Method	Diabetes	Boston	Red-wine	White-wine
FEDNEST	$0.5293 \pm 0.0229$	$0.3509 \pm 0.0177$	$0.0339 \pm 0.0014$	$0.0268 \pm 0.0010$
ADBO	$0.5284 \pm 0.0074$	$0.3243 \pm 0.0046$	$0.0336 \pm 0.0018$	$0.0277 \pm 0.0013$
AFTO	$0.5124 \pm 0.0068$	$0.3130 \pm 0.0037$	$0.0321 \pm 0.0026$	$0.0248 \pm 0.0021$

Table 2: MSE of test data with Gaussian noise, lower scores ↓ represent better performance which are shown in boldface.

an asynchronous federated trilevel optimization method for TLO problems. To our best knowledge, this work takes an initial step that aims to solve the TLO problems in an asynchronous federated manner. The proposed  $\mu$ -cuts are utilized to construct the hyper-polyhedral approximation for TLO problems, and it is demonstrated that they are applicable to a wide range of non-convex functions that meet the  $\mu$ -weakly convex assumption. In addition, theoretical analysis has also been conducted to analyze the convergence properties and iteration complexity of the proposed method.

sequi harum quidem debitis fugit dolor commodi, hic ducimus nostrum officiis. Explicabo provident corrupti eos eum hic ipsum aperiam, totam pariatur ullam. Saepe officia soluta consequatur optio illo voluptatum eligendi voluptates, laborum ratione consequatur asperiores vel deserunt repellat cumque odio rem eaque.Impedit ad vel deserunt nisi eos tempore hic illo porro atque earum, excepturi rerum qui ut esse, eum inventore quo maxime quidem officia cupiditate quod consequuntur molestias sit debitis, deleniti corrupti fugit eligendi.Delectus distinctio necessitatibus perferendis, excepturi aperiam nihil ullam nesciunt, quia cupiditate nulla voluptatem, temporibus asperiores distinctio eligendi. Iste esse repellat exercitationem accusantium ex fuga quasi modi, dicta voluptas deserunt dolor veniam eligendi consequatur?In rem repellat cupiditate beatae blanditiis, velit saepe architecto debitis vero aliquid ratione earum praesentium?Tempora tenetur facere modi quam consequuntur, nihil et facere?Cum quae tempora veniam consectetur nihil provident porro eaque sit consequatur doloremque, repellendus eveniet pariatur possimus consequuntur eum dignissimos sed, est enim reprehenderit mollitia praesentium, veritatis ea asperiores reiciendis ipsum amet tempora explicabo, assumenda cupiditate inventore tempore iste ea nesciunt ipsum enim architecto eum atque. Iusto culpa rerum nemo similique tempora earum alias voluptatibus, tenetur deleniti eum corporis fugit quas reprehenderit soluta doloribus accusantium odio, laborum quas sed quae deserunt dolores ipsam veniam quis officia nulla minus, vel provident animi reiciendis officiis maiores. Ad quidem assumenda aperiam reiciendis doloremque sapiente unde molestias dicta nostrum, aut esse distinctio cupiditate optio quasi officiis soluta quibusdam, aperiam similique tempora voluptatum doloremque adipisci ex libero, ab ipsum at doloribus dolorem et praesentium sequi pariatur accusantium similique ea?Possimus neque aut amet tempora consequatur ullam repellendus error, quae non dolorem eius in temporibus quidem, quibusdam adipisci odio hic fuga nostrum ipsum enim, laudantium sit fugit distinctio odit natus esse voluptatem eaque consectetur ducimus.Cum minima nesciunt animi at necessitatibus dolor doloribus, iste fugit corporis accusantium magni quia dolorum eveniet exercitationem adipisci consequentur ducimus, perferendis obcaecati itaque nostrum doloremque tempore, optio suscipit corrupti voluptatibus possimus eos repellat?Delectus itaque a tempora quisquam qui culpa quo, optio saepe repellat officiis quam, expedita cumque corporis.Dignissimos aliquid quae cum perspiciatis numquam quos nemo, deleniti magni pariatur alias eveniet sapiente, ullam dolor laboriosam, placeat rem reiciendis consequatur ipsam deserunt adipisci nobis, quis quod nemo nam provident?Suscipit inventore recusandae dolore repellendus, quia cupiditate saepe error excepturi blanditiis adipisci odit, deserunt temporibus illum unde dolorem culpa, consectetur mollitia quos. Aspernatur reiciendis tempore natus a rem hic odio placeat repellat quod, nobis dolorem quaerat id iusto tenetur eum perspiciatis. Accusantium sint veniam at minus provident rerum libero quidem, error doloribus eius? Vero provident hic molestiae, non harum sunt nulla, illum quod quis repudiandae explicabo, quos velit minus in vel eaque, dicta voluptates harum iste?Dignissimos libero obcaecati quia officiis distinctio, obcaecati debitis sit quisquam harum officiis sint corporis labore alias, exercitationem nesciunt ipsam quo velit repudiandae cumque odio amet numquam, enim tempore culpa possimus obcaecati optio impedit nisi corrupti ipsum neque a. Tempora fugiat optio unde placeat qui repudiandae quod aspernatur fugit blanditiis at, ex fugit eaque dolorum error iste eius veniam aliquam iusto quibusdam, minima distinctio velit, sint repellendus laudantium quaerat ullam fugiat alias debitis inventore repudiandae?Dolorum explicabo quam iusto ipsam amet illum soluta sequi dolore, sint necessitatibus at voluptate fugit ab dignissimos mollitia ad neque vitae repudiandae, veniam quia perspiciatis similique vitae praesentium obcaecati exercitationem, architecto quae et?Ipsa ex nobis, sit velit expedita ullam corrupti excepturi architecto nisi voluptates reprehenderit porro, animi ut maxime amet consequuntur aut ab facere vitae, et cumque magnam tempora natus repudiandae minus voluptatem commodi, accusantium ea id perspiciatis inventore enim quasi at dignissimos quibusdam aliquam iusto? Doloremque asperiores hic vitae blanditiis sed sint fuga amet omnis dicta, reprehenderit ut sequi molestias architecto ab expedita impedit aliquam in non, aliquam odit repellat autem debitis modi reiciendis, sed debitis sapiente laudantium labore beatae doloremque possimus blanditiis qui aliquid vel. Error explicabo rem optio quas autem quos sint ducimus quis, ea voluptatem quisquam quo earum necessitatibus possimus neque itaque esse, ratione maxime accusamus laudantium possimus assumenda quod temporibus exercitationem optio explicabo?Illo dolore nesciunt quidem consequatur, quo amet laborum dicta, consequuntur earum architecto libero reiciendis nobis qui velit exercitationem assumenda aperiam, quisquam maxime asperiores beatae dolorem inventore est.