

课后作业4-1

- 考虑下列交互的情形：

	<i>i</i> Defect	<i>i</i> Coop
<i>j</i> Defect	-5 -5	-10 0
<i>j</i> Coop	0 -10	-1 -1

	<i>i</i> Defect	<i>i</i> Coop
<i>j</i> Defect	-5 -5	-4 0
<i>j</i> Coop	0 -4	-1 -1

	<i>i</i> Descend	<i>i</i> Climb
<i>j</i> Descend	-4 -4	-1 0
<i>j</i> Climb	0 -1	-5 -5

对于每种情形，写出所有的（纯策略）纳什均衡解、帕累托最优解和社会福利最优解。

注：形式为(*j*'s action, *i*'s action)

参考答案4-1

(1)

所有（纯策略）纳什均衡解：(D, D)

所有帕累托最优解：(D, C), (C, D), (C, C)

所有社会福利最优解：(C, C)

(2)

所有（纯策略）纳什均衡解：(D, C), (C, D)

所有帕累托最优解：(D, C), (C, D), (C, C)

所有社会福利最优解：(C, C)

(3)

所有（纯策略）纳什均衡解：(D, C), (C, D)

所有帕累托最优解：(D, C), (C, D)

所有社会福利最优解：(D, C), (C, D)

课后作业4-2

- 考虑下列交互的情形：

		i	
		defect	coop
j	defect	1 1	2 4
	coop	4 2	3 3

		i	
		defect	coop
j	defect	-1 1	1 -1
	coop	1 -1	-1 1

		i	
		defect	coop
j	defect	5 3	1 2
	coop	0 2	0 1

对于每种情形，写出所有的（纯策略）纳什均衡解、帕累托最优解和社会福利最优解。

注：形式为(j 's action, i 's action)

参考答案4-2

(1)

所有（纯策略）纳什均衡解：(coop, defect), (defect, coop)

所有帕累托最优解：(coop, coop), (coop, defect), (defect, coop)

所有社会福利最优解：(coop, coop), (coop, defect), (defect, coop)

(2)

所有（纯策略）纳什均衡解：None

所有帕累托最优解：所有都是

所有社会福利最优解：所有都是（这是一个零和博弈）

(3)

所有（纯策略）纳什均衡解：(defect, defect)

所有帕累托最优解：(defect, defect)

所有社会福利最优解：(defect, defect)

课后作业4-3

- 解释为什么在只有一轮的囚徒困境问题中，得到的程序均衡解可以是相互合作的行为？

参考答案4-3

一轮囚徒困境的一个主要问题是：虽然对两个Agent来说合作更好，但是只有在另一Agent（如：player 2）将会合作的情况下，对Agent（player 1）来说合作才是更有利的。可是，如果Agent被告知另一个Agent将会合作，那么该Agent可以通过背叛获得更高的收益。该博弈只有一轮，这意味着Agent并不在乎其他Agent的报复。

程序均衡解通过去除Agent可以被提前告知对方意图的方式使得合作成为可能。两个Agent都向中介人提交一个程序，该程序描述了Agent的策略和投票的条件。特别地，该程序决定了Agent如何根据其他Agent的程序投票。只有中介人能看到所有程序，由他来运行这些程序以决定每个Agent的行为。因此，Agent可以提交一个程序，该程序的内容是：如果另一个Agent的程序与我方程序相同，那么就合作，否则背叛。通过这种方式，Agent只有在另一Agent合作时才选择合作，否则将会背叛。

课后作业4-4

- 一些朋友计划一起去看一场电影，每个人对想看电影的类型进行了投票。以下为偏好排序及相应的票数：

Votes	3	2	5	3
First Choice	action	romance	comedy	drama
Second Choice	drama	drama	action	romance
Third Choice	comedy	comedy	drama	action
Forth Choice	romance	action	romance	comedy

