

# 关节动画



金小刚

Email: [jin@cad.zju.edu.cn](mailto:jin@cad.zju.edu.cn)

浙江大学CAD&CG国家重点实验室

蒙民伟楼512室

# 逆向雅克比计算方法

$$P = f(\theta)$$

$$\theta = f^{-1}(P)$$

$$V = J(\theta)\dot{\theta}$$

$$\dot{\theta} = J^{-1}(\theta)V$$

- 雅克比矩阵依赖于当前的关节布局 (configuration)

# 逆向雅克比方法中的问题

- 在局部化 $P=f(\theta)$ 中的问题（误差）
- 在求解逆矩阵中的问题
  - 非方阵问题
    - 用伪逆！
  - 奇异问题
    - 如果雅克比矩阵的逆不存在
    - 当用任何  $\dot{\theta}$  也无法得到所需的  $V$
  - 接近奇异问题
    - 病态矩阵

# 逆向雅克比方法

## ——雅克比矩阵的伪逆的计算

$$V = J\dot{\theta}$$

$$J^T V = J^T J \dot{\theta}$$

当 $J$ 满行秩时,  $(J^T J)^{-1}$ 存在!

$$(J^T J)^{-1} J^T V = (J^T J)^{-1} J^T J \dot{\theta}$$

$$J^+ V = \dot{\theta}$$

伪逆本质上为  
最小二乘!

得到 $J$ 的伪逆:

$$J^+ = (J^T J)^{-1} J^T = J^T (J J^T)^{-1}$$

# 逆向雅克比方法

## ——雅克比矩阵的伪逆的计算

$$J^+V = \dot{\theta}$$

$$J^T \boxed{(JJ^T)^{-1}V} = \dot{\theta}$$

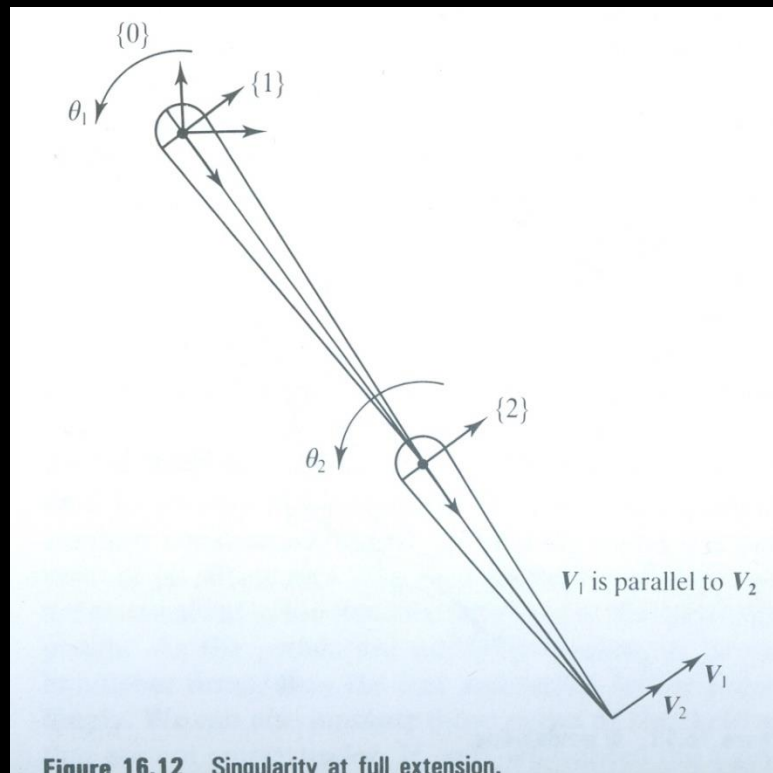
假设  $\beta = (JJ^T)^{-1}V$ , 它表明  $(JJ^T)\beta = V$ ,  
可以用LU分解求解 (求得 $\beta$ ).

$$J^T \beta = \dot{\theta} (\text{求得 } \dot{\theta})$$

# 逆向雅克比方法

## ——奇异情况的处理

- 物理上，当连杆完全伸展或不同连杆的轴重合时，会发生奇异情况



←  $V_1$  和  $V_2$  平行

# 逆向雅克比方法

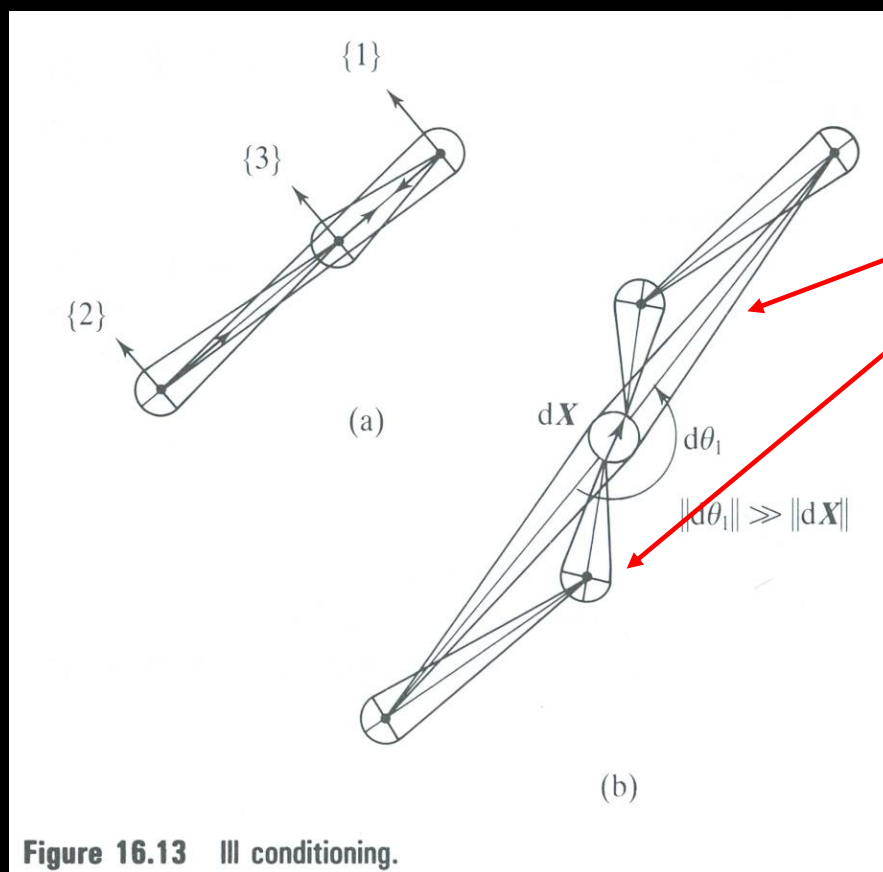
## ——奇异情况的处理

- 对于完全伸展的情况，有两种处理方法
  - 简单地不允许完全伸展
  - 在奇异区域引入额外的迭代操作

# 逆向雅克比方法 ——奇异情况的处理

- 当 $V$ 微小变化时引起 $\dot{e}$ 大的变化

当三个连杆重合时奇异发生，  
末端影响器放在base处



两种奇异情况

$V$  很小的变化  
导致  $\dot{e}$  很大的  
变化

Figure 16.13 Ill conditioning.



# 逆向雅克比方法

## ——奇异情况的处理

### ■ 阻尼最小二乘法

- 引入一减少伪逆敏感程度的附加项（ $\lambda$ 为用户可控的参数）

原来为：  $\dot{\theta} = J^T (JJ^T)^{-1} V$

改造为：  $\dot{\theta} = J^T (JJ^T + \lambda I)^{-1} V$

假设  $\beta = (JJ^T + \lambda I)^{-1} V$ ，并

求解  $(JJ^T + \lambda I)\beta = V$  得到  $\beta$

最后求得  $\theta$  的值，  $\dot{\theta} = J^T \beta$

# IK中引入更多的控制

- 伪逆实际上是一种在最小二乘意义上的求解方法，它求解许多解中的一个，使得关节角速度的变化最小化
- 采用伪逆求解雅克比矩阵的IK 方法有可能得到不自然的结果
- 在求解逆向雅克比矩阵时，可加入额外的控制项，以得到更自然的结果：

$$J\dot{\theta} = V$$

控制项

$$\dot{\theta} = J^+V + \boxed{(J^+J - I)z}$$

# IK中引入更多的控制

## ——控制项中加入零线速度

但：控制项不应在**线速度**上增加任何变化，即引入的线速度为0

引入的变化为  $\longrightarrow \dot{\theta} = (J^+ J - I)z$

代入该公式时  $\longrightarrow V = J\dot{\theta}$

引入的线速度为  $\longrightarrow V = J(J^+ J - I)z$

经过简单的矩阵操作，  
可以发现…

$$\left\{ \begin{array}{l} V = (JJ^+ J - J)z \\ V = (J - J)z \\ V = 0z \end{array} \right.$$

…不影响需要的布局  
(configuration)  $\longrightarrow V = 0$

但是可以用来**偏移**关节角解向量！

# IK中引入更多的控制

- 为了朝特定的关节角偏移，例如关节限制之间的中间角， $z$  定义为

$$z_i = \alpha_i (\theta_i - \theta_{ci})^2$$

其中  $\theta_i$ : 当前关节角,

$\theta_{ci}$ : 所需的关节角

$\alpha$ : 关节增益(Joint Gain)

这不是硬约束(hard constraints);  
而是使得解朝中间值偏移

# IK中引入更多的控制

- 关节增益(Joint gain)
  - 指定达到所需角的相对重要性
  - 增益越大，则关节的刚性越强
    - 增益大时：关节角迅速逼近所需要的关节角
    - 增益为0时：退化为传统的雅克比伪逆

# IK中引入更多的控制

## ——如何求解系统？

$$\dot{\theta} = J^+V + (J^+J - I)z$$

$$\dot{\theta} = J^+V + J^+Jz - Iz$$

$$\dot{\theta} = J^T (JJ^T)^{-1} (V + Jz) - z$$

$$\dot{\theta} = J^T \left[ (JJ^T)^{-1} (V + Jz) \right] - z$$

假设  $\beta = (JJ^T)^{-1} (V + Jz)$ ,

求解  $(JJ^T)\beta = (V + Jz)$  得到  $\beta$ .

