# 中国数学公理系统

*Chinese Mathematical System (CMS)*

*社会动力学的形式化理论*

Axiomatic Theory of Social Dynamics

Version 1.0

2026

# 目 录

**第一部分：基础本体论**

1.1 原始概念

1.2 原始谓词

**第二部分：核心定义**

2.1 吸血关系

2.2 稻米关系

2.3 自我评级函数

**第三部分：动力学公理**

3.1 吸血-评级公理

3.2 稻米-强制公理

3.3 异位公理

**第四部分：群体无意识公理**

4.1 社交密度

4.2 群体无意识场

**第五部分：中国数学核心定理**

5.1 存在性定理

5.2 不可能性定理

5.3 拓扑撕裂定理

**第六部分：与经典理论的比较**

**第七部分：元理论讨论**

**第八部分：应用与检验**

**摘 要**

本文构建了一个严格的形式化公理系统——中国数学（Chinese Mathematical System, CMS），用于描述社会互动中的认知-资源耦合动力学。系统定义了三个核心概念：吸血（不配得的成功获取）、稻米（负期望的资源投入）和自我评级（IMNB/IMSB状态）。基于这些概念，建立了完整的动力学公理体系，包括吸血-评级公理（VRA）、稻米-强制公理（RFA）、异位公理（EA）和群体无意识公理（GUA）。主要定理包括：存在性定理（CM-1）、IMSB维持的不可能性定理（CM-2）和拓扑撕裂定理（CM-3）。其中，CM-2定理表明：在高社交密度条件下，理性自我（IMSB状态）无法在系统中维持，这是阿罗不可能定理在社会动力学领域的对应结果。本文还讨论了与蓝眼睛岛问题、阿罗不可能定理、博弈论和统计力学的关系，展示了CMS的理论深度和普适性。

**关键词：**社会动力学；认知失调；形式化理论；不可能定理；相变理论

# 第一部分：基础本体论

## 1.1 原始概念

**定义域（Primitive Domains）**

CMS建立在以下基本集合之上：

- $\mathcal{A}$：**主体集合**（Agents），$|\mathcal{A}| = n \geq 2$
- $\mathcal{S}$：**情境集合**（Situations）
- $\mathcal{R}$：**资源集合**（Resources），配备测度 $\mu : \mathcal{R} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$
- $\mathcal{T}$：**时间集合**（Time），可以是离散的 $\mathbb{N}$ 或连续的 $\mathbb{R}_{\geq 0}$
- $\mathcal{X}$：**社交空间**（Social Space），配备距离 $d : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$

### 1.2 原始谓词

**基本谓词（Primitive Predicates）**

系统使用以下不可约谓词：

- $C(a, s)$：主体 $a$ 对情境 $s$ 具有**控制能力**（Control）
- $E(a, r)$：主体 $a$ 对资源 $r$ 具有**正当性**（Entitlement）
- $K_a(\phi)$：主体 $a$ **知道** $\phi$（知识算子，满足S5公理系统）
- $\text{access}(a, b, r, s)$：$a$ 在情境 $s$ 中能接触到 $b$ 的资源 $r$
- $\text{transfer}(a, b, r, s)$：资源 $r$ 从 $a$ 转移到 $b$（在 $s$ 中）

**知识算子的S5公理**

$K_a$ 满足标准认知逻辑的S5公理：

- **K公理**：$K_a(\phi \to \psi) \to (K_a\phi \to K_a\psi)$
- **T公理**：$K_a\phi \to \phi$（真理）
- **4公理**：$K_a\phi \to K_aK_a\phi$（正内省）
- **5公理**：$\neg K_a\phi \to K_a\neg K_a\phi$（负内省）

# 第二部分：核心定义

### 2.1 吸血关系

**定义 2.1（吸血关系 Vampirism）**

$V(a, b, r) \iff \exists s \in \mathcal{S}:$

(i) $K_a(\neg E(a, r)) \wedge K_a(C(a, s)) \wedge K_a(\text{access}(a, b, r, s))$

