1. a) $E = \{ (c,c,c), (c,c,x), (c,x,c),$
$(x,c,c), (c,x,x), (x,c,x), (x,x,c),$
$(x,x,x). \}$

A: obtener una cara

B: sacar al menos dos cruces

$P(A) = \frac{3}{8}$ $\qquad P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P(A \cup B) =$ si $P(A) \leq P(B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(B)$

$\boxed{P(A \cup B) = 1/2}$

$P(A \cap B) =$ si $P(A) \leq P(B) \Rightarrow P(A \cap B) =$
$= P(A)$

$\boxed{P(A \cap B) = 3/8}$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B})$

$\boxed{P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1/2}$

3. 80% ordenador de sobremesa A $P(A)=0'8$

50% portátil B $P(B)=0'5$

10% no tiene computador C $P(\bar{A}\cap\bar{B})=0'1$

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

90% tiene computador $=P(A\cup B)$

a) $\boxed{P(A\cap B)=0'8+0'5-0'9=0'4}$

b)

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(B)}=\frac{0'4}{0'8}=0'5$$

c)

$$P(\bar{A}/B)=\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{\overset{0'5}{P(B)}-\overset{0'4}{P(A\cap B)}}{\underset{0'5}{P(B)}}=0'2$$

$$\|$$

$$1-P(A/B)=1-\frac{\overset{0'4}{P(A\cap B)}}{\underset{0'5}{P(B)}}=1-0'8=0'2$$

d)

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=0'8\cdot 0'5\neq 0'4$$

Son dependientes

4. 30% de una población practica algún deporte. $P(A) = 0'3$

25% varias horas semanales a la lectura. $P(B) = 0'25$

10% tiene los dos aficiones $P(A \cap B) = 0'1$

a) solo deporte

$$P(A) - P(B) = 0'3 - 0'25 = 0'05$$

b) no leen y no realizan deporte

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0'45 = 0'55$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'45$$

c) $$P(B/\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}$$

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0'25 - 0'1}{1 - 0'3} = \frac{0'15}{0'7} = 0'21$$

d)

$$P(A \cap B) = \underset{0'3}{P(A)} \cdot \underset{0'25}{P(B)} \neq 0'1$$

Son dependientes

5. 3 oros 7 de otro palo

Extraemos 4 cartas sin reemplazamiento.

a) Al menos una carta de oros.

$1 - P(\text{no oros})$ $\square\square\square\square$

$$P(\text{no oros}) = \frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7} = \frac{1}{6}$$

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{1}{5} = 0'8\overline{3}$$

b) Al menos dos cartas de oros $P\binom{\text{al menos}}{2\text{ oros}} = 1 - P\binom{\text{un}}{\text{oro}} + P\binom{\text{no}}{\text{oro}}$

$$P(\text{un oro}) + P(\text{no oro}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{un oro}) = \frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{5}{7} + \frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{5}{7} + \frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{7} +$$

$o_1 - n_2 - n_3 - n_4$ $\qquad \frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{7} = 0'5$

$n_1 - o_2 - n_3 - n_4$

$n_1 - n_2 - o_3 - n_4$

$n_1 - n_2 - n_3 - o_4$

$$P\binom{\text{al menos}}{2\text{ oros}} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = 0'\overline{3}$$

6. 10 bolas 3 bolas
6 rojas se extraen
4 negras sin reemplazamiento

a)

$\frac{6}{10}$ m — $\frac{5}{9}$ m — $\frac{4}{8}$ m

$\frac{4}{10}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{2}{8}$

$$\underset{\text{todas rojas}}{P(A)} \cup \underset{\text{todas negras}}{P(B)} = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{23}{60}$$

$$= \frac{11}{20} = 0'55$$

b) 2 rojas 1 negra

$\frac{6}{10}$ r — $\frac{5}{9}$ r — $\frac{4}{8}$ n

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{6} = 0'16$$

Con reemplazamiento

a)