基于这些数据，分别用多数制和波达计数这样两种投票过程，计算出获胜的电影类型。

参考答案4-4

a) 多数制

仅关注第一选择, Action = 3, Romance = 2, Comedy = 5, Drama = 3, 因此Comedy胜出

b) 波达计数

$k = |\Omega| = 4$, 第一选择的分数为3, 第二选择为2, 以此类推。

$$\text{Action} = (3*3)+0+(5*2)+(3*1) = 22$$

$$\text{Romance} = 0+(2*3)+0+(3*2) = 12$$

$$\text{Comedy} = (3*1)+(2*1)+(5*3)+0 = 20$$

$$\text{Drama} = (3*2)+(2*2)+(5*1)+(3*3) = 24$$

因此 Drama 以24分获胜。

课后作业4-5

- 已知候选集合 $\Omega = \{\omega_a, \omega_b, \omega_c, \omega_d\}$ ，一个线性序列成对选举的过程及结果如下：

$$\begin{array}{ll}\{\omega_a, \omega_b\} & \longrightarrow \omega_a \\ \{\omega_a, \omega_c\} & \longrightarrow \omega_c \\ \{\omega_a, \omega_d\} & \longrightarrow \omega_a \\ \{\omega_b, \omega_c\} & \longrightarrow \omega_b \\ \{\omega_b, \omega_d\} & \longrightarrow \omega_d \\ \{\omega_c, \omega_d\} & \longrightarrow \omega_c\end{array}$$

(a) 画出表示这些结果的多数图。

(b) 如果存在，给出一个导致结果为 ω_a 的选举议程；否则，解释为什么不存在。

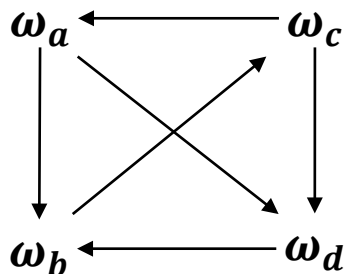
(c) 如果存在，给出一个导致结果为 ω_c 的选举议程；否则，解释为什么不存在。

(d) 给出康多塞赢家的定义。在这个线性序列成对选举中，存在康多塞赢家吗？如果存在，它是什么；否则，解释为什么不存在。

(e) 如果你希望让 ω_a 成为康多塞赢家，应该修改哪个成对选举的结果，为什么？

参考答案4-5

(a) 画出表示这些结果的多数图。

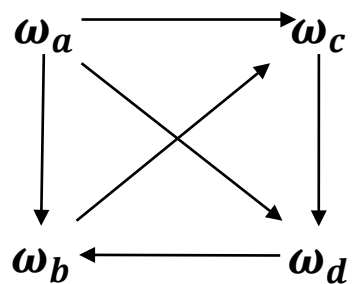


(b) $(\omega_b, \omega_c, \omega_d, \omega_a)$

(c) $(\omega_a, \omega_b, \omega_c, \omega_d)$

(d) 康多塞赢家是指对任意议程，该候选者都是最终赢家。在上面给出的多数图中不存在康多塞赢家，因为 $\omega_a, \omega_b, \omega_c$ 三者之间存在环路，而 ω_d 又不能胜过任何人。

(e)



这样修改可以使得 ω_a 在与 ω_c 的比较中胜出。

课后作业4-6

- 在合作博弈中，考虑如下的边际贡献网：

$$a \wedge b \rightarrow 6$$

$$b \rightarrow 3$$

$$c \rightarrow 4$$

$$b \wedge \neg c \rightarrow 2$$

令 ν 为由这些规则定义的特征函数。计算下列特征函数值：

(i) $\nu(\{a\})$

(ii) $\nu(\{c\})$

(iii) $\nu(\{a, b\})$

(iv) $\nu(\{b, c\})$

(v) $\nu(\{a, b, c\})$

参考答案4-6

$$v(\{a\}) = 0$$

$$v(\{c\}) = 4$$

$$v(\{a, b\}) = 6 + 3 + 2 = 11$$

$$v(\{b, c\}) = 3 + 4 = 7$$

$$v(\{a, b, c\}) = 6 + 3 + 4 = 13$$

课后作业4-7

- 考虑一个合作博弈 $\mathcal{G} = \langle Ag, \nu \rangle$ ，其中 Agent 集合 $Ag = \{a, b, c\}$ ，特征函数 ν 的定义如下：

$$\begin{aligned}\nu\{\emptyset\} &= 0 \\ \nu\{a\} &= 12 \\ \nu\{b\} &= 18 \\ \nu\{c\} &= 6 \\ \nu\{a, b\} &= 60 \\ \nu\{b, c\} &= 48 \\ \nu\{a, c\} &= 72 \\ \nu\{a, b, c\} &= 120\end{aligned}$$

