

6a) $M = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{fra} \\ A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.75 & 0 & 1/3 \\ 0.25 & 2/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \end{matrix}$

b) En matrise er regulær dersom det finnes en $k \geq 1$ slik at hvert element i matrisen er større enn null.

$k=2$

$$M^2 = \begin{bmatrix} 3/4 & 0 & 1/3 \\ 1/4 & 2/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3/4 & 0 & 1/3 \\ 1/4 & 2/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3/4)^2 & (1/3)^2 & (3/4)(1/3) \\ (1/4)(3/4) & (2/3)(2/3) & (1/3)(2/3) \\ (1/3)(3/4) & (1/3)(2/3) & (1/3)(1/3) \end{bmatrix} \leftarrow \text{alle elementer større enn null.}$$

Derved er M regulær.

c) $M^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27/48 \\ 17/48 \\ 4/48 \end{bmatrix}$ Sannsynligheten for at S ligger i tilstanden B er $17/48$, eller $\approx 35.42\%$

2 ~~5~~ server er ~~mikroservere~~

d) Et sekund betyr M^{1000} . Dette kan estimeres ved å finne likvektssvektoren.

Først må vi benytte matrisens egenverd: $\lambda = 1$ og sine egenvektorer.

$$M - I_3 = \begin{bmatrix} -1/4 & 0 & 1/3 \\ 1/4 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & -2/3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1/4 & 0 & 1/3 \\ 1/4 & 0 & -1/3 \\ 0 & 1/3 & -2/3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1/4 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & -2/3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4/3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ Som gir vektoren } \begin{bmatrix} 4/3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ Likvektssvektor}$$

Summen er $4/3 + 2 + 1 = 13/3$ For å lage en sannsynlighetsvektor: $\frac{3}{13} \begin{bmatrix} 4/3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4/13 \\ 6/13 \\ 3/13 \end{bmatrix}$

Det er mest sannsynlig at S er i tilstand B.