Задание 2. Проверять функцию температуры как полином вида

$$T(z,n) = T_0 + (T_w - T_0)z^n$$

Найти значение степени n так, чтобы удовлетворять условие

$$\phi(n) = \sum_i \left(T_i - T(z_i, n)\right)^2 \to min$$

Решение

❖ **<u>Алгоритм золотого сечения</u>**

1. На первой итерации заданный отрезок делится двумя симметричными относительно его центра точками и рассчитываются значения в этих точках.
2. После чего тот из концов отрезка, к которому среди двух вновь поставленных точек ближе оказалась та, значение в которой минимума, отбрасывают.
3. На следующей итерации в силу показанного выше свойства золотого сечения уже надо искать всего одну новую точку.
4. Процедура продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность.

❖ **<u>Реализация (Python)</u>**

```
# Method Golden-section search applying for only phi()

def gss(a, b, tol=1e-5):

        gr = (sqrt(5) + 1) / 2        # golden ratio


        c = b - (b - a) / gr

        d = a + (b - a) / gr

        while abs(c - d) > tol:

                if phi(c) < phi(d):

                        b = d

                else:

                        a = c

                # Now we compute both c and d here to avoid loss of precision
                # which may lead to incorrect results or infinite loop

                c = b - (b - a) / gr

                d = a + (b - a) / gr


        return (a + b) / 2
```

- **Исходный код:** *см. P01.py*
- **Точность метода:** $1E-5$

❖ **<u>Эксперименты</u>**

1. **<u>Экс. 1</u>**

Вход	$n_1 = 0.0$	$n_2 = 1000.0$
Выход	$n = 1.1728$	

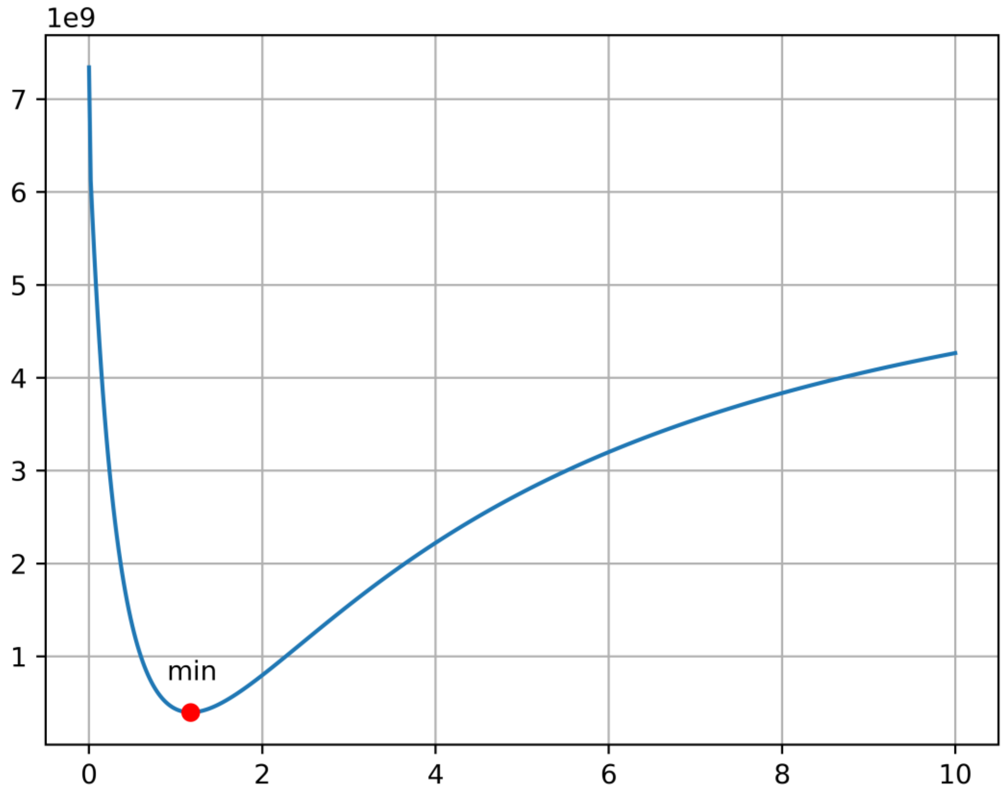

Рис. 1. Функция $\phi(n)$ в интервале от 0 до 10

На рисунке показано, что $\phi(n)$ стремится к миниуму при $n = 1.1728$.

