

Examensarbete

**Scheduling of library staff with respect to demands and  
staff competence.**

Claes Arvidson, Emelie Karlsson

LITH - MAT - EX - - 04 / 04 - - SE



# **Scheduling of library staff with respect to demands and staff competence.**

Very Applied Mathematics, Linköpings Universitet

**Claes Arvidson, Emelie Karlsson**

LITH - MAT - EX - - 04 / 04 - - SE

Examensarbete: **30 hp**

Level: **A**

Supervisor: **T. Larsson**,  
Very Applied Mathematics, Linköpings Universitet

Examiner: **E. Rönnberg**,  
Very Applied Mathematics, Linköpings Universitet

Linköping: **June 2016**



# Abstract

Here is where you can write your abstract. It may be very long, or it may be very short, the reason you have an abstract is for people not to be forced to read lots of crap.

But still, they will have to read your abstract. After all, the abstract is what everyone reads. . .

**Keywords:** Keyword One, Chemostat, Another Key-Word, Key, Clé, Mot de cle, Nyckelhål, XBOX, Dagens viktigaste nyckelord, and Keywords.

**URL for electronic version:**

<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-77777>



# Acknowledgements

I would like to thank my supervisor, I would like to thank my supervisor, I would like to thank my supervisor, I would like to thank my supervisor...

I also have to thank, I would like to thank my supervisor, I would like to thank my supervisor, I would like to thank my supervisor, I would like to thank my supervisor...

My opponent NN also deserves my thanks, I would like to thank my supervisor, I would like to thank my supervisor, I would like to thank my supervisor...





# Nomenclature

Most of the reoccurring abbreviations and symbols are described here.

## Symbols

$Y_0$     The amount of the variable  $Y$  inserted into a system.  
 $\hat{Y}$     The unit-dimension of the variable  $Y$ , for example  $\hat{t} = 1s$  .  
 $\bar{Y}_i$     A steady state (number  $i$ ) value of  $Y$ .

$K_i$     Constants used in kinetic expressions, for example  $K_I$ .

$\mathbf{A}$     The system matrix.

## Abbreviations

CPI    Competitive Product Inhibition (or Inhibited)  
CSI    Competitive Substrate Inhibition (or Inhibited)  
CSTR    Continuous Stirred Tank (bio)Reactor  
MMI    Michaelis-Menten Inhibition (or Inhibited)



# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Background . . . . .	1
1.2	Problembeskrivning . . . . .	1
<b>2</b>	<b>The ideal CSTR: the chemostat</b>	<b>5</b>
2.1	Some simple models of biological growth . . . . .	5
2.1.1	Exponential growth . . . . .	5
2.1.2	The logistic equation . . . . .	5
2.2	The chemostat . . . . .	5
<b>A</b>	<b>The Linearized stability</b>	<b>9</b>
A.1	The Linearization . . . . .	9



# Chapter 1

## Introduction

### 1.1 Background

Schemaläggning av personal på biblioteket i Norrköping.

### 1.2 Problembeskrivning

Examensarbetet går ut på att lägga ett arbetsschema för personalen på Norrköpings bibliotek. Problemet är tvådelat då det dels går ut på att fylla alla positioner på de stationer som tillhör bibliotekets utåtriktade verksamhet (så kallade yttre tjänst) med personal av rätt kompetens. Denna del fyller de behov som bibliotekets verksamhet kräver.

Samtidigt ska schemat som tagits fram uppfylla de regulationer och önskemål som finns kring personalens arbetstider. Eftersom till exempel även helgarbete ingår i tjänsten så ska lediga dagar fördelas enligt arbetsmiljölagen. Denna del av problemet motsvarar arbetarnas krav.

I tredje hand så ska även schemat medföra en viss robusthet så att störningar i den yttre tjänsten, i form av att personal blir sjuk eller uppbokad annonstädes, ska gå att avhjälpa med en reservlista.

Den personal som finns att tillgå på biblioteket är begränsad och utgör de resurser som finns att tillgå. Varje enskild personal har ett antal egenskaper och kompetenser. Dessa kompetenser syftar på personalens förmåga att arbeta vid någon av de yttre stationerna: Expedition, Norpan, Infodisk, Bokbuss och Hageby samt personalens förmåga att arbeta vid några av de inre stationerna: ????. Följande egenskaper kan identifieras hos en personal:

Totalt finns 40 personal att tillgå för biblioteket.

De yttre och inre uppgifterna kan ses som behov av personal som måste täckas av de den personal som finns att tillgå. De olika yttreuppgifterna som behöver utföras inkluderar arbete vid olika stationer vid olika tidpunkter och datum. Uppgifterna återkommer inom ett 10-veckorsintervall vilket gör att de tillhör en viss tid under en viss dag en viss vecka. Dessutom så har varje uppgift en bestämd längd.