最后计算  $\dot{\theta} = J^T \beta - z$

# 雅克比 $J$ 的零空间(Null Space)

- 控制项  $\dot{\theta}$  在 $J$ 的零空间(**null space**)

$$\dot{\theta} = (J^+ J - I)z$$

- $J$  的零空间为对末端影响器线速度没有影响的向量集

$$\dot{\theta} \in \text{nullspace}(J) \Leftrightarrow J \dot{\theta} = 0$$

# 零空间(Null Space)的用途

- 零空间可用来达到第二个目的

$$\dot{\theta} = J^+V + (J^+J - I)z$$

$$\min_{\theta} G(\theta)$$

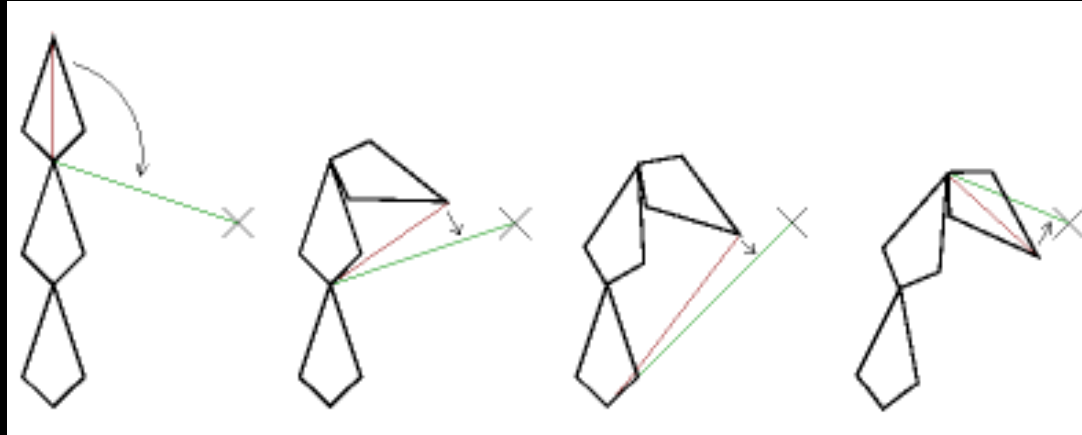
求得自然的关节角姿势

$$G(\theta) = \sum_i \alpha_i (\theta_{\text{natural}}(i) - \theta(i))^2$$



# 循环坐标下降法

## (Cyclic Coordinate Descent (CCD))



- 对所有受IK影响的骨骼，按从最远侧子骨骼到父骨骼的顺序执行迭代操作：旋转当前骨骼，使当前骨骼位置到目标骨骼的连线指向IK目标位置。
- 由于所有骨骼是从一个特定状态出发开始IK计算，所得到的结果也会比较稳定。通常5~10次迭代之后就能得到很好的结果。

# 循环坐标下降法DEMO

# 循环坐标下降法

## (Cyclic Coordinate Descent (CCD))

- 如果是人体骨骼的话，不是所有的关节都可以向任意方向旋转，所以我们必须对骨骼的旋转加以约束，比如肘关节实际上只有一个轴的自由度，而且不能向后弯曲。
- **奇异情况：** 当所有需要IK控制的骨骼正好在一条直线上，而IK目标位置正好在也落在这条直线上时（如下图），算法就会失败，因为不论迭代多少次，每一个骨骼都会认为自己不需要旋转。
- **解决技巧：** 如果发现骨骼链“很直”，就向骨骼允许的任意方向加一些细微的旋转；或者干脆在骨骼的限制角度数据中就禁止完全“伸直”。



# 基于优化的IK计算方法

- 把IK转化为一非线性优化问题

- 例如

$$\text{minimize } x^2(y+1) + \sin(x+y)$$

$$\text{subject to } x \geq 0, y \geq 0$$

- 目标函数(Objective function)

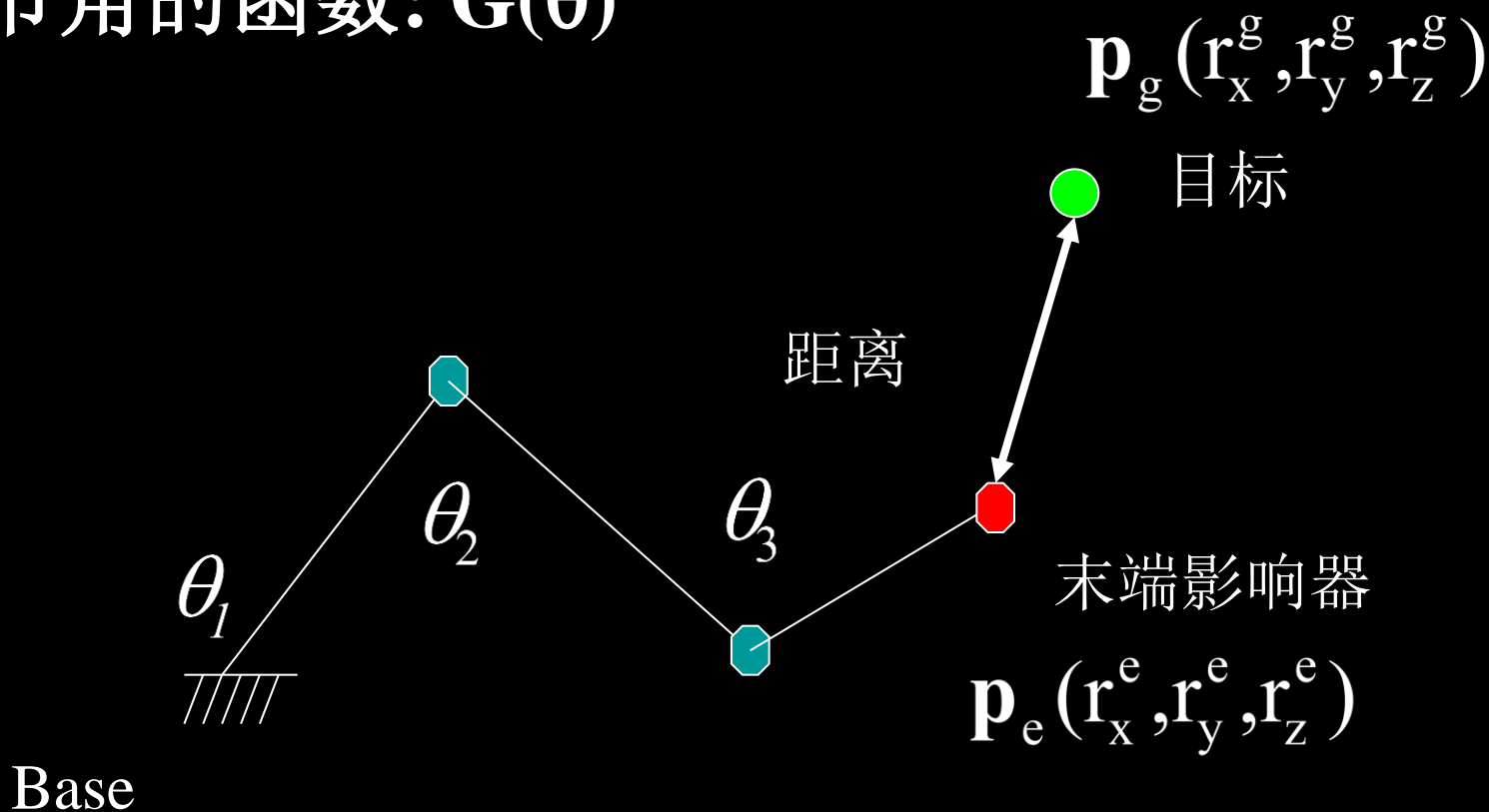
- 约束(Constraint)

- 迭代算法(Iterative algorithm)

- Ref: Jianmin Zhao, Norman I. Badler, “Inverse kinematics positioning using nonlinear programming for highly articulated figures”, ACM Transactions on Graphics, 1994, 13(4)

# 目标函数(Objective Function)

- 末端影响器到目标位置/方向的“距离”
- 关节角的函数:  $G(\theta)$



# 目标函数

位置目标函数

$$\|\mathbf{p}_g - \mathbf{p}_e\|^2$$

方向目标函数(方向由一对正交向量来定义)

$$\|\mathbf{r}_x^g - \mathbf{r}_x^e\|^2 + \|\mathbf{r}_y^g - \mathbf{r}_y^e\|^2$$

总目标函数为位置/方向目标的加权和:

$$G(\theta) = \omega \|\mathbf{p}_g - \mathbf{p}_e\|^2 + (1 - \omega) (\|\mathbf{r}_x^g - \mathbf{r}_x^e\|^2 + \|\mathbf{r}_y^g - \mathbf{r}_y^e\|^2)$$

# 非线性优化

## ■ 带约束的非线性优化问题

$$\begin{cases} \text{minimize} & G(\theta) \\ \text{subject to} & \begin{cases} \mathbf{a}^T \boldsymbol{\theta} = \mathbf{b}_1 & \text{limb coordination} \\ \mathbf{a}^T \boldsymbol{\theta} \leq \mathbf{b}_2 & \text{joint limits} \end{cases} \end{cases}$$

