模糊综合评价算法精讲

史上最全数学建模综合教程（数学建模写作、算法、编程从入门、速成到进阶）

模型原理+Matlab/Python双语言代码演示

主讲人：江北

目录 Contents

模糊综合评价 | 模型引出

➢ 模糊数学

- 如果我们问一个人的性别、身高、体重，可能很容易的得到答案，性别一般而言非男即女，身高和体重是可以精确测量的，这些是**确定性概念**
- 但是如果问到大与小，长与短，美与丑等概念，就不好确定了，多大算大？多小算小？多长算长？怎么界定美丑？这种问题感觉有点儿抬杠似的，不过正是因为没有一个精确的范围，我们只能发出这样的疑问，这些就是**模糊性概念**

模糊性概念

模糊综合评价 | 模型引出

➢ 模糊数学

模糊是指客观事物差异的中间过渡中的**“不分明性”或“亦此亦彼性”**。如高个子与矮个子、年轻人与老年人、热水与凉水、环境污染严重与不严重等。在决策中，也有这种模糊的现象，如选举一个好干部，但怎样才算一个好干部？好干部与不好干部之间没有绝对分明和固定不变的界限。这些现象**很难用经典的数学来描述**。

实际中，我们处理现实的数学模型可以分成三大类：第一类是**确定性数学模型**，即模型的背景具有确定性，对象之间具有必然的关系。第二类是**随机性的数学模型**，即模型的背景具有随机性和偶然性。第三类是**模糊性模型**，即模型的背景及关系具有模糊性。

1965 年，美国著名计算机与控制专家查德(L. A. Zadeh)教授提出了模糊的概念，并在国际期刊《Information and Control》发表了第一篇用数学方法研究模糊现象的论文 “Fuzzy Sets”（模糊集合），开创了模糊数学的新领域。

经典集合基本概念

- 集合：具有**相同属性的事物**的集体，例如：自然数集、实数集、颜色等
- 集合的基本属性：

  1）**互斥性**：若$a \in A, b \in A$,则$a \neq b$

  2）**确定性**：$a \in A, a \notin A$有且仅有之一发生（非此即彼）
- 数学上对于经典集合的刻画特征函数：$f_a: U \to \{0,1\}$　　U:论域　　f_a表示A集合的特征函数

对于集合A，$f_A(x) = \begin{cases} 1, x \in A \\ 0, x \notin A \end{cases}$

模糊集合和隶属函数

- 模糊集合：用来描述模糊性概念的集合（美、丑、高、矮、年轻、年长）
- 与经典集合相比，模糊集合**承认亦此亦彼**
- 数学上对于模糊集合的刻画：

隶属函数　μ_A: $X \to [0,1]$　（注意这里是一个区间）$x \to \mu_A(x)$

确定X上的一个模糊集合A，μ_A叫做A的隶属函数，$\mu_A(x)$叫做x对模糊集A的隶属度

记为：$A=\{(x,\mu_A(x))|x \in X\}$　显然，模糊集合A完全由隶属函数来刻画　$\mu_A(x)=0.5$　最具模糊性

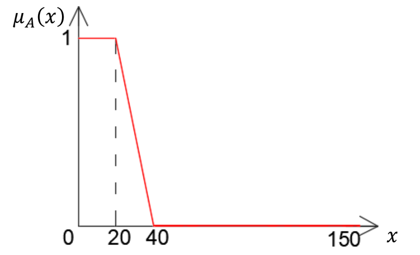
➢ 模糊集合和隶属函数

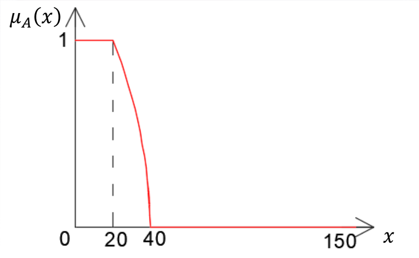
- 举一个简单的例子，我们要衡量“年轻”的概念 $A=$ “年轻”，$X=(0,150)$表示年龄的集合

 在这里我们不好直接在0-150之间画个线把年轻和不年轻区分开，我们应该给一个隶属函数来进行描述

- **定义隶属函数**

$$\mu_A(x)=\begin{cases}1, 0<x<20\\ \dfrac{40-x}{20}, 20\le x\le 40\\ 0, 40<x<150\end{cases}$$





