7. Distribución gamma y exponencial

X: tiempo que tarda en llegar un mensaje que procede de A (miliseg.) $\to f(x)$

Y: " " de B $\to F(x)$

a) $P(X>3) = \int_3^{+\infty} \frac{1}{2} e^{-x/2} dx = -e^{-x/2}\Big]_3^{+\infty} = e^{-3/2} = 0'22313$

$P(Y>3) = 1-P(Y\leq 3) = 1-F_Y(3) = 1-\left(1-\frac{4}{3^2}\right) = \frac{4}{9} = 0'44$

$F_Y(y) = P(Y\leq y)$

b) $P(X\leq 9/\cancel{X=6})$ es continua no se puede poner un valor $\longrightarrow P(X\leq 9/X>6) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} =$

$= \frac{\{P(X\leq 9)\} \cap \{X>6\}}{P(X>6)} = \frac{P(6<X\leq 9)}{P(X>6)} =$

$= \frac{\int_6^9 \frac{1}{2} e^{-x/2} dx}{\int_6^{\infty} \frac{1}{2} e^{-x/2} dx} = \frac{-e^{-x/2}\Big]_6^9}{-e^{-x/2}\Big]_6^{\infty}} = 0'7769$

c) Z: tiempo total que tarda en llegar 5 mensajes independientes

Z es continua; X_i: tiempo que tarda en llegar el mensaje i-ésimo.

$$\boxed{Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}$$

¿Reproductividad?

Comparando f_X con las densidades del formulario

$$X \sim Exp(\beta = 1/2) = \gamma(\alpha = 1, \beta = 1/2)$$

$$Z \sim \gamma(\alpha = 5, \beta = 1/2)$$

$$E[Z] = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{5}{1/2} = 10 ms$$

Formulario

$$V(Z) = \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{5}{(1/2)^2} = 20 ms^2$$

$$dt(Z) = \sqrt{V(Z)} = \sqrt{20} = 4'47 ms$$

d) 7 mensajes de A
3 " " de B

se elige un mensaje

B = mensaje procede de B.

S = se conoce que el mensaje tarda > 3 ms.

$$P(B/S) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)} = \frac{\boxed{P(B) \cdot P(S/B)}}{0'2895}$$

$$P(S) = \underset{7/10}{P(A)} \cdot \overset{0'22313}{P(S/A)} + \boxed{\underset{3/10}{P(B)} \cdot \overset{0'444}{P(S/B)}} = 0'2895$$

$P(X > 3)$ $P(Y > 3)$

11. X: duración de una bombilla en meses $\sim N(180, 5)$

a) $P(X < 175'8) = 0'2005$, b) $K = 175'55$

c) Y: duración total de 4 bombillas, X_i: duración bombilla i-ésima

$Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ $\quad X_i$ v. a. independiente ; $X_i \sim N(180, 5)$

$P(Y > 700)$; $Y \sim N(E(Y), \sqrt{V(Y)})$

$E[Y] = E[X_1 + X_2 + X_3 + X_4] = E[X_1] + E[X_2] + E[X_3] + E[X_4] =$

$= 180 \cdot 4 = 720$

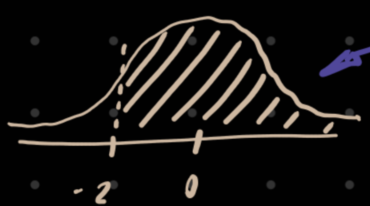
$V(Y) = V(X_1 + X_2 + X_3 + X_4) = V(X_1) + V(X_2) + V(X_3) + V(X_4) = 25 \cdot 4 =$

$= 100$

Tipificación

$Y \sim N(720, 10)$

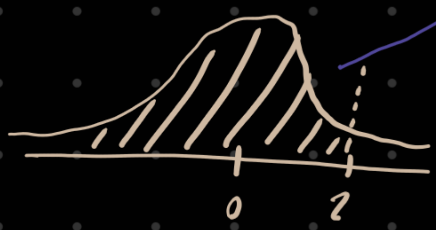
$P(Y > 700) = P\left(\frac{Y - 720}{10}\right) = P(Z > -2) =$



$= P(Z < 2)$

$\leq$ Recordamos que la probabilidad de un punto es 0.

=



d) M: nº de bombillas que duran menos de 175'8 meses de los 5

$P(M \geq 3)$ Variable discreta nº de bombillas $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$M \sim B(n=5, p)$

$p = P(A) = \boxed{P(X < 175'8)}$ Calculado en el apartado a)

$P(M \geq 3) = 1 - P(M < 3) = 1 - P(M \leq 2) = 1 - 0'9421 = \boxed{0'0579}$

Aquí SI importan