## ■ 求解

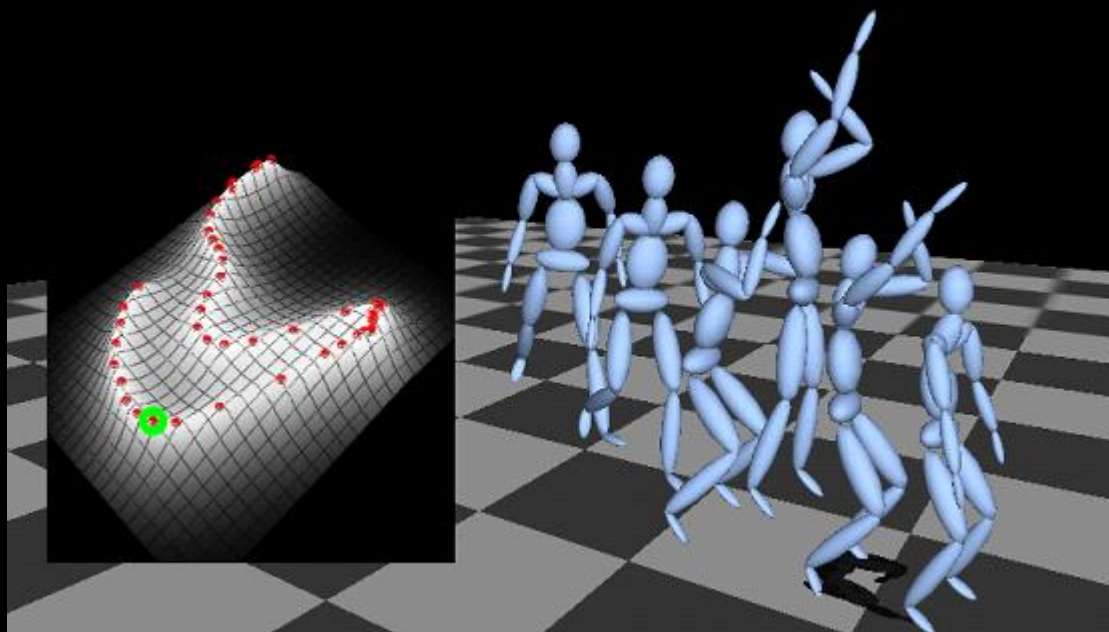
- 标准的数值方法
- MATLAB或其它优化软件包
  - 求得的通常是局部极小
  - 依赖于初始条件

# 基于样例的方法(Example-based Method)

- 基于构造的统计模型的IK

Ref: Grochow et al., “Style-based inverse kinematics,” SIGGRAPH’04

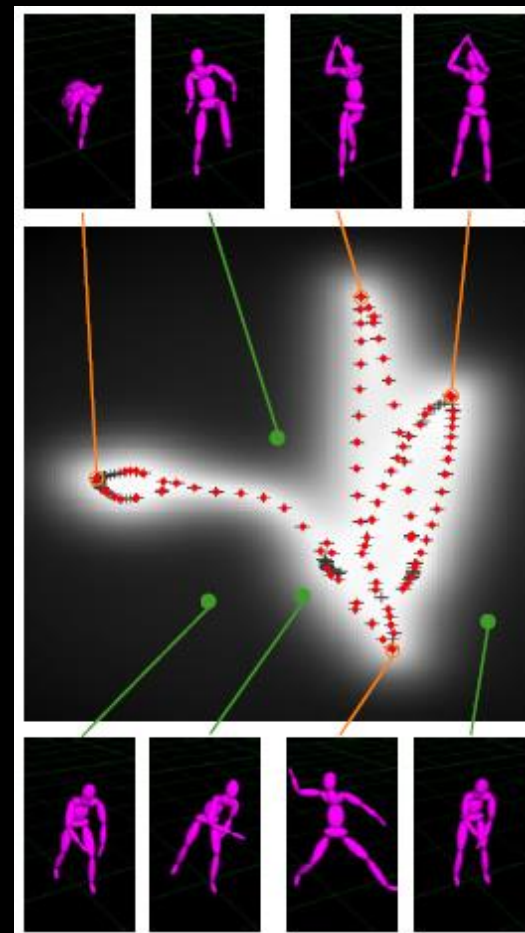
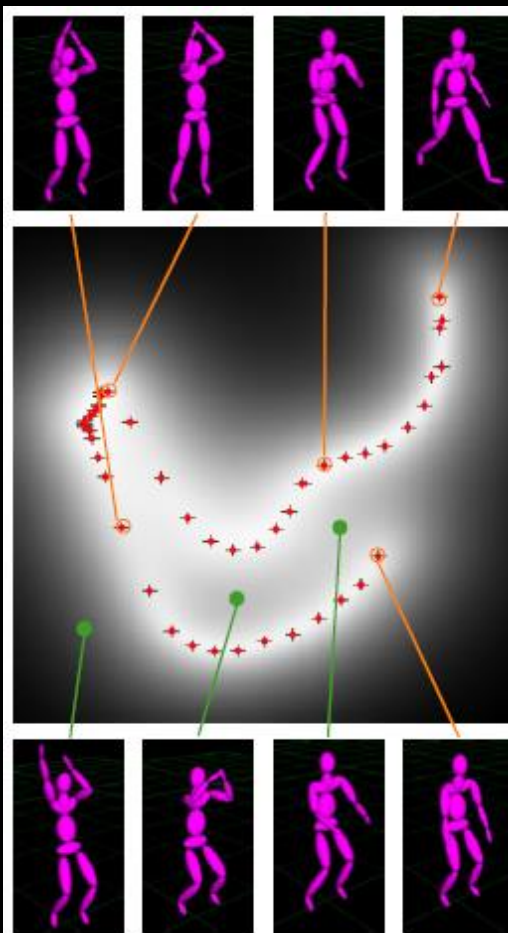
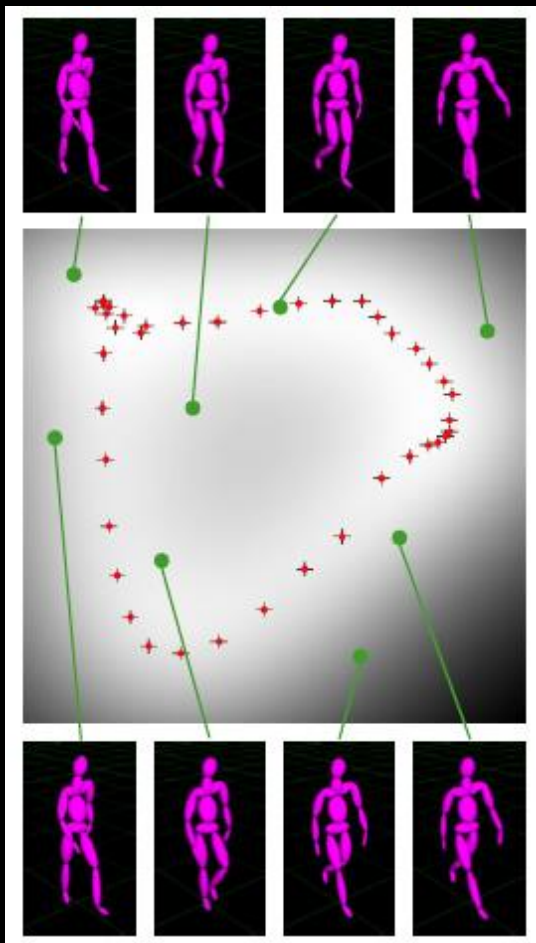
- 提供了基于给定约束的最优可能的姿态





# 基于样例的方法(cont.)

## ■ 构造姿态空间 (training, extrapolated)



# Videos

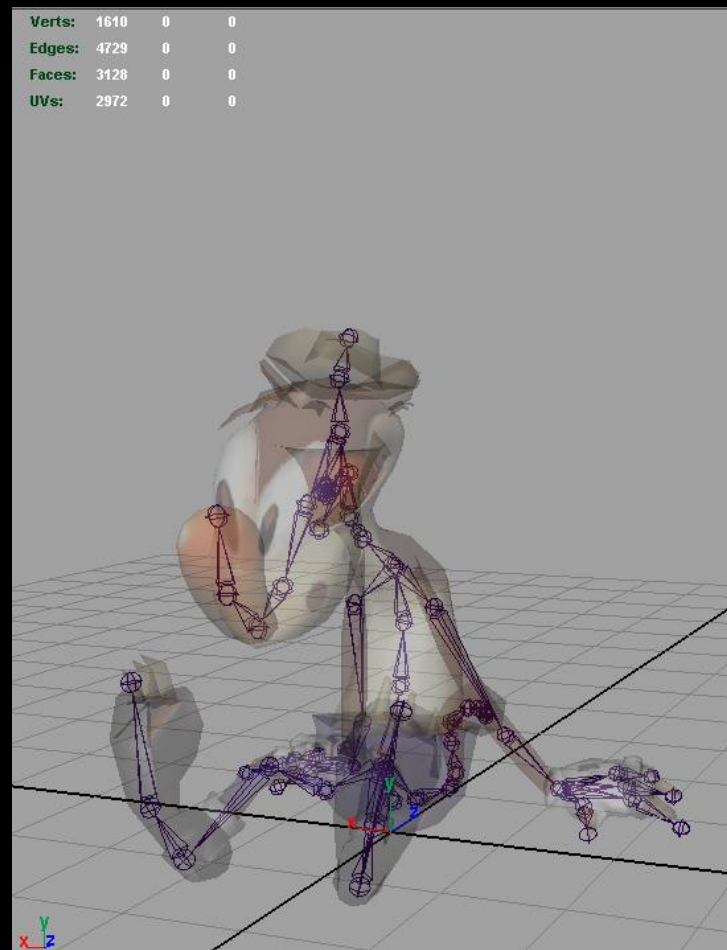
## **Style-Based Inverse Kinematics**

**Keith Grochow   Steven L. Martin  
Aaron Hertzmann   Zoran Popovic**

# 骨架与角色模型的绑定

- 到目前为止，我们讨论了骨架的运动
- 角色的表面(外皮)必须随着骨架的运动而运动(变形)
- 这个过程称为**Rigging** (Skinning, Enveloping, Vertex Blending, **SSD** (**S**keleton **S**ubspace **D**eformation))

