南京大学人工智能学院
SCHOOL OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE, NANJING UNIVERSITY

第四部分：多Agent决策

章宗长

2023年4月25日

内容安排

分配稀缺资源

- 拍卖及其分类
- **单件商品的拍卖**
- 组合拍卖

第一价格秘密出价拍卖

- 第一价格秘密出价拍卖是第一价格、秘密出价、一轮拍卖：
  - 拍卖只有一轮，在这一轮中，买方向卖方提交竞拍商品的出价，没有后续的竞标轮次，商品分配给出最高价的Agent
  - 中标者按出价的最高出价支付
    - 其他Agent没有机会为这个商品开出更高的价格
- 最高出价和第二高出价之差是中标者多支付的金钱
  - 比第二高出价多出很少一点，仍然可以拍到商品

第一价格秘密出价拍卖（续）

- Agent可以采取的最好策略
  - 以低于真正价值加价
  - 低多少取决于其他Agent的出价——没有一般的解答

- 各国政府通常使用这种方式来出售国债
- 房地产也可以通过这种方式出售（例如在苏格兰）

维克里（Vickrey）拍卖

William S. Vickrey
(1914 – 1996)

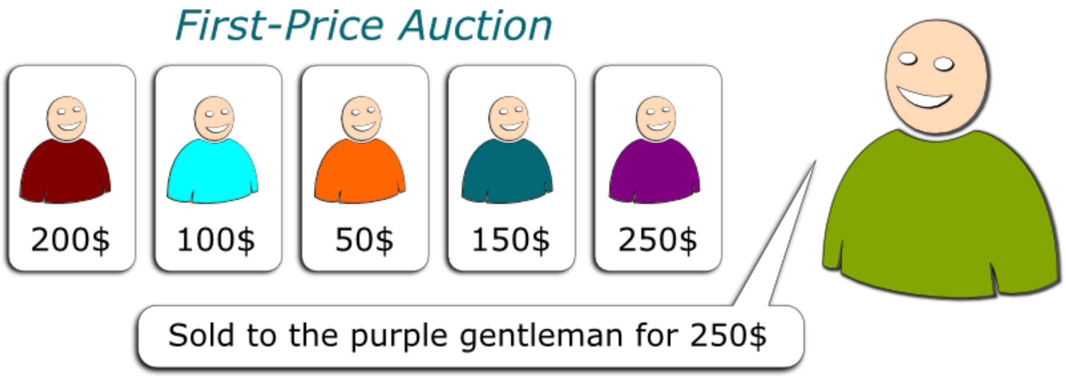
- 维克里拍卖是第二价格、秘密出价、一轮拍卖：
  - 拍卖只有一轮，在这一轮中，买方向卖方提交竞拍商品的出价，没有后续的竞标轮次，商品分配给出最高价的Agent
  - 中标者按出价的**最二高**出价支付

看似奇怪，其实设计巧妙！

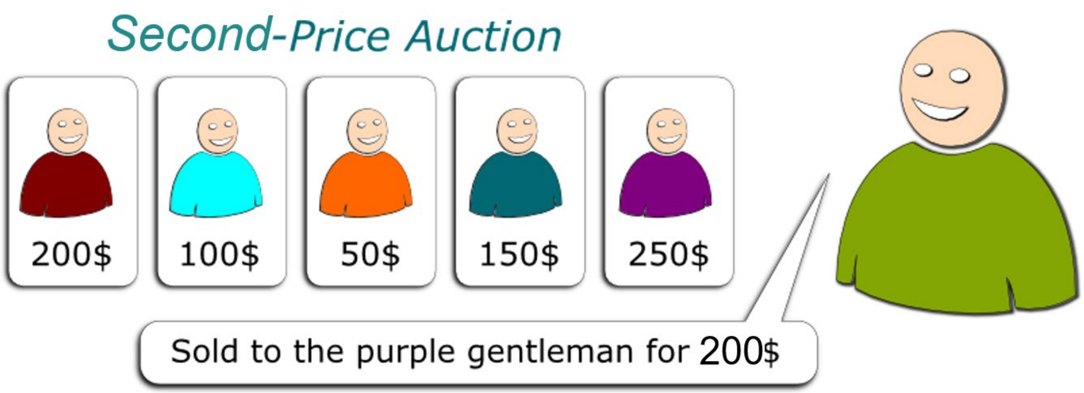
例：对某一商品进行维克里拍卖，最高出价由Agent *i*给出，出价9美元，第二高出价由Agent *j*给出，出价8美元，那么Agent *i*赢得这次拍卖并被分配该商品，但是它只需要支付8美元

第一价格秘密出价拍卖 vs. 维克里拍卖

- 第一价格秘密出价拍卖是第一价格、秘密出价、一轮拍卖



- 维克里拍卖是第二价格、秘密出价、一轮拍卖



维克里拍卖（续）

- 买方的优势策略：以真实的估价出价（诚实出价）

- 假设出价高于估计价值
  - 可能会中标
  - 如果这样做的话，可能要以高于自己相信的商品价值支付
  - 不够明智的做法
- 假设出价低于估计价值
  - 成功的机会更少
  - 即使中了，还是付出一样的代价
  - 同样不够明智

证明：诚实出价是优势策略

- 设v_i是某个商品对Agent i的价值，b_i是Agent i的出价
  - Agent i的收益为

$$p_i = \begin{cases} v_i - max_{j\neq i} b_j & \text{if } b_i > max_{j\neq i} b_j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

