



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технологический университет
«СТАНКИН» (ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»)

**Институт
информационных
технологий**

**Кафедра
информационных технологий
и вычислительных систем**

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ
ИНДИВИДУАЛЬНОГО ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Методы оптимизации»

СТУДЕНТА 2 КУРСА бакалавриата ГРУППЫ ИДБ-22-04
(уровень профессионального образования)

Макаров Андрей Олегович

НА ТЕМУ
«Численные методы многомерной оптимизации»

Направление: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Профиль подготовки: «Разработка программных комплексов в рамках цифровой трансформации деятельности предприятий»

Отчет сдан « _____ » _____ 20 ____ г.

Оценка _____

Преподаватель Палванов М.Р.

(Ф.И.О., должность, степень, звание.)

(подпись)

МОСКВА 2024

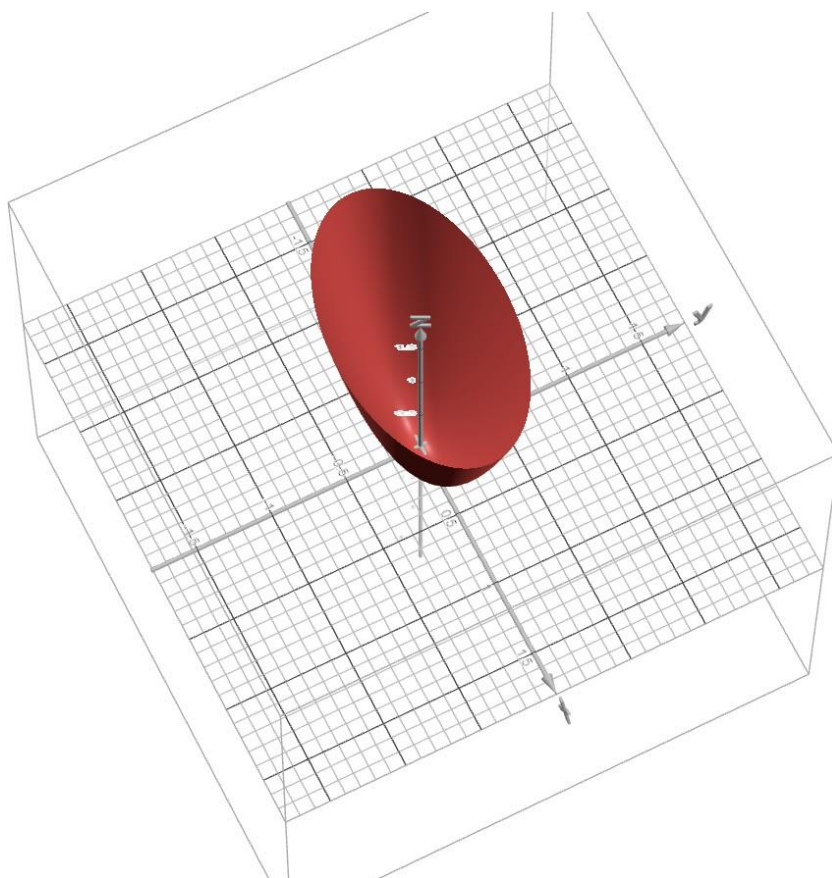
Метод градиентного спуска с постоянным шагом