При оптимальном значении функции $\phi(n)$, приближённая функция температуры выглядит следующим образом:

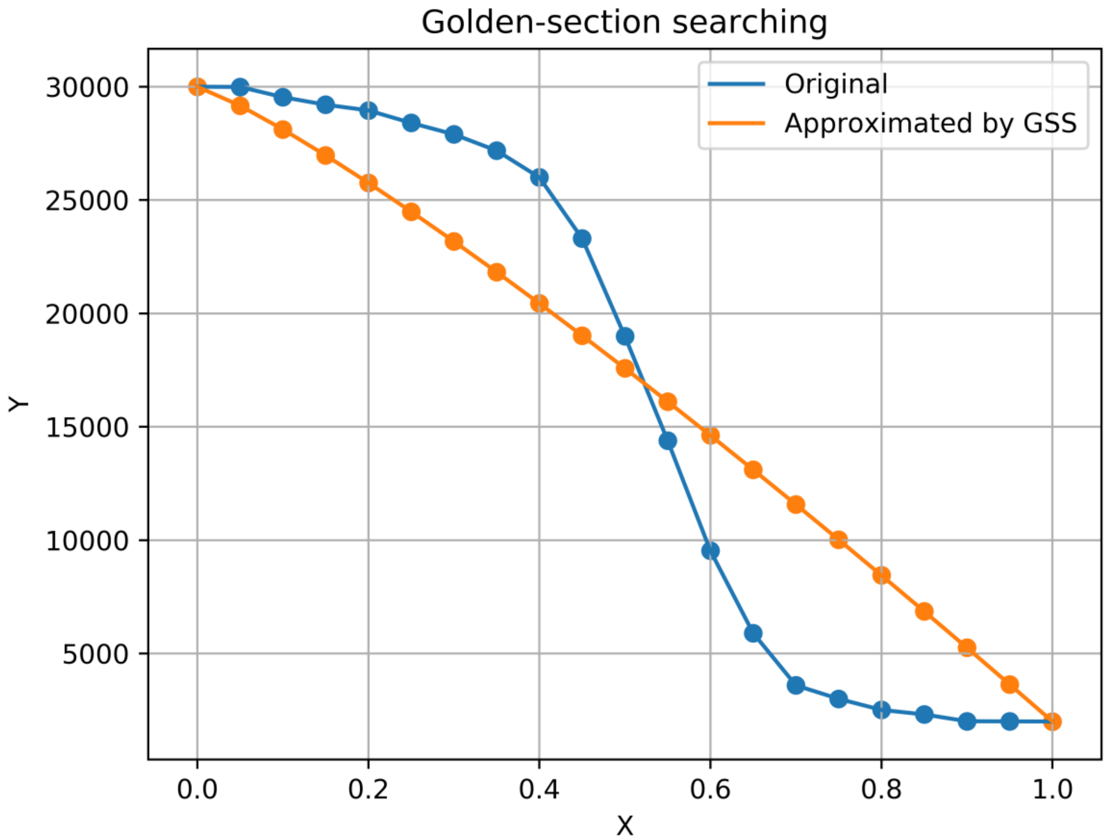

Рис. 2. Функция температуры исходной (синяя) и приближённой (оранжевая)

Вывод:

На картинке видно, что приближённая функция отличается от исходной.