不妨设在$\max_{j\neq i} b_j = b_i$时，Agent i不中标

- 假设Agent i的出价$b_i > v_i$ (即过高出价)
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j < v_i$，那么无论是否诚实出价，都会中标
    - 因此，诚实出价的竞标策略和过高出价的策略获得同等收益
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j = v_i$，那么两种策略的收益相同
    - 诚实出价不中标，收益为0；过高出价中标，收益为0
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j \geq b_i$，那么无论是否诚实出价，都中不了
    - 同样，两种策略的收益相等
  - 如果$v_i < \max_{j\neq i} b_j < b_i$，那么过高出价将中标，但收益是负的，而诚实的策略的收益为0

结论：过高出价不如诚实出价

证明：诚实出价是优势策略（续）

- 设v_i是某个商品对Agent i的价值，b_i是Agent i的出价
  - Agent i的收益为

$$p_i = \begin{cases} v_i - max_{j\neq i} b_j & \text{if } b_i > max_{j\neq i} b_j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

不妨设在$\max_{j\neq i} b_j = b_i$时，Agent i不中标

- 假设Agent i的出价$b_i < v_i$ (即过低出价)
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j \geq v_i$，那么无论是否诚实出价，都中不了
    - 因此，诚实出价的竞标策略和过低出价的策略获得同等收益
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j < b_i$，那么无论是否诚实出价，都能中标
    - 同样，两种策略的收益相等
  - 如果$b_i \leq \max_{j\neq i} b_j < v_i$，那么诚实出价将中标，收益是正的，而出价过低的收益为0

结论：过低出价不如诚实出价

维克里拍卖（续）

- 维克里拍卖在人类拍卖中没有广泛使用
  - 最重要的原因可能是人们常常发现维克里拍卖的机制很难理解
- 维克里拍卖会使反社会行为成为可能

例：假设你希望得到某商品并且自己估价为90美元，但是，你知道有其他Agent也想得到它并且估价为100美元。你可能想要“惩罚”一下获胜的对手，应该怎么做呢？

出价99美元而不是90美元，你仍然会把这个商品输给对手——但是他要多支付9美元

这种行为在商业环境下可能出现

串通（Collusion）

- 前面讨论的4种类型的拍卖对串通都没有免疫力
- 买方串通：由所有参与竞标Agent组成的大联盟可以事先串通
  - 报出人为的低价格
  - 买方可以得到商品真实的价值
  - 获利分享

- 卖方说谎：拍卖者设置伪造的买方（串通的同伙）
  - 伪造的买方可以在公开出价中人为地抬高投标价格
  - 会造成“赢家诅咒”的问题

串通：威胁计算机科学研究的诚实性

- 同行评审中可能普遍存在却无人道破的学术道德乱象：论文作者串通一气，不择手段使自己的论文被接收

Michael L. Littman. Collusion Rings Threaten the Integrity of Computer Science. Communications of the ACM, 64(6): 43-44, 2021

分配稀缺资源

- 拍卖及其分类
- 单件商品的拍卖
- **组合拍卖**

组合拍卖

- 组合拍卖：针对多件商品（bundles of goods）的拍卖

例：考虑拍卖不同服务的频谱使用许可证。一家通信公司要购买一些服务的频谱使用许可证，对于它而言，最有价值的频谱是有着相同带宽的频谱。因为这样做可以使得它在提供不同服务时不用切换带宽而花费最小。

价值函数及属性

- $\mathcal{Z} = \{z_1, \dots, z_m\}$：一组要拍卖的商品
- 给定一组Agent：$Ag = \{1, \dots, n\}$，使用价值函数v_i来表示Agent i的偏好：

$$v_i: 2^{\mathcal{Z}} \mapsto R$$

$v_i(Z)$表明一些商品$Z \subseteq \mathcal{Z}$对Agent i有多少价值

- 归一化（normalization）属性：如果$v_i(\emptyset) = 0$，则Agent i的价值函数是归一化的
- 免费处置（free disposal）属性：如果$Z_1 \subseteq Z_2$，则$v_i(Z_1) \leq v_i(Z_2)$
  - Agent i不会因为拥有更多的商品而变差

商品分配

- 将商品分配给一组Agent
  - 不要求所有的商品都被分配
  - 用$Z_1, \ldots, Z_n$表示一个分配，其中$Z_i \subseteq \mathcal{Z}$表示Agent i的分配到的商品集合
  - 对于所有的$i, j \in Ag$并且$i \neq j$，有$Z_i \cap Z_j = \emptyset$
    - 即，不会把同一件商品分配给一个以上的Agent
- $alloc(\mathcal{Z}, Ag)$：把一组商品$\mathcal{Z}$分配给一组Agent（Ag）的所有可能的分配构成的集合
- 如何从$alloc(\mathcal{Z}, Ag)$中选出一个分配？
  - 一种自然的分配方式：最大化社会福利

最大化社会福利

组合拍卖=拍卖+组合优化

- 可以把组合拍卖看作是一种类型的社会选择机制，其结果与商品的分配方式有关
- 定义社会福利函数为：

$$sw(\underbrace{Z_1,\ldots,Z_n}_{\text{一组分配}},\underbrace{v_1,\ldots,v_n}_{\text{一组价值}})=\sum_{i=1}^{n}v_i(Z_i)$$