计算 Agent a, b, c 的夏普利值。

参考答案4-7

令 $\delta_i(S)$ 表示Agent i 加入联盟 S 带来的边际贡献, 即 $v(S \cup \{i\}) - v(S)$, 夏普利值的计算公式

$$\varphi_i = \frac{\sum_{o \in \Pi(Ag)} \delta_i(C_i(o))}{|Ag|!}$$

■ 对于Agent a:

$$\delta_a(\phi) = v(\{a\}) - v(\phi) = 12 - 0 = 12 \quad \text{对于 } \{a,b,c\} \{a,c,b\}$$

$$\delta_a(\{b\}) = v(\{a,b\}) - v(\{b\}) = 60 - 18 = 42 \quad \text{对于 } \{b,a,c\}$$

$$\delta_a(\{c\}) = v(\{a,c\}) - v(\{c\}) = 72 - 6 = 66 \quad \text{对于 } \{c,a,b\}$$

$$\delta_a(\{b,c\}) = v(\{a,b,c\}) - v(\{b,c\}) = 120 - 48 = 72 \quad \text{对于 } \{b,c,a\}, \{c,b,a\}$$

$$\varphi_a = \frac{12 + 12 + 42 + 66 + 72 + 72}{3!} = \frac{276}{6} = 46$$

参考答案4-7

对于Agent b:

$$\delta_b(\phi) = v(\{b\}) - v(\phi) = 18 - 0 = 18 \quad \text{对于} \{b,a,c\} \{b,c,a\}$$

$$\delta_b(\{a\}) = v(\{a, b\}) - v(\{a\}) = 60 - 12 = 48 \quad \text{对于} \{a,b,c\}$$

$$\delta_b(\{c\}) = v(\{b, c\}) - v(\{c\}) = 48 - 6 = 42 \quad \text{对于} \{c,b,a\}$$

$$\delta_b(\{a, c\}) = v(\{a, b, c\}) - v(\{a, c\}) = 120 - 72 = 48 \quad \text{对于} \{a,c,b\}, \{c,a,b\}$$

$$\varphi_b = \frac{18 + 18 + 48 + 42 + 48 + 48}{3!} = \frac{222}{6} = 37$$

参考答案4-7

对于Agent c:

$$\delta_c(\phi) = v(\{c\}) - v(\phi) = 6 - 0 = 6 \quad \text{对于} \{c,a,b\} \{c,b,a\}$$

$$\delta_c(\{a\}) = v(\{a, c\}) - v(\{a\}) = 72 - 12 = 60 \quad \text{对于} \{a,c,b\}$$

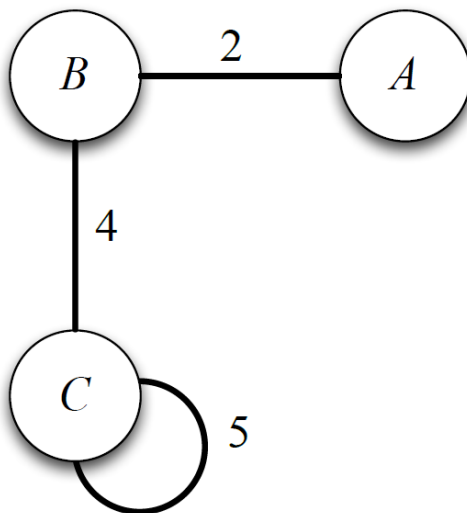
$$\delta_c(\{b\}) = v(\{b, c\}) - v(\{b\}) = 48 - 18 = 30 \quad \text{对于} \{b,c,a\}$$

$$\delta_c(\{a, b\}) = v(\{a, b, c\}) - v(\{a, b\}) = 120 - 60 = 60 \quad \text{对于} \{a,b,c\}, \{b,a,c\}$$

$$\varphi_c = \frac{6 + 6 + 60 + 30 + 60 + 60}{3!} = \frac{222}{6} = 37$$

课后作业4-8

- 考虑一个合作博弈 $\mathcal{G} = \langle Ag, v \rangle$ ，其中 Agent 集合 $Ag = \{A, B, C\}$ ，特征函数 v 的加权子图表示如下：



