

Assignment5

1.b

צ"ל: $(pipe\$ fs cont) = (cont (pipe fs))$

טענה: $(pipe\$ fs cont) = (cont(pipe fs))$

נוכיח באינדוקציה על גודל הרשימה:

בסיס האינדוקציה: $n=0$:

$$a - e[(pipe\$ '() cont)] ==> a - e[cont('())] = a - e[cont(pipe '())]$$

הנחת האינדוקציה: הטענה מתקיימת לכל $i \leq k$ כלומר עבור f_i רשימה בגודל i :

$$(pipe\$ f_i cont) = (cont (pipe f_i))$$

צעד האינדוקציה: יהי $n = k + 1, k \in N$ אזי:

$$a - e[(pipe\$ f_n cont)] ==> *$$

$$a - e[(pipe\$ (cdr f_n) (lambda (res) (compose$(res (car f_n) cont))))] ==> *$$

מהנחת האינדוקציה, נקבל:

$$a - e[(lambda (res) compose$(res f_1 cont))(pipe (cdr f_n))] ==> *$$

מכך ש- $compose$ שווה ערך ל- $compose$ (טענת עזר בהמשך):

$$\begin{aligned} a - e[(lambda(res)(cont(compose res f_1)))(pipe (cdr f_n))] &= \\ = a - e[(cont(compose (pipe (cdr f_n)) f_1))] &= \end{aligned}$$

מהגדרת $compose$:

$$\begin{aligned} &= a - e[(cont((pipe (cdr f_n) f_1)))] = \\ (pipe מהגדרת) &= a - e[(cont(pipe (f_n)))] \end{aligned}$$

המשך בעמוד הבא

כעת נוכיח טענת עזר:

We will prove that $compose\$ (f\ g\ cont) = cont (compose (f\ g))$:

Suppose:

for procedures f , g , $f\$$ and $g\$$ are the equivalent CPS procedures.

Proof:

$$\begin{aligned} & ((compose\$ g\$ f\$ cont1)x cont2) \\ &= ((lambda(g\$ f\$ cont1)(cont1 (lambda(x c) (f\$ x (lambda(res)(g\$ res c)))))) x cont2) \end{aligned}$$

Since we assumed $f\$$ and $g\$$ are the equivalent CPS procedures:

$$\begin{aligned} & (f\$ x (lambda(res)(g\$ res c))) = ((lambda(res)(g\$ res c))(f x) = (g\$ (f x) c)) \\ &= (c (g (f x))) \Rightarrow \\ & ((compose\$ g\$ f\$ cont1)x cont2) \\ &= \left(lambda(g\$ f\$ cont1) \left(cont1 \left(lambda(x c) \left(c (g (f x)) \right) \right) \right) \right) = \\ & (cont1 (lambda(x c) (c(g (f x)))) \end{aligned}$$

2.a

נאמר כי שתי רשימות עצלות $l1$ ו- $l2$ הן שוות אם:
לכל n מתקיים כי האיבר במקום ה- n של $l1$ ו- $l2$ שווים.

2.b

נוכיח באינדוקציה על i המייצג את האיבר במיקום ה- i ברשימות:

בסיס עבור $i=1$:

לפי הגדרת $fib1$ מתקיים כי יוחזר האיבר הראשון 0 (head)

לפי הגדרת $fib2$ מתקיים כי יוחזר האיבר הראשון 0 (head) – נשים לב כי פונקציה זו

מוגדרת על ידי הזוג $(0, lambda()...)$ ואכן האיבר הראשון הוא 0 .

לכן מתקיים לפי ההגדרה כי לכל $i \leq 1$ האיבר במקום ה- 1 של $l1$ ו- $l2$, לכן

$l1$ ו- $l2$ שוות.

בסיס עבור $i=2$:

עבור $fib1$ ניתן לראות כי יופעל ה- $tail$ אשר יחזיר את ה- $closure$ שנוצר על ידי

$lambda n$.

ב- $closure$ זה מתבצע החישוב של 0 ועוד 1 ששניהם התקבלו כפרמטר להפעלה ראשונית

והפעם יוגדר 1 להיות ה- $head$.

עבור fib2 יופעל ה- tail שהוא זוג שהאיבר הראשון שלו הוא 1 והאיבר השני הוא פונקציית המשך. לכן גם כאן מוגדר 1 להיות ראש הזוג, כנדרש.

הנחה:

נניח כי מתקיים לכל $i < k$ כי האיבר במקום ה- k של $Lzl-1$ ו של $Lzl-2$ שווה.

צעד: נראה עבור $i > 2$.

נתבונן ב $fib1$: תהליך החישוב של האיבר ה- i בסדרה התקבל כך:
ראשית חושבו בתהליך האיברים במיקום $i-1, i-2$. נתבונן בשלב החישוב של i :
 $((\lambda (i-2, i-1) (\text{cons-lzl } i-2 (\lambda () (\text{fibgen } i-1 (i))))))$
נשים לב כי לאחר שתי איטרציות יופיע i כאיבר הראשון בזוג החדשה:

$(i, \lambda () \dots)$

לפי הנחת האינדוקציה מתקיים כי האיברים במיקום $i-1$ ו $i-2$ ברשימה $fib1$ שווים לאיברים במיקום אלו ברשימה $fib2$. לכן, כיוון שהראינו כי i מתקבל מסכום האיברים במיקום זה, כל מה שעלינו להראות הוא שגם ב- $fib2$ זה קורה.

נתבונן ב $fib2$: נתבונן באופן פעולת הפונקציה על האיבר ה- $i-1$ עד שנגיע לאיבר i ונראה כי i מתקבל מהסכום הנדרש.

בשלב בו נוצר $i-1$ המצב של הרשימות הוא כזה (בהתבסס על נכונות הפונקציה):

$Lzl1 : \text{cons}(i-2, \lambda () \dots)$

$Lzl2 : \text{cons}(i-1, \lambda () \dots)$

באיטרציה הבאה יקרה התהליך הבא:

- Lambda של הפונקציה lz-lst-add תקבל כפרמטר את שתי הרשימות
- יוגדר בפונקציה הזוג $(i-1+i-2, \lambda () \dots)$

ואכן קיבלנו כי האיבר ה- i התקבל מהסכום הנדרש ולכן בשתי הרשימות מתקיים כי האיבר במקום זה שווה.
כנדרש.

3.1

a. unify[$p(v(d(M), M, ntuf3), X)$,
 $p(v(d(B), v(B, ntuf3), KtM))$]

$S = \{\}$

$A * S = p(v(d(M), M, ntuf3), X)$,

$B * S = p(v(d(B), v(B, ntuf3), KtM))$

FAIL: v has different structure- takes: three arguments in A, two arguments in B

3.2

b. unify[$n(d(D), D, d, k, n(N), K)$,
 $n(d(d), D, d, k, n(N), d)$]

$S = \{\}$

$A * S = n(d(D), D, d, k, n(N), K)$

$B * S = n(d(d), D, d, k, n(N), d)$

$S = S * \{D=d\} = \{D=d\}$

$A * S = n(d(d), d, d, k, n(N), K)$

$B * S = n(d(d), d, d, k, n(N), d)$

$S = S * \{K=d\} = \{D=d, K=d\}$

$A * S = n(d(d), d, d, k, n(N), d)$

$B * S = n(d(d), d, d, k, n(N), d)$

$\Rightarrow S = \{D=d, K=d\}$