- 赢家判定问题：给定一组商品$\mathcal{Z}$和一组价值函数$v_1,\ldots,v_n$，如何找到一个分配$Z_1^*,\ldots,Z_n^*$使得sw最大：

$$Z_1^*,\ldots,Z_n^*=\underset{Z_1,\ldots,Z_n\in alloc(\mathcal{Z},Ag)}{\arg\max}\ sw(Z_1,\ldots,Z_n,v_1,\ldots,v_n)$$

赢者判定（Winner Determination）问题

怎样找到一个最大化社会福利的分配呢？

- 提醒：我们无法获得每个Agent的价值函数v_i

一种简单的机制：

- 让每个Agent宣布其价值：$\hat{v}_i$
  - 这个价值是每个Agent说出来的，但不见得是真实的，因为Agent可能说谎！
- 然后从所有可能的分配中找出最佳分配

$$Z_1^*, \ldots, Z_n^* = \arg \max_{(Z_1,\ldots,Z_n) \in alloc(\mathcal{Z}, Ag)} sw(Z_1, \ldots, Z_n, \hat{v}_1, \ldots, \hat{v}_n)$$

- 按该分配把商品集合$\mathcal{Z}$分配给所有$i \in Ag$

上述机制存在什么问题?

- 策略性操纵：Agent可以通过谎报一组商品对于它的真实价值来获利
- 表示复杂度：如果用表格的形式列出每个可能的商品集合和对应的价值，那么这个表格的长度会随商品数量呈指数级增长

  例：考虑频谱使用许可证的拍卖。如果有1122个不同的许可证，每个买家的不同的商品集合数量2^{1122}

- 计算复杂度：赢家判定是一个组合优化问题，即使在严格的假设条件下，该问题仍然是NP-难问题

出价语言（Bidding Language）

- 回顾：在形成联盟中，用诱导子图、边际贡献网表示价值函数
- 在拍卖中，把价值函数的表示称为出价语言
- 常见的出价语言：
  - 或出价（or bid）
  - 异或出价（exclusive or bid, XOR bid）

让买方只在他们想获得的商品组合上构建价值函数

- 原子出价β：一个二元组(Z, p)，其中$Z \subseteq \mathcal{Z}$
  - 如果$Z \subseteq Z'$，则称集合Z'满足出价(Z, p)
  - 换句话说，如果一个商品集合至少包含一个出价中的内容，则称它满足该出价

出价语言（续）

- 例：如果我的原子出价为$(\{a,b\},4)$，则
  - $\{a,b,c\}$满足我的原子出价，因为$\{a,b\}\subseteq\{a,b,c\}$
  - $\{b,d\}$不满足我的原子出价，因为$\{a,b\}\nsubseteq\{b,d\}$
- 使用原子出价定义价值函数：

$$v_\beta(Z') = \begin{cases} p & \text{if } Z' \text{ satisfies } (Z,p) \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- 单使用原子出价无法表达非常有趣的价值函数
  - 解决办法：使用由逻辑连接符派生的操作符（XOR、OR）

异或（XOR）出价

- 一个异或出价

$$\beta = (Z_1, p_1)\ XOR \ldots XOR\ (Z_k, p_k)$$

定义了一个价值函数v_β：

$$v_\beta(Z') = \begin{cases} 0 & \text{if } Z' \text{ does not satisfy any } (Z_i, p_i) \\ \max\{p_i | Z_i \subseteq Z'\} & \text{otherwise} \end{cases}$$

- 使用异或出价，Agent最多支付出价集合中k个出价的一个
  - 如果Z'不满足任何出价(Z_i, p_i)，则不支付
  - 否则，支付所满足的出价集合中最高的价格

- 一个异或出价的例子：

$$\beta_1 = (\{a,b\},3)\ XOR\ (\{c,d\},5)$$

定义了一个价值函数v_β：

$$v_{\beta_1}(\{a\}) = 0$$
$$v_{\beta_1}(\{b\}) = 0$$
$$v_{\beta_1}(\{a,b\}) = 3$$
$$v_{\beta_1}(\{c,d\}) = 5$$
$$v_{\beta_1}(\{a,b,c,d\}) = 5$$

我将为包含a和b但不包含c和d的商品集合支付3；
对于包含c和d但不包含a和b的商品集合，我将支付5；
对于包含a、b、c和d的商品集合，我将支付5。

- 异或出价能表达定义在一组商品上的任何价值函数
  - 需要原子出价的数量可能是$O(c^{|Z|})$，$|Z|$表示商品数量
  - 商品集合Z的价值函数$v_\beta(Z)$可以在多项式时间内计算得到

或（OR）出价

- 使用OR出价，我们准备支付多个商品集合
- 一个或出价

$$\beta = (Z_1, p_1)\ OR \ldots OR\ (Z_k, p_k)$$

定义了一个价值函数$v_\beta(Z') = \sum_{(Z_j,p_j)\in W} p_j$

- 其中，W是同时满足如下规则的一个原子出价的集合：
  - Z'满足W中的每一个原子出价
  - 每个商品至多出现在W的一个原子出价对应的商品集合中
    - 即对于所有不相等的i、j，有$Z_i \cap Z_j = \emptyset$
  - 没有更好的满足以上条件的W'：$\sum_{(Z_i,p_i)\in W'} p_i > \sum_{(Z_j,p_j)\in W} p_j$