函数不唯一！

 对于X中的每一个元素，均对应A中的一个隶属度，隶属度介于[0, 1]，越大表示越属于这个集合

- 上面的隶属函数，只是为了方便理解随意构造出来的，并不等同于真实的调查结果，但是依然反映了构造者的主观想法。事实上，隶属函数也不是唯一的，不同的人，不同大小的样本，得出的隶属函数很可能是不同的。

- 简单来说，我理解的隶属度，就是元素**属于某个模糊集合的程度**，而隶属函数就是用来确定隶属度的函数。

模糊综合评价 | 模型原理

➢ 模糊集合的表示方法

- 当论域X为有限集时，记X=$\{x_1, x_1, \ldots, x_1\}$，则$X$上的模糊集$A$有三种表示形式

1）zadeh表示法

注：“Σ”和“+”不是求和的意思，知识概括集合的记号

$$A=\sum_{i=1}^{n}\frac{\mu_A(i)}{x_i}=\frac{\mu_A(x_1)}{x_1}+\frac{\mu_A(x_2)}{x_2}+\cdots+\frac{\mu_A(x_n)}{x_n}$$

$\frac{\mu_A(i)}{x_i}$也不是分数，它表示点x_i对模糊集A的隶属度是$\mu_A(x)$

2）序偶表示法

$$A=\{(x_1,\mu_A(x_1)),(x_2,\mu_A(x_2)),\ldots,(x_n,\mu_A(x_n))\}$$

3）向量表示法

$$A=(\mu_A(x_1),\mu_A(x_2),\ldots,\mu_A(x_n))$$

- 当论域X为无限集时，则X上的模糊集A可以写成

$$A=\int_{x\in X}\frac{\mu_A(x)}{x}$$

注：“∫”不是积分的意思，$\frac{\mu_A(x_i)}{x}$也不是分数

模糊综合评价 | 模型原理

➢ 模糊集合的表示方法

- 例1：设论域$X=\{x_1(140),x_2(150),x_3(160),x_4(170),x_5(180),x_6(190)\}$（单位：cm）表示人的身高，$X$上的一个模糊集“高个子”（$A$）的隶属函数定义为$\mu_A(x)=\frac{x-140}{190-140}$

  1）zadeh表示法

$$A=\frac{0}{x_1}+\frac{0.2}{x_2}+\frac{0.4}{x_3}+\frac{0.6}{x_4}+\frac{0.8}{x_5}+\frac{1}{x_6}$$

  2）序偶表示法

$$A=\{(140,0),(150,0.2),(160,0.4),(170,0.6),(180,0.8),(190,1)\}$$

  3）向量表示法

$$A=(0,0.2,0.4,0.6,0.8,1)$$

- 例2：设论域$X=[0,1]$，模糊集A表示年轻，A的隶属函数定义为$\mu_x=\begin{cases}1 & 0\le x\le 25\\ \left[1+\left(\frac{x-25}{5}\right)^2\right]^{-1} & 25<x\le 100\end{cases}$

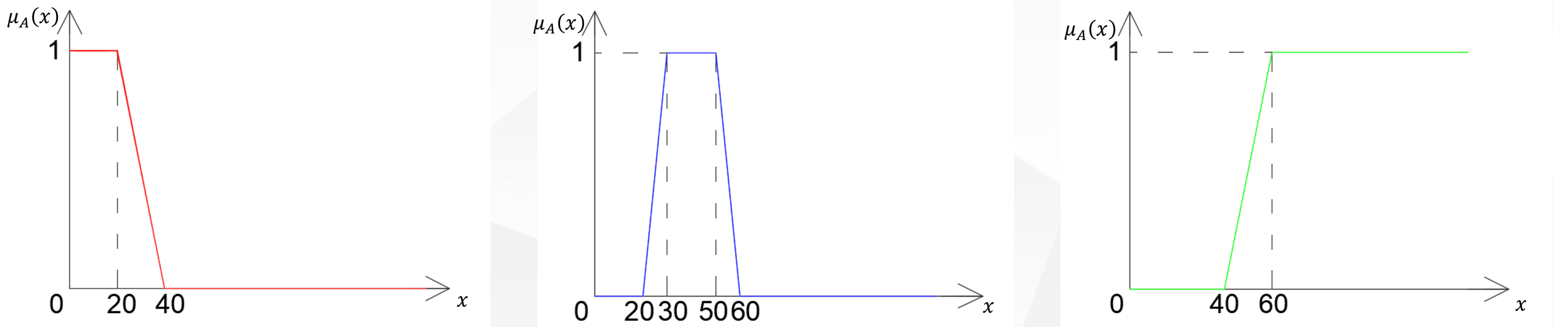
$$A=\text{年轻}=\int_0^{25}\frac{1}{x}+\int_{25}^{100}\frac{\left[1+\left(\frac{x-25}{5}\right)^2\right]^{-1}}{x}$$