- (1) 计算 $v(\{A, B\})$ ， $v(\{C\})$ ， $v(\{A, B, C\})$ 。
- (2) 给出属于该博弈的核心的一个收益分配的例子。
- (3) 给出不属于该博弈的核心的一个收益分配的例子。

参考答案4-8

i) $v(\{A,B\}) = 2$

$$v(\{C\}) = 5$$

$$v(\{A,B,C\}) = 2 + 4 + 5 = 11$$

ii) $\{2, 3, 6\}$ 属于该博弈的核心

iii) $\{8, 2, 1\}$ 不属于该博弈的核心

课后作业4-9

- 在组合拍卖中，有如下的一个异或出价：

$$\beta_1 = (\{a, b\}, 4) XOR (\{c, d\}, 7)$$

试计算如下商品集合的价值：

- (1) $v_{\beta_1}(\{a\})$
- (2) $v_{\beta_1}(\{a, b\})$
- (3) $v_{\beta_1}(\{a, b, c\})$
- (4) $v_{\beta_1}(\{a, b, c, d\})$

参考答案4-9

试计算如下商品集合的价值：

$$(1) \quad v_{\beta_1}(\{a\}) = 0$$

$$(2) \quad v_{\beta_1}(\{a, b\}) = 4$$

$$(3) \quad v_{\beta_1}(\{a, b, c\}) = 4$$

$$(4) \quad v_{\beta_1}(\{a, b, c, d\}) = 7$$

课后作业4-10

- 描述维克里拍卖。证明在维克里拍卖中，诚实出价是优势策略。

参考答案4-10

- 维克里拍卖是第二价格、秘密出价、一轮拍卖：
 - 拍卖只有一轮，在这一轮中，买方向卖方提交竞拍商品的出价，没有后续的竞标轮次，商品分配给出最高价的Agent
 - 中标者按出价的最二高出价支付
- 设 v_i 是某个商品对Agent i 的价值， b_i 是Agent i 的出价
 - Agent i 的收益为

$$p_i = \begin{cases} v_i - \max_{j \neq i} b_j & \text{if } b_i > \max_{j \neq i} b_j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

不妨设在 $\max_{j \neq i} b_j = b_i$ 时，Agent i 不中标

- 假设Agent i 的出价 $b_i > v_i$ (即**过高出价**)
 - 如果 $\max_{j \neq i} b_j < v_i$, 那么无论是否诚实出价, 都会中标
 - 因此, 诚实出价的竞标策略和过高出价的策略获得**同等收益**
 - 如果 $\max_{j \neq i} b_j = v_i$, 那么两种策略的**收益相同**
 - 诚实出价不中标, 收益为0; 过高出价中标, 收益为0
 - 如果 $\max_{j \neq i} b_j \geq b_i$, 那么无论是否诚实出价, 都中不了
 - 同样, 两种策略的**收益相等**
 - 如果 $v_i < \max_{j \neq i} b_j < b_i$, 那么**过高出价**将中标, 但**收益是负的**, 而**诚实的策略的收益为0**

结论: 过高出价不如诚实出价
- 假设Agent i 的出价 $b_i < v_i$ (即**过低出价**)
 - 如果 $\max_{j \neq i} b_j \geq v_i$, 那么无论是否诚实出价, 都中不了
 - 因此, 诚实出价的竞标策略和过低出价的策略获得**同等收益**
 - 如果 $\max_{j \neq i} b_j < b_i$, 那么无论是否诚实出价, 都能中标
 - 同样, 两种策略的**收益相等**
 - 如果 $b_i \leq \max_{j \neq i} b_j < v_i$, 那么**诚实出价**将中标, **收益是正的**, 而**出价过低的收益为0**