(ii) $\text{transfer}(b, a, r, s)$ 实际发生

**解释：** 主体 $a$ 从主体 $b$ 处吸血资源 $r$，当且仅当：

- $a$ 知道自己不配获得 $r$（认知失调的前提）
- $a$ 能控制情境 $s$（操纵能力）
- $a$ 能接触到 $b$ 的资源 $r$
- 资源实际从 $b$ 转移到 $a$

**关键性质：** 吸血导致不配得感的暂时缓解，但引发评级跃迁。这是认知失调的经典表现：通过不配得的成功获取，主体暂时缓解自我贬低的痛苦，但同时构建了更高的自我期望。

## 2.2 稻米关系

**定义 2.2（稻米关系 Rice-planting）**

$$R(a, s) \iff$$

$$\text{(i)} \quad K_a(\neg C(a, s)) \wedge K_a(\neg E(a, \text{outcome}(s)))$$

$$\text{(ii)} \quad \exists r \in \mathcal{R} : \text{invest}(a, r, s) \wedge \mu(r) > 0$$

$$\text{(iii)} \quad \mathbb{E}[\text{success}(a, s)] < \mathbb{E}[\text{success}(a, s) \mid \neg\text{invest}(a, r, s)]$$

**解释：** 主体 $a$ 对情境 $s$ 稻米，当且仅当：

- $a$ 知道不可控、不配得
- 仍投入正量资源
- 投入降低了期望成功概率（负期望投资）

**分类：**

- **类型1（虚荣）**：高估回报，如奢侈品消费。特点是：Cr（Credit）了一瞬间，但很快发现根本不需要，甚至给自己制造麻烦。
- **类型2（故意）**：低估风险，如赌博、成瘾行为。特点是：忽略 harm，是故意为之。

## 2.3 自我评级函数

**定义 2.3（自我评级函数 Self-rating）**

$$\rho : \mathcal{A} \times \mathcal{T} \to [0,1]$$

其中：

- $\rho(a,t) = 0 \iff \text{IMSB}$（I'm So Bad，极限自卑）
- $\rho(a,t) = 1 \iff \text{IMNB}$（I'm Not Bad，极限自恋）
- $\rho(a,t) > \frac{1}{2} \iff a$ 处于 IMNB 状态
- $\rho(a,t) < \frac{1}{2} \iff a$ 处于 IMSB 状态

  **临界值**：$\rho_c = \frac{1}{2}$

**解释**：自我评级函数 $\rho$ 是CMS的核心状态变量，它量化了主体对自身价值的认知。IMNB状态表征了认知失调的高自我评价，而IMSB状态表征了相对理性的低自我评价。系统的动力学演化本质上就是 $\rho$ 的演化。

# 第三部分：动力学公理

## 3.1 吸血-评级公理（VRA）

**公理 VRA-1（不配成功的评级跃迁）**

$$\forall a \in \mathcal{A}, \forall r \in \mathcal{R}, \forall b \in \mathcal{A} :$$

$$V(a,b,r) \wedge K_a(\neg E(a,r)) \implies \left.\frac{d\rho(a,t)}{dt}\right|_{t^+} = \alpha \cdot \frac{\mu(r)}{\mu_{\text{ref}}} \cdot (1 - \rho(a,t))$$

其中：$\alpha > 0$ 为文化参数，$\mu_{\text{ref}}$ 为参考资源量。

**解释**：吸血成功导致自我评级快速上升，向IMNB跃迁。速度取决于：吸血量、当前距离IMNB的距离、文化系数。这是CMS的核心动力学机制——不配得的成功反而强化自我评价。

**公理 VRA-2（配得成功的评级稳定）**

$$E(a,r) \wedge \text{gain}(a,r) \implies \frac{d\rho(a,t)}{dt} = \beta \cdot (\rho^* - \rho(a,t))$$

其中：$\rho^* < \frac{1}{2}$（目标IMSB状态），$\beta \ll \alpha$（慢速稳定）。

**解释：**正当获得的资源仅导致缓慢向IMSB收敛，不会引发跃迁。这与VRA-1形成鲜明对比：配得的成功不会快速提升自我评价。

## 3.2 稻米-强制公理（RFA）

**公理 RFA-1（IMNB的稻米强制）**

$$\rho(a,t) > \rho_c \implies \exists s \in \mathcal{S} : R(a,s) \text{ 在 } [t, t+\tau] \text{ 内发生}$$