2. <u>Экс. 2</u>

Вход	$n_1 = 0.0$	$n_2 = 1000.0$
Выход	$n = 4.63405$	

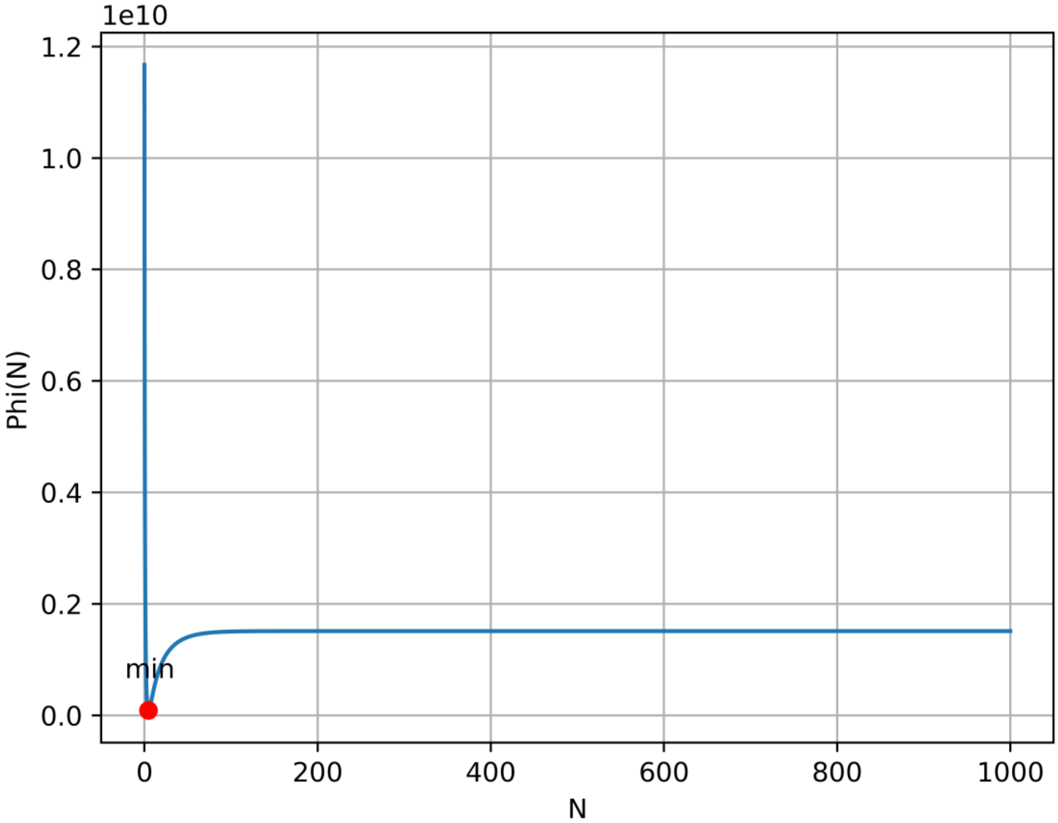

Рис. 3. Функция $\phi(n)$ в интервале от 0 до 1000

На рисунке показано, что $\phi(n)$ стремится к миниуму при $n = 4.63405$.

При оптимальном значении функции $\phi(n)$, приближённая функция температуры выглядит следующим образом:

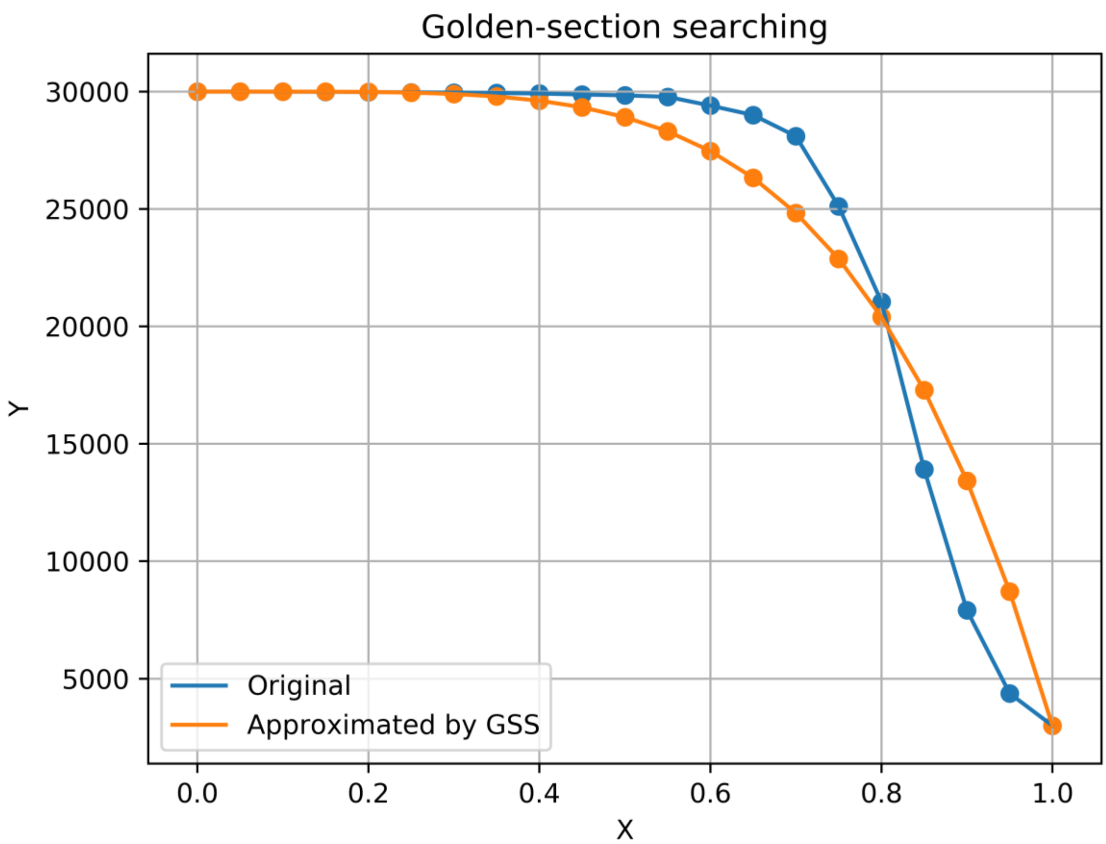

Рис. 4. Функция температуры исходной (синяя) и приближённой (оранжевая)

Вывод:

На картинке показано, что приближённая функция уже даётся хороший результат. В данном эксперименте были выбраны точки так, чтобы они стремятся ближе к значениям функции температуры с заданным указателем $n = 8.0$, то есть