结论: 过低出价不如诚实出价

课后作业4-11

- 简述VCG机制。

参考答案4-11

- VCG机制是维克里拍卖的一般形式
- VCG机制是**激励相容**的：说出真实价值就是优势策略
- VCG机制的流程如下：
 - 每个Agent同时宣布一个价值函数 \hat{v}_i
 - 通过如下公式计算最优分配 Z_1^*, \dots, Z_n^* :

$$Z_1^*, \dots, Z_n^* = \arg \max_{(Z_1, \dots, Z_n) \in \text{alloc}(\mathcal{Z}, \text{Ag})} \text{sw}(Z_1, \dots, Z_n, \hat{v}_1, \dots, \hat{v}_n)$$

- 每个Agent支付 p_i :

$$\begin{aligned} p_i = & \text{sw}_{-i}(Z'_1, \dots, Z'_n, \hat{v}_1, \dots, v^0, \dots, \hat{v}_n) \\ & - \text{sw}_{-i}(Z_1^*, \dots, Z_n^*, \hat{v}_1, \dots, \hat{v}_i, \dots, \hat{v}_n) \end{aligned}$$

$$\text{其中, } Z'_1, \dots, Z'_n = \arg \max_{(Z_1, \dots, Z_n) \in \text{alloc}(\mathcal{Z}, \text{Ag})} \text{sw}(Z_1, \dots, Z_n, \hat{v}_1, \dots, v^0, \dots, \hat{v}_n)$$

课后作业4-12

- 假设一个资源的价值为1，两个Agent通过轮流出价、协商协议把它分成两份，每份的价值在0到1之间，这两份的价值总和为1。如果协商的轮数不固定，那么Agent 1在第0轮应该如何出价？并解释为什么。请分两个Agent都是有耐心的玩家和耐心有限的玩家这样两种情况分别讨论。

参考答案4-12

情况1：两个Agent都是有耐心的玩家

- 假设Agent 1使用这样的策略：

一直提议(1,0)并且否决Agent 2的任何提议

- Agent 2应该如何回应呢？
 - 如果一直否决，则永远不会达成一致→冲突交易
 - 否则，在第一轮就同意Agent 1的提议

事实上，只要Agent 2知道Agent 1的策略，在第 n 轮（ n 为奇数）同意都是纳什均衡，因此有无数能够达到纳什均衡的策略

情况2：两个Agent都是耐心有限的玩家

- 假设Agent 1使用这样的策略：

一直提议 $(x, 1 - x)$ 并且否决Agent 2的任何比它差的提议

- Agent 2应该如何回应呢？

- 如果第0轮否决，最好的情况是Agent 2在第1轮的提议在第2轮被Agent 1同意

- Agent 2的提议不能到达 $1 - \delta_1 x$ ，否则Agent 1不会同意

- 这意味着如果Agent 2在第0轮能得到 $\delta_2(1 - \delta_1 x)$ ，对它而言，在第0轮同意是更好的选择

- 对应地，Agent 1在第0轮提议的 x 等于 $1 - \delta_2(1 - \delta_1 x)$ 就能满足要求

$$x = 1 - \delta_2(1 - \delta_1 x) \quad \rightarrow$$

$$\text{Agent 1 获得 } x = \frac{1 - \delta_2}{1 - \delta_1 \delta_2}$$

$$\text{Agent 2 获得 } 1 - x = \frac{\delta_2(1 - \delta_1)}{1 - \delta_1 \delta_2}$$

