1. Sada úloh

06 April 2021 20:21

Príklad 1. -> rozhodnúť o regulárnosti nad $\{a, b\}$

a) $L = \{a^{n+2} : n \geq 0\}$

$w = a^{n+2} \Rightarrow w = xyz \begin{cases} x = a^j \\ y = a^k \\ z = a^l \end{cases}, \; j+k+l = n+2$

$y \neq \lambda \Rightarrow k > 0$
pre splnenie podmienky $|xy|$ položíme šúno $l \geq 2$
$\Rightarrow |xy| = n-2-|z| \Rightarrow |xy| \leq n$

=> je regulárny, pumpovaním y ostáva w v L. $(\forall k' \in \mathbb{N}_0 : xy^{k'}z \in L)$

b) $L = \{a^{2n} : n \geq 0\}$

$w = a^{2n} \Rightarrow w = x, y, z \begin{cases} x = a^j \\ y = a^k \\ z = a^l \end{cases}$ t.ž. $j+k+l = 2n$

Pumping lemma:

- $y \neq \lambda \Rightarrow k > 0$
- $|xy| \leq n \Rightarrow j < n$

$n=2$ $\quad \underbrace{a\,a}_{x}|\underbrace{a}_{y}|\underbrace{a}_{z}$ ... $xy^2z \overset{?}{\in} L$ $\quad aa|aa|a = a^5 ; 5 = 2n = n \notin \mathbb{N}_0$

=> nie je regulárny

c) $L = \{a^{n^2} : n \geq 0\} \Rightarrow L = \{\lambda, a, aaaa, a^9, a^{16}, a^{25} \ldots\}$

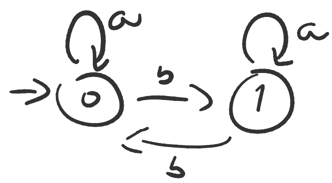
podobne ako v b) ukážeme, že $w = xyz \in L$ & $xy^2z \notin L$
$(a\,a|a|a \rightarrow aaaaa \notin L)$

d) $L = \{a^{2^n} : n \geq 0\}$ analogicky

e) $L = \{ wbw : w \in \{a,b\}^* \}$

MN → triedy ekvivalencie

Definujme $\sim \; \equiv (|w|_b \bmod 2 = |v|_b \bmod 2)$



ak je $w \sim v$, potom
$|w|_b \bmod 2 = |v|_b \bmod 2$,
nech $p \in L$; potom $|p|_b \bmod 2 = 1$.

$\Rightarrow \forall w \in \{a,b\}^* : wbw \in L$

$p' := wbw.b \Rightarrow |p'|_b \bmod_2 = 0 \Rightarrow p' \notin L$.

Príklad 2. λ-NFA

	λ	a	b	c
→ A	{B,C}	∅	{B}	{C}
* B	∅	{A}	{C}	{A,B}
* C	{D}	{A}	∅	∅
→ D	{A}	{C,D}	∅	∅

a) najmenší ekviv. NFA

b) najmenší ekviv. DFA

① λ-NFA

② odstránenie λ

z p → q

1. ak p je počiatočný, nastavíme q na počiatočný
2. q prijímajúci → p prijímajúci.
3. ∀ prechod z q pridáme do p

	λ
→ A	{B,C}
* B	∅
* C	{D}
→ D	{A}

všetky sú prijímajúce a počiatočné zároveň

Nakoniec zlúčime ekv. stavy a dostávame

b) → menší už byť nemôže

Príklad 3.

Existuje ca postupnosť DFA $A_1, A_2, A_3 \ldots$
t.ž $\forall i > j$ $\exists$ automatový homomorfizmus z
A_i do A_j, ale nie z A_j do A_i?

Homomorfizmus => ekvivalentnosť automatov,
a teda musia prijímať rovnaký jazyk.

=>

To znamená, že potrebujeme jazyk, ktorý má nekonečne mnoho prijímajúcich stavov, a teda vieme nájsť postupnosť medzi týmito automatmi takú, že bude existovať len jednosmerný homomorfizmus.

Príklad 4.

reg. jazyk L nad Σ definujeme:

$$L' = \{uv : u, v \in \Sigma^*, vu \in L\}$$

Je L' nutne regulárny?

→ Overíme, či prijímajú rovnaké slová:

$\Sigma = \{0,1,\dots,n\}$ ...būno

nech $u \in \Sigma^*$ ... $u \in \{0,1,..n\}^*$

$v \in$ — $||$ — $v \in$ — $||$ —

zjavne $\exists\ w := u.v \in \Sigma^*$

a zároveň $\exists\ w' := v.u \in \Sigma^*$

ak w je prijímané L a

w' je prijímané L', potom

uv, vu súprijmaé a teda

$\exists$ automat A: prijíma u, v, w, w'

potom $L(A) = L'(A)$

$\blacksquare$