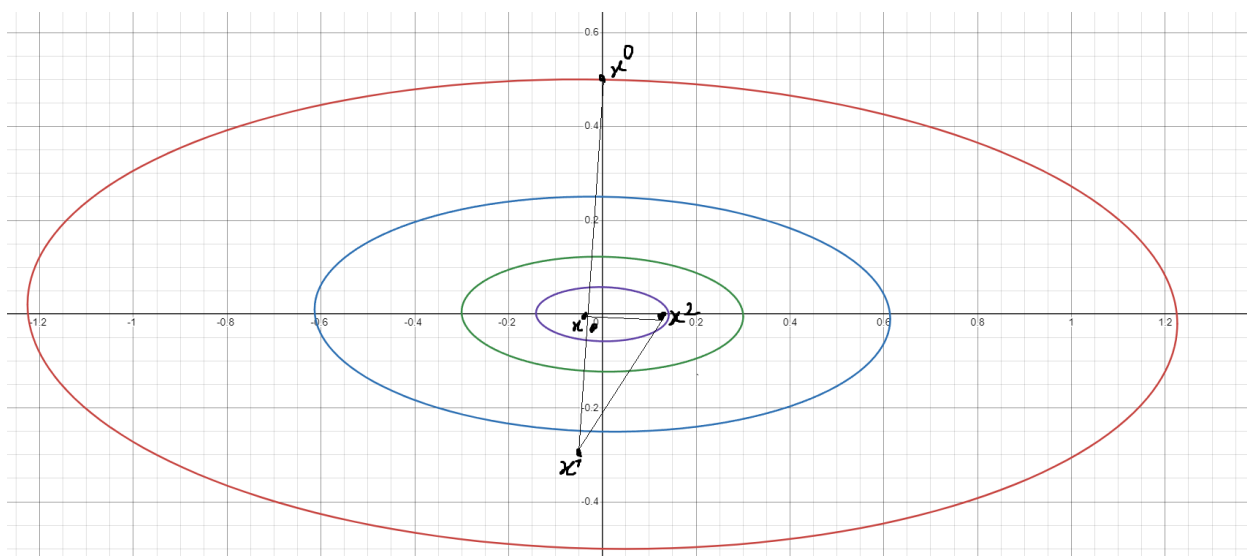
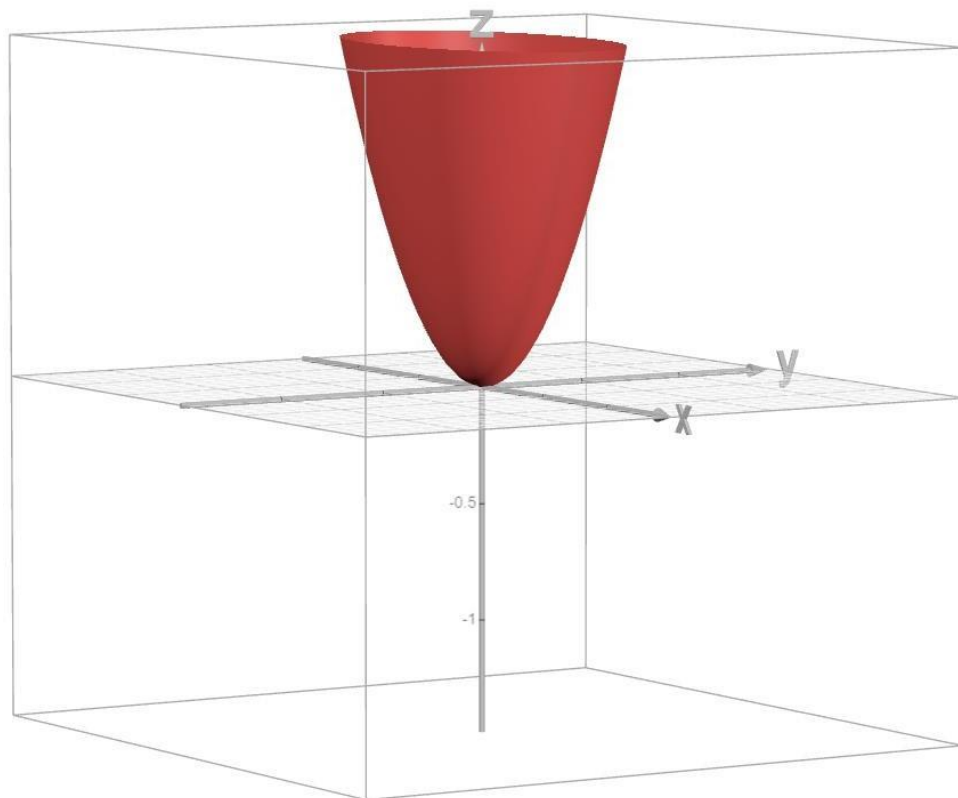
Дано:

$$f(x) = 2x^2 + 0.2xy + 2y^2$$

$$x^0 = (0; 0.5) \quad \varepsilon = 0,15 \quad \varepsilon = 0,2 \quad M=10$$

Минимум функции был сразу найден с помощью программного кода,
График функции из индивидуального задания и геометрическая интерпретация метода представлены ниже:





Код программы представлен на языке C++

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3
4
5 int main(void){
6     double x1,x2,x1x2;
7     printf("Введите коэффициенты перед x1^2 x1x2 x2^2\n");
8     scanf("%lf%lf%lf",&x1,&x1x2,&x2);
9     printf("Уравнение = %.1lf*x^2 %.1lf*x1x2 %.1lf*x2^2\n",x1,x1x2,x2);
10    double e1,e2,m,x0,x01;
11    printf("Введите x0 e1 e2 M\n");
12    scanf("%lf %lf %lf %lf %lf",&x0,&x01,&e1,&e2,&m);
13
14
15    double dx1,dx2;
16    dx1=2*x1;
17    dx2=2*x2;
18    int k=0;
19    double t=0.5;
20    double x11,x12,x21,x22,x00,x001=0,x5,x6;
21    x00=x0; //k
22    x001=x01;
23    x5=x0; //k-1
24    x6=x01;
25    m2:
26    x11=dx1*x00+x1x2*x001; //f(x)k
27    x12=dx2*x001+x1x2*x00;
28    printf("k = %d ----- f(x)=[%.5f;%.5f] xk= [%.5f;%.5f] -----\n",k,x11,x12,x00,x001);
29
30
31    if((sqrt(x11*x11+x12*x12)<e1)){
32        x0=x00;
33        x01=x001;
34    }
35    else {
36        printf("Вычислим ||f(x)|| > e = %.5f > %.5f\n",sqrt(x11*x11+x12*x12),e1);
37        if(k>m)
38        {
39            x0=x00;
40            x01=x001;
41            goto m3;
42        }

```

```

5 int main(void){
42 }
43
44
45
46
47
48 m1:
49
50
51 x21=x00-t*x11; //k+1
52 x22=x001-t*x12;
53 printf("Вычислим xk+1= [%.5f;%.5f] f(xk+1)= %.5f t = %.5f\n",x21,x22,(x1*x21*x21+x1x2*x21*x22+x2*x22*x22),t);
54 if((x1*x21*x21+x1x2*x21*x22+x2*x22*x22)-(x1*x00*x00+x1x2*x00*x001+x2*x001*x001)<0)/|((x1*x21*x21+x1x2*x21*x22+x2*x22*x22)-
(x1*x00*x00+x1x2*x00*x001+x2*x001*x001))<-e1*sqrt(x11*x11+x12*x12)*sqrt(x11*x11+x12*x12)){
55 {
56
57
58 if( (sqrt((x21-x00)*(x21-x00)+(x22-x001)*(x22-x001))<e2) &&
(abs(((x1*x21*x21+x1x2*x21*x22+x2*x22*x22)-(x1*x00*x00+x1x2*x00*x001+x2*x001*x001))<e2)&&(sqrt((x00-x5)*(x00-x5)+(x001-x6)
(x001-x6))<e2) && (abs(((x1*x00*x00+x1x2*x00*x001+x2*x001*x001)-(x1*x5*x5+x1x2*x5*x6+x2*x6*x6)))<e2))
59 {
60     printf("Проверим на выполнение обоих условий для k и k=k-1 ||xk+1 - xk ||= %.5f > %.5f ----- |f(xk+1) - f(xk)|=%.5f >
%.5f
\n",sqrt((x21-x00)*(x21-x00)+(x22-x001)*(x22-x001)),e2,abs(((x1*x21*x21+x1x2*x21*x22+x2*x22*x22)-
(x1*x00*x00+x1x2*x00*x001+x2*x001*x001))),e2);
61     x0=x21;
62     x01=x22;
63     printf("ERRR\n");
64 }
65 else
66 {
67     printf("Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= %.5f > %.5f ----- |f(xk+1) - f(xk)|=%.5f > %.5f
\n",sqrt((x21-x00)*(x21-x00)+(x22-x001)*(x22-x001)),e2,abs(((x1*x21*x21+x1x2*x21*x22+x2*x22*x22)-
(x1*x00*x00+x1x2*x00*x001+x2*x001*x001))),e2);
68     k=k+1;
69     x00=x21;
70     x001=x22;
71     x5=x00;
72     x6=x001;
73     printf("\n");
74     printf("\n");

```

```

5  int main(void){
74      printf("\n");
75      printf("\n");
76      goto m2;
77
78      }
79
80      }
81
82
83      else{
84          t=t/2;
85          goto m1;
86      }
87
88  }
89
90  m3:
91  printf("Ответ x* = [%lf;%lf]      f(x*)=%f1 \n",x0,x01,x1*x0*x0+x1*x2*x0*x01+x2*x01*x01);
92
93
94
95
96  }
97

```

Ответ программы:

```

Введите коэффициенты перед x1^2 x1x2 x2^2
2
0.2
6
Уравнение = 2.0*x^2 0.2*x1x2 6.0*x2^2
Введите x0 e1 e2 M
0
0.5
0.15
0.2
10
k = 0 ----- f(x)=[0.100001;6.000001] xk= [0.000001;0.500001] -----
Вычислим ||f(x)|| > e = 6.000831 > 0.150001
Вычислим xk+1= [-0.050001;-2.5000001] f(xk+1)= 37.530001 t = 0.500001
Вычислим xk+1= [-0.025001;-1.0000001] f(xk+1)= 6.006251 t = 0.250001
Вычислим xk+1= [-0.012501;-0.2500001] f(xk+1)= 0.375941 t = 0.125001
Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= 0.750101 > 0.200001 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=1.124061 > 0.200001

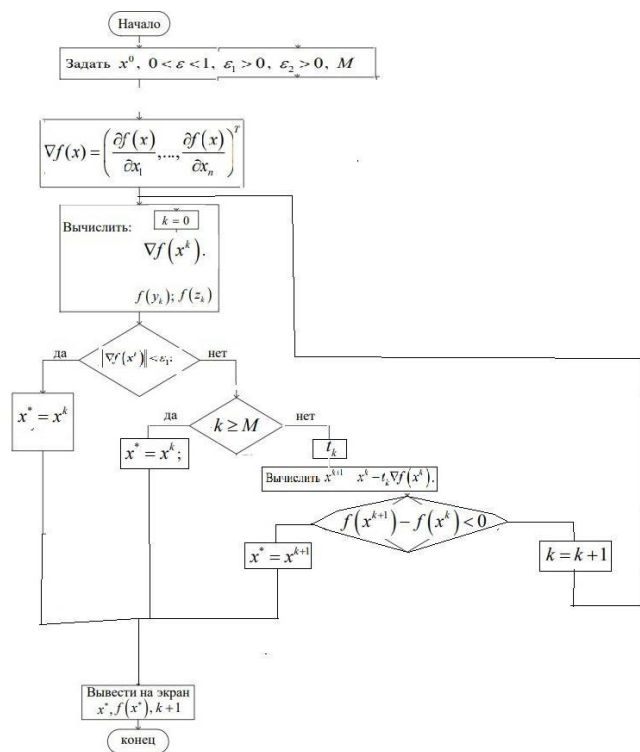
k = 1 ----- f(x)=[-0.100001;-3.002501] xk= [-0.012501;-0.250001] -----
Вычислим ||f(x)|| > e = 3.004161 > 0.150001
Вычислим xk+1= [0.000001;0.1253121] f(xk+1)= 0.094221 t = 0.125001
Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= 0.375521 > 0.200001 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=0.281721 > 0.200001

k = 2 ----- f(x)=[0.025061;1.503751] xk= [0.000001;0.125311] -----
Вычислим ||f(x)|| > e = 1.503961 > 0.150001
Вычислим xk+1= [-0.003131;-0.0626561] f(xk+1)= 0.023611 t = 0.125001
Проверим на выполнение обоих условий для k и k=k-1 ||xk+1 - xk ||= 0.187991 > 0.200001 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=0.0706061 > 0.200001
ERROR
Ответ x* = [-0.003133;-0.062656] f(x*)=0.0236141

```

Как видно, программа не зависит от номера варианта, но в данном случае решается именно 9.

Блок схема:



Метод наискорейшего градиентного спуска

Дано:

$$f(x) = 2x^2 + 0.2xy + 2y^2$$

$$x^0 = (0; 0.5) \quad \varepsilon = 0,15 \quad \varepsilon = 0,2 \quad M=10$$