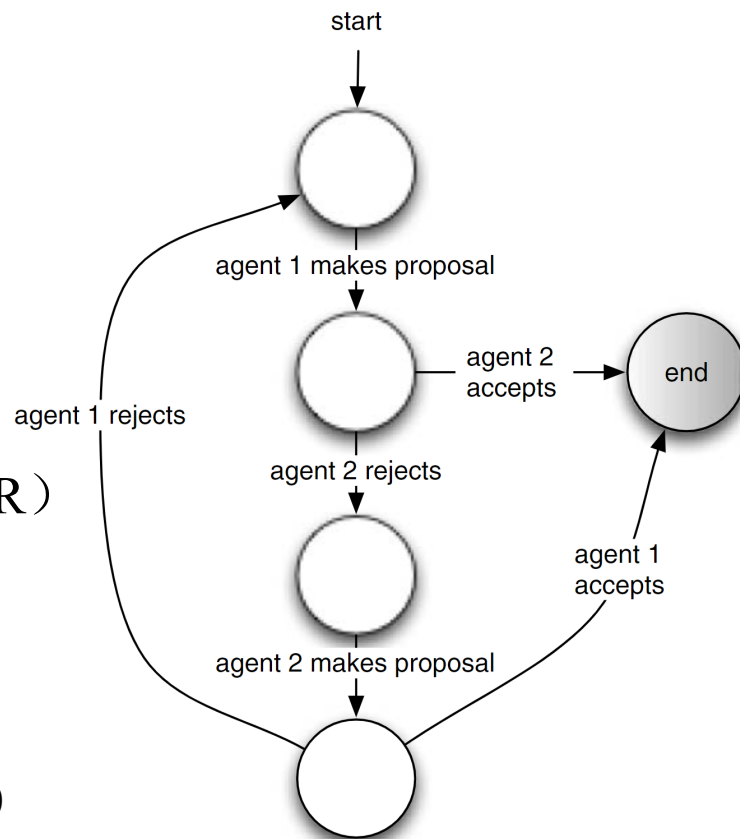
课后作业4-13

- 简述轮流出价协议的规则，单调让步协议的规则。

参考答案4-13

轮流出价协议的规则

- Agent 1和Agent 2进行多轮协商
 - 在第0轮，Agent 1出价 x^0
 - Agent 2要么同意（A），要么否决（R）
 - 如果同意，交易达成
 - 如果否决，进入第1轮，Agent 2出价
 - 不保证最终会达成一致
 - 如果没有达成一致，则产生冲突交易 Θ



- 两个基本的假设：
 - 最差的结果是无法达成一致（即，两个Agent互相否决）
 - 每个Agent的目标是最大化自己的效用

这部分可不写

单调让步协议的规则

- 协商进行多轮
 - 在第 u 轮协商中：
 - 两个Agent分别从协商集合中提出一项提议
 - 如果Agent发现另一个Agent提出的交易（弱）优势于他提出的交易，则达成一致
 - 如果没有达成一致，那么协商进入到下一轮
 - 在第 $u + 1$ 轮协商中：
 - Agent不能提出比第它上一轮的提议对另一个Agent更差的提议
 - 如果没有Agent作出让步，则协商以交易冲突结束
- 使用单调让步协议，在有限轮的协商之后，可以保证协商结束
 - 最后一轮中，两个Agent达成一致或互不让步（产生交易冲突）
 - 不保证快速达成一致

这部分可不写

课后作业4-14

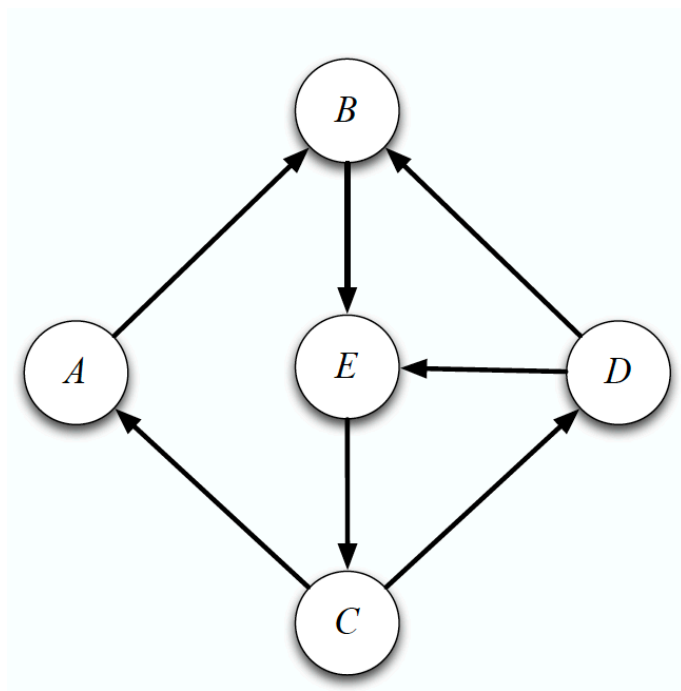
- 简述在使用单调让步协议进行协商时，使用Zeuthen策略的协商参与者是如何解决下面三个问题的：
 - (1) Agent的第一个提议应该是什么？
 - (2) 在给定的一轮协商中，谁应该让步？
 - (3) 如果一个Agent让步，它应该让步多少？