Varje sådan uppgift som behöver utföras

Table 1.1: Personal

Egenskap	Beskrivning
Arbetsomfattning	0-100 %
Anställningsform	Bibliotikarie/Assistent
Kompetens	Inre och yttre tjänster som personalen klarar av.
Specialkompetens	Vilken tjänst personalen är specialicerad på.
Ledighetsform	Hur personalen tar ut sin veckovila efter helgarbete.
Övriga önskemål	Jobbar ej kväll etc

Table 1.2: Yttre och inre uppgifter

Yttre uppgift	Egenskap
	Starttid, sluttid, vecka och tidsåtgång
	Station
	Krav på antal bibliotikarier av rätt kompetens.
	Krav på antal assistenter av rätt kompetens.
	Krav på totala antalet personal.
Inre uppgift	Egenskap
	Vecka, Tidsåtgång
	Typ
	Krav på antal bibliotikarier av rätt kompetens.
	Krav på antal assistenter av rätt kompetens.

kan karaktäriseras av vissa egenskaper:

Utöver de ovan nämnda resurserna och behoven, finns ett antal krav som ställs på hur schemat får utformas. Dessa kan delas upp i arbetsvillkor, robusthetskrav samt övriga krav:

**Frågor:** Går det att beskriva inre uppgifter som yttre uppgifter utan fixerad tid de måste utföras på? Eller måste de utföras inom ett visst tidsspann?

Hur kommer det sig att det är olika bemanning på Norpan/Bokbuss etc olika veckor?

Är det ett krav att man har ett helgpas var 5e vecka? Är det minst var 5e eller högst var 5e?

Går det att generalisera bibliotikarier till en kompetens?

Table 1.3: Krav

Arbetsmiljökrav	Beskrivning
	Rättvis fördelning av helgarbete
	Minst 36 timmar sammanhängande ledighet per 7 dagars arbete.
	Högst ett kvällspass per personal i veckan.
	Veckorna ska likna varandra i den mån det går.
	Schemat ska variera tiden vid olika stationer.
Robusthetskrav	Beskrivning
	För varje yttre uppgift ska det finnas minst en reserv.
	Reserverna ska vara av rätt kompetens för uppgiften de är reserver till.
	Reserverna ska vara lika fördelade över alla yttre uppgifter.
Övriga krav	Beskrivning
	Personalen ska ha en dag utan yttre uppgifter som tillägnas plocklistan.





## Chapter 2

# The ideal CSTR: the chemostat

In this chapter we study exponential growth, the logistic. . . .

### 2.1 Some simple models of biological growth

#### 2.1.1 Exponential growth

If  $\mu = \text{constant} > 0$ , we get  $X(t) = X_0 e^{\mu t}$ .

#### 2.1.2 The logistic equation

Let us assume that  $\frac{dX}{dt} = \mu \cdot X$ , with  $\mu = \mu(S) = k \cdot S \dots$

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = kSX & (a) \\ \frac{dS}{dt} = -\alpha kSX & (b) \end{cases}$$
$$\frac{dX}{dt} = r\left(1 - \frac{X}{B}\right)X \quad (2.1)$$

An explicit solution to (2.1) is:  $X(t) = \frac{X_0 B}{X_0 + (B - X_0)e^{-rt}}$ , if  $0 < X_0 < B$ . It can be found by separating variables in equation (2.1)

### 2.2 The chemostat

A chemostat is made of two main parts; a nutrient reservoir, and a growth-chamber, reactor, in which the bacteria reproduces.

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \mu(S)X - \overbrace{X \frac{F}{V}}^{\text{new}} \\ \frac{dS}{dt} = -\alpha \mu(S)X - \underbrace{S \frac{F}{V} + S_0 \frac{F}{V}}_{\text{new}} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma\alpha_1 \\ -\frac{1}{\alpha_1} & -\sigma - 1 \end{pmatrix}$$

### The invariant line: conclusions

Model	Monods Chemostat	CSI-CSTR
$\mu$	$\frac{S}{1+S}$	$\frac{S}{1+S+\frac{S^2}{K_I}}$
$\frac{dX}{dt}$	$\alpha_1 \frac{S}{1+S} X - X$	$\alpha_1 \frac{S}{1+S+\frac{S^2}{K_I}} X - X$
$\frac{dS}{dt}$	$-\frac{S}{1+S} X - S + \alpha_2$	$-\frac{S}{1+S+\frac{S^2}{K_I}} X - S + \alpha_2$
XNC	$S = \frac{1}{\alpha_1 - 1}$	$S = \frac{K_I(\alpha_1 - 1)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I(\alpha_1 - 1)}{2}\right)^2 - K_I}$
SNC	$X = \frac{(\alpha_2 - S)(1+S)}{S}$	$X = \frac{(\alpha_2 - S)(1+S+\frac{S^2}{K_I})}{S}$
limit	—	$K_I \rightarrow \infty$

The other three models, the chemostat, the MMI-CSTR and the CPI-CSTR are quite similar in comparison to the CSI-CSTR.