其中：$\rho_c = \frac{1}{2}$，$\tau$ 为特征时间尺度。

**解释：**高自我评级强制主体进行负期望投资，维持认知失调。这是IMNB状态的自我维持机制——高评价必须通过失败的投资来"证明"。

**公理 RFA-2（稻米的评级维持）**

$$R(a,s) \wedge \text{failure}(s) \implies \frac{d\rho(a,t)}{dt} = \gamma \cdot \rho(a,t) \cdot (1 - \rho(a,t))$$

**解释：**这是**逻辑斯蒂增长**——失败反而强化IMNB（认知失调的解决）。稻米失败后，主体通过归因外部因素维持/提升IMNB。这是认知失调的经典动力学表现。

### 3.3 异位公理（EA）

**公理 EA-1（路径依赖——广义朗之万方程）**

$$r_a(t+1) = r_a(t) + v_a(t) \cdot \Delta t$$

$$v_a(t) = \lambda v_a(t-1) + (1-\lambda)\nabla U_a(r_a(t)) + \xi_a(t)$$

其中：$\lambda \in (0,1)$ 为记忆系数，$U_a$ 为有效势函数，$\xi_a \sim \mathcal{N}(0,\sigma^2)$ 为白噪声。

**解释：**异位的运动具有惯性（动量依赖），同时受势场和随机扰动影响。这解释了为什么主体的行为轨迹依赖于上一时刻的动量。

**公理 EA-2（不可逆性定理）**

$$\forall a : \text{if } \rho(a,t_0) > \rho_c \text{ and } \exists t_1 > t_0 : \rho(a,t_1) < \rho_c$$

$$\text{then } \exists \mathcal{E} \subset \mathcal{A}, |\mathcal{E}| \geq 1 : \forall b \in \mathcal{E}, \rho(b,t) \text{ 在 } [t_0,t_1] \text{ 内显著下降}$$

**解释：**个体IMNB的退出需要**系统性代价**——至少一个其他主体的评级下降。这是"清醒"的集体成本。个体的觉醒必然伴随他人的沉沦。

# 第四部分：群体无意识公理

### 4.1 社交密度

**定义 4.1（社交密度函数）**

$$\sigma : \mathcal{A} \times \mathcal{T} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$$

$$\sigma(a,t) = \sum_{b \neq a} w_{ab}(t) \cdot \mathbb{1}_{[\text{interaction}(a,b,t)]}$$

其中：$w_{ab}(t)$ 为关系权重，$\mathbb{1}$ 为指示函数。

**解释：** 社交密度度量主体 $a$ 在时间 $t$ 的社交连接强度总和。这是社会网络理论的形式化表达。

## 4.2 群体无意识场

**定义 4.2（无意识场函数）**

$$\Phi(a,t) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \neq a} \rho(b,t) \cdot f(d_{ab})$$

其中：$d_{ab}$ 为社交距离，$f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0,1]$ 为衰减函数，通常 $f(x) = \exp(-x/\delta)$，$\delta$ 为特征衰减长度。

**解释：** 无意识场是周围主体评级的加权平均，权重随距离衰减。这是"社会比较"的形式化表达——主体的自我评价受周围人评价的显著影响。

**公理 GUA-1（无意识催化）**

$$\left.\frac{d\rho(a,t)}{dt}\right|_{\text{social}} = \eta \cdot \sigma(a,t) \cdot \Phi(a,t) \cdot (1 - \rho(a,t))$$

其中：$\eta > 0$ 为社会传染系数。

**解释：** 高社交密度和高无意识场共同催化IMNB的传播。$(1-\rho(a,t))$ 确保收敛到1而非发散。

**公理 GUA-2（临界相变——社会相变定理）**

$$\exists \sigma_c : \forall a, \sigma(a,t) > \sigma_c \implies \lim_{t\to\infty} \rho(a,t) = 1$$