参考答案4-14

- (1) Agent最偏好的交易
- (2) 度量Agent冒冲突风险的意愿，应该是最不愿意冒冲突风险的Agent进行让步
- (3) 足够改变风险平衡的让步

课后作业4-15

- 给定如下图所示的Dung式抽象辩论系统。



请写出以下内容：

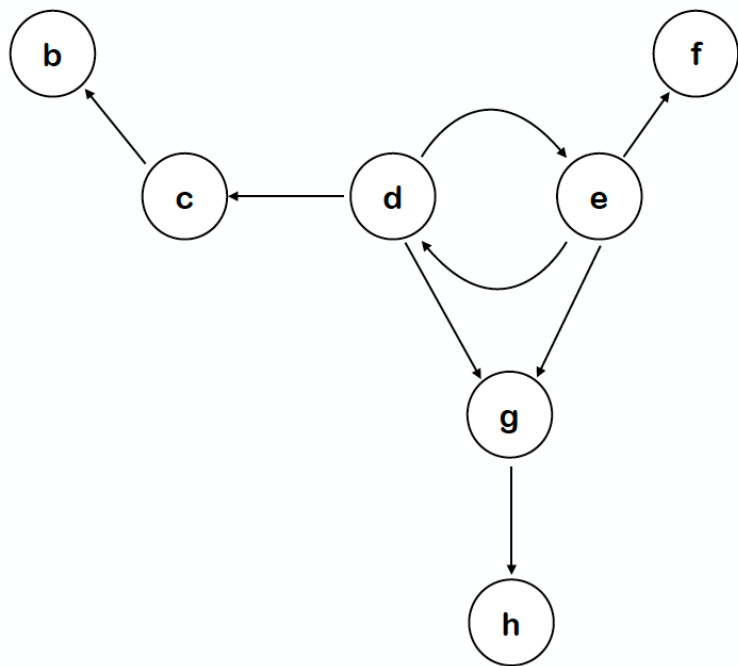
- 无冲突的立场
- 互相辩护的立场
- 可采纳的立场
- 偏好拓展
- 轻信接受的论证集合
- 怀疑接受的论证集合
- 理性拓展

参考答案4-15

- ❑ 无冲突的立场: $\phi, \{A\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}, \{E\}, \{A, D\}, \{A, E\}, \{B, C\}$
- ❑ 互相辩护的立场: $\phi, \{B, C\}, \{C, D, E\}, \{A, B, C, E\}, \{A, C, D, E\}, \{B, C, D, E\}, \{A, B, C, D, E\}$
- ❑ 可采纳的立场: $\phi, \{B, C\}$
- ❑ 偏好拓展: $\{B, C\}$
- ❑ 轻信接受的论证集合: B, C
- ❑ 怀疑接受的论证集合: B, C
- ❑ 理性拓展: ϕ

课后作业4-16

- 给定如下图所示的Dung式抽象辩论系统。



请写出以下内容：

- 可采纳的立场
- 偏好拓展
- 轻信接受的论证集合
- 怀疑接受的论证集合
- 理性拓展

参考答案4-16

- ❑ 可采纳的立场: $\phi, \{d\}, \{e\}, \{b, d\}, \{c, e\}, \{e, h\}, \{d, f\}, \{d, h\}, \{b, d, f\}, \{b, d, h\}, \{c, e, h\}, \{d, f, h\}, \{b, d, f, h\}$
- ❑ 偏好拓展: $\{c, e, h\}, \{b, d, f, h\}$
- ❑ 轻信接受的论证集合: $\{b, c, d, e, f, h\}$
- ❑ 怀疑接受的论证集合: $\{h\}$
- ❑ 理性拓展: ϕ