异或出价 vs 或出价

- 异或出价的例子：

$$\beta_1 = (\{a,b\},3)\ XOR\ (\{c,d\},5)$$

定义了一个价值函数v_β：

$$v_{\beta_1}(\{a\}) = 0$$
$$v_{\beta_1}(\{b\}) = 0$$
$$v_{\beta_1}(\{a,b\}) = 3$$
$$v_{\beta_1}(\{c,d\}) = 5$$
$$v_{\beta_1}(\{a,b,c,d\}) = 5$$

对于包含a、b、c和d的商品集合，我将支付5

- 或出价的例子：

$$\beta_1 = (\{a,b\},3)\ OR\ (\{c,d\},5)$$

定义了一个价值函数v_β：

$$v_{\beta_1}(\{a\}) = 0$$
$$v_{\beta_1}(\{b\}) = 0$$
$$v_{\beta_1}(\{a,b\}) = 3$$
$$v_{\beta_1}(\{c,d\}) = 5$$
$$v_{\beta_1}(\{a,b,c,d\}) = 8$$

对于包含a、b、c和d的商品集合，我将支付8

或出价的另一个例子

- 考虑一个或出价

$$\beta_3 = (\{e, f, g\}, 4)\ OR\ (\{f, g\}, 1)\ OR\ (\{e\}, 3) OR\ (\{c, d\}, 4)$$

- 由此可以得到：

$$\begin{aligned}
v_{\beta_3}(\{e\}) &= 3 \\
v_{\beta_3}(\{e, f\}) &= 3 \\
v_{\beta_3}(\{e, f, g\}) &= 4 \\
v_{\beta_3}(\{b, c, d, f, g\}) &= 4 + 1 = 5 \\
v_{\beta_3}(\{a, b, c, d, e, f, g\}) &= 4 + 4 = 8 \\
v_{\beta_3}(\{c, d, e\}) &= 4 + 3 = 7
\end{aligned}$$

为集合W中的每个原子出价对应的商品集合支付

或出价（续）

- 与异或出价相比，或出价的表达能力更弱
  - 一些价值函数无法使用或出价表达出来

    例：
    $v_\beta(\{a\}) = 1, v_\beta(\{b\}) = 1, v_\beta(\{a,b\}) = 1$

  - 但是，在一些情形中，或出价比异或出价在表达上要简洁很多
- 或出价还受到计算复杂度的困扰
  - 给定一个或出价β和一个商品集合Z，计算$v_\beta(Z)$是NP-难的

赢家判定问题

- 赢家判定问题：给定一组商品$\mathcal{Z}$和一组价值函数$v_1, \ldots, v_n$，如何找到一个分配$Z_1^*, \ldots, Z_n^*$使得sw最大：

$$Z_1^*, \ldots, Z_n^* = \underset{Z_1,\ldots,Z_n \in alloc(\mathcal{Z}, Ag)}{\arg\max} sw(Z_1, \ldots, Z_n, v_1, \ldots, v_n)$$

其中，社会福利函数$sw(Z_1, \ldots, Z_n, v_1, \ldots, v_n) = \sum_{i=1}^{n} v_i(Z_i)$

- 可以将其编码为整数线性规划问题：

$$\text{maximize} \quad \sum_{i \in Ag,\, Z \subseteq \mathcal{Z}} x_{i,Z} v_i(Z)$$

如果分配给Agent i商品集合Z，则变量$x_{i,Z}$为1，否则$x_{i,Z}$为0

$$\text{subject to constraints} \quad \sum_{i \in Ag,\, Z \subseteq \mathcal{Z} | z \in Z} x_{i,Z} \le 1 \quad \text{for all } z \in \mathcal{Z}$$

每一个商品最多被分配一次

$$\sum_{Z \subseteq \mathcal{Z}} x_{i,Z} \le 1 \quad \text{for all } i \in Ag$$

每一个Agent最多被分配一个商品集合

$$x_{i,Z} \ge 0 \quad \text{for all } i \in Ag, Z \subseteq \mathcal{Z}.$$

变量$x_{i,Z}$必须大于等于0

NP-难的原因：变量$x_{i,Z}$的数量可能很庞大！

赢家判定问题（续）

- 精确求解方法：将赢家判定问题编码为整数线性规划问题，然后用整数线性规划求解器进行求解
  - 在很多情形中，有很好的性能
  - 在最坏的情形中，问题是NP-难的

- 近似求解方法：性能上更高效，但是不一定能找到最优分配
  - 很少方法能保证找到的解的质量
  - 启发式方法：如贪心算法，先找满足要求的最高出价，然后找满足要求的第二高出价，以此类推

Vickrey-Clarke-Groves（VCG）机制

- 如果使用前面提及的简单机制，组合拍卖容易被策略性操纵
  - 简单的机制：让每个Agent i宣布其价值$\hat{v}_i$，然后从所有可能的分配中找出最佳分配，接着按这个方案分配商品
  - 策略性操纵：Agent可以通过谎报一组商品对于它的真实价值来获利

有办法通过机制设计让每个Agent说出商品对于它的的真实价值吗？

- 有！
  - Vickrey-Clarke-Groves（VCG）机制：维克里（Vickrey）拍卖的一般形式

VCG机制（续）

- VCG机制是激励相容（incentive compatible）的：说出真实价值就是优势策略
- 在给出VCG机制之前，需要定义一些术语和符号：
  - 无差异（indifferent）价值函数v^0
    - 对于所有的$Z \subseteq \mathcal{Z}$，都有$v^0(Z) = 0$
  - 没有Agent i的社会福利函数sw_{-i}

$$sw_{-i}(Z_1, \dots, Z_n, v_1, \dots, v_n) = \sum_{j \in Ag: j \neq i} v_j(Z_j)$$

