

云南大学 2015 至 2016 秋季学期物理与天文学院物理系

2014 级《概率论与数理统计》期末考试 (闭卷)试卷 B

满分： 100 分 考试时间：120 分钟 任课教师：

学院：_____ 专业：_____ 学号：_____ 姓名：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得分									

一、填空题 (每空 2 分，共 20 分)

1. 若随机事件 A 与 B 互不相容,且 $A = B$,则 $P(A) =$ _____ 。
2. 将一枚硬币抛掷三次,则至少有一次出现正面的概率为 _____ 。
3. 若 $X \sim N(0,1)$,则 $Y = aX + b \sim$ _____ 。
4. 若 $X_i \sim N(0,1), (i = 1,2,3)$ 则 $Z = 3X_1 - 2X_2 - X_3 \sim$ _____ 。
5. 设 X 和 Y 为相互独立的随机变量,若 $D(X) = 3, D(Y) = 4$, 则 $D(2X - 3Y) =$ _____ 。
6. 设随机变量 X 在 $(1,6)$ 上服从均匀分布,则方程 $t^2 + Xt + 1 = 0$ 无实根的概率为_____ 。
7. 对 A, B 两事件 , 设 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(B|A) = 0.8$, 则 :

c. $D(Y)=0$

d. $D(X) \times D(Y)=0$

正确答案: ()

5. 设随机变量 (X,Y) 的概率密度函数为: $f(x,y) = \begin{cases} \exp(-y) & x>0, y>x \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 则 X 与 Y 为() 的随机变量。

a. 独立同分布

b. 独立不同分布

c. 不独立同分布

d. 不独立也不同分布

正确答案: ()

6. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则随 σ 的增大, 概率 $P\{|X - \mu| < \sigma\}$ 应:

a. 单调增大。

b. 单调减小。

c. 保持不变。

d. 增减不定。

正确答案: ()

7. 设随机变量 X, Y 相互独立且概率密度函数为: $f_x(x) = \begin{cases} \exp(-x) & x>0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, $f_y(y) = \begin{cases} \exp(-y) & y>0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$, 则 (X,Y) 的联合概率密度函数为:

a. $f(x,y) = \begin{cases} 2\exp[-(x+y)] & x>0, y>0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

b. $f(x,y) = \begin{cases} \exp[-(x+y)] & x>0, y>0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

c. $f(x,y) = \begin{cases} \exp(-x)+\exp(-y) & x>0, y>0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

d. 以上结论均不正确

正确答案: ()

8. 设两相互独立的随机变量 X 和 Y 的方差分别为 4 和 2, 则 $3X - 2Y - 10$ 的方差为:

a. 8

b. 26

c. 38

d. 44

正确答案：()

9. 设总体： $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知而 σ^2 未知； X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的一个样本, 则下列表达式中不是统计量的为:

a. $X_1 + X_2 + X_3$ b. $\min(X_1, X_2, X_3)$

c. $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$ d. $X_1 + 2\mu$

正确答案：()

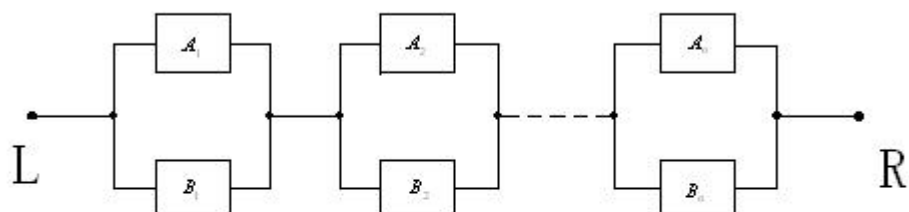
10. 随机变量 X 的分布函数 $F(x) = P\{X \leq x\}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上:

- a. 处处连续。 b. 必有间断点。
c. 处处左连续。 d. 处处右连续。

正确答案：()

三、设 (X, Y) 的联合概率密度为: $f(x, y) = \begin{cases} 2-x-y & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ 证明: X 和 Y 不相互独立, 但 X 和 Y 相关。 (本题 10 分)

四、 对于一个元件,其正常工作的概率 p 称为该元件的可靠性, 而若干元件组成的系统,它能正常工作的概率称为该系统的可靠性。今假设有 $2n$ 个元件组成图示的系统,每个元件的可靠性均为 $r(0 < r < 1)$,且各元件工作状况相互独立,求该系统的可靠性。(本题 10 分)



< 四题图 >

五、 设随机变量 (X,Y) 的概率密度函数为: $f(x,y)=\begin{cases} A\exp[-(2x+y)] & x>0,y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求:

(1) 系数 A ; (2) $P\{Y \geq X\}$ (本题 10 分)

六、 求总体 $N(20,3)$ 的容量分别为 10, 15 的两独立样本: X_i ($i=1,2,\dots,10$); Y_j ($j=1,2,\dots,15$) 的样本均值 \bar{X} , \bar{Y} 之差的绝对值大于 0.3 的概率. (本题 10 分)

七、 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量.已知 X 在 $(0, 1)$ 上服从均匀分布, Y 的概率密度为:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{y}{2}\right) & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$$

(1) 求 X 和 Y 的联合概率密度函数;

(2) 设含有 a 的二次方程为: $a^2 + 2aX + Y = 0$, 求 a 无实根的概率。

(本题 10 分)

八. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax+b & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 已知 $E(X) = \frac{1}{3}$, 试求系数 a 和 b (本题 10 分)

附表： $\sqrt{2\pi} = 2.506$ ， $\Phi(1) = 0.8413$ ， $\Phi(0) = 0.5$

$$\Phi(0.3 \times \sqrt{2}) = 0.6628$$