8.- ← Examen parcial año pasado.

3% obleas defectuosas

a) proporción de obleas defectuosas

Método de los momentos $E[X] = \bar{x}$

$$X \begin{cases} 1 \leftarrow \text{oblea defectuosa } p \\ 0 \leftarrow \text{no defectuosa } (1-p) \end{cases} \qquad X \sim \beta(1, p)$$

Estimador

$$\boxed{1 \cdot p = \bar{x}} \rightarrow \boxed{\hat{p} = \bar{x}}$$

$$\hat{p} = \frac{1}{961} \underbrace{\sum x_i}_{1} = \frac{40}{961}$$

b) Intervalo para p con $1-\alpha = 0'98$

Solución

$$\boxed{p \in (0'02661, 0'05663) \text{ con una confianza del } 98\%}$$

c) Paso 1

$H_0: p = 0'03$

$H_1: p > 0'03$

Paso 2

Estadístico: $\hat{p}$

$\hat{p} > K$

Paso 3 — Metodo de obtener K / Metodo del p-valor.

$$p\text{-valor} = P\left(\hat{p} > 0'04162 / H_0\right)$$

pivote $\dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} \approx N(0,1)$

$n \geq 100 \qquad n = 961$

$$P\left(\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} > \frac{0'04162 - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{961}}} \Big/ p = 0'03\right) \approx P(N(0,1) > 2'11) =$$

$$= 1 - P(N(0,1) \leq 2'11) = 1 - 0'9826 = 0'0174$$

p-valor

Paso 4

$\alpha = 0'01$

p-valor $> \alpha$ Aceptar H_0

Los datos no indican que la prodrucción de obleas defectuosas hayan aumentado

d) supongamos $\hat{p} = 0'04162$

nº obleas para cambiar la decisión $\Leftrightarrow$ p-valor $< \alpha$

$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} < \boxed{\frac{0'04162 - 0'03}{\sqrt{\frac{0'03(0'97)}{n}}}} = P(N(0,1) > A) =$$

$\approx N(0,1)$ $\quad A$

$$= \underbrace{1 - P(N(0,1) \leq A)}_{p\text{-valor}} < 0'01 =$$

$$= P(N(0,1) \leq A) > 0'99$$

$$A \geq 2'33$$

$$\frac{0'01162}{\sqrt{\frac{0'0291}{n}}} \geq 2'33$$

$$\cancel{\sqrt{\frac{0'0291}{n}}} \geq \left(\frac{0'01162}{2'33}\right)^2$$

$$n \geq \frac{0'0291}{\left(\frac{0'01162}{2'33}\right)^2}$$

$$n \geq 1170'01 \longrightarrow \boxed{n = 1171}$$

5.-

a) X: nº de procesos en cola en un intervalo de 5 minutos $\sim \mathcal{P}(\lambda)$

Método de los momentos $E[X] = \bar{x}$

$$\lambda = \bar{x} \longrightarrow \hat{\lambda} = \bar{x} \longrightarrow \hat{\lambda} = 4'5$$

Datos $x_1, x_2, \dots, x_{144}$ $\begin{cases} \to \bar{x} = 4'5 \\ \to s = 2'3 \end{cases}$

b) $\mu = E[X] = $ nº medio de procesos en cola

$C < \mu < D \longrightarrow$ Intervalo de confianza para μ.

$$\alpha = 0'03 \longrightarrow \boxed{1-\alpha = 0'97}$$

$X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ pero $n \geq 100$

Intervalos para μ $\begin{cases} \bullet\ X \sim N(\mu, \sigma) \\ \bullet\ X \text{ no es normal pero } n \geq 100 \end{cases}$ $\boxed{X \sim \mathcal{P}(\lambda) \quad n = 144}$

$\mu \in (4'084, 4'916)$ con una confianza del 97%

$4'3 \in$ Intervalo $\leftarrow$ Se acepta

$4'7 \in$ Intervalo $\leftarrow$ Se acepta

c)

Paso 1

$H_0: \mu \leq 4'5$

$H_1: \mu > 4'5$

Paso 2

$\bar{X} > K$

Paso 3

$$P(\bar{X} > 4'5 \,/\, \mu \leq 4'2) =$$

($\bar{x}$)

pivote t-student

$$= P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} > \frac{4'5-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \,\Big/\, \mu \leq 4'2\right) =$$

$$= P\left(t_{n-1} > \frac{4'5 - 4'2}{\frac{2'3}{\sqrt{144}}}\right) = P(t_{143} > 1'56) =$$

$\boxed{t_n \simeq N(0,1) \quad n \geq 120}$

$$= 1 - P(t_{143} \leq 1'56) = \underbrace{1 - P(N(0,1) \leq 1'56)}_{1 - 0'9406 = 0'0594}$$

Paso 4

$\alpha = 0'03$ p-valor $= 0'0594 > \alpha = 0'03 \Leftarrow$ Se acepta H_0

Los datos no indican que el nº medio de procesadores mayor que $4'2$.

d) $X \sim P(\lambda)$

Caso2 de contraste pone σ^2 sólo vale si: $X \sim N(\mu, \sigma)$

$X \sim P(\lambda) \longrightarrow E[X] = \mu = \lambda$ ← como se puede hacer contraste para μ,

$V(X) = \sigma^2 = \lambda$

como $\mu = \sigma^2$ aquí sí se puede resolver el contraste.

3.- a) $0'9 < P(t_{24} \leq 1'43) < 0'95$

$0'05 < p\text{-valor} < 0'1$

$\boxed{p\text{-valor} > \alpha}$ No hay evidencia de lo que afirma el laboratorio.

se acepta H_0

b)

$s^2 < k$ $\quad p\text{-valor} = P(s^2 < 49 / \sigma^2 \geq 64)$

$\alpha = 0'01$

$0'1 < p\text{-valor} - 0'25$

Acepta H_0

Método de los momentos

9. a) 1 parámetro $\to$ 1 ecuación $E[X] = \bar{x}$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_0^b x \frac{1}{b}\,dx = \frac{1}{b}\left.\frac{x^2}{2}\right]_0^b = \frac{b^2}{2b} = \frac{b}{2}$$

definición

Comparar con el formulario $X \sim U(0,b)$

$$\frac{b}{2} = \bar{x} \Rightarrow \hat{b} = 2\bar{x}$$

b) $\bar{x} = \frac{1}{6}\sum x_i = 1$, $\hat{b} = 2 \cdot 1 = 2$

$$X \sim U(0,2)$$

Vemos que en la muestra $x_3 = 2'3$ que es $> \hat{b} = 2$ por lo que $\hat{b}$ es un mal estimador

$$\boxed{\hat{b} \geq 2'3}$$

En una uniforme suele el método de los momentos dar malas estimaciones