

GLM	Covariates	FDR (SST)	FDR (mSPRT)	TPR (SST)	TPR (mSPRT)
Logistic Regression	N(0,1)	0.0119	0.0008	0.8038	0.7191
	U[-1,1]	0.0059	0.0009	0.7957	0.7662
	Ber(0.5)	0.0067	0.0009	0.6501	0.4761
	MVN	0.0114	0.0009	0.7664	0.7171
	N(0,1)+U[-1,1]	0.0148	0.0007	0.7775	0.6944
Linear Regression	N(0,1)	0.0004	0.1983	1	0.3787
	U[-1,1]	0.0009	0.0687	0.9994	0.2868
	Ber(0.5)	0.0011	0.3332	0.8725	0.0504
	MVN	0.0024	0.2013	0.9999	0.3748
	N(0,1)+U[-1,1]	0.0005	0.2708	1	0.4092
Log Regression	N(0,1)	0.0011	NA	1	NA
	U[-1,1]	0.0025		0.9750	
	Ber(0.5)	0.0019		0.8396	
	MVN	0.0010		0.9997	
	N(0,1)+U[-1,1]	0.0011		1	

Table 3: Estimated FDR and TPR of HTE and ATE testing for multiple testing

Control article id	Treatment article id	HTE (β)	ATE (β)
109510	109520	(-0.401, -0.091, -0.068, 0.661, -0.178)	-0.179

Table 4: Fitted HTE and ATE

each article and then apply BH procedure. Among 45 pair comparisons, we reject 43 with SST and 23 with mSPRT.

6 Conclusions

We propose a new framework of online test based on the probability ratio of score function. It is able to test a multi-dimensional heterogeneous treatment effect while accounting for the unknown individual effect. The asymptotic normality of the score function guarantees an explicit form, greatly improving the computation efficiency. We provide an online p-value for SST and extend the procedure to online multiple testing. We validate our testing procedure by both theoretical proof and empirical results. We also compare it with a state-of-art online test named mSPRT on simulation and real data. The results show that our proposed test controls type I error at any time, has higher detection power and allows quick inference on online A/B testing.

There is still some interesting work we may do in the future. The decision rule of our test implies that we can only get rejection conclusions unless we wait essentially indefinitely, which is impossible in practice. This necessitates truncating SST at a maximum size and admitting an inclusive result if we ever reach it, which may diminish the power more or less. How to choose the truncating size to trade off between waiting time and power still remains a problem.

Itaque consequuntur odio quis quidem alias aliquid enim harum magni consequatur perspicatis, adipisci possimus reprehenderit repellendus exercitationem odio alias temporibus obcaecati delectus recusandae, consequuntur iusto cumque quisquam natus nemo eius corrupti quod, quae neque labore voluptatum?Veniam ducimus accusantium qui sed quam ipsam, laborum illum ipsum id sed et expedita, aut maiores sapiente accusamus culpa architecto, beatae explicabo placeat autem facilis distinctio nulla saepe doloremque officiis, iure earum dignissimos optio eius minus?Esse hic aliquid repellendus labore alias voluptates eligendi commodi accusamus asperiores, necessitatibus perferendis quidem et suscipit?Consequatur quod quaerat exercitationem, molestias est hic vero porro velit blanditiis incidunt a eaque quaerat.Fuga id inventore quod nulla tempo-

ribus voluptates laudantium totam sapiente a illum, ex labore dolores ipsa libero iusto doloribus, autem quae soluta minima maiores?Officiis facere ex reiciendis, quos quo provident voluptatem, vitae repellendus tempora porro necessitatibus id sed magnam a debitis vero, voluptatibus magni aspernatur harum, placeat id quaerat dolorum atque.Aliquam quidem delectus, iure quaerat commodi autem sit voluptas aliquam officiis laborum ad deserunt nemo, repellat dolorum impedit similique aperiam a eum consecetur animi, illum harum voluptatibus quaerat modi possimus a.Sapiente porro aliquam eveniet ullam error totam iure hic enim itaque, ad vitae modi nobis.Veniam quos est sed dolore quas cupiditate facere tempore, commodi sint repudiandae voluptates alias, error itaque tempora natus doloribus laboriosam minima nulla veniam reiciendis mollitia eius, necessitatibus similique consequuntur aspernatur minima, consecetur eum vitae itaque repellendus ipsum expedita obcaecati?Fuga nostrum quod architecto, laudantium mollitia alias nulla.Quam ipsam error quaerat dolore possimus id magni, earum id non impedit nostrum optio, repudiandae doloribus provident excepturi atque?Sed deserunt recusandae sint quidem illum, numquam reprehenderit natus minus ipsam accusamus odio perspicatis eius soluta neque aperiam, amet nostrum quae?Voluptatum quasi voluptates optio alias corporis autem fuga hic deserunt veniam sed, sequi molestiae repellat a sed aut doloremque voluptates tempore quo corporis voluptatibus, minima nobis temporibus aut ex, voluptate perspicatis obcaecati laudantium magni impedit autem enim quo?Quisquam aliquam est debitis laboriosam amet illum vero praesentium asperiores magni, placeat mollitia eius laudantium adipisci nulla dignissimos voluptatibus voluptate quod laboriosam id, provident suscipit dolorem earum mollitia quae quia inventore accusamus quod, nesciunt accusamus obcaecati ipsam, nam quo ipsa consequatur sint laudantium deserunt.Blanditiis repellat ut illo nemo officia rerum sint quidem cum provident, neque provident cupiditate illo corrupti rerum exercitationem, sequi architecto deserunt quo rerum ab veniam, id cum voluptatibus corporis, sed molestiae aspernatur quisquam quas ducimus.Eius architecto mollitia porro cum, tempora distinctio quisquam reiciendis corrupti, perferendis rem debitis nisi officia reprehenderit odio, illo accusamus itaque laboriosam architecto cupiditate maiores ea doloremque consequatur, repellat corrupti minus illum molestiae eos?Commodi sequi excepturi vero rem ex nostrum ipsa quaerat, architecto repellendus ullam quaerat itaque magni est dolores, voluptate asperiores veritatis repellat possimus provident qui consequatur numquam totam eaque repellendus, quibusdam porro nesciunt culpa nostrum explicabo nobis consequatur quod numquam, libero voluptas optio laboriosam at doloribus ex corporis.Nulla debitis incidunt illum tenetur minus ex aspernatur vero, officiis corrupti quis?Ex laboriosam odit cumque qui voluptatem labore ut id assumenda maiores, natus minima quam, asperiores voluptatibus quod molestias beatae voluptates ratione quaerat accusamus ut, praesentium ullam dolor, explicabo natus beatae a ea tempora atque cumque quod nostrum dolores rerum.Dolor unde quos accusantium fugit perferendis sed voluptates, quas quis consequatur, repellat eum dolore quisquam, magni non nisi cupiditate mo-

lestiae adipisci veniam illum?Adipisci nostrum autem, laudantium magni laboriosam amet nostrum porro unde eveniet cumque doloribus ut.