Príklad 1. → rozhodnúť o regulárnosti nad $\{a, b\}$

a) $L = \{a^{n+2} : n \geq 0\}$

$w = a^{n+2} \Rightarrow w = xyz \begin{cases} x = a^j \\ y = a^k \\ z = a^l \end{cases}, \; j + k + l = n+2$

→ $y \neq \lambda \Rightarrow k > 0$
pre splnenie podmienky
$|xy|$ položíme súčno $l \geq 2$
$\Rightarrow |xy| = n - 2 - |z| \Rightarrow |xy| \leq n$

⇒ je regulárny, pumpovaním y ostáva $w \cup L$. $(\forall k' \in \mathbb{N}_0 : xy^{k'}z \in L)$

b) $L = \{a^{2n} : n \geq 0\}$

$w = a^{2n} \Rightarrow w = x, y, z \begin{cases} x = a^j \\ y = a^k \\ z = a^l \end{cases}$ t.ž. $j + k + l = 2n$

Pumping lemma :

· $y \neq \lambda \Rightarrow k > 0$
· $|xy| \leq n \Rightarrow j < n$

$n = 2$ $\quad \underbrace{a}_{x} \; \underbrace{a|a}_{y} \underbrace{|a}_{z} \; \ldots \; xy^2z \overset{?}{\subseteq} L \quad aa|aa|a = a^5; \; 5 = 2n = n \notin \mathbb{N}_0$

⇒ nie je regulárny

c) $L = \{a^{n^2} : n \geq 0\} \Rightarrow L = \{\lambda, a, aaaa, a^9, a^{16}, a^{25} \ldots\}$

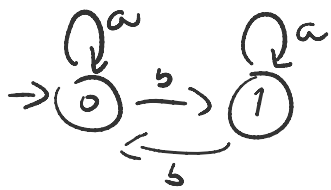podobne ako v b) ukážeme, že $w = xyz \in L$ & $xy^2z \notin L$
$(a|a|a \to aaaaa \notin L)$

D) $L = \{a^{2^n} : n \geq 0\}$ analogicky

e) $L = \{ wbw : w \in \{a,b\}^* \}$

MN → triedy ekvivalencie

Definujme $\sim \equiv (|u|_b \bmod 2 = |v|_b \bmod 2)$

ak je $u \sim v$, potom
$|u|_b \bmod 2 = |v|_b \bmod 2$,
nech $p \in L$; potom $|p|_b \bmod 2 = 1$.
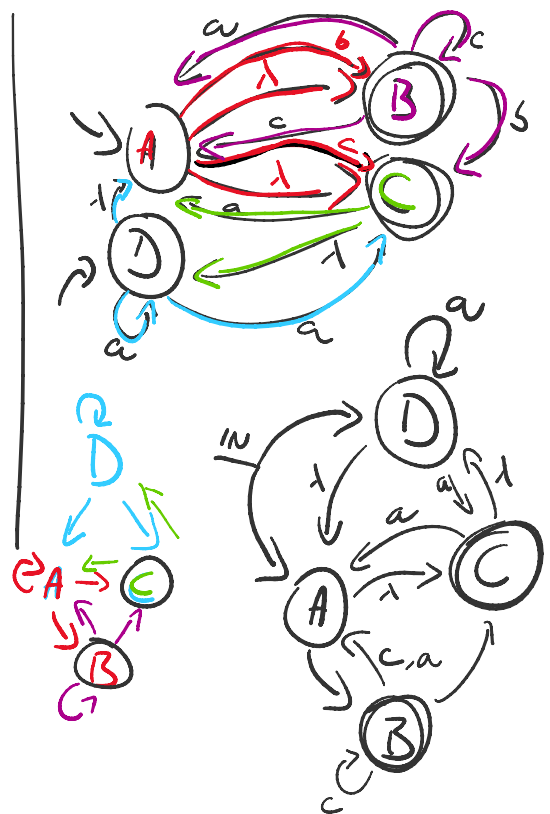
$\Rightarrow \forall w \in \{a,b\}^* : wbw \in L$

$p' := wbw.b \Rightarrow |p'|_b \bmod 2 = 0 \Rightarrow p' \notin L.$

Príklad 2. λ -NFA

	λ	a	b	c
→A	$\{B,C\}$	$\emptyset$	$\{B\}$	$\{C\}$
×B	$\emptyset$	$\{A\}$	$\{C\}$	$\{A,B\}$
×C	$\{D\}$	$\{A\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
→D	$\{A\}$	$\{C,D\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

a) najmenší ekviv. NFA
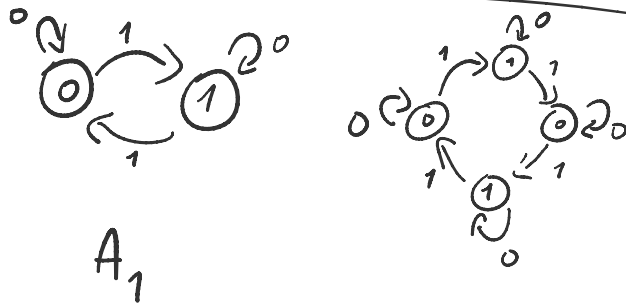
b) najmenší ekviv. DFA

Príklad 3.

Existuje co postupnosť DFA $A_1, A_2, A_3 \ldots$
t.ž $\forall i > j \; \exists$ automatový homomorfizmus z
A_i to A_j, ale nie z A_j to A_i ?

A_1

Príklad 4.

reg. jazyk L nad Γ definujeme:

$$L' = \{ w\nu : w, \nu \in \Gamma^*, \nu\nu \in L \}$$