➢ 模糊集合的分类

- 模糊集合主要有三类，分别为**偏小型，中间型和偏大型**。其实也就类似于TOPSIS方法中的极大型、极小型、中间型、区间型指标。

  举个例子，“年轻”就是一个偏小型的模糊集合，因为岁数越小，隶属度越大，就越“年轻”；“年老”则是一个偏大型的模糊集合，岁数越大，隶属度越大，越“年老”；而“中年”则是一个中间型集合，岁数只有处在某个中间的范围，隶属度才越大。总结来说，就是考虑“元素”与“隶属度”的关系，再类比一下，就是考虑隶属函数的单调性。

- 下图可以代表“年轻”、“中年”、“年老”这三个模糊集合的隶属函数图像



- 不管模糊集合是哪一种类型，**隶属度越大，属于这个集合的程度也越大。**

➢ 隶属函数的确定方法

- 1）模糊统计法

模糊统计法的原理是，找多个人对同一个模糊概念进行描述，用**隶属频率**去定义隶属度。

例如我们想知道30岁相对于“年轻”的隶属度，那就找来n个人问一问，如果其中有m个人认为30岁属于“年轻”的范畴，那m/n就可以用来作为30岁相对于“年轻”的隶属度。n越大时，越符合实际情况，也就越准确。

这个方法比较符合实际情况，但是往往通过发放问卷或者其他手段进行调查，数学建模比赛时，时间有限，所以仅做介绍，基本不予采用。

- 2）借助已有的客观尺度

对于某些模糊集合，我们可以用**已经有的指标**去作为元素的隶属度。

例如“小康家庭”这个模糊集合，就可以用“恩格尔系数（食品支出总额/家庭总支出）”衡量相应的隶属度。显而易见，家庭越接近小康水平，其恩格尔系数应该越低，那“1-恩格尔系数”就越大，我们便可以把“1-恩格尔系数”看作家庭相对于“小康家庭”的隶属度。

对于“质量稳定”这一模糊集合，我们可以使用正品率衡量隶属度。

注意：隶属度是在[0,1]之间的。如果找的指标不在，可以进行归一化处理。

模糊综合评价 | 模型原理

MATH 数模加油站

➢ 隶属函数的确定方法

- 3）指派法

指派法是一个主观性比较强的方法，即凭**主观意愿**，在确定模糊集合的所属分类后，给它**指派一个隶属函数**，得到元素的隶属度。这是比赛中最常用的方法之一，只需进行选择，便可得到隶属函数。 右边是常用的模糊分布：

可以看出，对于偏小型模糊集合，隶属函数总体上递减，也就是元素的某个特征越大，隶属度越小；对于偏大型集合，隶属函数总体上递增，也就是元素的某个特征越大，隶属度越大；对于中间型集合，隶属函数总体上先递增后递减，中间一部分或是某个点取到最大值。