除了Agent i以外其余Agent的价值函数之和

VCG机制（续）

- 每个Agent同时宣布一个价值函数$\hat{v}_i$
  - 记住：这不是真实的价值函数
- VCG机制通过如下公式计算最优分配$Z_1^*, \ldots, Z_n^*$：

$$Z_1^*, \ldots, Z_n^* = \arg \max_{(Z_1,\ldots,Z_n)\in alloc(\mathcal{Z},Ag)} sw(Z_1, \ldots, Z_n, \hat{v}_1, \ldots, \hat{v}_n)$$

- 每个Agent支付p_i：

$$\begin{aligned} p_i &= sw_{-i}(\underline{Z_1', \ldots, Z_n'}, \hat{v}_1, \ldots, v^0, \ldots, \hat{v}_n) \\ &\quad - sw_{-i}(Z_1^*, \ldots, Z_n^*, \hat{v}_1, \ldots, \hat{v}_i, \ldots, \hat{v}_n) \end{aligned}$$

其中，

$$Z_1', \ldots, Z_n' = \arg \max_{(Z_1,\ldots,Z_n)\in alloc(\mathcal{Z},Ag)} sw(Z_1, \ldots, Z_n, \hat{v}_1, \ldots, v^0, \ldots, \hat{v}_n)$$

$$p_i = \underline{sw_{-i}(Z'_1,\ldots,Z'_n},\hat{v_1},\ldots,v^0,\ldots,\hat{v_n}) - sw_{-i}(Z^*_1,\ldots,Z^*_n,\hat{v_1},\ldots,\hat{v_i},\ldots,\hat{v_n})$$

其中，

$$Z'_1,\ldots,Z'_n = \arg\max_{(Z_1,\ldots,Z_n)\in alloc(\mathcal{Z},Ag)} sw(Z_1,\ldots,Z_n,\hat{v_1},\ldots,\underline{v^0},\ldots,\hat{v_n})$$

针对每个Agent计算该Agent宣布0为其价值时使社会福利最大化的分配

- p_i表示对其他Agent因Agent i赢得分配而失去效用的补偿
  - $Z'_1,\ldots,Z'_n$是没有Agent i参与时的分配结果
  - $Z^*_1,\ldots,Z^*_n$是有Agent i参与时的分配结果
- 当$\mathcal{Z}$只包含单个商品时，VCG机制退化为维克里拍卖
  - 此时，p_i表示第二高的出价

$$p_i = \underbrace{sw_{-i}(Z'_1,\ldots,Z'_n,\hat{v_1},\ldots,v^0,\ldots,\hat{v_n})}_{\textbf{第二高出价}} - \underbrace{sw_{-i}(Z^*_1,\ldots,Z^*_n,\hat{v_1},\ldots,\hat{v_i},\ldots,\hat{v_n})}_{\mathbf{0}}$$

VCG机制（续）

- 通过VCG机制，每个Agent支付因它们的参与而产生的费用
  - 与维克里拍卖的理由一样，没有Agent可以通过说谎获利
  - 理解这一点，考虑仅一个商品的VCG机制
    - 唯一付钱的Agent *i*是报价最高的Agent
    - 但是如果它没有参加，那么获胜的将是出价第二高的Agent
    - 因此Agent *i*通过支付该第二高的出价来“补偿”其他Agent
- 因此，VCG机制为每个Agent提供了确保最大化社会福利的优势策略，即诚实出价

小结

- 拍卖可以有效地分配稀缺资源
  - 拍卖协议的维度：赢家判定、公开/秘密出价、一轮/迭代式出价、单/多件商品
- 单件商品的拍卖
  - 英式拍卖：第一价格、公开出价、加价拍卖
  - 荷兰拍卖：第一价格、公开出价、减价拍卖
  - 第一价格秘密出价拍卖：第一价格、秘密出价、一轮拍卖
  - 维克里拍卖：第二价格、秘密出价、一轮拍卖
- 组合拍卖
  - 针对多件商品的拍卖
  - 赢家判定问题：出价语言、求解方法、VCG机制

内容安排

- 4.1 多Agent交互
- 4.2 制定群组决策
- 4.3 形成联盟
- 4.4 分配稀缺资源
- 4.5 **协商**
- 4.6 辩论
- 4.7 分布式规划