$\frac{6}{10}$ i — $\frac{6}{10}$ i — $\frac{6}{10}$ i

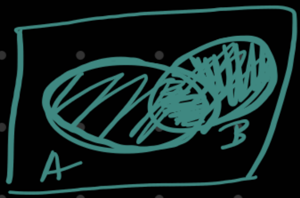
$\frac{4}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{4}{10}$

$$P(A) \cup P(B) = \underbrace{P(A) + P(B)}_{\text{Son disjuntos}} =$$

7. $P(A) = 0'5$

$P(A \cup B) = 0'7$ $\quad$ $P(B) = 1/2?$

$P(A/B) = 0'6$

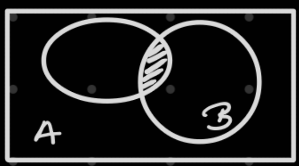


$$\underset{0'3}{P(A \cap B)} = \underset{0'5}{P(A)} + \underset{1/2}{P(B)} - \underset{0'7}{P(A \cup B)}$$

$$\underset{0'6?}{P(A/B)} = \frac{P(A \cap B)^{0'3}}{\underset{0'5}{P(B)}}$$

$$\frac{0'3}{0'5} = 0'6 \quad \boxed{P(B) = 0'5}$$

b) A y B son incompatibles



No son disjuntos (incompatibles)

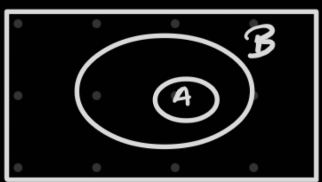
$P(A \cap B) \neq \phi$

c) A y B son independientes

A y B no son independientes

$$P(A/B) \neq P(A)$$
$$0'7 \neq 0'5$$

d) $A \subseteq B$



$P(A \cap B) = P(A)$

$0'3 \neq 0'5$

10. Independientes

3 números de dos dígitos

a) Probabilidad primer número sea < 40. A

$$P(A) = 40/100 = 0'4$$

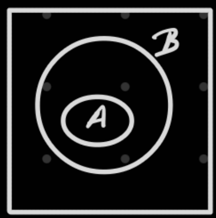
b) Probabilidad de que dos números sean < 40

$$\frac{40}{100}\cdot\frac{40}{100}\cdot\frac{60}{100}+\frac{40}{100}\cdot\frac{60}{100}\cdot\frac{40}{100}+\frac{60}{100}\cdot\frac{40}{100}\cdot\frac{40}{100}=0'288$$

c)

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{0'288}{0'784}\simeq\boxed{0'367}$$

Al menos uno < 40



$$P(B) = 1 - P(\text{ningún número} < 40) =$$

$$= 1 - \left(\frac{60}{100}\cdot\frac{60}{100}\cdot\frac{60}{100}\right) =$$

$$= 1 - 0'216 = 0'784$$

11.

b) Probabilidad condicionada

$$L = \underbrace{V_1}_{A} \cup \underbrace{(\overline{V_1} \cap V_2)}_{B} \cup \underbrace{(\overline{V_1} \cap \overline{V_2} \cap V_3 \cap V_4)}_{C}$$

$$P(V_1/L) = \frac{P(V_1 \cap L)}{P(L)} = \frac{P(V_1)\cdot P(L/V_1)}{P(L)} = \frac{0'7}{0'9541} = 0'7336$$

sabiendo que el lote es bueno la prob. de quedarse con el es 1.

¿$V_1 \cap L$? V_1, V_2, V_3 son independientes pero no con L

$$\boxed{V_1 \subseteq L}$$

Como son independientes el producto de prob.

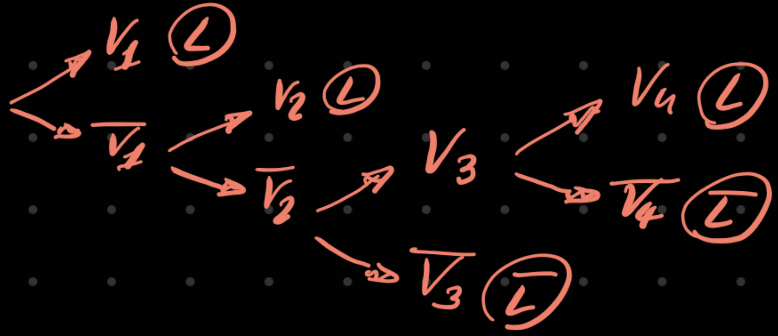
$$P(\overline{V_1} \cap \overline{V_2} \cap V_3 \cap V_4 / L) = \frac{P(C \cap L)}{P(L)} = \frac{P(C)}{P(L)} = \frac{0'3^2 \cdot 0'7^2}{0'9541}$$

$C \subseteq L$

c)

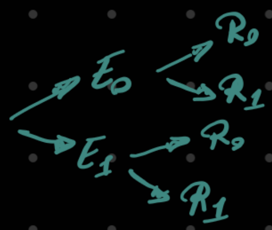
Los complementarios también son independientes

$$P(\underbrace{\overline{V_1} \cap \overline{V_2} \cap \overline{V_3}} / \overline{L}) = \frac{P(\overline{V_1} \cap \overline{V_2} \cap \overline{V_3})}{1 - P(L)} = 0'5882$$



14. a) R_0, R_1 = Recibir un 0, 1.