Monods chemostat does not “feel” this inhibition and does not care...

Here is an example of how to cite books in your bibliography. This text will be displayed at the end of chapter two. This is some kind of bibliography, according to [1], we have... And according to [1, 2] we have something else.

# Bibliography

- [1] Lennart Råde, Bertil Westergren, (2001), *Mathematics Handbook for Science and Engineering*, Studentlitteratur, Lund.
- [2] Torkel Glad, Lennart Ljung, (1989), *Reglerteknik grundläggande teori*, Studentlitteratur, Lund.



# Appendix A

## The Linearized stability

### A.1 The Linearization

$F(x)$ , a one-variable function of  $x$  can be Taylor-expanded around a fix  $X$ . We get  $F(X + x) = F(X) + F'(X)x + O(x^2)$ . For small perturbations of  $x$  around  $X$  we get the linearization:  $F(X + x) \approx F(X) + F'(X)x$ , containing only the constant and the linear terms.

For functions of two variables  $F(X + x, S + s)$  and  $G(X + x, S + s)$ :

$$\begin{cases} F(X + x, S + s) = F(X, S) + F'_X(X, S)x + F'_S(X, S)s + O((x + s)^2) \\ G(X + x, S + s) = G(X, S) + G'_X(X, S)x + G'_S(X, S)s + O((x + s)^2) \end{cases}$$

```
function chemostat_inhibited(alpha1, alpha2, xp0, sp0, xc)
%
%chemostat_inhibited Displays a phaseportrait, nullclines
% and an Euler-path of an inhibited Chemostat.
% chemostat_inhibited(alfa1, alfa2, np0, cp0, nc) will run if
% alpha1 > 1/xc, thus there is a reproduction.
% alpha2 > 1/(xc*alpha1-1), thus there is sufficient stock-nutrition.
% xp0 > 0 , you can not have a nonpositive population.
% sp0 > 0 , you can not have a nonpositive concentration.
% xc > 0
%
% The blue arrows represent the vectorfield.
% The black lines are two of the three nullclines.
% The black dotted line is the invariant line (no solution crosses it).
% The red line is an Eulerpath, starting in + and ending in *.
%
% Try the following:
% chemostat_inhibited(5, 3, 0.2, 0.3, 6)
%
% by Per Erik Strandberg, 2003-2004.
%

% Start-condition:
%-----
if ((alpha1>1) & (alpha2>0) & (sp0>0) & (xp0>0) & xc>0),

    if (alpha2<1/(alpha1-1)),
        disp(' ')
        disp (' (HINT: Only the trivial steady state, alpha2 is too small...)')
    else
        disp(' ')
        disp (' (HINT: Two steady states, alpha2 is quite large...)')
    end
end
```

```
% The illegal indata case:
%-----
else
    disp('  chemostat_inhibited.m by Per Erik Strandberg, 2003-2004.')
```

Did not Finish OK. (You used illegal indata.)'

```
    disp(' ')
    disp(' For syntax help type: help chemostat_inhibited .')
```

disp(' ')

```
end
```

## Copyright

The publishers will keep this document online on the Internet - or its possible replacement - for a period of 25 years from the date of publication barring exceptional circumstances. The online availability of the document implies a permanent permission for anyone to read, to download, to print out single copies for your own use and to use it unchanged for any non-commercial research and educational purpose. Subsequent transfers of copyright cannot revoke this permission. All other uses of the document are conditional on the consent of the copyright owner. The publisher has taken technical and administrative measures to assure authenticity, security and accessibility. According to intellectual property law the author has the right to be mentioned when his/her work is accessed as described above and to be protected against infringement. For additional information about the Linköping University Electronic Press and its procedures for publication and for assurance of document integrity, please refer to its WWW home page: <http://www.ep.liu.se/>

## Upphovsrätt

Detta dokument hålls tillgängligt på Internet - eller dess framtida ersättare - under 25 år från publiceringsdatum under förutsättning att inga extraordinära omständigheter uppstår. Tillgång till dokumentet innebär tillstånd för var och en att läsa, ladda ner, skriva ut enstaka kopior för enskilt bruk och att använda det oförändrat för ickekommersiell forskning och för undervisning. Överföring av upphovsrätten vid en senare tidpunkt kan inte upphäva detta tillstånd. All annan användning av dokumentet kräver upphovsmannens medgivande. För att garantera äktheten, säkerheten och tillgängligheten finns det lösningar av teknisk och administrativ art. Upphovsmannens ideella rätt innefattar rätt att bli nämnd som upphovsman i den omfattning som god sed kräver vid användning av dokumentet på ovan beskrivna sätt samt skydd mot att dokumentet ändras eller presenteras i sådan form eller i sådant sammanhang som är kränkande för upphovsmannens litterära eller konstnärliga anseende eller egenart. För ytterligare information om Linköping University Electronic Press se förlagets hemsida <http://www.ep.liu.se/>

© 2016, Claes Arvidson, Emelie Karlsson