协商

- **概览**
- 对资源分割的协商
- 对任务分配的协商

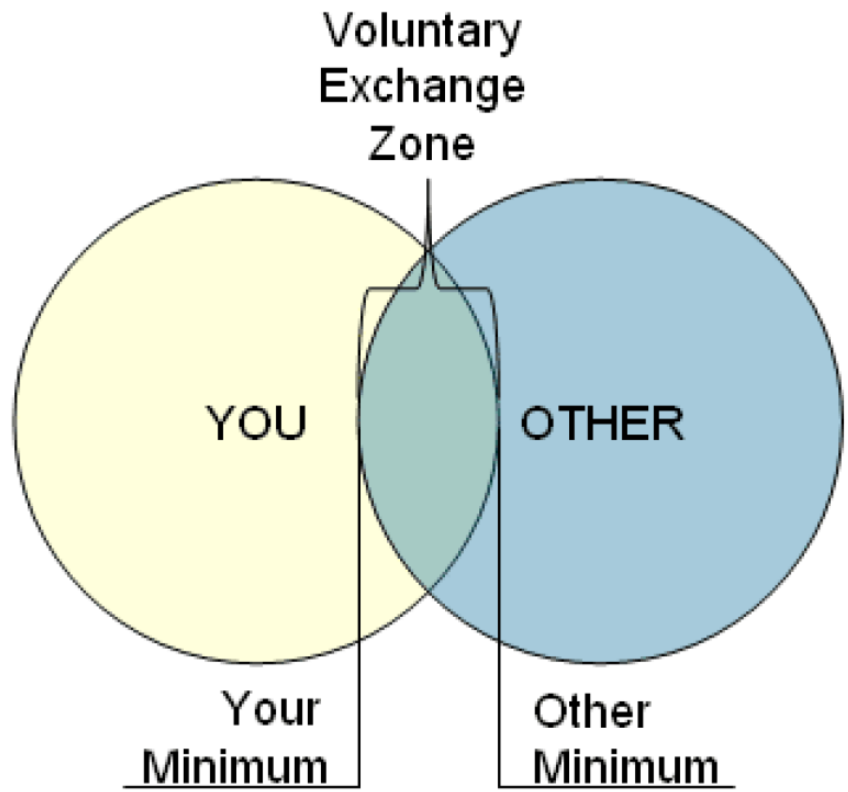
达成一致

- 在多Agent系统中，当每个Agent都有自己的偏好和利益时，他们如何达成一致？
  - 极端情形：零和博弈，无法达成一致
  - 大多数情景：Agent有潜力就共同关心的问题达成一致

- 一个Agent的协商和辩论能力是其与其他Agent能够达成一致的核心

图说协商


I win
You lose
Its a deal!
I win
You win
I lose
You lose
I lose
You win


Voluntary
Exchange
Zone
YOU
OTHER
Your
Minimum
Other
Minimum

机制、协议和策略

- 协商是在一个特定的机制或协议下进行的
  - 这种机制定义了Agent之间相遇的规则
- 机制设计通过设计的机制使得相遇的Agent具有某些可取的（desirable）性质
  - 如：帕累托最优性
- 给定一个协议（机制），应该如何设计个体Agent可以使用的策略？
  - 拍卖：仅仅关注物品的分配
  - 需要更丰富的技术来达成一致⟶协商

协商的定义及构成

- 协商是就共同关心的问题达成一致的过程
  - 一个协商集合（negotiation set）
    - 表示Agent可能提出的提议（proposal）构成的空间
  - 一个协议（protocol）
    - 定义Agent可以提出的合法的提议，是先验的协商历史的函数
  - 一组策略（strategy）
    - 每个Agent有自己的协商策略：决定了将会提出什么提议
    - 通常来说是保密的：不能被其他的协商参与者看到
  - 一条规则（rule）
    - 决定什么时候达成交易以及这个一致的交易是什么
- 协商通常进行多轮，每个Agent每一轮都给出提议

协商复杂性的来源：多重指标

- 协商包含多重指标
  - 单一指标协商的例子：两个Agent只对一个特定的销售物品的价格进行协商
  - 在多重指标协商的情况下，Agent对多个属性的价值进行协商，并且这些属性可能互相关联
    - 难以衡量不同提议的优劣

例子：
当购买一辆汽车时，价格不是唯一需要协商的指标，协商的指标可能还包括：空调、音响等配件的具体配置，售后服务的期限等

  - 多重指标还会导致可能的交易空间呈指数增加

协商复杂性的来源：参与协商的Agent个数

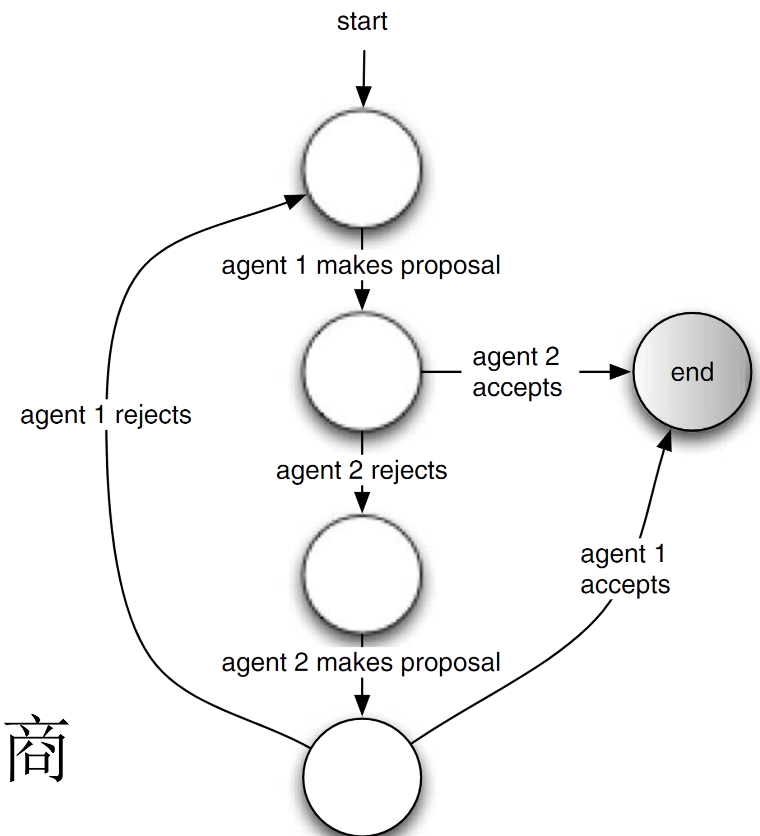
- 一对一协商
  - 一个Agent只与另一个Agent协商
  - 例子：买家与汽车销售人员协商汽车的售后服务期限
- 多对一协商
  - 一个Agent与一定数量的其他Agent协商
  - 例子：拍卖
- 多对多协商
  - 多个Agent与另外多个Agent同时进行协商
  - 例子：2016年，170多个国家签署《巴黎气候变化协定》

