

Trust Is Risk: Μία Αποκεντρωμένη Πλατφόρμα Οικονομικής Εμπιστοσύνης

Ορφέας Στέφανος Θυφρονίτης Λήτος

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
olitos@corelab.ntua.gr

Περίληψη Κεντρικά συστήματα φήμης χρησιμοποιούν αστέρια και κριτικές και επομένως χρειάζονται απόκρυψη αλγορίθμων για να αποφεύγουν τον αθέμιτο χειρισμό. Σε αυτόνομα αποκεντρωμένα συστήματα ανοιχτού κώδικα αυτή η πολυτέλεια δεν είναι διαθέσιμη. Στο παρόν κατασκευάζουμε ένα δίκτυο φήμης για αποκεντρωμένες αγορές όπου η εμπιστοσύνη που δίνει ο κάθε χρήστης στους υπόλοιπους είναι μετρήσιμη και εκφράζεται με νομισματικούς όρους. Εισάγουμε ένα νέο μοντέλο για πορτοφόλια bitcoin στα οποία τα νομίσματα κάθε χρήστη μοιράζονται σε αξιόπιστους συνεργάτες. Η άμεση εμπιστοσύνη ορίζεται χρησιμοποιώντας μοιραζόμενους λογαριασμούς μέσω των 1-από-2 multisig του bitcoin. Η έμμεση εμπιστοσύνη ορίζεται έπειτα με μεταβατικό τρόπο. Αυτό επιτρέπει να επιχειρηματολογούμε με αυστηρό παιγνιοθεωρητικό τρόπο ως προς την ανάλυση κινδύνου. Αποδεικνύουμε ότι ο κίνδυνος και οι μέγιστες ροές είναι ισοδύναμα στο μοντέλο μας και ότι το σύστημά μας είναι ανθεκτικό σε επιθέσεις Sybil. Το σύστημά μας επιτρέπει τη λήψη σαφών οικονομικών αποφάσεων ως προς την υποκειμενική χρηματική ποσότητα με την οποία μπορεί ένας παίκτης να εμπιστευθεί μία ψευδώνυμη οντότητα. Μέσω ανακατανομής της άμεσης εμπιστοσύνης, ο κίνδυνος που διατρέχεται κατά την αγορά από έναν ψευδώνυμο πωλητή παραμένει αμετάβλητος.

Keywords: αποκεντρωμένο · εμπιστοσύνη · δίκτυο εμπιστοσύνης · γραμμές πίστωσης · εμπιστοσύνη ως κίνδυνος · ροή · φήμη · decentralized · trust · web-of-trust · bitcoin · multisig · line-of-credit · trust-as-risk · flow · reputation

Abstract. Centralized reputation systems use stars and reviews and thus require algorithm secrecy to avoid manipulation. In autonomous open source decentralized systems this luxury is not available. We create a reputation network for decentralized marketplaces where the trust each user gives to the rest of the users is quantifiable and expressed in monetary terms. We introduce a new model for bitcoin wallets in which user coins are split among trusted associates. Direct trust is defined using shared bitcoin accounts via bitcoin’s 1-of-2 multisig. Indirect trust is subsequently defined transitively. This enables formal game theoretic arguments pertaining to risk analysis. We prove that risk and maximum flows are equivalent in our model and that our system is Sybil-resilient. Our system allows for concrete financial decisions on the subjective monetary amount a pseudonymous party can be trusted with. Through direct trust redistribution, the risk incurred from making a purchase from a pseudonymous vendor in this manner remains invariant.

