

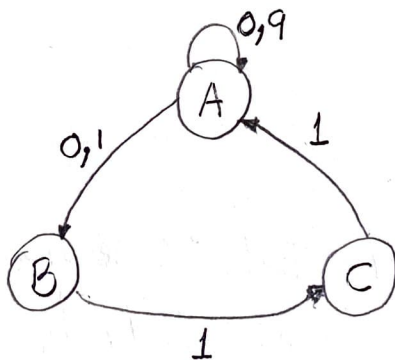
16.6-2 Un fabricante tiene una máquina que cuando empieza a operar al inicio del día tiene una probabilidad de 0,1 de descomponerse en algún momento de ese día. Cuando esto ocurre, la reparación se hace al día siguiente y se termina al finalizar ese día.

a) Formule la evolución de la máquina como una cadena de Markov; identifique los tres estados posibles al final del día y después construya la matriz de transición (de un paso)

Solución:

Estados

- (A) Máquina trabajando (Buen estado)
- (B) Máquina descompuesta
- (C) Máquina en reparación



## Matriz de Transición

	A	B	C
A	0,9	0,1	0
B	0	0	1
C	1	0	0

- b) Utilice un enfoque descrito en la sección 16.6 para encontrar las  $M_{ij}$  (tiempo esperado de primera pasada del estado  $i$  al estado  $j$ ) para toda  $i$  y  $j$ . Use estos resultados para identificar la siguiente descompostura después de que se ha terminado una reparación.

Solución:

El tiempo espera de primera pasada es la cantidad de intentos de pasar de un estado a otro, en este caso será la cantidad de intentos de que la máquina pase del estado trabajando o reparación a estado descompuesto.

Eliminamos el estado B de máquina descompuesta, nos queda la matriz de transición siguiente:

$$\begin{array}{c|cc} & A & C \\ \hline A & 0,9 & 0 \\ C & 1 & 0 \end{array} = \begin{array}{c|cc} & A & C \\ \hline A & 9/10 & 0 \\ C & 1 & 0 \end{array} = N_B$$

Tenemos que

$$u_{ij} = (I - N_j)^{-1} \mathbf{1}, j \neq i; \quad N_j = N_B$$

$I$  = Matriz identidad

$\mathbf{1}$  = vector unitario

$$u_{iB} = \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9/10 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)^{-1} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$u_{iB} = \begin{pmatrix} 1/10 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 10 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Matriz Inversa

$$u_{iB} = (10, 11)$$

$\therefore u_{AB} = 10$ , es la cantidad de intentos de pasar del estado A al estado B.  
 $u_{CB} = 11$ , es la cantidad de intentos de pasar del estado C al estado B.

c) Ahora suponga que la máquina tiene ya 20 días sin descomponerse desde la última reparación. Compare el número esperado de días completos que, en adelante, la máquina permanecerá en operación antes de la siguiente descompostura con el resultado correspondiente del inciso b) cuando se acaba de completar una reparación. Proporcione una explicación.

Solución:

En este caso pienso que la probabilidad de que la máquina se descomponga es inferior, ya que el tiempo esperado de primero pasado del estado A al estado B es de 20 intentos, por lo que la probabilidad de descomponerse debería ser de 0,05 para que sucedan los 20 intentos del estado A al estado B.