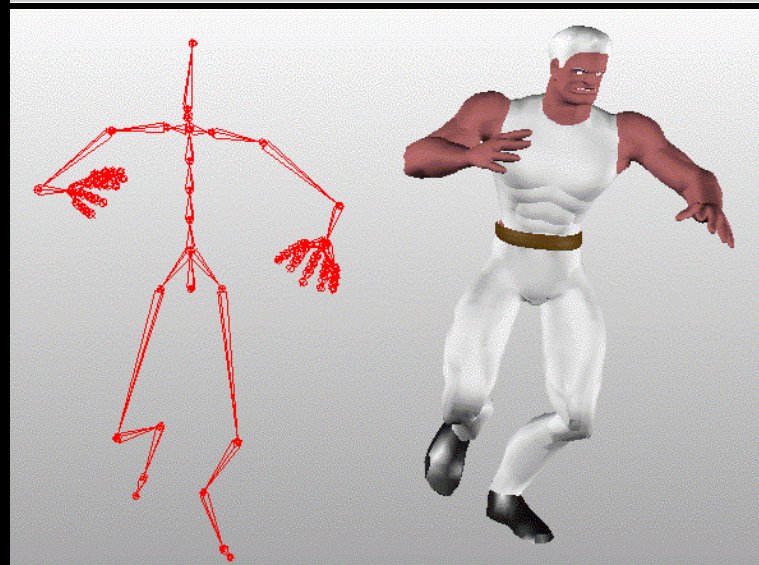
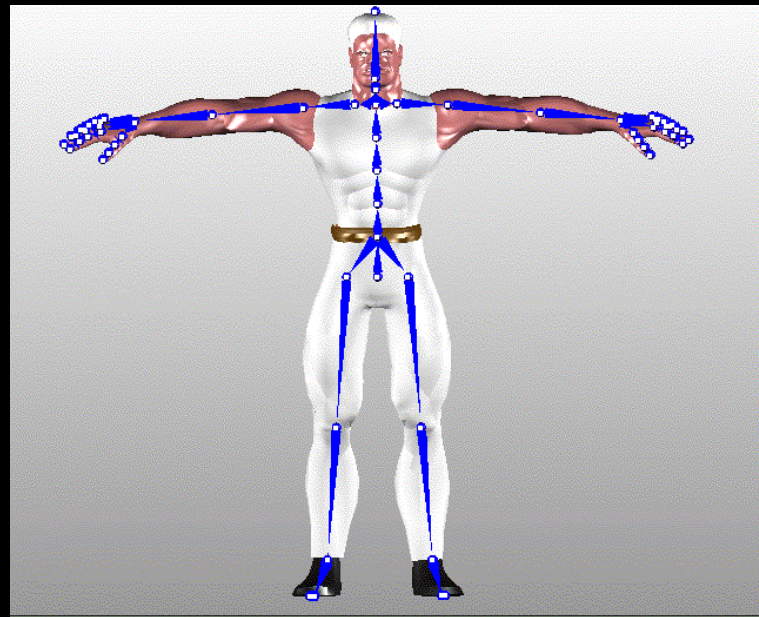
# 骨架与角色模型的绑定





# 中性姿势或静止姿势

- 在骨架绑定中，皮肤的运动定义为对应控制骨架的函数
- 很多骨架绑定系统采用一个称为中性姿势或静止姿势(**Rest pose**)的几何信息



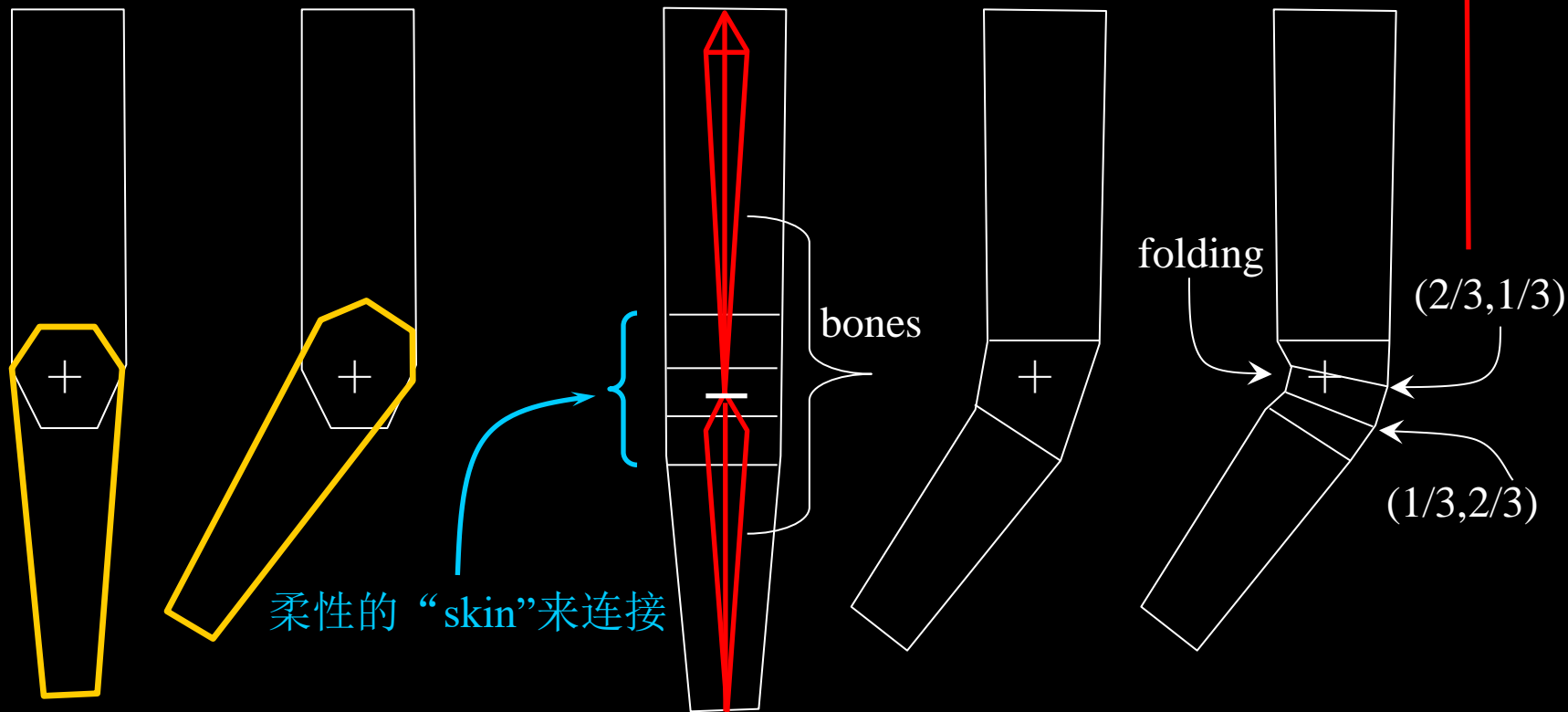
# 问题的引出

- 但是，对于某些点，我们不知道它们属于身体的哪一段？
- 对于肘关节附近的点，可能属于前臂、后臂、或者两者
- 我们希望前臂和后臂都影响这些点的运动！

# 顶点混合(Vertex Blending)

- 假设一个数字角色的手臂用前臂和后臂来模拟，我们要对手臂设置动画。
- 若采用刚体变换设置动画，则肘关节处不像真实手臂。因为我们采用了两个分离的物体来模拟手臂，在肘关节处有重叠部分。
- 解决方法：Vertex Blending！
- 采用一个物体模拟，关节处应是柔性的。

前臂2/3, 后臂1/3



刚体

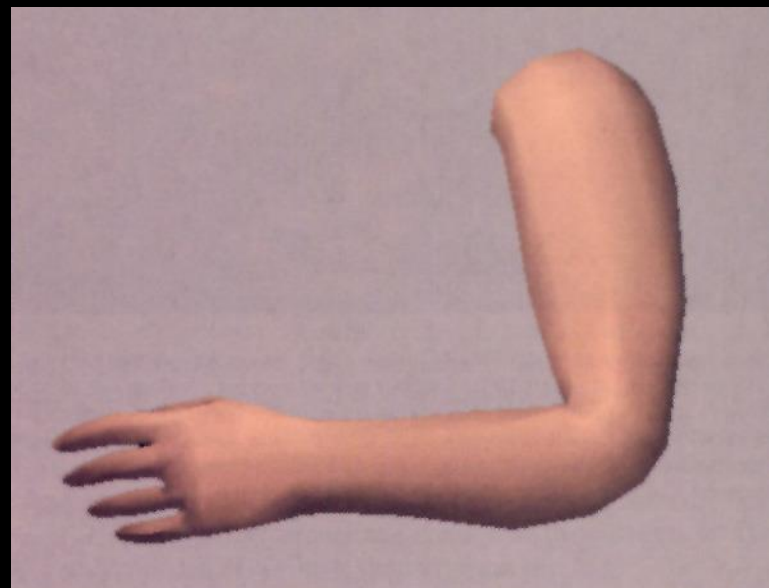
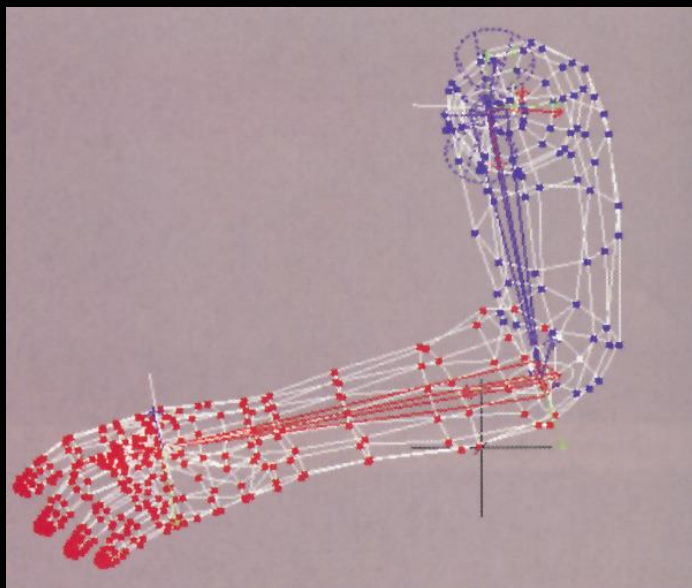
simple skin

