-3。对它应用符号扩展，得到位向量[1101]，表示的值$-8+4+1=-3$。我们可以看到，对于$w=4$，最高两位的组合值是$-8+4=-4$，与$w=3$时符号位的值相同。类似地，位向量[111]和[1111]都表示值-1。

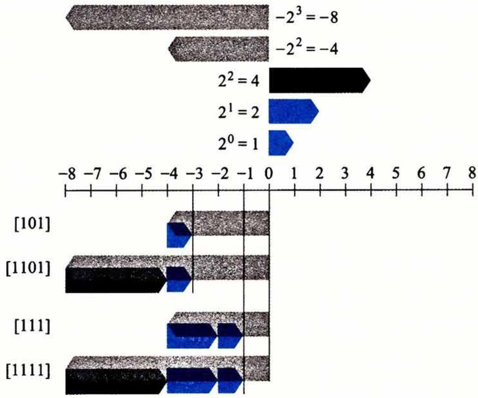

图 2-20　从$w=3$到$w=4$的符号扩展示例。对于$w=4$，最高两位组合权重为$-8+4=-4$，与$w=3$时的符号位的权重一样

有了这个直觉，我们现在可以展示保持补码值的符号扩展。

推导：补码数值的符号扩展

令$w'=w+k$，我们想要证明的是

$$B2T_{w+k}([\underbrace{x_{w-1},\cdots,x_{w-1}}_{k\text{次}},x_{w-1},x_{w-2},\cdots,x_0]) = B2T_w([x_{w-1},x_{w-2},\cdots,x_0])$$

下面的证明是对k进行归纳。也就是说，如果我们能够证明符号扩展一位保持了数值不变，那么符号扩展任意位都能保持这种属性。因此，证明的任务就变为了：

$$B2T_{w+1}([x_{w-1},x_{w-1},x_{w-2},\cdots,x_0]) = B2T_w([x_{w-1},x_{w-2},\cdots,x_0])$$

用等式(2.3)展开左边的表达式，得到：

$$\begin{aligned}
B2T_{w+1}([x_{w-1},x_{w-1},x_{w-2},\cdots,x_0]) &= -x_{w-1}2^w + \sum_{i=0}^{w-1} x_i 2^i \\
&= -x_{w-1}2^w + x_{w-1}2^{w-1} + \sum_{i=0}^{w-2} x_i 2^i \\
&= -x_{w-1}(2^w - 2^{w-1}) + \sum_{i=0}^{w-2} x_i 2^i \\
&= -x_{w-1}2^{w-1} + \sum_{i=0}^{w-2} x_i 2^i \\
&= B2T_w([x_{w-1},x_{w-2},\cdots,x_0])
\end{aligned}$$

我们使用的关键属性是$2^w-2^{w-1}=2^{w-1}$。因此，加上一个权值为-2^w的位，和将一个权值为-2^{w-1}的位转换为一个权值为2^{w-1}的位，这两项运算的综合效果就会保持原始的数值。■

练习题 2.22　通过应用等式(2.3)，表明下面每个位向量都是-5的补码表示。

A. [1011]

B. [11011]