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	8
Κατάλογος Σχημάτων	8
Κατάλογος Ψευδοκωδίκων	8
1 Εισαγωγή	9
2 Λειτουργία	12
3 Ο γράφος εμπιστοσύνης	13
Ορισμός Γράφου	13
Ορισμός Παιχτών	13
Ορισμός Κεφαλαίου	13
Ορισμός Άμεσης Εμπιστοσύνης	13
Ασσετς Δεφινιτιον	15
4 Εολυτιον οφ Τρυστ	15
Δαμαγε Δεφινιτιον	16
Ηιστορψ Δεφινιτιον	16
5 Τρυστ Τρανσιτιψ	17
Ιδλε Στρατεγψ Δεφινιτιον	17
Ειλ Στρατεγψ Δεφινιτιον	17
δνσερατιε Στρατεγψ Δεφινιτιον	18
6 Τρυστ Φλω	21
Ινδιδρεστ Τρυστ Δεφινιτιον	21
Τρυστ Φλω Τηορεμ	22
Ρισκ Ιναριανσε Τηορεμ	23
7 Σψβιλ Ρεσιλιενσε	23
Ινδιδρεστ Τρυστ το Μυλτιπλε Πλαψερς Δεφινιτιον	23
Μυλτι-Πλαψερ Τρυστ Φλω Τηορεμ	24
δρρυπτεδ Σετ Δεφινιτιον	24
Σψβιλ Σετ Δεφινιτιον	24
δλλυσιον Δεφινιτιον	25
8 Ρελατεδ Ωορκ	26
9 Φυρτηερ Ρεσεαρση	27
1 Προοφς, Λεμμας ανδ Τηορεμς	27
2 Αλγοριτημς	37

Κατάλογος Σχημάτων

Σιμπλε Γραπης	9
---------------------	---

ΥΤΞΟ.....	14
Τυρν	16
Τρανσιτιε Γαμε	20
δλλυσιον	25
Γαμε Φλω	32
Σψβιλ Ρεσιλιενζε	36

Κατάλογος Ψευδοκωδίκων

Τρυστ Ις Ρισκ Γαμε	17
Ιδλε Στρατεγψ	17
Ειλ Στρατεγψ.....	18
δνσερατιε Στρατεγψ	18
Τρανσιτιε Γαμε	19
Εξεσυτε Τυρν.....	37

1 Εισαγωγή

Οι αποκεντρωμένες αγορές μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως κεντρικές και αποκεντρωμένες. Ένα παράδειγμα για κάθε κατηγορία είναι το [ebay](#) και το [OpenBazaar](#). Ο κοινός παρονομαστής των καθιερωμένων διαδικτυακών αγορών είναι το γεγονός ότι η φήμη κάθε πωλητή και πελάτη εκφράζεται κατά κανόνα με τη μορφή αστεριών και κριτικών των χρηστών, ορατές σε όλο το δίκτυο.

Ο στόχος μας είναι να δημιουργήσουμε ένα σύστημα φήμης για αποκεντρωμένες αγορές όπου η εμπιστοσύνη που ο κάθε χρήστης δίνει στους υπόλοιπους είναι ποσοτικοποιήσιμη με νομισματικούς όρους. Η κεντρική παραδοχή που χρησιμοποιείται σε όλο το μήκος της παρούσας εργασίας είναι ότι η εμπιστοσύνη είναι ισοδύναμη με τον κίνδυνο, ή η θέση ότι η *εμπιστοσύνη* της *Alice* προς το χρήστη *Charlie* ορίζεται ως το *μέγιστο χρηματικό ποσό* που η *Alice* μπορεί να χάσει όταν ο *Charlie* είναι ελεύθερος να διαλέξει όποια στρατηγική θέλει. Για να υλοποιήσουμε αυτή την ιδέα, θα χρησιμοποιήσουμε τις *πιστωτικές γραμμές* όπως προτάθηκαν από τον Washington Sanchez [1]. Η *Alice* συνδέεται στο δίκτυο όταν εμπιστεύεται ενεργητικά ένα συγκεκριμένο χρηματικό ποσό σε έναν άλλο χρήστη, για παράδειγμα το φίλο της τον *Bob*. Αν ο *Bob* έχει ήδη εμπιστευθεί ένα χρηματικό ποσό σε έναν τρίτο χρήστη, τον *Charlie*, τότε η *Alice* εμπιστεύεται έμμεσα τον *Charlie* αφού αν ο τελευταίος ήθελε να παίξει άδιστα, θα μπορούσε να έχει κλέψει ήδη τα χρήματα που του εμπιστεύθηκε ο *Bob*. Θα δούμε αργότερα ότι η *Alice* μπορεί τώρα να εμπλακεί σε οικονομική δραστηριότητα με τον *Charlie*.