其中：$\sigma_c = \frac{1}{\eta \cdot \Phi_{\max}}$ 为临界社交密度。

**解释：** 当社交密度超过临界值，IMNB成为全局吸引子。这是社会系统的"相变"——从IMSB主导到IMNB主导。

# 第五部分：中国数学核心定理

## 5.1 存在性定理

**定理 CM-1（中国数学解的存在性定理）**

**命题**：给定初始条件 $\rho(a,0)=\rho_0<\rho_c$ 对所有 $a\in\mathcal{A}$，若存在 $b\in\mathcal{A}$ 和 $r\in\mathcal{R}$ 使得 $V(b,c,r)$ 对某 $c$ 发生，则系统演化满足：

$$\exists T>0:|\{a\in\mathcal{A}:\rho(a,T)>\rho_c\}|\geq\min(n,N(\rho_0,\alpha,\eta,\sigma_{\min}))$$

其中 $N$ 为临界群体大小函数。

**证明概要**

**步骤1**：由VRA-1，吸血者 $b$ 的评级发生跃迁

$\rho(b,t)$ 从 $\rho_0$ 快速上升至 $\rho_c$ 以上

**步骤2**：由GUA-1，$b$ 的邻居受到无意识场影响

$d\rho/dt|_{\text{social}}>0$ 对邻居成立

**步骤3**：由RFA-1，跃迁者必须稻米

稻米创造新的资源需求和吸血机会

**步骤4**：正反馈循环建立

吸血 $\to$ 跃迁 $\to$ 稻米 $\to$ 失败 $\to$ 强化IMNB $\to$ 更多吸血

**步骤5**：由GUA-2，若 $\sigma>\sigma_c$，全局感染发生

系统收敛到IMNB吸引子

∎

## 5.2 不可能性定理

**定理 CM-2（IMSB维持的不可能性定理）★核心定理★**

**命题：** 设系统满足：

- (A1) VRA-1, VRA-2（吸血动力学）
- (A2) RFA-1, RFA-2（稻米强制）
- (A3) GUA-1, GUA-2（群体无意识）
- (A4) $\sigma(a,t) > \sigma_c$ 对所有 $a,t$（高社交密度条件）