E_0, E_1 = Emitir un 0, 1



$P(E_0) = 0'4 \quad P(E_1) = 0'6$

$P(R_0/E_0) = 0'9$

$$P(R_1) = P(E_0)\cdot P(R_1/E_0) + P(E_1)\cdot P(R_0/E_1) = 0'4\cdot 0'1 + 0'6\cdot 0'85 = 0'55$$

Teorema Probabilidad Total $\begin{cases} 1)\ E_0 \cup E_1 = 1 \\ 2)\ E_0 \cap E_1 = \emptyset \end{cases}$

b) $P(E_1 \cap R_0) = P(E_1)P(R_0/E_1) = 0'6\cdot 0'15 = 0'09$

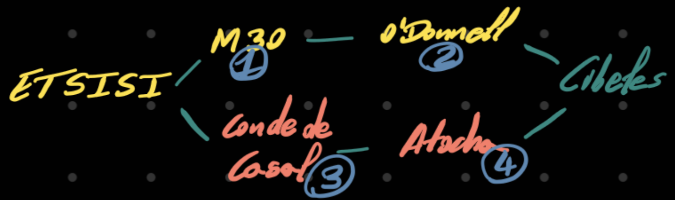
no son independientes

c) $P(E_1/R_1) = \dfrac{P(E_1 \cap R_1)}{P(R_1)} = \dfrac{\text{Teorema de Bayes}}{\text{T.P.T.}} = \dfrac{P(E_1)\cdot P(R_0/E_1)}{P(E_0)\cdot P(R_1/E_0) + P(E_1)\cdot P(R_0/E_1)} =$

$= 0'9272$

12.

Probabilidad atasco



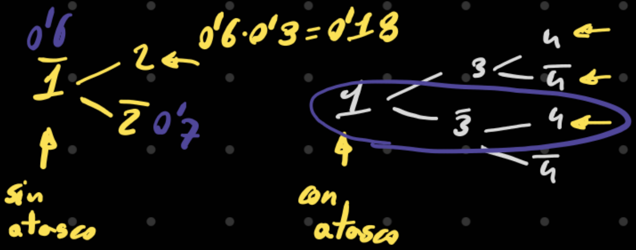
Al llegar a 2, 3 o 4 con atasco, se va al metro.

$P(M30) = 0'4 \quad P(O'Donnell) = 0'3 \quad P(Conde) = 0'2 \quad P(Atocha) = 0'5$

Independientes

A = Ir al metro

$P(A) = 0'18 + 0'24 = 0'42$



$0'6 \cdot 0'3 = 0'18$

$0'4 \cdot 0'2 + 0'4 \cdot 0'8 \cdot 0'5 =$
$= 0'24$

Partiendo de P(1) probabilidad atasco en 3 o 4

$0'2 + 0'8 \cdot 0'5 =$
$= 0'6$

$P(A|1) =$
$= P(3) + P(\bar{3})P(4)$

$P(A \cap 3)$

b) Sabiendo que está en el metro

$P(1)$? $\quad P(4)$?

$$P(1/A) = \frac{P(A \cap 1)}{P(A)} = \frac{P(1) \cdot P(A/1)}{P(A)} = \frac{0'4 \cdot 0'6}{0'42} \simeq 0'5714$$

Teorema de Bayes

Probabilidad de metro habiendo atasco en 4

$0'4 \cdot 0'8 = 0'32$

no deja el coche en Conde Casal

$$P(4/A) = \frac{P(A \cap 4)}{P(A)} = \frac{P(4) \cdot P(A/4)}{0'42} = \frac{0'5 \cdot 0'32}{0'42} \simeq 0'3809$$

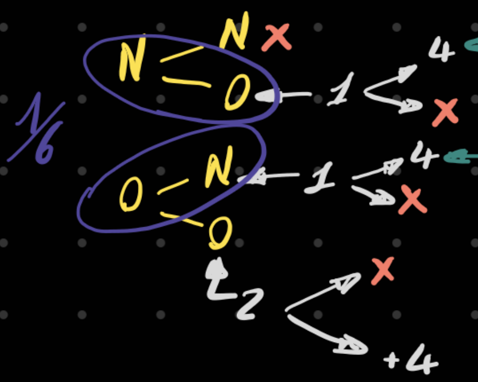
c) Sabiendo que llega en coche.

$$P(\text{pasar por O'Donnell}) = P(\bar{2}/\bar{A}) = \frac{P(\bar{2} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0'7 \cdot 0'6}{0'58} \simeq 0'7241$$

