$$= [x \cdot y + (x_{w-1}y + y_{w-1}x)2^{w} + x_{w-1}y_{w-1}2^{2w}] \mod 2^{w}$$

$$= (x \cdot y) \mod 2^{w}$$
(2.18)

由于模运算符,所有带有权重 2^w 和 2^2w 的项都丢掉了。根据等式(2.17),我们有 $x*_u^*y=U2T_w((x \cdot y) \mod 2^w)$ 。对等式两边应用操作 $T2U_w$ 有:

$$U2B_w(T2U_w(x *_w^t y)) = T2B_w(x *_w^t y) = U2B_w(x' *_w^u y')$$

模式	x		у		<i>x</i> · <i>y</i>		截断的x·y	
无符号	5	[101]	3	[011]	15	[001111]	7	[111]
补码	-3	[101]	3	[011]	-9	[110111]	-1	[111]
无符号	4	[100]	7	[111]	28	[011100]	4	[100]
补码	-4	[100]	-1	[111]	4	[000100]	-4	[100]
无符号	3	[011]	3	[011]	9	[001001]	1	[001]
补码	3	[011]	3	[011]	9	[001001]	1	[001]

图 2-27 3 位无符号和补码乘法示例。虽然完整的乘积的位级表示可能会不同, 但是截断后乘积的位级表示是相同的

练习题 2.34 按照图 2-27 的风格填写下表,说明不同的 3 位数字乘法的结果。

模式	x	У	x · y	截断的x·y
无符号	[100]	[101]		
补码	[100]	[101]		
无符号	[010]	[111]		
补码	[010]	[111]		
无符号	[110]	[110]		_
补码	[110]	[110]		

○ 练习题 2.35 给你一个任务,开发函数 tmult_ok 的代码,该函数会判断两个参数相乘是否会产生溢出。下面是你的解决方案:

```
/* Determine whether arguments can be multiplied without overflow */ int tmult_ok(int x, int y) {
```

int p = x*y;

}

/* Either x is zero, or dividing p by x gives y */
return !x || p/x == y;

你用 x 和 y 的很多值来测试这段代码,似乎都工作正常。你的同事挑战你,说:"如果我不能用减法来检验加法是否溢出(参见练习题 2.31),那么你怎么能用除法来检验乘法是否溢出呢?"

按照下面的思路,用数学推导来证明你的方法是对的。首先,证明 x=0 的情况是正确的。另外,考虑 w 位数字 $x(x\neq0)$ 、y、p 和 q,这里 p 是 x 和 y 补码乘法的结果,而 q 是 p 除以 x 的结果。

1) 说明 x 和 y 的整数乘积 $x \cdot y$, 可以写成这样的形式: $x \cdot y = p + t2^w$, 其中, $t \neq 0$ 当且仅当 p 的计算溢出。