```

1 #include <stdio.h>
2 #include<math.h>
3
4
5
6 double proziv(double x1, double x2, double x3)
7 {printf("Функция получила x1= %f1 x2=%f1 x3= %f1 \n",x1,x2,x3);
8     double t;
9     t=-x2/(2*x1);
10    if(x1>0){
11        return t;
12    }
13    else
14        return 0.5;
15 }
16
17
18
19
20 double золото(double x1, double x2, double x3, double a, double b, double e) {
21     // printf("Функция получила x1= %f1 x2=%f1 x3= %f1 \n",x1,x2,x3);
22     // printf("-----\n");
23     //printf("                                МЕТОД ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ                                \n");
24     double l = 0;
25     int k = 0;
26     double y = a + ((3 - sqrt(5)) / 2) * (b - a), z = a + b - y;
27 m1:
28     k += 1;
29     double fy = x1 * y * y + x2 * y + x3;
30     double fz = x1 * z * z + x2 * z + x3;
31
32     if (fy <= fz) {
33         // printf("f(y)<=f(x)   ");
34         b = z;
35         z = y;
36         y = a + b - y;
37     }
38     else
39     {
40
41         a = y;
42         y = z;
43         z = a + b - z;
44     }
45     l = abs(a - b);
46     if (l <= e) {
47         // printf("ОТВЕТ \n");
48         printf("x -- [%f ; %f] x*=%f f(x)=%f k = %d\n ", a, b, ((a+b)/2), x1 * ((a + b) / 2) * ((a + b) / 2) * ((a + b) / 2) + x2
49             * ((a + b) / 2) * ((a + b) / 2) + x3,k-1);
50         return ((a+b)/2);
51     }
52     else {
53         printf("PROM RESULT //x -- [%f ; %f] x*=%f f(x)=%f | War k = %d || y=%f z=%f f(y)=%f
54             f(z)=%f////////\n", a, b, ((a + b) / 2), x1 * ((a + b) / 2) * ((a + b) / 2) * ((a + b) / 2) + x2 * ((a + b) / 2) *
55             ((a + b) / 2) + x3,k,y, z, fy, fz, l);
56         goto m1;
57     }
58 }
59
60 // printf("-----\n");
61 return 0;
62 }
63
64 int main(void){
65     double x1,x2,x1x2;
66     printf("Введите коэффициенты перед x1^2 x1x2 x2^2\n");
67     scanf("%lf%lf%lf",&x1,&x1x2,&x2);
68     printf("Уравнение = %f*x^2 %f*x1x2 %f*x2^2\n",x1,x1x2,x2);
69     double e1,e2,m,x0,x01;
70     printf("Введите x0 e1 e2 M\n");
71     scanf("%lf %lf %lf %lf %lf",&x0,&x01,&e1,&e2,&m);
72
73     double y1,y2,y3;
74     double dx1,dx2;
75     dx1=2*x1;
76     dx2=2*x2;
77     int k=0;
78     double t=0.5;
79     double x11,x12,x21,x22,x00,x001=0;
80     x00=x0; //k
81     x001=x01;
82     m2:

```

```

79 m2:
80 x11=d*x1*x00+x1*x2*x001; //f(x)k
81 x12=d*x2*x001+x1*x2*x00;
82 printf("k = %d ----- f(x)=[%f1;%f1] xk= [%f1;%f1] -----\n",k,x11,x12,x00,x001);
83
84
85 if((sqrt(x11*x11+x12*x12)<e1)){
86     x0=x00;
87     x01=x001;
88 }
89 else {
90     printf("Вычислим ||f(x)|| > e = %f1 > %f1\n",sqrt(x11*x11+x12*x12),e1);
91     if(k>m)
92     {
93         x0=x00;
94         x01=x001;
95         goto m3;
96     }
97
98
99
100
101
102
103 y3=x1*x00*x00+x1*x2*x00*x001+x2*x001*x001;
104 y1=x1*x2*x11*x12+x11*x11*x1+x12*x12*x2;
105 y2=-2*x11*x00*x1-2*x12*x001-x1*x2*x00*x12-x1*x2*x001*x11;
106
107 t=proizv(y1, y2, y3);
108
109
110
111 printf("t = %f1 ----- \n",t);|
112
113 x21=x00-t*x11; //k+1
114 x22=x001-t*x12;
115 if( (sqrt((x21-x00)*(x21-x00)+(x22-x001)*(x22-x001))<e2) &&
116     (abs(((x1*x21*x21+x1*x2*x21*x22+x2*x22*x22)-(x1*x00*x00+x1*x2*x00*x001+x2*x001*x001)))<e2))
117 {
118     printf("Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= %f1 > %f1 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=%f1 > %f1\n",sqrt((x21-x00)*(x21-x00)+(x22-x001)*(x22-x001)),e2,abs(((x1*x21*x21+x1*x2*x21*x22+x2*x22*x22)-(x1*x00*x00+x1*x2*x00*x001+x2*x001*x001))),e2);
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140 }
141
142 m3:
143 printf("Ответ x* = [%f1;%f1] f(x*)=%f1 \n",x0,x01,x1*x0*x0+x1*x2*x0*x01+x2*x01*x01);
144

```