15. 2 cartas { Baraja española
↳ oros → Dado

a) $P(4) = P(1\,oro) \cdot P(1\,astro) + P(2\,oros) \cdot P(Suma\,4) = 2 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{30}{39} \cdot \frac{1}{6} + \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{1}{12} =$

$= 0'0689$



$4 \leftarrow \frac{1}{6} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{30}{39}$

$4 \leftarrow \frac{1}{6} \cdot \frac{30}{40} \cdot \frac{10}{39}$

$\Big\} \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{30}{39}$

$+4 \leftarrow \frac{3}{36} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \Big\} \frac{1}{12} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39}$

$6 \begin{cases} 1-1 \\ 6-6 \end{cases}$ 2

$\boxed{\begin{matrix} 3-1 \\ 2-2 \\ 1-3 \end{matrix}}$ favorables $\frac{3}{36}$

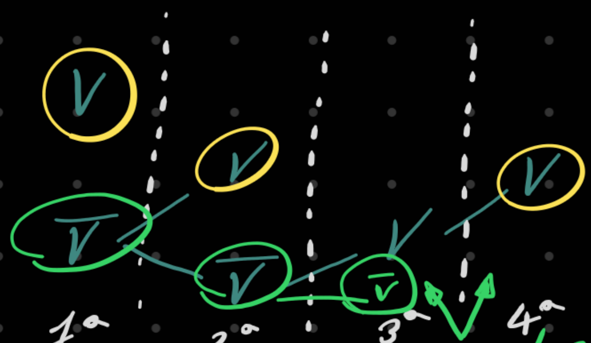
$6^2 = 36$ posibilidades

b) Sabiendo que suman 4

$P(1\,oro/4) = \frac{P(4 \cap 1\,oro)}{P(4)} = \frac{\underbrace{P(1\,oro)}_{2 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{30}{39} = 0'3846} \cdot \underbrace{P(4/1\,oro)}_{\frac{1}{6}}}{P(4)} = \frac{0'3846 \cdot 1/6}{0'0689} = 0'93$

11. $P(\text{Valida}) = 0'7$

Independientes
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$



a) $P(A.L.) = P(V_1) \cup P(\overline{V_1}) \cap P(V_2) \cup P(\overline{V_1}) \cap P(\overline{V_2}) \cap P(V_3) \cap P(V_4) =$

$0'7 + 0'3 \cdot 0'7 + 0'3 \cdot 0'3 \cdot 0'7 \cdot 0'7 = 0'9541$

b) Se acepta el lote

$$P(1/A.L) = \frac{P(1 \cap A.L)}{P(A.L.)} = \frac{P(1) \cdot \overset{\overset{1}{\shortparallel}}{P(A.L/1)}}{0'9541} =$$

Sabiendo que 1 es valida

$$= \frac{0'7}{0'9541} = 0'733676$$

c) Se $\overset{R.L.}{\text{rechaza el lote}} \longrightarrow$ No se acepta el lote $(1 - A.L.)$

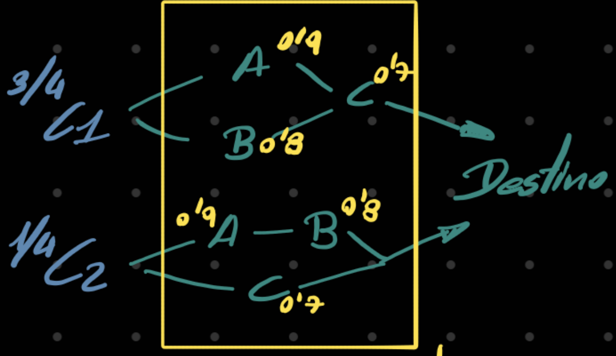
$$P\left(\text{Ninguna muestra valida} / 1 - A.L.\right) = \frac{P(Nin.V.)\overset{\overset{1}{\shortparallel}}{P(R.L./Nin.V.)}}{0'0459} =$$

Sabiendo que no es ninguna valida se va a rechazar el lote seguro

$P(\overline{1}) \cap P(\overline{2}) \cap P(\overline{3})$

$$= \frac{(0'3)^3}{0'0459} = 0'5882$$

17.