$$T(z) = T_0 + (T_w - T_0)z^8$$

3. Экс. 3

Вход	$n_1 = 0.0$	$n_2 = 1000.0$
Выход	$n = 10.000000258267272$	

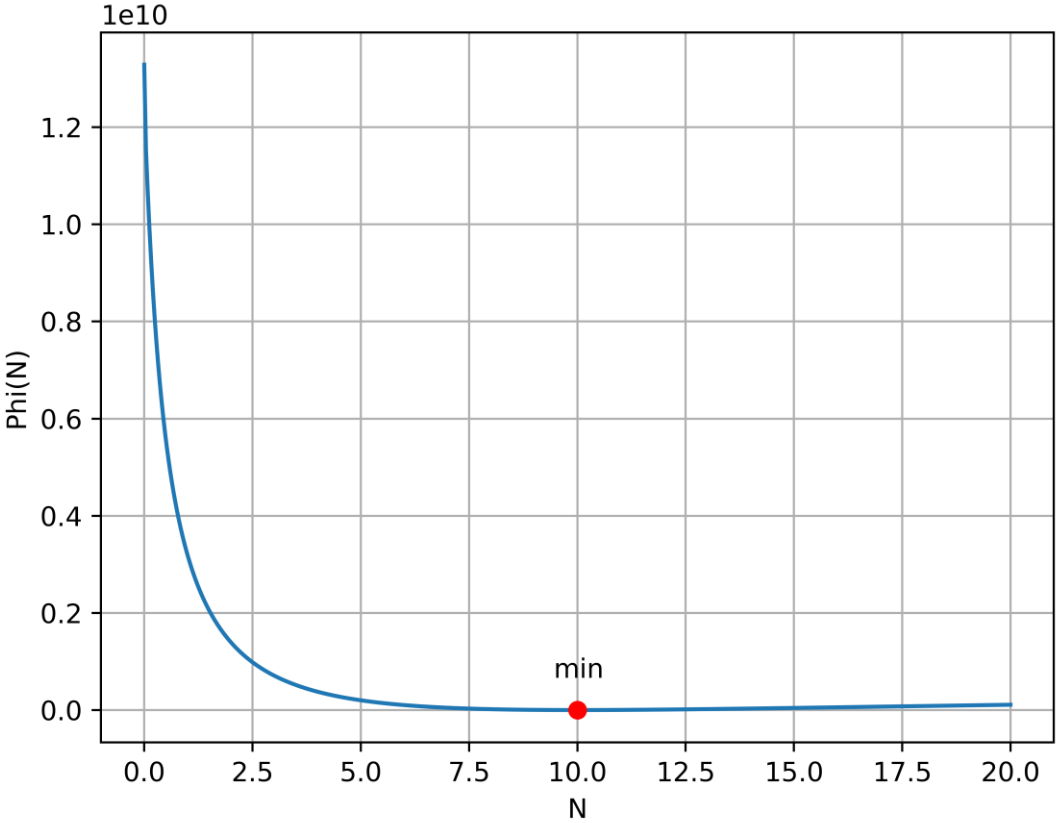

Рис. 5. Функция $\phi(n)$ в интервале от 0 до 20.

На рисунке показано, что $\phi(n)$ стремится к миниуму при $n = 10$.

При оптимальном значении функции $\phi(n)$, приближённая функция температуры выглядит следующим образом:

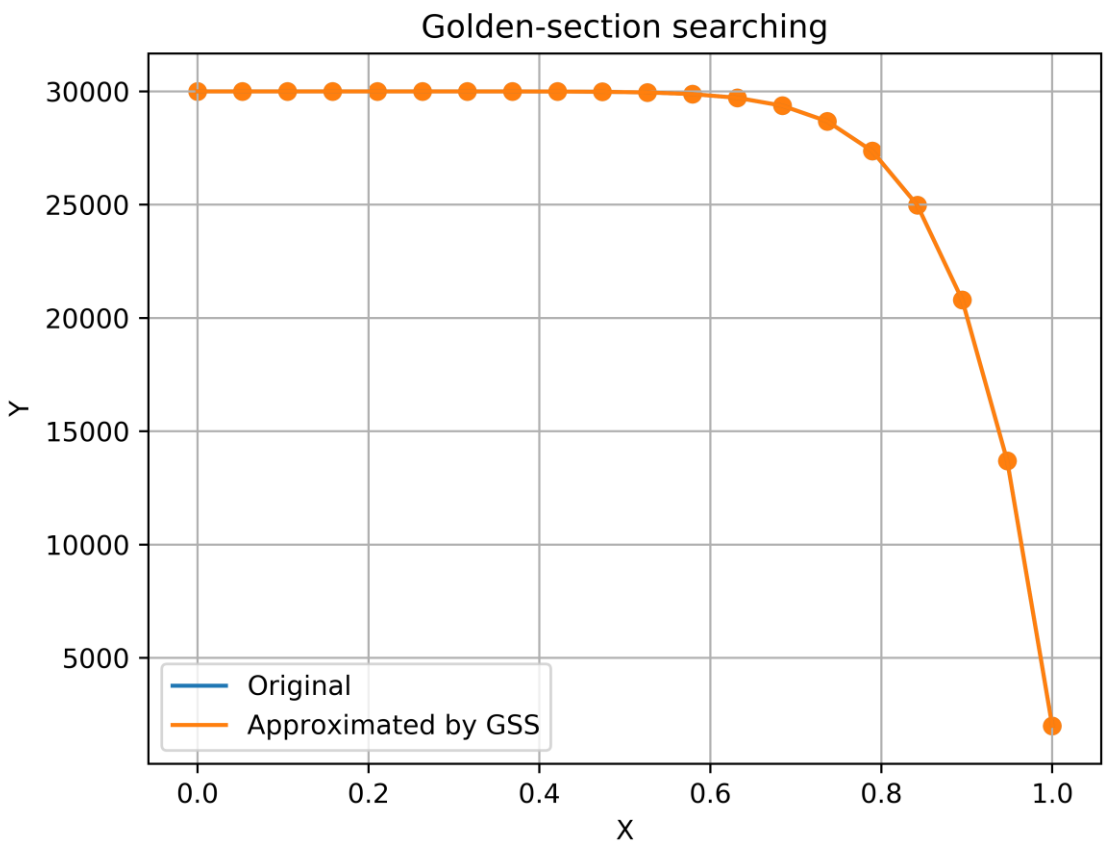

Рис. 6. Функция температуры исходной (синяя) и приближённой (оранжевая)

Вывод:

На картинке показано, что приближённой функцией даётся точный результат. В данном эксперименте были выбраны точки по закону (т.е. точные точки для проверке метода)

$$T(z) = T_0 + (T_w - T_0)z^{10}$$

Ошибка метода золотого сечения в данном случае равна $\phi(10) = 2.1345e - 07$.

4. <u>Экс. 4</u>

Вход	$n_1 = 0.0$	$n_2 = 1000.0$
Выход	$n = 15.3106$	

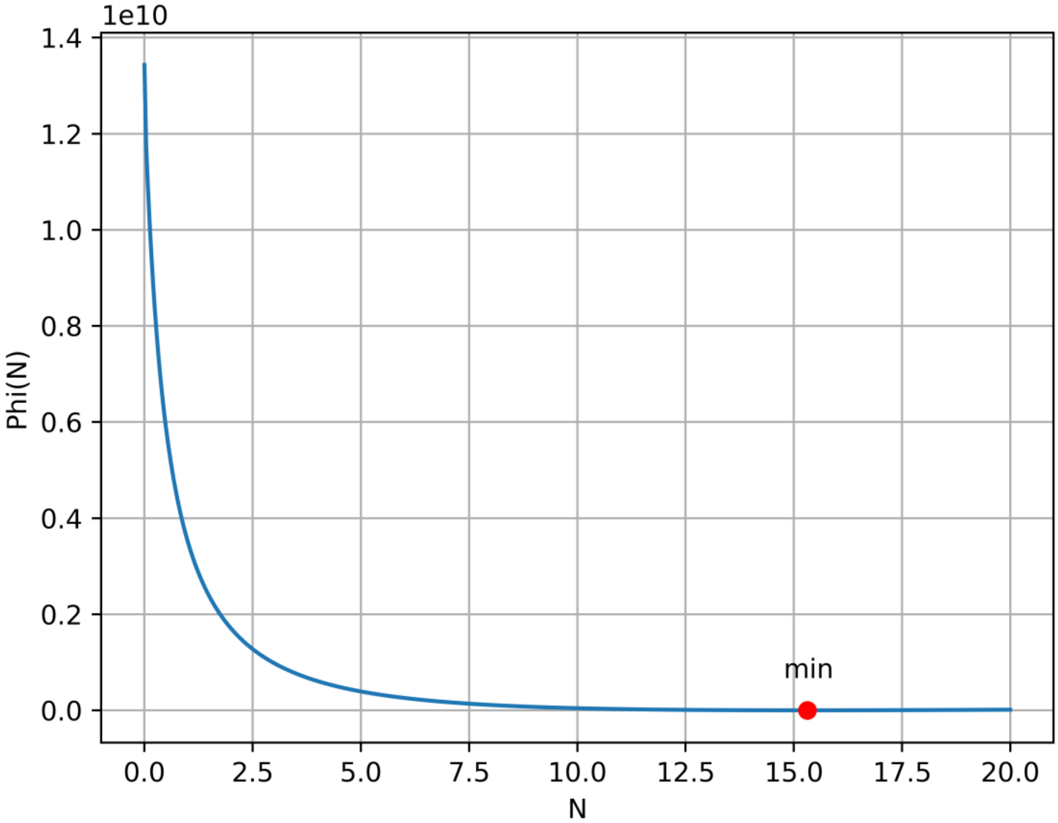

Рис. 7. Функция $\phi(n)$ в интервале от 0 до 20.