以上就是确定隶属函数的几种方法了。还有一些其他的方法，比如德尔菲法，二元对比排序法，综合加权法等等，有兴趣可以自己查阅。

类型	偏小型	中间型	偏大型
矩阵型	$\mu_A=\begin{cases}1, & x\le a\\ 0, & x>a\end{cases}$	$\mu_A=\begin{cases}1, & a\le x\le b\\ 0, & x<a或x>b\end{cases}$	$\mu_A=\begin{cases}1, & x\ge a\\ 0, & x<a\end{cases}$
梯形型	$\mu_A=\begin{cases}1, & x\le a\\ \frac{b-x}{b-a}, & a\le x\le b\\ 0, & x>b\end{cases}$	$\mu_A=\begin{cases}\frac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b\\ 1, & b\le x\le c\\ \frac{d-x}{d-c}, & c\le x\le d\\ 0, & x<a,x\ge d\end{cases}$	$\mu_A=\begin{cases}0, & x<a\\ \frac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b\\ 1, & x>b\end{cases}$
k次抛物型	$\mu_A=\begin{cases}1, & x\le a\\ (\frac{b-x}{b-a})^k, & a\le x\le b\\ 0, & x>b\end{cases}$	$\mu_A=\begin{cases}(\frac{x-a}{b-a})^k, & a\le x\le b\\ 1, & b\le x\le c\\ (\frac{d-x}{d-c})^k, & c\le x\le d\\ 0, & x<a,\ x\ge d\end{cases}$	$\mu_A=\begin{cases}0, & x<a\\ (\frac{x-a}{b-a})^k, & a\le x\le b\\ 1, & x>b\end{cases}$
Γ型	$\mu_A=\begin{cases}1, & x\le a\\ e^{-k(x-a)}, & x>a\end{cases}$	$\mu_A=\begin{cases}e^{k(x-a)}, & x<a\\ 1, & a\le x\le b\\ e^{-k(x-a)}, & x>b\end{cases}$	$\mu_A=\begin{cases}0, & x<a\\ 1-e^{-k(x-a)}, & x\ge a\end{cases}$
正态型	$\mu_A=\begin{cases}1, & x\le a\\ \exp\left\{-\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)^2\right\}, & x>a\end{cases}$	$\mu_A=\exp\left\{-\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)^2\right\}$	$\mu_A=\begin{cases}0, & x\le a\\ 1-\exp\left\{-\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)^2\right\}, & x>a\end{cases}$
柯西型	$\mu_A=\begin{cases}1, & x\le a\\ \frac{1}{1+\alpha(x-a)^\beta}, & x>a\end{cases}$ $(\alpha>0,\ \beta>0)$	$\mu_A=\frac{1}{1+\alpha(x-a)^\beta}$ $(\alpha>0,\ \beta$ 为正偶数$)$	$\mu_A=\begin{cases}0, & x\le a\\ \frac{1}{1+\alpha(x-a)^{-\beta}}, & x>a\end{cases}$ $(\alpha>0,\ \beta>0)$

模糊综合评价 | 模型原理

➢ 评价问题概述

- 模糊评价问题是要把论域中的对象对应评语集中一个指定的评语或者将方案作为评语集并选择一个最优的方案。
- 在模糊综合评价中，引入三个集合：

  ①因素集（评价指标集）　$U=\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$

  ②评语集（评价的结果）　$V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$

  ③权重集（指标的权重）　$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$
- 例：评价一名学生的表现

  $U=\{$专业排名、课外实践、志愿服务、竞赛成绩$\}$

  $V=\{$优、良、差$\}$

  $A=\{0.4、0.2、0.1、0.3\}$
- 模糊综合评价模型就是给定对象，用因素集的指标进行评价，从评语集中找到一个最适合它的评语。如果评语集中是方案的话，就是选出一个最恰当的方案。那这种 **“合适”** 用什么来衡量呢？显而易见嘛，就是**隶属度**，隶属于某个模糊集合的程度。

- **一级模糊综合评价模型**
- 在对企业员工进行考核时，在指标个数较少的考核中，可以运用一级模糊综合评判。

  - 1）确定因素集：评判的因素构成的评价指标体系集合称为因素集

    对员工的表现，需要从多个方面进行综合评判，如员工的工作业绩、工作态度、沟通能力、政治表现等。

    记为 $U=\{u_1,u_2,\dots,u_n\}$

    这里取因素集 $U=\{$政治表现u_1、工作能力u_2、工作态度u_3、工作成绩$u_4\}$
  - 2）确定评语集：由各种不同决断构成的集合称为评语集

    评价往往有不同的等级，对员工评价可能有好、较好、中等、较差、很差等

    记为 $V=\{v_1,v_2,\dots,v_n\}$

    这里取评语集 $V=\{$优秀v_1、良好v_2、一般v_3、较差v_4、差$v_5\}$
  - 3）确定各因素的权重：因素集中各因素的评价中作用不同，需要确定权重，它是U上的模糊向量