Για να υλοποιήσουμε τις πιστωτικές γραμμές, θα χρησιμοποιήσουμε το Bitcoin [2], ένα αποκεντρωμένο κρυπτονόμισμα που διαφέρει από τα συμβατικά νομίσματα γιατί δεν βασίζεται σε αξιόπιστους τρίτους. Όλες οι συναλλαγές δημοσιεύονται σε ένα αποκεντρωμένο “λογιστικό βιβλίο”, το blockchain. Κάθε συναλλαγή παίρνει κάποια νομίσματα ως είσοδο και παράγει ορισμένα νομίσματα ως έξοδο. Αν η έξοδος μιας συναλλαγής δεν συνδέεται στην είσοδο μιας άλλης, τότε η έξοδος αυτή ανήκει στο UTXO, το σύνολο των αξόδευτων εξόδων συναλλαγών. Διαισθητικά, το UTXO περιέχει όλα τα αξόδευτα νομίσματα.



Σχ.1: Ο A εμπ. έμμεσα τον C 10€ Σχ.2: Ο A εμπ. έμμεσα τον C 5€

Προτείνουμε ένα νέο είδος πορτοφολιού όπου τα νομίσματα δεν έχουν απο-

κλειστικό ιδιοκτήτη, αλλά τοποθετούνται σε μοιραζόμενους λογαριασμούς που υλοποιούνται μέσω των 1-από-2 multisig, μια κατασκευή του bitcoin που επιτρέπει έναν από δύο προκαθορισμένους χρήστες να ξοδέψουν τα νομίσματα που περιέχονται σε έναν κοινό λογαριασμό [3]. Θα χρησιμοποιήσουμε το συμβολισμό $1/\{Alice, Bob\}$ για να αναπαραστήσουμε ένα 1-από-2 multisig που μπορεί να ξοδευτεί είτε από την *Alice*, είτε από τον *Bob*. Με αυτό το συμβολισμό, η σειρά των ονομάτων δεν έχει σημασία, εφ' όσον οποιοσδήποτε από τους δύο χρήστες μπορεί να ξοδέψει τα νομίσματα. Ωστόσο, έχει σημασία ποιος χρήστης καταθέτει τα χρήματα αρχικά στον κοινό λογαριασμό – αυτός ο χρήστης διακινδυνεύει τα νομίσματά του.

Η προσέγγισή μας αλλάζει την εμπειρία του χρήστη κατά έναν διακριτικό αλλά και δραστικό τρόπο. Ο χρήστης δεν πρέπει να βασίζεται στην εμπιστοσύνη του προς ένα κατάστημα σε αστέρια ή κριτικές που δεν εκφράζονται με οικονομικές μονάδες. Μπορεί απλά να συμβουλευθεί το πορτοφόλι της για να αποφασίσει αν το κατάστημα είναι αξιόπιστο και, αν ναι, μέχρι ποια αξία, μετρημένη σε bitcoin. Το σύστημα αυτό λειτουργεί ως εξής: Αρχικά η *Alice* μεταφέρει τα χρήματά της από το ιδιωτικό της bitcoin πορτοφόλι σε 0-από-2 διενθύνσεις multisig μοιραζόμενες με φίλους που εμπιστεύεται άνετα. Αυτό καλείται άμεση εμπιστοσύνη. Το σύστημά μας δεν ενδιαφέρεται για τον τρόπο με τον οποίο οι παίκτες καθορίζουν ποιος είναι αξιόπιστος γι' αυτές τις απ' ευθείας 1-από-2 καταθέσεις. Αυτό το αμφιλεγόμενο είδος εμπιστοσύνης περιορίζεται στην άμεση γειτονιά κάθε παίκτη. Η έμμεση εμπιστοσύνη προς άγνωστους χρήστες υπολογίζεται από έναν ντετερμινιστικό αλγόριθμο. Συγκριτικά, συστήματα με αντικειμενικές αξιολογήσεις δε διαχωρίζουν τους γείτονες από τους υπόλοιπους χρήστες, προσφέροντας έτσι αμφιλεγόμενες ενδείξεις εμπιστοσύνης για όλους.