На рисунке показано, что $\phi(n)$ стремится к миниуму при $n = 15.3106$.

При оптимальном значении функции $\phi(n)$, приближённая функция температуры выглядит следующим образом:

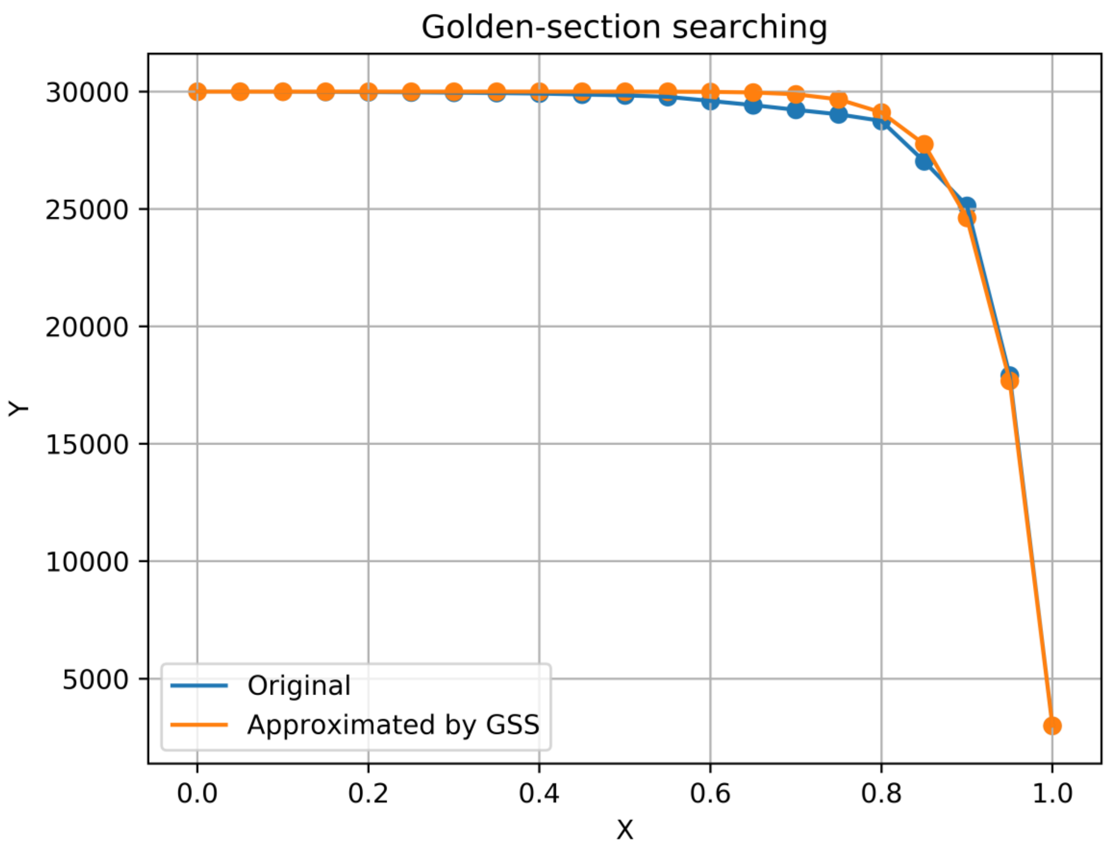

Рис. 8. Функция температуры исходной (синяя) и приближённой (оранжевая)

Вывод:

В данном случае приближённой функцией тоже даётся хороший результат.