    判断权重的方法很多，如Delphi法等，也可以用我们学习过的层次分析法和熵权法来确定权重

    记为 $A=[a_1,a_2,\dots,a_n]$ 这里取 $A=[0.25,0.2,0.25,0.3]$

模糊综合评价 | 典型例题

- **一级模糊综合评价模型**
- 在对企业员工进行考核时，在指标个数较少的考核中，可以运用一级模糊综合评判。
  - 4）确定模糊综合判断矩阵

    对指标u_i来说，对各个评语的隶属度为V上的模糊子集，对指标u_i的评判记为

    记为 $R=[r_1, r_2, \ldots, r_n]$

    各指标的模糊综合判断矩阵为

$$R=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nm} \end{bmatrix}$$

这是一个从U到V的模糊关系矩阵。

对员工的评定如果由**模糊统计法**来确定：

① u_1比如由群众打分确定

$$r_1=[0.1, 0.5, 0.4, 0, 0]$$

上式表示，参与打分的群众中，10%的人认为该员工政治表现优秀，50%的人认为其政治表现良好等

模糊综合评价 | 典型例题

➢ 一级模糊综合评价模型

➢ 在对企业员工进行考核时，在指标个数较少的考核中，可以运用一级模糊综合评判。

② u_2，u_3由部门领导打分来确定

$$r_2 = [0.2 , 0.5 , 0.2 , 0.1 , 0] \qquad r_3 = [0.2 , 0.5 , 0.3 , 0 , 0]$$

③ u_4由单位考核组成员打分来确定

$$r_4 = [0.2 , 0.6 , 0.2 , 0 , 0]$$

形成以R_i为第i行构成评价矩阵（模糊综合判断矩阵）

$$R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- 5）模糊综合评判，进行矩阵合成运算：

$$B = A \cdot R = [0.25 , 0.2 , 0.25 , 0.3] \cdot \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [0.175, 0.53, 0.275, 0.02, 0]$$

取数值最大的评语作为综合评判结果，则评判结果为“良好”。

(5) 选择评价的合成算子，将A与R合成得到$B = (b_1, b_2, \cdots, b_m)$。

$$B = A \mathrm{O} R = (a_1, a_2, \cdots, a_n) \mathrm{O} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nm} \end{pmatrix}$$

$$b_j = (a_1 \underset{*}{\bullet} r_{1j}) \underset{*}{+} (a_2 \underset{*}{\bullet} r_{2j}) \underset{*}{+} \cdots \underset{*}{+} (a_n \underset{*}{\bullet} r_{nj}), \quad j = 1, 2, \cdots, m$$

常用的模糊算子有:

① $M(\wedge, \vee)$， 即用$\wedge$代替$\underset{*}{\bullet}$，用$\vee$代替$\underset{*}{+}$，式中$\wedge$为取小运算，$\vee$代表取大运算；

② $M(\bullet, \vee)$， 即用实数乘法$\bullet$代替$\underset{*}{\bullet}$， 用$\vee$代替$\underset{*}{+}$；

③ $M(\wedge, \oplus)$，即用$\wedge$代替$\underset{*}{\bullet}$， 用$\oplus$代替$\underset{*}{+}$， 其中$a \oplus b = \min(1, a+b)$；

④ $M(\bullet, \oplus)$，即用实数乘法$\bullet$代替$\bullet$， 用$\oplus$代替$+$。

经过比较研究， $M(\bullet, \oplus)$对各因素按权数大小，统筹兼顾，综合考虑，比较合理。

- **一级模糊综合评价模型**
- 例：某露天煤矿有五个边坡设计方案，其各项参数根据分析计算结果得到边坡设计方案如下表

项目	方案1	方案2	方案3	方案4	方案5
可采矿量/万吨	4700	6700	5900	8800	7600
基建投资/万元	5000	5500	5300	6800	6000
采矿成本/（元/吨）	4.0	6.1	5.5	7.0	6.8
不稳定费用/万元	30	50	40	200	160
净现值/万元	1500	700	1000	50	100

- 据勘探，该矿探明储量8800吨，开采总投资不超过8000万元，试做出各方案的优劣排序，选出最佳方案

1）首先确定可采矿量的隶属函数

因为勘探的储量为8800吨，故可用资源的利用函数作为隶属函数

$$\mu_A(x)=\frac{x}{8800}$$

➢ 一级模糊综合评价模型

2）基建投资的隶属函数

投资约束是8000万元，所以

$$\mu_B(x)=1-\frac{x}{8000}$$

3）采矿成本的隶属函数

根据专家意见，采矿成本$a_1 \le 5.5$元/吨为低成本，$a_2 = 8.0$元/吨为高成本，故

$$\mu_c(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le a_1\\ \dfrac{a_2-x}{a_2-a_1}, & a_1\le x\le a_2\\ 0, & a_2<x\end{cases}$$