顶点混合



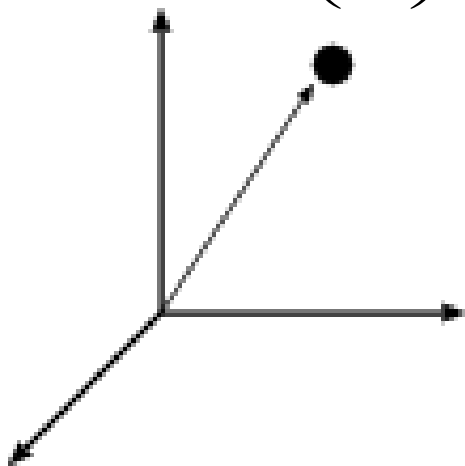
- **最简单方法**：前臂和后臂仍单独设置动画，但关节处用一柔性的“skin”来连接。
- 柔性部分的一部分顶点由前臂的矩阵来变换，另一部分由后臂的矩阵来变换。即：**一个三角形的顶点可以由不同的矩阵来变换，而不是一个矩阵**。这种基本技术有时也称为“Stitching”。
- **进一步推广**：一个顶点可以由几个不同的矩阵进行加权变换
- **实施方法**：在物体上放置关节骨架，每个骨架按用户给定的权因子影响顶点。

- 整只手臂可以是“柔性”的。所有的顶点可以由多个矩阵影响。整个多边形网格常称为骨架上的“skin”(外皮)



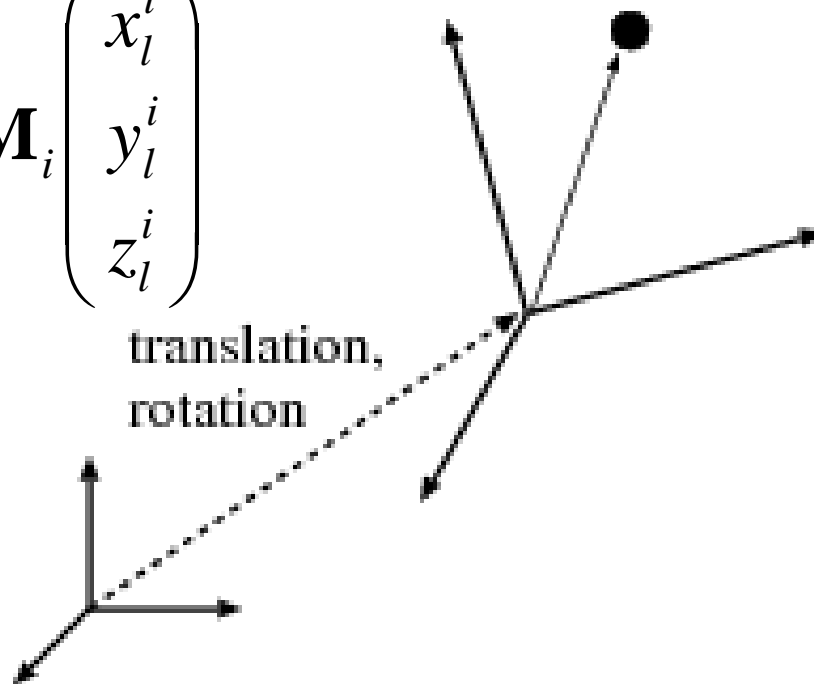
Vertex blending 例子

$$\begin{pmatrix} x_l^i \\ y_l^i \\ z_l^i \end{pmatrix}$$



local coord

$$\begin{pmatrix} x_g^i \\ y_g^i \\ z_g^i \end{pmatrix} = \mathbf{M}_i \begin{pmatrix} x_l^i \\ y_l^i \\ z_l^i \end{pmatrix}$$



world coord

# 顶点混合的数学表示

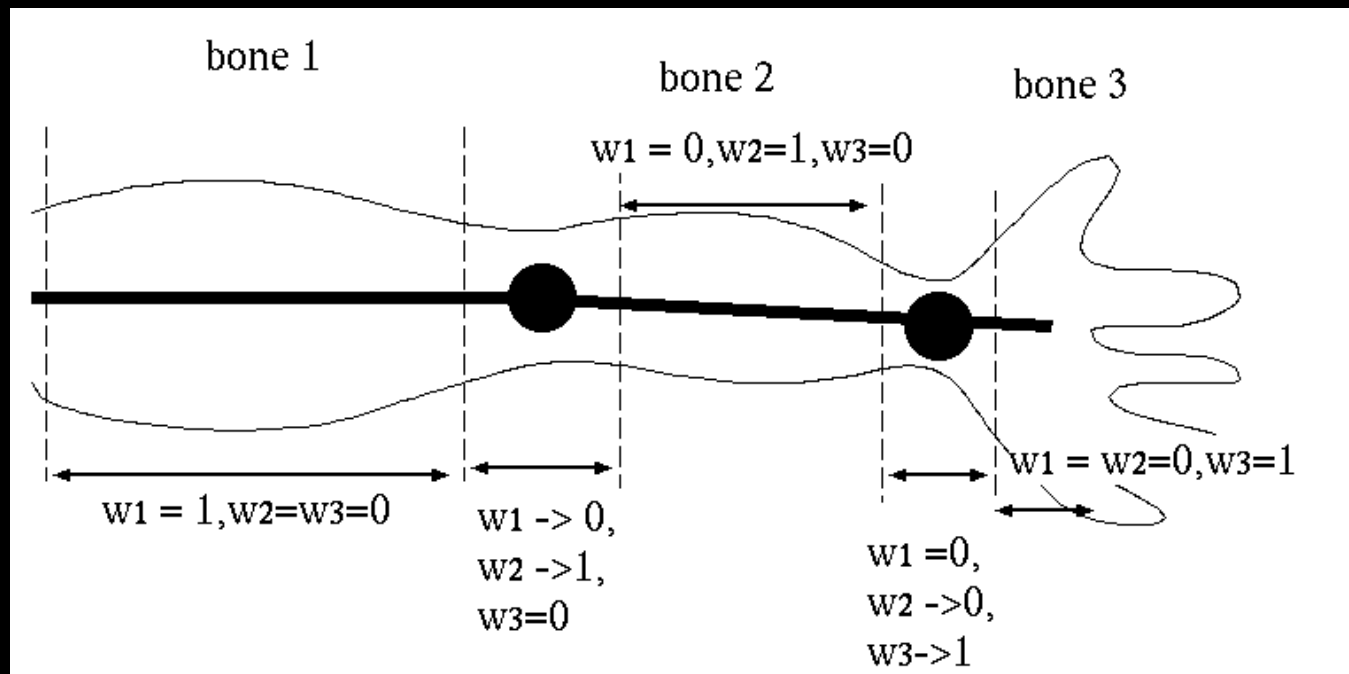
$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i \mathbf{B}_i(t) \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{P}, \quad \text{其中} \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i = 1, \quad \omega_i \geq 0$$

- $\mathbf{P}$ 为变换前的顶点， $\mathbf{u}(t)$ 为变换后的顶点， $n$ 为影响 $\mathbf{P}$ 的关节数目
- $\mathbf{M}_i$ : 把第 $i$ 个关节骨架的局部坐标系变换到世界坐标系
- $\mathbf{B}_i(t)$ : 第 $i$ 个关节随时间变化的世界变换，通常是一系列矩阵的连乘
- $w_i$ : 第 $i$ 个关节骨架作用于 $\mathbf{P}$ 的权因子

# 如何来决定权因子?

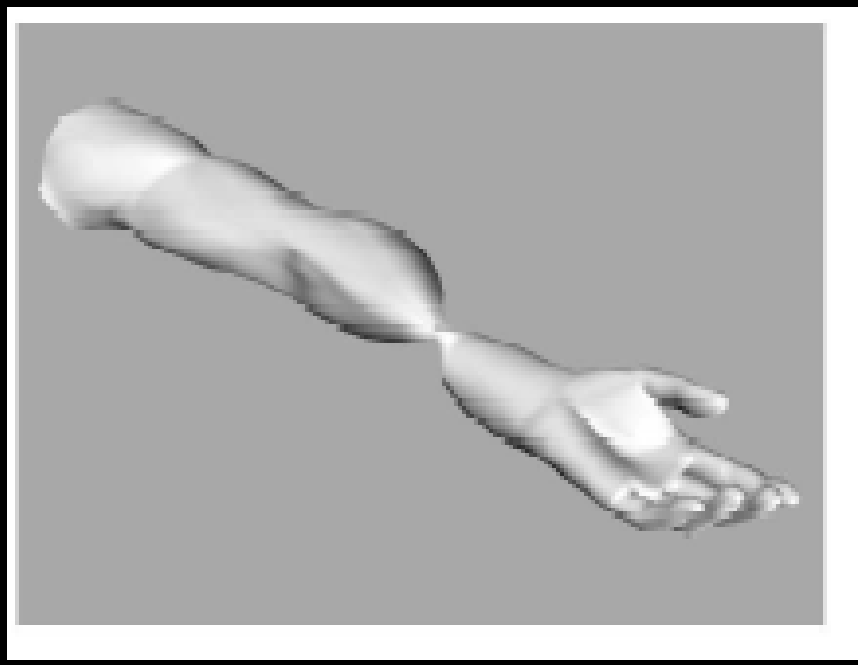
## ■ 决定顶点到骨骼的映射

- 如果顶点 $v$ 在骨骼 $i$ 的中间, 则 $w_i=1$ , 且 $w_j (j \neq i)=0$ ;
- 如果顶点靠近骨骼 $i$ 和骨骼 $i+1$ 的边缘, 则 $w_i$ 逐渐减少到0,  $w_{i+1}$ 逐渐增加到1;
- 如果顶点受到 $\geq 3$ 个骨骼的影响, 其权因子 $w_i$ 可根据顶点到骨骼的距离来决定。



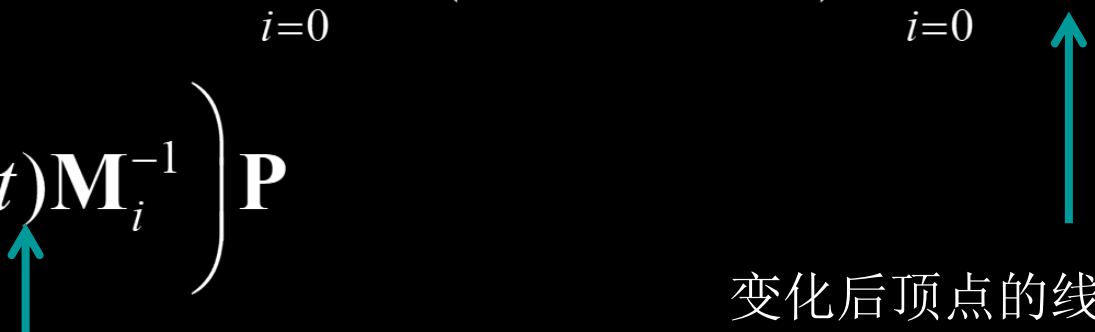
# 线性顶点混合存在的问题

- 当关节旋转到一些极端角时，网格模型的体积会损失；
- 这种现象称为“关节塌陷”或“糖果包裹”；



# Spherical blend skinning

关节塌陷的原因：

$$\begin{aligned}\mathbf{u}(t) &= \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i \mathbf{B}_i(t) \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{P} = \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i \left( \mathbf{B}_i(t) \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{P} \right) = \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i \mathbf{P}_i \\ &= \left( \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i \mathbf{B}_i(t) \mathbf{M}_i^{-1} \right) \mathbf{P}\end{aligned}$$


变化后顶点的线性组合

观察：旋转矩阵逐项插值无法保证结果仍然是旋转矩阵

解决办法：把**球面线性插值**取代上述公式中的线性插值

Kavan, Ladislav, and Jiří Žára. "Spherical blend skinning: a real-time deformation of articulated models." *Proceedings of the 2005 symposium on Interactive 3D graphics and games*. ACM, 2005.