协商

- 概览
- **对资源分割的协商**
- 对任务分配的协商

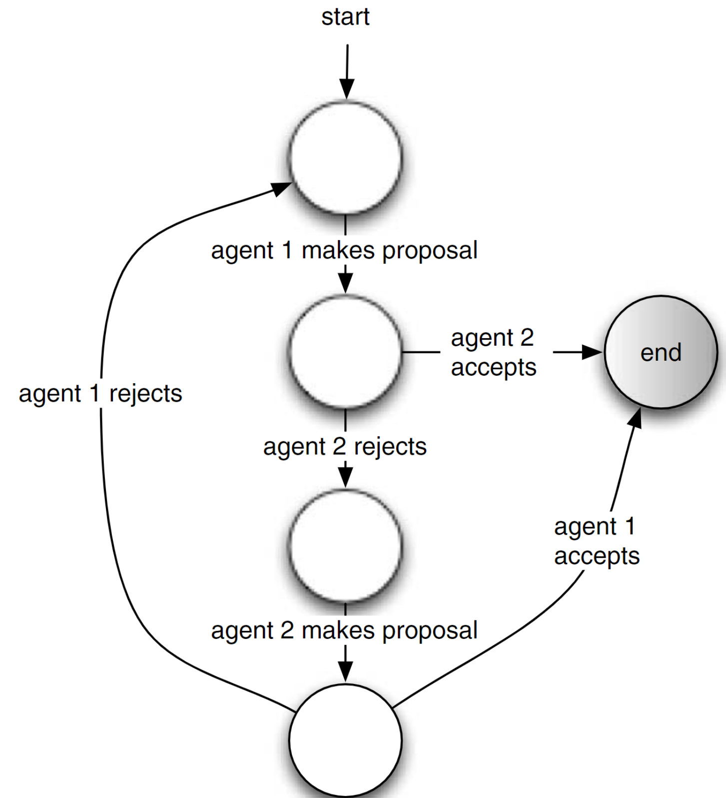
轮流出价（Alternating Offers）模型

- 这是一个一对一的协商协议



- Agent 1和Agent 2进行多轮协商
  - 在第0轮，Agent 1出价x^0
  - Agent 2要么同意（A），要么否决（R）
    - 如果同意，交易达成
    - 如果否决，进入第1轮，Agent 2出价

轮流出价模型（续）



- 不保证最终会达成一致
- 如果没有达成一致，则产生冲突交易Θ（conflict deal）
- 两个基本的假设：
  - 最差的结果是无法达成一致（即，两个Agent互相否决）
  - 每个Agent的目标是最大化自己的效用
- 使用这个模型，可以得到一些看似奇怪的结果

切蛋糕的例子

- 假设一个蛋糕的价值为1，两个Agent通过协商把它分成两份
  - 每份的价值在0到1之间
  - 这两份的价值总和为1

- 协商集合为：

$$\{(\mathrm{x}, 1-\mathrm{x}): 0 \leq x \leq 1\}$$

Agent 1得到x，
Agent 2得到$1-x$

- 如果你是Agent 1，你会如何出价？

切蛋糕的例子：固定轮数的协商

- 假设只有一轮协商：
  - 最后通牒博弈（ultimatum game），Agent 1主宰了协商
    - Agent 1直接提议(1,0)
    - 对于Agent 2来说，同意比否决好（基本假设）
  - 达到了纳什均衡
- 假设一共有两轮协商：
  - Agent 2主宰了协商
    - Agent 2对于第一轮Agent 1的任何提议都否决，然后提议(0,1)
    - 对于Agent 1来说，同意比否决好（基本假设）
- 假设协商的总轮数n固定：当n为奇数时，Agent 1主宰协商；当n为偶数时，Agent 2主宰协商

切蛋糕的例子：不固定轮数的协商

如果协商的轮数不固定，会出现怎样的结果？

- 假设Agent 1使用这样的策略：

一直提议(1,0)并且否决Agent 2的任何提议

- Agent 2应该如何回应呢？
  - 如果一直否决，则永远不会达成一致→冲突交易
  - 否则，在第一轮就同意Agent 1的提议

事实上，只要Agent 2知道Agent 1的策略，在第n轮（n为奇数）同意都是纳什均衡，因此有无数能够达到纳什均衡的策略

切蛋糕的例子：耐心有限的玩家

使用轮流出价模型，不固定轮数的协商会出现无穷多个纳什均衡！

- 如果把时间考虑进去，会出现怎样的情况？

  对于任何协商结果x，如果完成协商的时间$t_2 > t_1$，Agent 1和Agent 2都会偏好在t_1时刻产生x的协商结果

  - 一种标准的建模耐心程度的做法：
    - 给协商结果的价值打折扣
    - 每一个Agent有一个折扣因子δ_i，$i \in \{1,2\}$， $0 \leq \delta_i < 1$
    - δ_i越接近1，Agent i越有耐心
    - 在第t轮，若Agent i得到的蛋糕份额为x，则其价值为$\delta_i^t x$

