

云南大学 2017 年春季学期软件学院 2016 级

《线性代数》期末考试（闭卷）试卷 A

满分 100 分 考试时间：120 分钟 任课教师：张艳 张一凡 郁湧

学院：_____专业：_____学号：_____姓名：_____序号：_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					

得分

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

在每小题中至少有一个备选项符合题目要求，答案写在下列表格内。错选、多选、少选或未选均不得分。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1、设 A 、 B 为 n 阶方阵，且 $AB=0$ ，则（）。

- (A) $|A|=0$ 或 $|B|=0$ (B) $A=0$ 或 $B=0$ (C) $A+B=0$ (D) $|A|+|B|=0$

2、设 A 、 B 为 n 阶矩阵，则下列说法正确的是（）。

- (A) $|A+B|=|B|+|A|$ (B) $|AB|=|BA|$

- (C) $(AB)^T=A^T B^T$ (D) 若 $AB=A$ ，则 $B=E$

3、设 A 为 3 阶方阵，且 $|A|=1$ ，则 $|2A|$ =（）。

- (A) -4 (B) -1 (C) 1 (D) 8

4、一个向量组的极大线性无关组（）。

- (A) 个数唯一 (B) 个数不唯一
(C) 所含向量个数唯一 (D) 所含向量个数不唯一

5、矩阵 $A = \begin{pmatrix} 12 & 0 & -11 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ 的秩为（）。

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

6、已知行列式 D 的第一行元素都是 1，且 $D=-12$ ，则 D 中第一行元素代数余子式之和为 ()。

- (A) 0 (B) -12 (C) -3 (D) 4

7、设 A, B 均为 3 阶矩阵，若 A 可逆，且 B 的秩 $R(B)=2$ ，那么 $R(AB)=()$ 。

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

8、设 A 为任意 n 阶矩阵，下列矩阵中为反对称矩阵的是 ()。

- (A) $A+A^T$ (B) $A-A^T$ (C) AA^T (D) $A^T A$

9、下列命题正确的是 ()。

(A) 如果有全为零的数 $k_1, k_2, k_3, \dots, k_m$ ，使 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m = 0$ ，则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关；

(B) 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 若其中有一个向量可由向量组线性表示，则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性相关；

(C) 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 的一个部分组线性相关，则原向量组本身线性相关；

(D) 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性相关，则每一个向量都可由其余向量线性表示。

10、若 η_1, η_2 是线性方程组 $AX=O$ 的基础解系，则 $\eta_1 + \eta_2$ 是 $AX=O$ 的 ()。

- (A) 解向量 (B) 基础解系 (C) 通解 (D) A 的行向量

得分

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1、当常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 或 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时，方程组
$$\begin{cases} ax_1 = 0 \\ ax_2 + 5x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解。

2、向量组 $\alpha_1 = [1, 0, 0, 0]^T, \alpha_2 = [0, 1, 1, 0]^T, \alpha_3 = [0, 0, 1, 1]^T, \alpha_4 = [1, 0, 0, 0]^T$ 的秩为 $\underline{\hspace{2cm}}$

3、三阶可逆矩阵 A 的特征值为 2, 3, 4，则 A^{-1} 的三个特征值分别为 $\underline{\hspace{2cm}}$

4、二次型 $f = -2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ 所对应的二次型的矩阵为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、设 $D_1 = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ ， $D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ ，则 $D = \begin{vmatrix} D_1 & O \\ O & D_2 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分

三、计算题（本大题共 4 小题，第 1、2 小题各 10 分，第 3、4 小题各 15 分，共 50 分）

1、解矩阵方程 $AX+B=X$ ，其中 $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ， $B=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ （10 分）

2、 计算行列式 $\begin{vmatrix} x+a & b & c & d \\ a & x+b & c & d \\ a & b & x+c & d \\ a & b & c & x+d \end{vmatrix}$ 。(10 分)

3、求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 11 \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = -6 \end{cases}$ 的一个特解、对应齐次方程组的基础解系

及非齐次线性方程组的通解。(15 分)

4、求矩阵 $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ 的特征值和特征向量。(15 分)

得分

四、证明题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

1、设方阵 A 满足 $A^2 + A - 4E = 0$ ，证明 $A - E$ 可逆，并求 $A - E$ 的逆阵。

2、设 A 为 n 阶矩阵， λ_1 、 λ_2 、 λ_3 是 A 的不同特征值， x_1 、 x_2 、 x_3 依次是属于 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 的特征向量，试证明 $x_1 + x_2 + x_3$ 不是 A 的特征向量。