# Spherical blend skinning



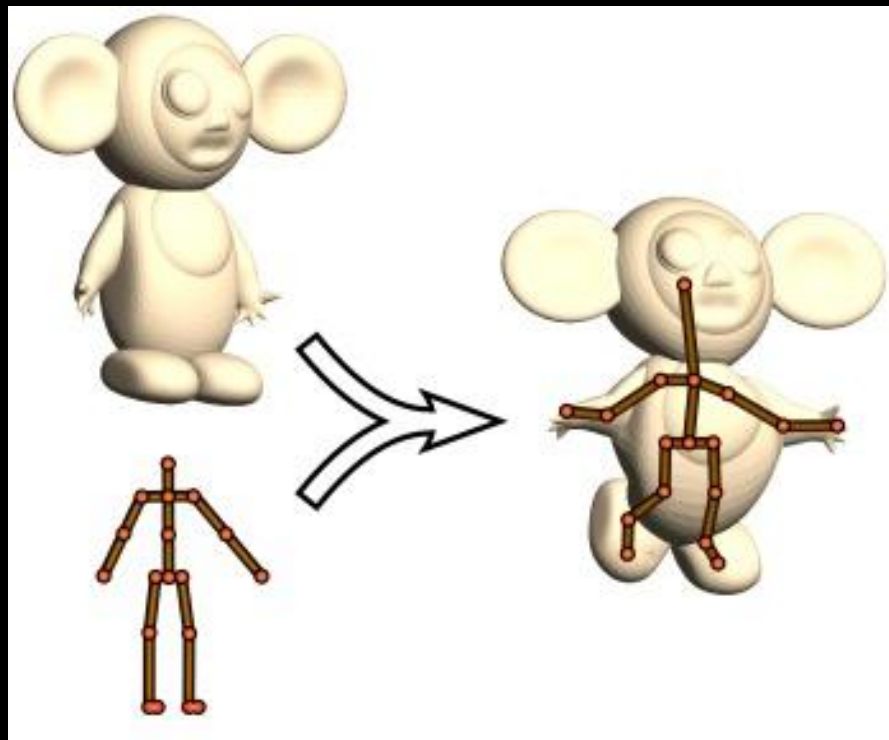
# 基于样本的权值确定

- 不是手工确定权值，而是从样本中学习权值



- Mohr, A., & Gleicher, M. (2003, July). Building efficient, accurate character skins from examples. In ACM Transactions on Graphics (TOG) (Vol. 22, No. 3, pp. 562-568). ACM.

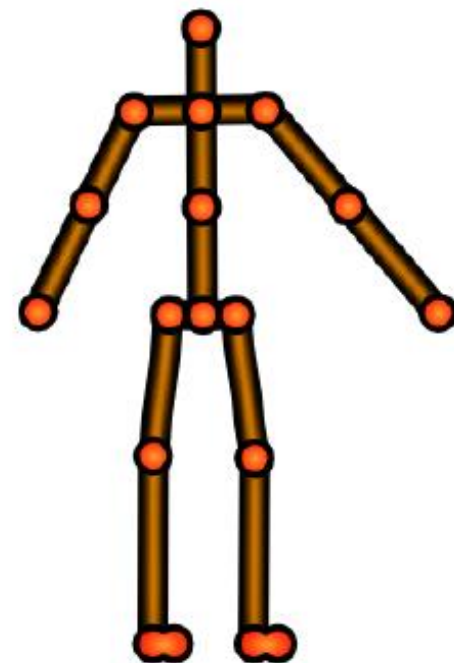
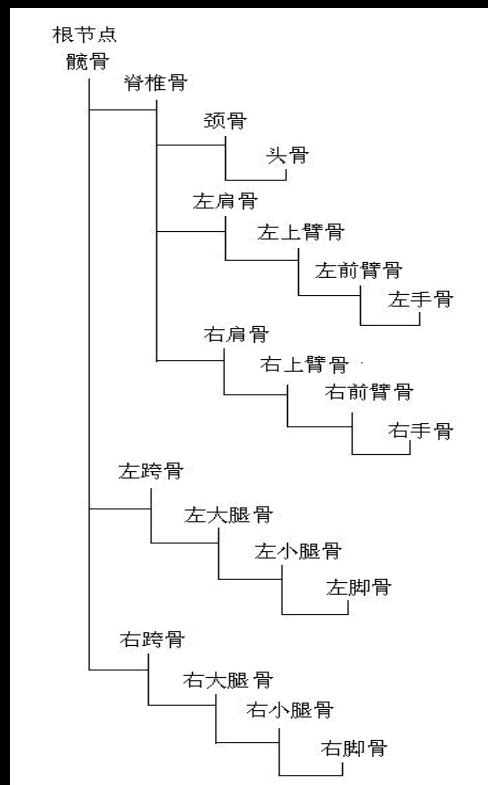
# 骨架与三维角色模型的自动绑定



- 参考文献: Ilya Baran and Jovan Popović. 2007. Automatic rigging and animation of 3D characters. In *ACM SIGGRAPH 2007 papers* (SIGGRAPH '07). ACM, New York, NY, USA, , Article 72 .
- C++ source and a Windows binary: <http://www.mit.edu/~ibaran/autorig/>

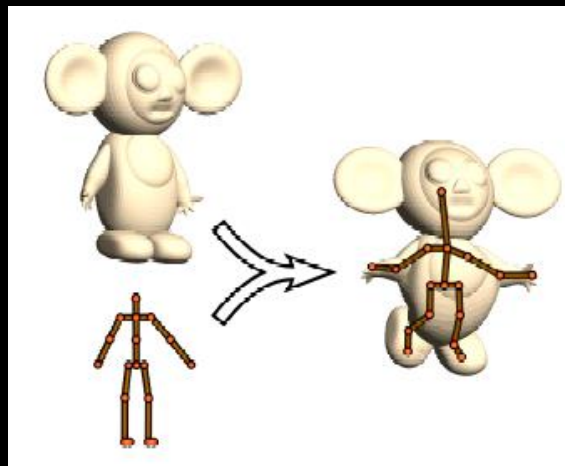
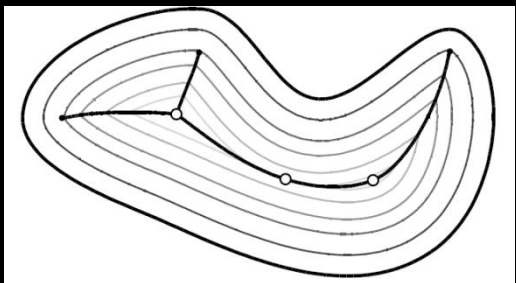
# 主要思想

- Pinocchio主要包括两个过程
  - 首先在未知的三维模型中嵌入骨架
  - 然后计算骨骼对表面网格上每个顶点的影响权值，并将表面皮肤依附在骨骼上。



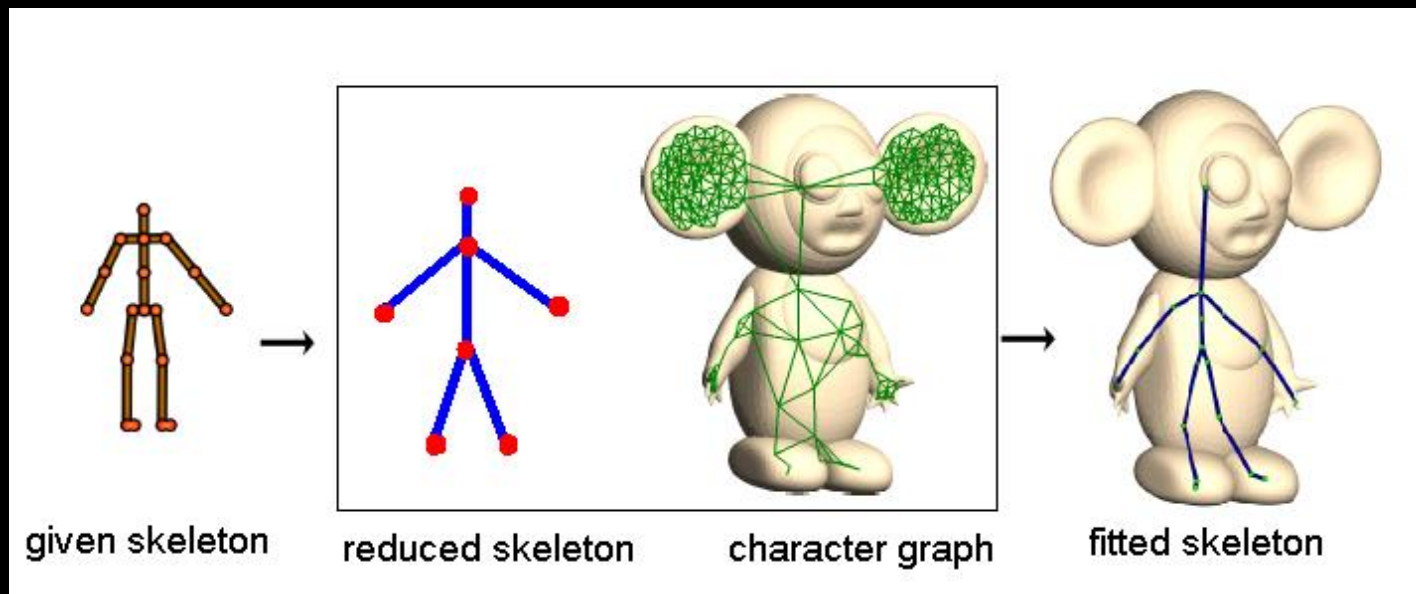
# 骨架计算

- 我们怎样才能**自动**从多边形模型自动算出骨架？
- 可利用物体的中轴(medial axis)
- 可通过园/球体拟合来计算



# 离散骨架嵌入

- 从给定的骨架模型建立一个简化的骨架，该骨架包含原骨架的端点和分叉关节点
- 把简化的骨架拟合到角色图(Character graph)中
- 使离散惩罚函数最小化，得到一个嵌入的骨架，再进行优化