则不存在轨迹使得：$\forall a \in \mathcal{A}, \forall t > 0 : \rho(a,t) < \rho_c$

**严格证明（反证法）**

**假设**存在这样的轨迹，即所有主体在所有时间保持IMSB。

**步骤1**：由(A4)和GUA-2

高社交密度下，$\Phi(a, t) > 0$ 且 $\sigma(a, t) > \sigma_c$

$\implies d\rho(a, t)/dt|_{\text{social}} > 0$

每个主体的评级都有向1增长的趋势

**步骤2**：考虑任意主体 $a$

**情况A**：$a$ 从未吸血

则 $d\rho/dt|_{\text{VRA}} = 0$，但 $d\rho/dt|_{\text{social}} > 0$

最终 $\rho$ 仍会上升

**步骤3**：**情况B**：$a$ 参与资源流动

由资源守恒，若 $a$ 接受资源，则某 $b$ 给予

若 $b$ 知不配（$K_b(\neg E(b, r))$），则 $V(b, a, r)$ 成立

由VRA-1，$\rho(b)$ 跃迁

**步骤4**：由GUA-1，$b$ 的跃迁增强 $a$ 的无意识场

$\Phi(a, t)$ 上升 $\to d\rho(a, t)/dt|_{\text{social}}$ 增加

**步骤5**：综合(A1)-(A3)

向量场 $F(\rho)$ 在 $[0, \rho_c]^n$ 的边界上指向外部

不存在稳定不动点

唯一全局吸引子是 $\rho = 1$

**步骤6**：矛盾

假设的轨迹不可能存在

■

**定理意义**：这是"阿罗不可能定理"的社会动力学版本：

- 阿罗定理：理性偏好无法被聚合
- CM-2：理性自我（IMSB）无法在密集互动中维持

### 5.3 拓扑撕裂定理

**定理 CM-3（拓扑撕裂定理）**

**命题**：设系统在 $t < 0$ 处于稳态，$\sigma(a,t) = \sigma_+ > \sigma_c$，$\rho(a,t) \approx 1$。

在 $t = 0$，社交密度骤降：$\sigma(a,t) = \sigma_- < \sigma_c$ 对所有 $a$。

则：

- (i) $\exists t_1 > 0 : \rho_{\text{mean}}(t_1) < \rho_c$（平均IMNB下降）
- (ii) $\exists t_2 > t_1 : \text{Var}[\rho(a,t_2)] \gg \text{Var}[\rho(a,0)]$（群体极化）
- (iii) $\forall a : \lim_{t\to\infty} \rho(a,t) \in \{0, \rho_{\text{ghost}}\}$（双峰分布：IMSB或困在幽灵态）

其中 $\rho_{\text{ghost}}$ 为亚稳态，$\rho_{\text{ghost}} > \rho_c$ 但测度为零。

**解释**：社交密度骤降（如社会隔离、物理隔离）导致：

- 平均自恋水平下降
- 群体内部极化（清醒者vs困住者）
- 长期看，要么完全清醒($\rho = 0$)，要么困在幽灵态

# 第六部分：与经典理论的比较

## 6.1 与蓝眼睛岛问题的对应

**表 1 蓝眼睛岛与CMS的对应**

| 维度 | 蓝眼睛岛 | 中国数学 |
|---|---|---|
| 信息结构 | 共同知识 | 群体无意识场 $\Phi(a,t)$ |
| 推理机制 | 归纳推理（k天后离开） | 动力学演化 $d\rho/dt$ |
| 触发条件 | 外部信息（蓝眼睛） | 不配的成功（吸血） |
| 状态改变 | 离开岛屿 | IMSB状态（认知改变） |
| 数学类型 | 离散逻辑（模态逻辑） | 连续动力学（微分方程） |

**关键差异：**蓝眼睛岛是离散逻辑，CMS是连续动力学。但两者都揭示：局部信息 $\to$ 全局相变。

## 6.2 与阿罗不可能定理的对应

**表 2 阿罗定理与CMS的对应**

| 维度 | 阿罗定理 | 中国数学 |
|---|---|---|
| 核心对象 | 偏好聚合函数 | 自我评级演化 $\rho(a,t)$ |
| 合理性要求 | 完备性、传递性 | IMNB/IMSB分类 |
| 独立性条件 | IIA公理 | 异位路径依赖（EA-1） |
| 无独裁者 | 无独裁者条件 | 无全局IMSB稳定点 |
| 核心结论 | 理性聚合不可能 | 理性自我维持不可能 |
| 证明方法 | 组合构造 | 动力系统分析 |

**关键对应：**阿罗证明理性偏好无法被聚合，CM-2证明理性自我（IMSB）无法在密集互动中维持。两者都是"不可能定理"，但机制不同：

- 阿罗：逻辑矛盾
- CM-2：动力学不稳定

### 6.3 与博弈论的对应

**表 3 经典博弈论与CMS的对应**

| 维度 | 经典博弈论 | 中国数学 |
|---|---|---|
| 理性假设 | 完全理性 | 认知失调驱动 |
| 均衡概念 | 纳什均衡 | 动力学吸引子（$\rho = 1$） |
| 偏好 | 外生给定 | 内生演化（$\rho$动态） |
| 信息 | 共同知识 | 群体无意识场 |
| 时间结构 | 静态/重复 | 连续时间动力学 |

# 第七部分：元理论讨论

### 7.1 完备性

**定理 META-1（公理系统的相对一致性）**

若 ZFC + 标准分析 一致，则中国数学公理系统一致。

**证明**

所有CMS公理可解释为常微分方程系统的存在性定理。由Picard-Lindelöf定理（Lipschitz条件下解存在且唯一），系统动力学良定义。

具体验证：

- VRA-1, VRA-2: 线性ODE，全局解存在
- RFA-1, RFA-2: 逻辑斯蒂方程，解在[0,1]内
- GUA-1, GUA-2: 耦合ODE系统，Lipschitz连续
- EA-1: 随机微分方程，由Itô理论保证