Independientes

a) Si va por C_1

$$P(\text{Destino}) = P(A \cup B) \cap P(C) = 0'98 \cdot 0'7 = \boxed{0'686}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'9 + 0'8 - 0'72 = 0'98$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0'72$$

b) M.D.

$$P(\text{MensajeDestino}) = \overset{3/4}{P(C_1)} \cdot \cap \Big(\overset{0'98}{P(A \cup B)} \cdot \cap \overset{0'7}{P(C)}\Big) \cup +$$

$$\overset{1/4}{P(C_2)} \cdot \cap \Big(\underbrace{\overset{0'9}{P(A)} \cdot \cap \overset{0'8}{P(B)}}_{0'72} \cup \overset{0'7}{P(C)}\Big) = 0'5145 + 0'229 = \boxed{= 0'7435}$$

$$0'72 + 0'7 - \underbrace{P(C \cap AB)}_{0'7 \cdot 0'72 = 0'504} = 0'916$$

c) Ha llegado a destino

$$P(C_2/MD) = \frac{P(C_2) \cdot P(MD/C_2)}{P(MD)} =$$

Sabiendo que va por C_2 $P(\text{Destino}) = 0'916$

$$= \frac{1/4 \cdot 0'916}{0'7435} = \boxed{0'308}$$

d) origen $\longrightarrow \underset{0'9}{A} - \ldots - A \longrightarrow$ Destino

$$P(\overline{Destino}) = 1 - P(A)^n = 0'8$$

$$1 - 0'9^n > 0'8$$

$$-0'9^n > 0'8 - 1$$

$$\ln 0'9^n > \ln 0'2$$

$$n \ln 0'9 > \ln 0'2$$

$$n > \frac{\ln 0'2}{\ln 0'9}$$

$$\boxed{\begin{gathered} n > 15'276 \\ n = 16 \end{gathered}}$$

18.

A, B, C independientes $(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$0'9,\ 0'8,\ 0'7$

a) Va por $C_1 \longrightarrow P(\text{Destino}) = P(A) \cup P(B) \cup P(C) = P(A) + P(B) + P(C) -$

$$\left[P(A\cap B) + P(B \cap C) + P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)\right] =$$

$$= \underbrace{0'9 + 0'8 + 0'7}_{2'4} - \underbrace{\left[\underbrace{0'9 \cdot 0'8}_{0'72} + \underbrace{0'8 \cdot 0'7}_{0'56} + \underbrace{0'9 \cdot 0'7}_{0'63}\right]}_{1'91} + \underbrace{0'9 \cdot 0'8 \cdot 0'7}_{0'504} = \boxed{0'994}$$

b) $P(\text{Destino}) = \left[\underbrace{P(C_1)}_{1/3} \cap \underbrace{(P(A) \cup P(B) \cup P(C))}_{0'994}\right] \cup \left[\underbrace{P(C_2)}_{2/3} \cap \underbrace{P(A)}_{0'9} \cap \underbrace{(P(B) \cup P(C))}\right]$

$P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 0'8 + 0'7 - 0'56 = 0'94$

$$\frac{1}{3} \cdot 0'994 + \frac{2}{3} \cdot 0'9 \cdot 0'94 = \boxed{0'8953}$$

c) Sabiendo que no llega a destino probabilidad de haber sido enviado por C_2.

$$P\left(C_2 / \overline{\text{Dest.}}\right) = \frac{\overset{2/3}{P(C_2)} \cdot \overset{0'154}{\overbrace{\left(P(\overline{\text{Dest.}}/C_2)\right)}}}{\underbrace{1 - P(\text{Dest.})}_{1 - 0'8953 = 0'1047}} = \frac{2/3 \cdot 0'154}{0'1047} = 0'980$$

Va por $C_2 \longrightarrow P(\overline{\text{Destino}}) = 1 - \underbrace{P(\text{Dest.})} = 1 - 0'846 = 0'154$

$$\underbrace{\underbrace{P(A)}_{0'9} \cap \underbrace{(P(B) \cup P(C))}_{0'94}}_{0'9 \cdot 0'94 = 0'846}$$

d)

$$P(\text{Destino}) > 0'999$$

$$P(\text{todos fallen}) = P(\bar{A}) \cap P(\bar{A}) \cap \ldots \cap P(\bar{A}) = 0'1 \cdot 0'1 \cdot 0'1 \cdot \ldots \cdot 0'1 = (0'1)^n$$

$$P(\text{destino}) = 1 - P(\text{todos fallen}) = 1 - (0'1)^n$$

no fallen

$$1 - (0'1)^n > 0'999$$

$$-0'1^n > 0'999 - 1$$

$$0'1^n > 0'001$$

$$n \ln 0'1 > \ln 0'001$$

$$n > \frac{\ln 0'001}{\ln 0'1} \longrightarrow n > 3$$

Por tanto $n = 4$