15$ ) 的样本均值  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  之差的绝对值小于 0.3 的概率. ( 本题 10 分 )

得分	
----	--

七、设总体  $X \sim U[a, b]$ ， $a, b$  未知。 $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的一个样本。试求  $a, b$  的矩估计量。( 本题 10 分 )



得分	
----	--

八、 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}, \text{已知: } E(X) = \frac{1}{2}, D(X) = \frac{3}{20}。 \text{试求系数 } a, b, c \text{ ( 本$$

题 10 分 )

附表：  $\sqrt{2\pi} = 2.506$  ，  $\Phi(1) = 0.8413$  ，  $\Phi(0) = 0.5$

$$\Phi(0.3 \times \sqrt{2}) = 0.6628$$