4）不稳定费用的隶属函数

$$\mu_D(x)=1-\frac{x}{200}$$

➢ 一级模糊综合评价模型

5）净现值的隶属函数

取上限15（百万元），下限0.5（百万元），采用线性隶属函数

$$\mu_E(x) = \frac{x-50}{1500-50} = \frac{x-50}{1450}$$

6）根据各个隶属函数计算出5个方案所对应的不同隶属度

项目	方案1	方案2	方案3	方案4	方案5
可采矿量/万吨	0.5341	0.7614	0.6705	1	0.8636
基建投资/万元	0.3750	0.3125	0.3375	0.15	0.25
采矿成本/（元/吨）	1	0.76	1	0.4	0.48
不稳定费用/万元	0.85	0.75	0.8	0	0.2
净现值/万元	1	0.4480	0.6552	0	0.0345

➤ 一级模糊综合评价模型

确定单因素评判矩阵

$$R=\begin{bmatrix}0.5341 & 0.7614 & 0.6705 & 1.0000 & 0.8636\\0.3750 & 0.3125 & 0.3375 & 0.1500 & 0.2500\\1.0000 & 0.7600 & 1.0000 & 0.4000 & 0.4800\\1.0000 & 0.4480 & 0.6552 & 0.0000 & 0.0345\end{bmatrix}$$

根据专家评价，诸因素在决策中占的权重为$A=(0.25\,,0.20\,,0.20\,,0.10\,,0.25)$

注：没有专家可以用熵权法、层次分析法等

7）综合评价

$$B=A\cdot R=(0.7435\,,0.5919\,,0.6789\,,0.3600\,,0.3905)$$

由此可知：方案1最佳，方案3次之，方案4最差

多层次模糊综合评价模型

1）给出被评价的对象集合$X=\{x_1,x_2,\ldots,x_k\}$

2）确定因素集(亦称指标体系)$U=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$

若因素众多，往往将$U=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$按某些属性分成s个子集

$U_i=\left\{u_1^{(i)},u_2^{(i)},\ldots,u_{n_i}^{(i)}\right\}$，$i=1,2,\ldots,s$ 且满足条件:

①$\sum_{i=1}^{s} n_i=n$;　　②$\bigcup_{i=1}^{s} U_i=U$;　　③$U_i\bigcap U_j=\phi, i\neq j$

3）确定评语集$V=\{v_1,v_2,\ldots,v_m\}$

4）由因素集U_i与评语集V，可获得一个评价矩阵

$$R_i=\begin{bmatrix} r_{11}^{(i)} & r_{12}^{(i)} & \cdots & r_{1m}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{n_i1}^{(i)} & r_{n_i2}^{(i)} & \cdots & r_{n_im}^{(i)} \end{bmatrix}$$

5）对每一个U_i，分别作出综合决策。

MATH 数模加油站

➤ 多层次模糊综合评价模型

5）对每一个U_i，分别作出综合决策。

设U_i中的各因素权重的分配（模糊权向量）为$A_i = \left(a_1^{(i)}, a_2^{(i)} \dots, a_{n_i}^{(i)}\right)$，其中$\sum_{t=1}^{n_i} a_t^{(i)} = 1$。

若R_i为单因素矩阵，则得到一级评价向量为:

$B_i = A_i \cdot R_i = (b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{im})$，$i = 1, 2, \dots, s$

6）将每个U_i视为一个元素，记$U = \{U_1, U_2, \dots, U_s\}$，于是$U$又是单因素集，$U$的单因素判断矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{s1} & b_{s2} & \cdots & b_{sm} \end{bmatrix}$$

每个U_i作为U的一部分，反映了U的某种属性，可以按他们的重要性给出权重分配

$A = (a_1, a_2, \dots, a_s)$

于是得到二级模糊综合评价模型为:

$B = A \cdot R = (b_1, b_2, \dots, b_m)$

若每个子因素$U_i(i = 1, 2, \dots, s)$仍有较多因素，则可将U_i再划分，于是有三级或更高级模型

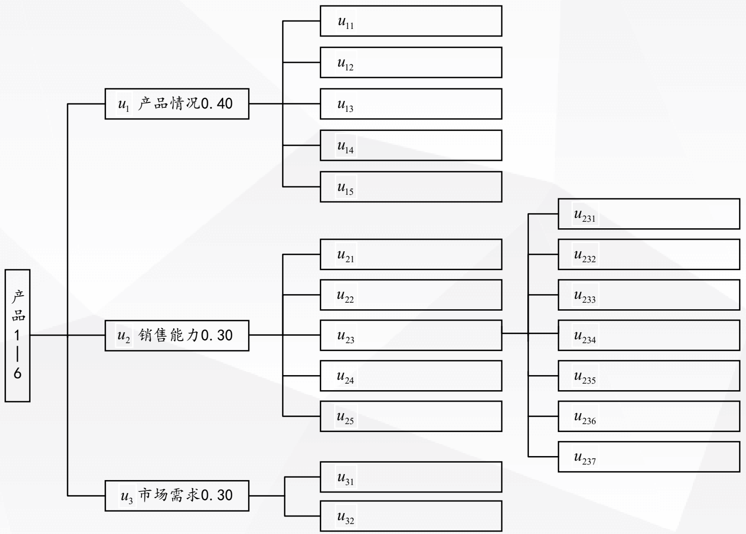
模糊综合评价 | 典型例题

多层次模糊综合评价模型

- 例：对某陶瓷厂生产的6种产品的销售前景进行评判

1）影响评判对象因素集的选取

从**产品情况、销售能力、市场需求**三个方面考虑，根据专家评判法，得到评判对象因素集及子因素组成下图，因素后面数据表示权重



➢ **多层次模糊综合评价模型**

➢ 例：对某陶瓷厂生产的6种产品的销售前景进行评判

2）备择集$V=\{1,2,3,4,5,6\}$代表6种不同的陶瓷产品

3）一级模糊综合评价

“运行费用”下属的三级指标是定量指标，有具体数据，对这些数据归一化即求出各种产品的该指标与总指标的比重，得到单因素隶属度；由于其他因素均为定性指标，通过市场调查，把消费者的满意度作为单因素的隶属度，6种产品的**单因素隶属度**如下表：

因素	产品1	产品2	产品3	产品4	产品5	产品6
u_{11}产品品牌	0.12	0.18	0.17	0.23	0.13	0.17
u_{12}产品质量	0.15	0.13	0.18	0.25	0.12	0.17
u_{13}性价比	0.14	0.13	0.16	0.18	0.2	0.19
u_{14}产品款式	0.12	0.14	0.15	0.17	0.19	0.23
u_{15}产品包装	0.16	0.12	0.13	0.25	0.18	0.16
u_{21}店铺信用度	0.13	0.15	0.14	0.18	0.16	0.24
u_{22}售后服务	0.12	0.16	0.13	0.17	0.19	0.23

模糊综合评价 | 典型例题

➢ 多层次模糊综合评价模型

➢ 例：对某陶瓷厂生产的6种产品的销售前景进行评判

因素		产品1	产品2	产品3	产品4	产品5	产品6
u_{23}运行费用	u_{231}材料费	0.18	0.14	0.18	0.14	0.13	0.23
	u_{232}运输费用	0.15	0.2	0.15	0.25	0.1	0.15
	u_{233}设备维修费用	0.25	0.12	0.13	0.12	0.18	0.2
	u_{234}设备折旧费用	0.16	0.15	0.21	0. 1 1	0.2	0.17
	u_{235}人员工资	0.23	0.18	0.17	0.16	0.15	0.11
	u_{236}电耗费用	0.19	0.13	0.12	0.12	0.11	0.33
	u_{237}水耗费用	0.17	0.16	0.15	0.08	0.25	0.19
u_{24}销售人员能力		0.14	0.13	0.15	0.16	0.18	0.24
u_{25}广告宣传		0.16	0.15	0.15	0.17	0.18	0.19
u_{31}行业需求		0.15	0.14	0.13	0.18	0.14	0.26
u_{32}家庭需求		0.16	0.15	0.18	0.14	0.16	0.21