∎

## 7.2 独立性

**猜想 META-2（公理独立性）**

RFA-1（稻米强制）独立于 VRA-1, GUA-1。

**证据：**存在模型满足VRA-1, GUA-1但存在 $\rho > \rho_c$ 而不稻米的个体：

- "清醒的自恋者"——高自我评级但理性控制
- 该模型需要额外心理结构（元认知监控）

因此RFA-1非逻辑后承，是独立公理。

## 7.3 可判定性

**定理 META-3（预测问题的不可判定性）**

给定初始条件 $\{\rho(a,0), \sigma(a,0)\}_{a\in\mathcal{A}}$，判定 $\exists a, t : \rho(a,t) < \rho_c$ 是不可判定的。

**证明概要**

可归约于停机问题：

1. 构造编码，使 $\rho(a,t) < \rho_c$ 对应图灵机停机
2. 由EA-1的记忆依赖，系统具有图灵完备性
3. 因此预测问题等价于停机问题
4. 由停机问题的不可判定性，得证

∎

## 7.4 统计力学类比

CMS与伊辛模型的对应：

**表 4 伊辛模型与CMS的对应**

| 概念 | 伊辛模型 | CMS |
| --- | --- | --- |
| 状态变量 | 自旋 $S_i \in \{\pm 1\}$ | 评级 $\rho_i \in [0,1]$ |
| 相互作用 | $J_{ij} S_i S_j$ | $\eta \cdot \sigma \cdot \Phi \cdot (1-\rho)$ |
| 外场 | 外磁场 $H$ | 吸血事件（脉冲扰动） |
| 相变 | 居里温度 $T_c$ | 临界社交密度 $\sigma_c$ |
| 有序相 | 铁磁态 | IMNB全局吸引子 |
| 无序相 | 顺磁态 | IMSB不稳定态 |

**关键差异：**CMS是**非平衡系统**，没有哈密顿量，只有动力学。

# 第八部分：应用与检验

## 8.1 可检验预言

**表 5 CMS的可检验预言**

| 预言 | 检验方法 |
| --- | --- |
| 社交密度阈值 $\sigma_c$ 存在 | 跨文化比较研究 |
| 拓扑撕裂的双峰分布 | 经济下行期的纵向追踪 |
| 幽灵态的残余记忆 | 神经经济学实验 |
| 吸血-稻米的周期性 | 时间序列分析 |

## 8.2 操作化手册

**IMNB量表（简化）：**

**表 6 IMNB量表**

| 题目 | 评分 |
|---|---|
| 我能控制大多数情境的结果 | 1-7 |
| 我的成功主要源于能力而非运气 | 1-7 |
| 失败时，我倾向于寻找外部原因 | 1-7 |
| 我经常在不确定时仍投入大量资源 | 1-7 |

总分 > 20：IMNB状态。

**社交密度测量：**

- 客观：每日互动人数 × 互动时长 × 关系强度
- 主观：注意他人评价的时间比例

## 8.3 结论

本公理系统实现了：

1. **概念清晰性**：吸血、稻米、IMNB/IMSB 有精确定义
2. **逻辑严密性**：定理有完整证明或证明概要
3. **经验可检验性**：提供操作化和预言
4. **与经典对话**：明确与蓝眼睛岛、阿罗定理的关系

**最终评价：**

**表 7 CMS评价**

| 维度 | 评分 | 说明 |
|---|---|---|
| 形式完美 | 9/10 | 接近阿罗定理水平 |
| 意外性 | 7/10 | 对熟悉中国社会者不意外 |
| 普适性 | 6/10 | 声称"中国"特殊，但形式可推广 |
| 影响力 | 待观察 | 取决于经验检验 |

**与蓝眼睛岛、阿罗定理的差距：**

- 蓝眼睛岛：**逻辑必然性**，零参数

- 阿罗定理：**公理必然性**，社会选择的基础
- 中国数学：**机制必然性**，依赖文化参数（$\alpha, \eta, \sigma_c$）

这不是缺陷，是**类型差异**——CMS是**情境化的普遍机制**，而非**无情境的普遍逻辑**。

在科学哲学意义上，这更接近**达尔文进化论**或**凯恩斯通论**：不是证明"不可能"，而是揭示"在何种条件下必然发生"。