# Pinocchio系统演示

Pinocchio

Automatic Rigging and Animation of 3D Characters

SIGGRAPH 2007

papers\_0030

# 运动捕获 (Mocap)





# 运动捕获

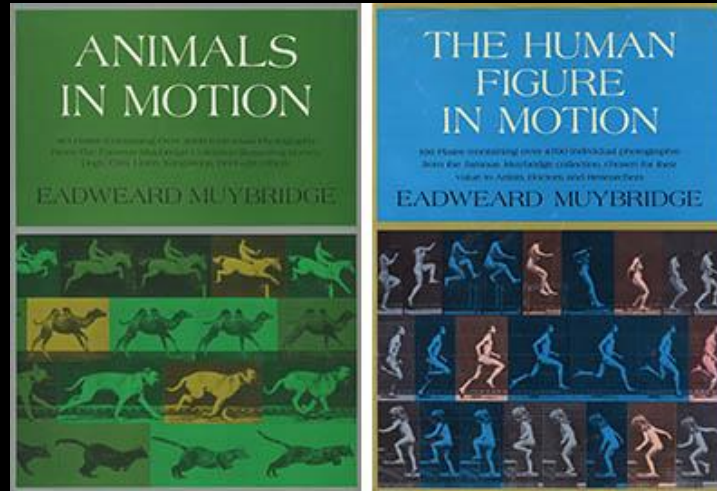
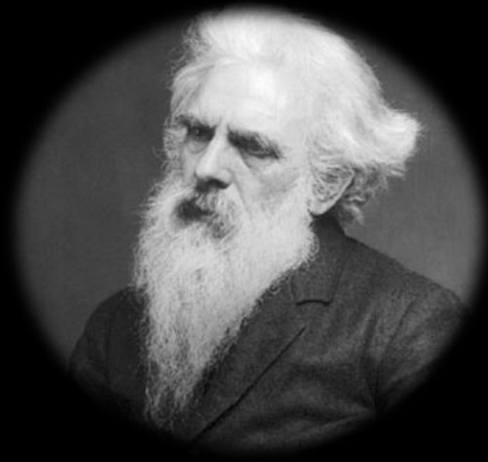


- 运动捕获(MoCAP, Motion Capture)采用软硬件系统记录表演者的真实运动信息，并把动作过程复制到一个虚拟的人或动物上。
- 运动捕获可以获取表演者动作的个性和运动细节，是生成逼真人体动画最实用、最有效的方法，因而在影视特技、游戏、动画、机器人控制中被广泛采用。



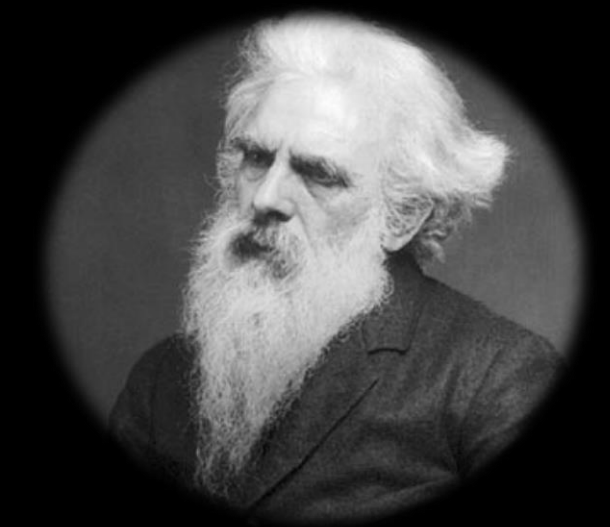
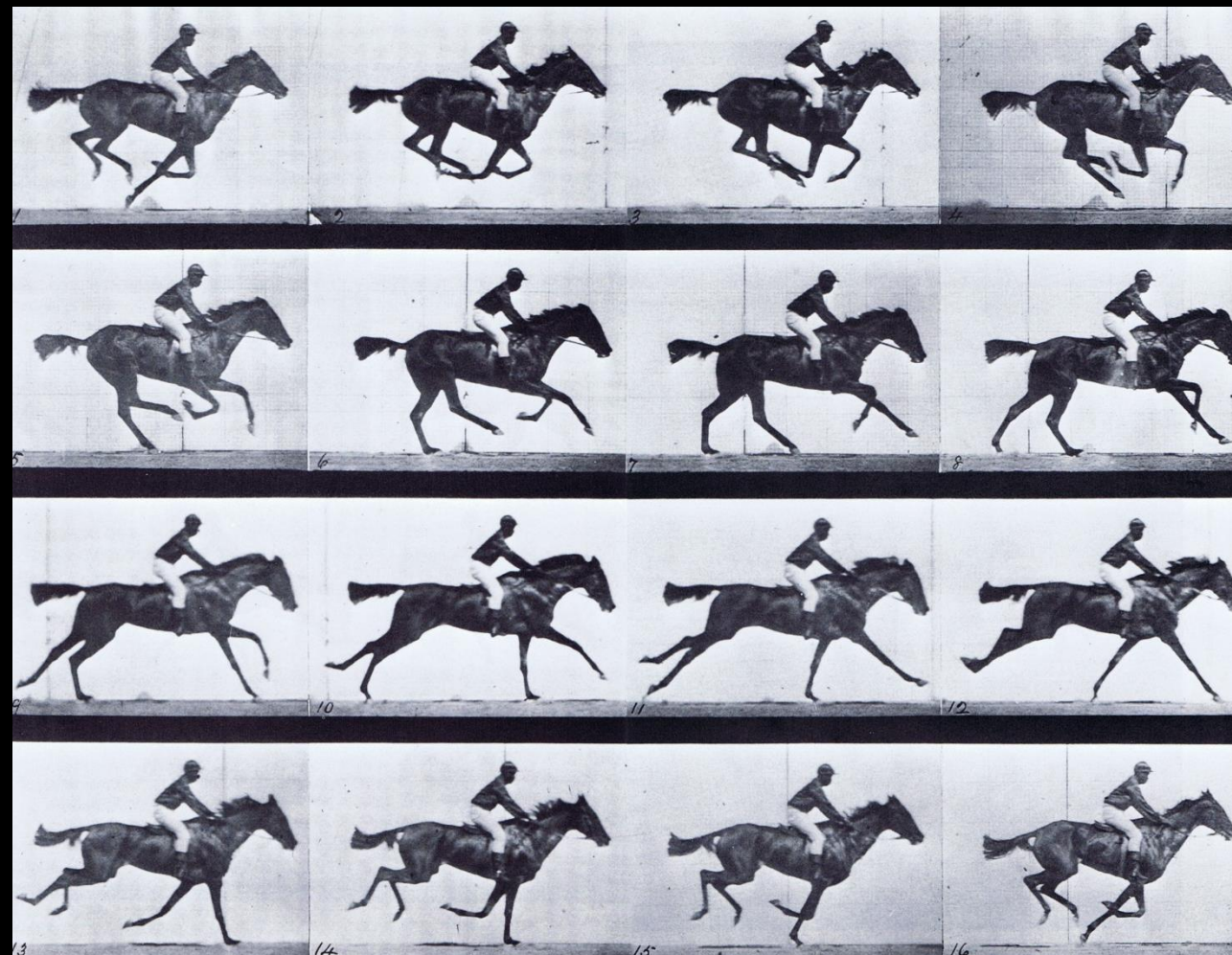


# 运动捕获历史



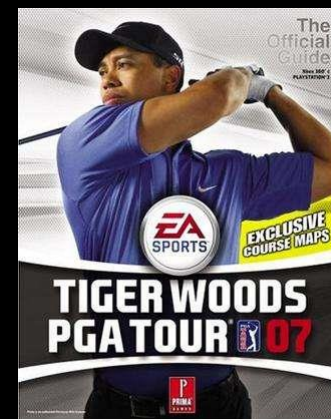
- **Eadweard Muybridge (1830 - 1904)**
- **English photographer, pioneered photographic studies of motion and motion-picture projection.**
- **In 1872 former governor of California Stanford hired Muybridge to prove all four feet of a horse were off the ground at the same time while trotting.**

# 运动捕获历史



# 采用运动捕获的游戏

- NBA live
- PGA tour (PGA巡回赛)
- NHL hockey (NHL冰球大赛)
- Legends of Wrestling 2 (摔跤传说2)
- Lords of Everquest (无尽的任务战略版)
- Lord of the Rings
- Tony Hawk Pro Skater (托尼霍克滑板)
- Batman: Dark Tomorrow (蝙蝠侠:黑暗未来)
- Grand Theft Auto (侠盗猎车手)
- Soul Caliber (刀魂)



# 运动捕获主要思路

- 跟踪参考点的运动
- 把参考点的信息转化为关节角度
- 用关节角驱动关节模型
- 结合运动轨迹，进行角色的控制



# 影像描摹(Rotoscoping)

- 运动捕获方法类似于早期Disney公司制作卡通片《白雪公主》时使用的“rotoscoping”技术，即动画师根据素材画面，采用手工交互的方式跟踪获取画面主体的运动信息。