➢ 多层次模糊综合评价模型

➢ 例：对某陶瓷厂生产的6种产品的销售前景进行评判

影响运行费用的各因素的单因素评价矩阵为：

$$R_{23}=\begin{bmatrix}0.18 & 0.14 & 0.18 & 0.14 & 0.13 & 0.23\\ 0.15 & 0.20 & 0.15 & 0.25 & 0.10 & 0.15\\ 0.25 & 0.12 & 0.13 & 0.12 & 0.18 & 0.20\\ 0.16 & 0.15 & 0.21 & 0.11 & 0.20 & 0.17\\ 0.23 & 0.18 & 0.17 & 0.16 & 0.15 & 0.11\\ 0.19 & 0.13 & 0.12 & 0.12 & 0.11 & 0.33\\ 0.17 & 0.16 & 0.15 & 0.08 & 0.25 & 0.19\end{bmatrix}$$

权重分配为：$A_{23}=[0.20\ \ 0.15\ \ 0.10\ \ 0.10\ \ 0.20\ \ 0.15\ \ 0.10]$，则运行费用的一级评判为：

$$B_{23}=A_{23}\bullet R_{23}=\begin{bmatrix}0.1910 & 0.1565 & 0.1595 & 0.1465 & 0.1505 & 0.1960\end{bmatrix}$$

4）二级模糊综合评判

对产品情况、销售能力、市场需求下属的单因素指标进行二级评判，产品情况的二级评判如下：

模糊综合评价 | 典型例题

多层次模糊综合评价模型

- 例：对某陶瓷厂生产的6种产品的销售前景进行评判

对产品情况、销售能力、市场需求下属的单因素指标进行二级评判，产品情况的二级评判如下：

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.12 & 0.18 & 0.17 & 0.23 & 0.13 & 0.17 \\ 0.15 & 0.13 & 0.18 & 0.25 & 0.12 & 0.17 \\ 0.14 & 0.13 & 0.16 & 0.18 & 0.20 & 0.19 \\ 0.12 & 0.14 & 0.15 & 0.17 & 0.19 & 0.23 \\ 0.16 & 0.12 & 0.13 & 0.25 & 0.18 & 0.16 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.40 & 0.25 & 0.10 & 0.10 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = A_1 \bullet R_1 = \begin{bmatrix} 0.1410 & 0.1375 & 0.1655 & 0.2215 & 0.1545 & 0.1800 \end{bmatrix}$$

将运行费用的一级评判结果作为二级评判的单因素评价值，即评判矩阵的第三行，则销售能力二级评判如下：

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0.13 & 0.15 & 0.14 & 0.18 & 0.16 & 0.24 \\ 0.12 & 0.16 & 0.13 & 0.17 & 0.19 & 0.23 \\ 0.1910 & 0.1565 & 0.1595 & 0.1465 & 0.1505 & 0.1960 \\ 0.14 & 0.13 & 0.15 & 0.16 & 0.18 & 0.24 \\ 0.16 & 0.15 & 0.15 & 0.17 & 0.18 & 0.19 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.20 & 0.15 & 0.25 & 0.25 & 0.15 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = A_2 \bullet R_2 = \begin{bmatrix} 0.1508 & 0.1481 & 0.1474 & 0.1636 & 0.1701 & 0.2200 \end{bmatrix}$$

- **多层次模糊综合评价模型**
- 例：对某陶瓷厂生产的6种产品的销售前景进行评判

  市场需求的二级评判：

$$R_3=\begin{bmatrix}0.15 & 0.14 & 0.13 & 0.18 & 0.14 & 0.26\\ 0.16 & 0.15 & 0.18 & 0.14 & 0.16 & 0.21\end{bmatrix}$$

$$A_3=\begin{bmatrix}0.55 & 0.45\end{bmatrix}$$

$$B_3=A_3\bullet R_3=\begin{bmatrix}0.1545 & 0.1445 & 0.1525 & 0.1620 & 0.1490 & 0.2375\end{bmatrix}$$

5）三级模糊综合评价

将二级评判结果B_1, B_2, B_3作为行，组成三级评判的单因素评判矩阵

$$R=\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\\ B_3\end{bmatrix}$$

权重及$A=[0.40 \quad 0.30 \quad 0.30]$

$$B=A\cdot R=[0.1480 \quad 0.1428 \quad 0.1562 \quad 0.1863 \quad 0.1575 \quad 0.2093]$$

由结果可知，产品6得分最高，可加大投资，产品1、2得分较低，应减少投资

模糊综合评价 | Matlab代码

模糊综合评价 | Python代码

欢迎关注数模加油站

THANKS

关注公众号：【数模加油站】，免费领取更多数模相关资料