

南京大学最优化导论第三次小测

姓名：

学号：

1. 验证以下函数是否为凸函数（给出分析过程）：

$$(1) f(x, y) = x^2y^2 + \frac{x}{y}, \quad x > 0, y > 0.$$

$$(2) f(x, y) = \log(e^x + e^y) - \log x, \quad x > 0.$$

$$(3) f(x, y) = \exp\{x^2 + e^{-y}\}, \quad x > 0, y > 0.$$

2. 判断以下规划模型是否为凸规划 (需说明理由)

(1)

$$\begin{aligned}\min f(X) &= x_1^2 + x_2^2 + 8 \\ \text{s.t.} \quad &x_1^2 - x_2 \geq 0, \\ &-x_1 - x_2^2 + 2 = 0, \\ &x_1, x_2 \geq 0.\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}\min f(X) &= 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1 x_2 \\ \text{s.t.} \quad &x_1^2 + x_2^2 \leq 4, \\ &5x_1^2 + x_3 = 10, \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0.\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}\max f(X) &= x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad &x_1^2 + x_2^2 \leq 1, \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.\end{aligned}$$

3. 求解以下优化问题：

$$\begin{aligned} \min_{x,y \in \mathbb{R}^2} \quad & (x - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ \text{s.t.} \quad & x \leq y \\ & x + 2y \leq 2 \end{aligned}$$

4. 将下列优化问题改写为线性规划 (LP) , 假设 $d > \|c\|_1$:

$$\begin{array}{ll}\min_x & \frac{\|Ax - b\|_1}{c^T x + d} \\ \text{s.t.} & \|x\|_\infty \leq 1.\end{array}$$