切蛋糕的例子：耐心有限的玩家（续）

- 假设只有一轮协商：
  - 最后通牒博弈
  - 最终，Agent 1分到了整个蛋糕，其价值为1

- 假设一共有两轮协商：
  - 如果Agent 2主宰协商
    - Agent 2对于第一轮Agent 1的任何提议都否决，然后提议(0,1)
    - 最终，Agent 2分得整个蛋糕，但是，它的价值只有δ_2
  - Agent 1可以把这点考虑在内

新的纳什均衡解

    - 如果Agent 1在第0轮提议$\boxed{(1-\delta_2,\delta_2)}$，那么Agent 2应该也能同意，因为它否决的话，也不能得到更多的价值

切蛋糕的例子：耐心有限的玩家（续）

如果协商的轮数不固定，会出现怎样的结果？

- 假设Agent 1使用这样的策略：

一直提议(x, 1 − x)并且否决Agent 2的任何比它差的提议

- Agent 2应该如何回应呢？
  - 如果第0轮否决，最好的情况是Agent 2在第1轮的提议在第2轮被Agent 1同意
    - Agent 2的提议不能到达$1-\delta_1 x$，否则Agent 1不会同意
  - 这意味着如果Agent 2在第0轮能得到$\delta_2(1-\delta_1 x)$，对它而言，在第0轮同意是更好的选择

如果Agent 2在第0轮能得到$\delta_2(1-\delta_1 x)$，对它而言，在第0轮同意是更好的选择

- 对应地，Agent 1在第0轮提议的x等于$1-\delta_2(1-\delta_1 x)$就能满足要求

$$x = 1 - \delta_2(1-\delta_1 x)$$

Agent 1获得$x = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$

Agent 2获得$1 - x = \frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}$

- 越有耐心的Agent，在第0轮分得的蛋糕越大

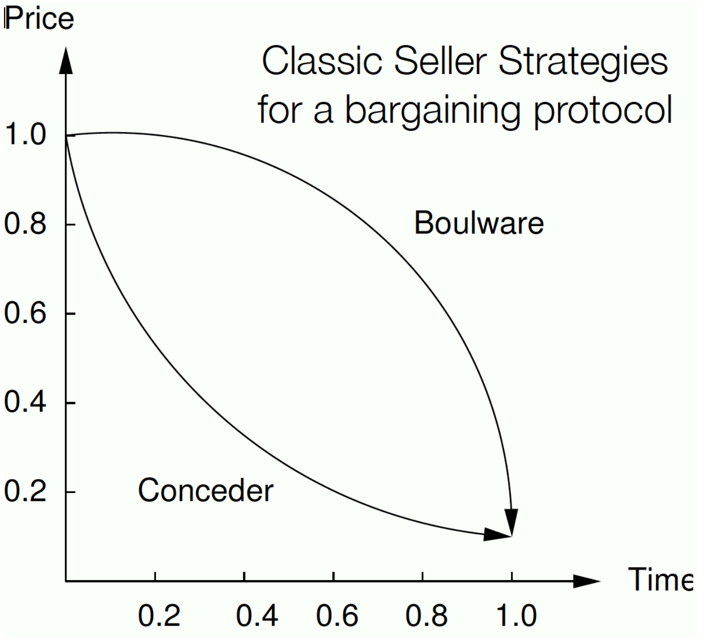
δ_2

δ_1		0.8	0.6	0.4	0.2
	0.8	(0.556,0.444）	(0.769,0.231)	(0.882,0.118)	(0.952,0.048)
	0.6	(0.385,0.615)	(0.625,0.375)	(0.789,0.211)	(0.909,0.091)
	0.4	(0.294,0.796)	(0.526,0.474)	(0.714,0.286)	(0.870,0.130)
	0.2	(0.238,0.762)	(0.455,0.545)	(0.652,0.348)	(0.833,0.167)

蛋糕的分配与折扣因子的关系

协商决策函数

- 刚提到的方法依赖于对其他玩家进行策略性的思考
  - 如何能使得每个玩家最大化自己能分到的份额
- 一种替代的方法是使用一个协商决策函数（启发式）
  - 出价仅仅与时间相关
- 简化了决定如何协商的过程
  - 没有考虑其他参与者的行为
- 经典的卖家策略
  - **Boulware**：价格的下降从慢到快
  - **Conceder**：很早开始让步，减少协商的次数



课后作业4-9

- 在组合拍卖中，有如下的一个异或出价：

$$\beta_1 = (\{a,b\},4)\ XOR\ (\{c,d\},7)$$

试计算如下商品集合的价值：

（1） $v_{\beta_1}(\{a\})$

（2） $v_{\beta_1}(\{a,b\})$

（3） $v_{\beta_1}(\{a,b,c\})$

（4） $v_{\beta_1}(\{a,b,c,d\})$

课后作业4-10

- 描述维克里拍卖。证明在维克里拍卖中，诚实出价是优势策略。

课后作业4-11

- 简述VCG机制。