

# 南京大学最优化导论第四次小测

姓名：

学号：

1. 定义函数  $f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (|\operatorname{Re}x_i| + |\operatorname{Im}x_i|),$$

问： $f$  是范数吗？试证明。

2. 判断函数

$$f(x, y) = \sqrt{e^x + e^{-y}}$$

是否为凸函数，并说明理由。

**3.** 证明集合  $S$  的凸包是所有包含  $S$  的凸集的交。

**4.** 验证点  $(2,4)$  在如下优化问题中是否满足最优化条件:

$$\begin{array}{ll}\min & (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 6)^2 \\ \text{s.t.} & x_1^2 \leq x_2, \\ & x_2 \leq 4.\end{array}$$

5. 令  $C$  为一个在  $\mathbb{R}^n$  上的非空闭合凸锥, 令  $x \in \mathbb{R}^n$ 。试证明当且仅当

$$\hat{x} \in C, \quad (\hat{x} - x)^\top \hat{x} = 0, \quad x - \hat{x} \in C^*$$

时,  $\hat{x}$  是  $x$  在  $C$  上的最近点投影。