```

109
110
111 printf("t = %f1 ----- \n",t);| 2 ⚠ Expected ';' after express
112
113 x21=x00-t*x11; //k+1
114 x22=x001-t*x12;
115 if( (sqrt((x21-x00)*(x21-x00)+(x22-x001)*(x22-x001))<e2) &&
116     (abs(((x1*x21*x21+x1*x2*x21*x22+x2*x22*x22)-(x1*x00*x00+x1*x2*x00*x001+x2*x001*x001)))<e2))
117 {
118     printf("Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= %f1 > %f1 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=%f1 > %f1\n",sqrt((x21-x00)*(x21-x00)+(x22-x001)*(x22-x001)),e2,abs(((x1*x21*x21+x1*x2*x21*x22+x2*x22*x22)-(x1*x00*x00+x1*x2*x00*x001+x2*x001*x001))),e2);
119
120     x0=x21;
121     x01=x22;
122     printf("ERRR\n");
123 }
124 else
125 {
126     printf("Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= %f1 > %f1 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=%f1 > %f1\n",sqrt((x21-x00)*(x21-x00)+(x22-x001)*(x22-x001)),e2,abs(((x1*x21*x21+x1*x2*x21*x22+x2*x22*x22)-(x1*x00*x00+x1*x2*x00*x001+x2*x001*x001))),e2);
127
128     k=k+1;
129     x00=x21;
130     x001=x22;
131     printf("\n");
132     printf("\n");
133     printf("\n");
134     goto m2;
135 }
136
137
138
139
140 }
141
142 m3:
143 printf("Ответ x* = [%f1;%f1] f(x*)=%f1 \n",x0,x01,x1*x0*x0+x1*x2*x0*x01+x2*x01*x01);
144

```


Ответ программы:

```
Уравнение = 2.0000001*x^2 0.2000001*x1x2 6.0000001*x2^2
Введите x0 e1 e2 M
0
0.5
0.15
0.2
10
k = 0 ----- f(x)=[0.1000001;6.0000001] xk= [0.0000001;0.5000001] -----
Вычислим ||f(x)|| > e = 6.0000001 > 0.1500001
Функция получила x1= 216.1400001 x2=-6.0100001 x3= 1.5000001
t = 0.0139031 -----
Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= 0.0834301 > 0.2000001 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=0.4588691 > 0.2000001

k = 1 ----- f(x)=[0.0777551;4.9987041] xk= [-0.0013901;0.4165821] -----
Вычислим ||f(x)|| > e = 4.9993091 > 0.1500001
Функция получила x1= 150.0120821 x2=-4.1693951 x3= 1.0342961
t = 0.0138971 -----
Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= 0.0694751 > 0.2000001 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=0.3183551 > 0.2000001

k = 2 ----- f(x)=[0.0595401;4.1648921] xk= [-0.0024711;0.3471161] -----
Вычислим ||f(x)|| > e = 4.1653181 > 0.1500001
Функция получила x1= 104.1346531 x2=-2.0928841 x3= 0.7126551
t = 0.0138901 -----
Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= 0.0578571 > 0.2000001 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=0.2209001 > 0.2000001

k = 3 ----- f(x)=[0.0446611;3.4705171] xk= [-0.0032981;0.2892651] -----
Вычислим ||f(x)|| > e = 3.47088041 > 0.1500001
Функция получила x1= 72.3019161 x2=-2.0075021 x3= 0.4906191
t = 0.0138831 -----
Проверим на выполнение обоих условий ||xk+1 - xk ||= 0.0481841 > 0.2000001 ----- |f(xk+1) - f(xk)|=0.1533041 > 0.2000001
ERRR
Ответ x* = [-0.003918;0.241084] f(x*)=0.3485721
```

Как видно, программа не зависит от номера варианта, но в данном случае решается именно 9.

Примечание*:

Программа находит t с помощью необходимого и достаточного условия минимума, но также имеет возможность находить через МЗС.