Captured Video



Tracing



Post Processing

# 为什么需要运动捕获？

- 正向运动学、逆向运动学
  - 制作物理真实的运动是件非常艰巨的任务
  - 需要大量的专业动画人才
- 把运动进行记录并把结果映射到虚拟角色
  - 更加容易
  - 真实运动

# MOCAP流水线

- 标定(Calibration)
- 捕获(Capture)
- 三维位置重建(3D Position Reconstruction)
- 拟合到骨架(Fitting to the Skeleton)
- 后处理(Post Processing)

# 运动捕获方法(Capture)

光学

磁性发射器

磁性

红外LED灯

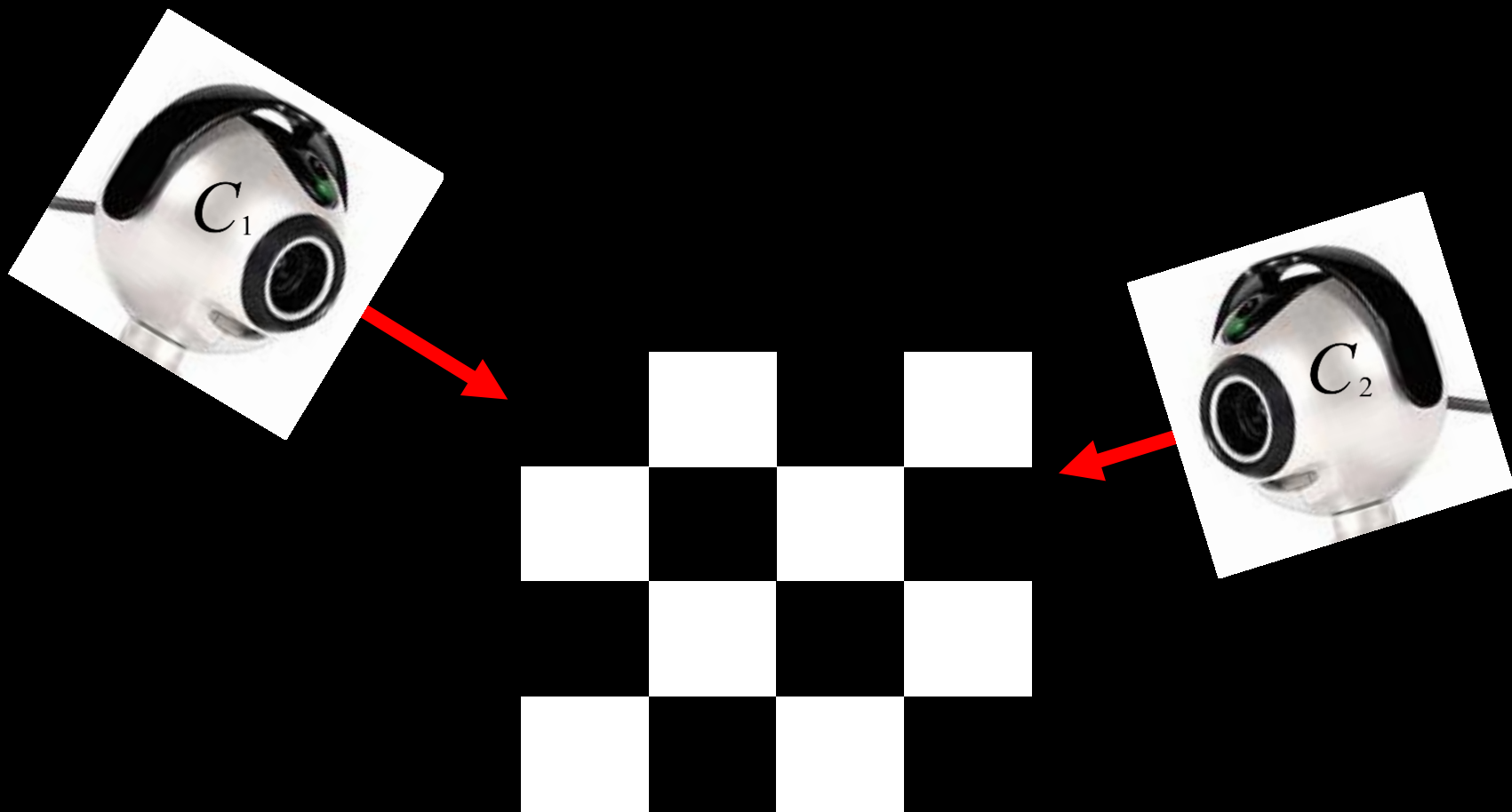
电位器位移传感器



# 光学运动捕获系统

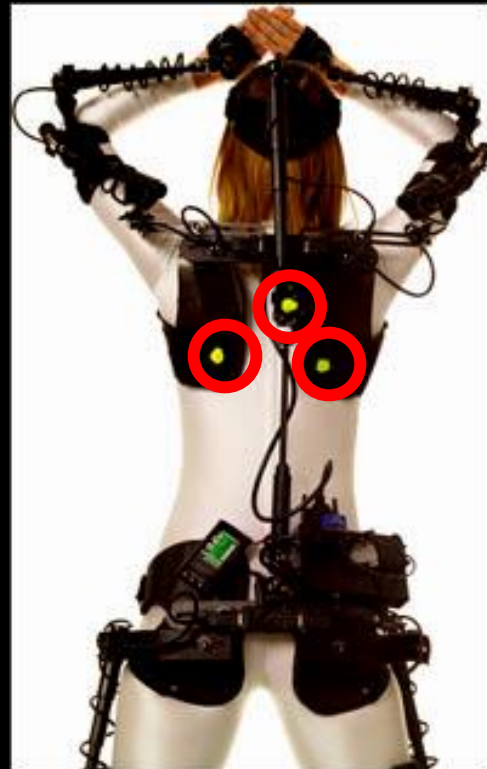


# 光学系统中的照相机标定(Calibration)



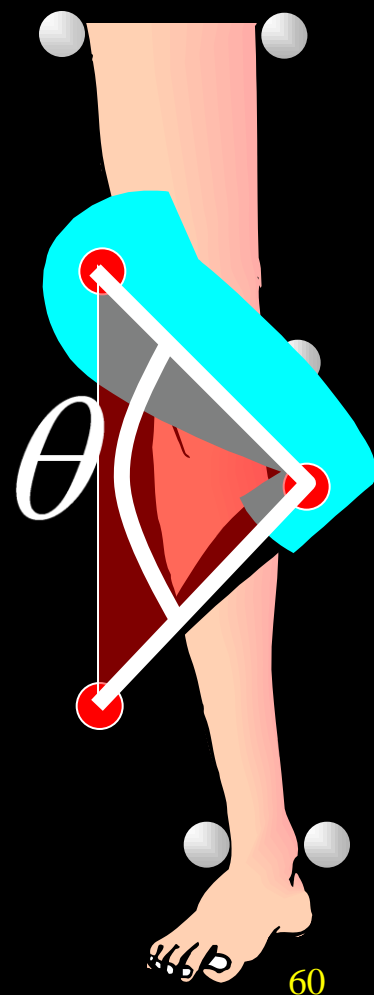
# 多个标记点(Multiple Markers)

- 光学系统中标记点容易被遮挡
  - 机械和光学混合系统



# 拟合到骨架(Fitting to the Skeleton)

- 理想方法
  - 10 – 20% 长度变化
- 两边都放标记点，取它们的中点
- 关节偏移量(Joint Displacement)
- 只采用旋转角



# 光学运动捕获系统(被动式)

## Optical Motion Capture (Passive)

- 被动反射(Passive reflection)
  - 摄像机
    - 红外线、可见光、或近红外频闪灯
    - 高分辨率 (1至4百万像素)
    - 每秒120-240帧 (最大2000帧/秒)
  - 非室外
  - 人穿没有光泽的非反光材料
  - 紧身衣
  - 标记有可能被肢体或道具遮挡

# 光学运动捕获系统(主动式)

## Optical Motion Capture (Active)

- LED灯主动输出
- 没有标记点的混淆问题
- 可以进行室外捕获
- 价格只是被动系统的1/3

# 光学运动捕获系统的优缺点

## 优点:

- 采样频率高;
- 捕获空间较大;
- 标记点设置灵活;

## 缺点:

- 标记点可能会被遮挡;
- 只能获取位置数据（关节角度需要根据位置信息计算得到）;

# 磁性运动捕获系统

## Magnetic Motion Capture

- 机电传感器
- 传感器较重
- 身体上有导线
- 精度有限(比光学方法的精度差)





# 磁性运动捕获系统(cont.)

- 工作空间较小
- 主要费用在传感器
- 对金属和传导干扰敏感
- 比光学设备便宜



Ascension MotionStar Wireless

# 机械式运动捕获系统

## Mechanical Motion Capture

- 对象需要穿外骨骼
- 不受光或磁场干涉
- 没有标记混淆问题
- 运动受限制
- 绝对位置未知



# Motion Capture的利弊

## ■ 优点

- 只要能被捕获，可记录人体运动的所有细节，运动真实

## ■ 缺点

- 不容易进行
  - 编辑
  - 控制
- 较昂贵



# Eric Darnell, co-director of Antz

- **The main problem** with motion capture associated with characters has to do with **mass distribution, weight, and exaggeration**. He says that it is impossible for a performer to produce the kind of motion exaggeration that a cartoon character needs, and the mass and weight of the performer almost never looks good when **applied to a character of different proportions**.



# Richard Chuang, VP at PDI



- The mapping of human motion to a character **with non-human proportions doesn't work**, because the most important things you get out motion capture are the **weight shifts and the subtleties and that balancing act of the human body**. If the proportions change, you throw all that out the door, so you might as well animate it.

# Godzilla: Karen Goulekas



- The reason that we pulled the plug (终止) on using the motion capture was, very simply, because **the motion we captured from the human actor could not give us the lizard-like motion we were seeking**. The mocap could also not reflect the huge mass of Godzilla either. During our keyframe tests, we found that the Godzilla motion we wanted was one that maintained the sense of huge mass and weight while still moving in a graceful and agile manner. No human actor could give us this result.

# 趋势：基于深度学习的姿态恢复

## End-to-end Recovery of Human Shape and Pose

Angjoo Kanazawa, Michael J Black, David W. Jacobs, Jitendra Malik

Supplementary Materials

