Лабораторная работа # 2 **Методы первого и высших** порядков

Предполагаемый язык выполнения лабораторных работ Python 3. Лабораторные работы выполняются студентами индивидуально или в группах по 2-3 человека (по желанию). По результатам выполнения лабораторной работы необходимо подготовить отчет. Отчет должен содержать постановку задачи, описание используемых методов, ссылку на реализацию, результаты исследования, графики и таблицы, которые их демонстрируют, анализ результатов, преимуществ и ограничений методов.

Лабораторная состоит из основного и двух дополнительных заданий.

Основное задание

Реализуйте и исследуйте на эффективность следующие методы:

- 1. метод Ньютона с постоянным шагом;
- 2. метод Ньютона с одномерным поиском (любым методом);
- 3. scipy.optimize: метод Newton-CG и один-два квазиньютоновских метода. Изучите параметры вызываемых библиотечных функций.

Описание метода

В описании метода указывайте из какой библиотеки он взят, или какую библиотеку использует внутри реализации. Также, по пути собирайте hyperпараметры (они могут пригодиться потом) — то есть указывайте, какие гиперпараметры есть у метода — их следует выносить в интерфейс метода. Указывайте, с какими значениями гиперпараметров были получены результаты.

Содержание исследования

Для исследования выберите функцию типа Розенброка, а также одну-две не полиномиальные функции (функции можно взять из лаб.1). На выбранных функциях сравните методы:

- 1. сравните свою реализацию метода Ньютона с методом Newton-CG из библиотеки scipy.optimize (по точности и скорости).
- 2. сравните эффективность методов нулевого порядка и градиентного спуска из лаб 1., метода Ньютона, квазиньютоновских методов.
- 3. сравните эффективность методов нулевого порядка с квазиньютоновскими методами, если в последних производная вычисляется разностным методом (в scipy.optimize есть параметр, задающий метод вычисления производной через аналитические выражения или разностные схемы)
- 4. иллюстрируйте примеры, как в лаб.1, чтобы не было скучно.

Дополнительное задание 1 (на выбор один из пунктов)

Реализуйте и исследуйте на эффективность следующие методы:

- 1. одномерный поиск по правилу Вольфе (Wolfe) и метод Ньютона на его основе; сравните с реализованным методами Ньютона и методом Newton-CG;
- 2. сделайте свою реализацию любого квазиньютоновского метода или разберите какую-либо стороннюю, библиотечную реализацию данного метода, проанализируйте особенности реализации, модифицируйте и интегрируйте код метода в свой проект.

Дополнительное задание 2

Проведите исследование сложных случаев:

- 1. найдите функцию, для которой метод Ньютона не работает для некоторой начальной точки. Попробуйте сначала использовать градиентный спуск в таком случае.
- 2. для функции со многими точками локального минимума найдите пример, где разные методы, из одной начальной точки, сходятся к разным точкам минимума. Объясните, чем может быть вызвана разница в результате работы методов.

Описание результатов

В результатах работы метода должна быть следующая информация:

- функция к которой применяется метод, начальная точка;
- логика остановки итераций, точность;
- количество итераций, количество вычислений значений функции (градиента, гессиана в зависимости от метода);

Смысл в том, чтобы постановкой задачи и полученными результатами можно было быстро обмениваться.

Критерии оценивания

- 1. Работоспособность и качество кода.
- 2. Полнота отчета. В отчёте должны присутствовать: постановка задачи, описания используемых методов, результаты исследования, графики и таблицы, которые их демонстрируют, анализ результатов, преимущества и ограничения методов.
- 3. Знание теории, которая лежит в основе применяемых методов.
- 4. Дополнительное задание 1.
- 5. Дополнительное задание 2.

Каждый критерий оценивается максимально в 5 баллов. Максимальный балл за лабораторную работу составляет 25 баллов.