Ας υποθέσουμε ότι η *Alice* βλέπει τα προϊόντα του πωλητή *Charlie*. Αντί για τα αστέρια του *Charlie*, η *Alice* θα δει ένα θετικό αριθμό που υπολογίζεται από το πορτοφόλι της και αναπαριστά τη μέγιστη χρηματική αξία που η *Alice* μπορεί να πληρώσει με ασφάλεια για να ολοκληρώσει μια αγορά από τον *Charlie*. Αυτή η αξία, γνωστή ως έμμεση εμπιστοσύνη, υπολογίζεται με το θεώρημα Εμπιστοσύνης – Ροής (2). Σημειώστε ότι η έμμεση εμπιστοσύνη προς κάποιο χρήστη δεν είναι ενιαία αλλά υποκειμενική. Κάθε χρήστης βλέπει μια ιδιαίτερη έμμεση εμπιστοσύνη που εξαρτάται από την τοπολογία του δικτύου. Η έμμεση εμπιστοσύνη που εμφανίζεται από το σύστημά μας διαθέτει την ακόλουθη επιθυμητή ιδιότητα ασφαλείας: Αν η *Alice* πραγματοποιήσει μια αγορά από τον *Charlie*, τότε εκτίθεται το πολύ στον ίδιο κίνδυνο στον οποίον εκτινόταν πριν την αγορά. Ο υπαρκτός εθελούσιος κίνδυνος είναι ακριβώς εκείνος που η *Alice* έπαιρνε μοιραζόμενη τα νομίσματά της με τους αξιόπιστους φίλους της. Αποδεικνύουμε το απο-

τέλεσμα αυτό στο θεώρημα Αμετάβλητου Κινδύνου (3). Προφανώς δε θα είναι ασφαλές για την *Alice* να αγοράσει οτιδήποτε από τον *Charlie* ή από οποιονδήποτε άλλο πωλητή αν δεν έχει ήδη εμπιστευθεί καθόλου χρήματα σε κανέναν άλλο χρήστη.

Βλέπουμε ότι στο *Trust Is Risk* τα χρήματα δεν επενδύονται τη στιγμή της αγοράς και κατ' ευθείαν στον πωλητή, αλλά σε μια προγενέστερη χρονική στιγμή και μόνο προς άτομα που είναι αξιόπιστα για λόγους εκτός παιχνιδιού. Το γεγονός ότι το σύστημα αυτό μπορεί να λειτουργήσει με έναν εξ ολοκλήρου αποκεντρωμένο τρόπο θα γίνει σαφές στις επόμενες ενότητες. Θα αποδείξουμε το αποτέλεσμα αυτό στο θεώρημα *Sybil* Αντίστασης (5).

Κάνουμε τη σχεδιαστική επιλογή ότι κανείς μπορεί να εκφράζει την εμπιστοσύνη του μεγιστικά με όρους του διαθέσιμου του κεφαλαίου. Έτσι, ένας φτωχός παίκτης δεν μπορεί να διαθέσει πολλή άμεση εμπιστοσύνη στους φίλους τους ανεξαρτήτως του πόσο αξιόπιστοι είναι. Από την άλλη, ένας πλούσιος παίκτης μπορεί να εμπιστευθεί ένα μικρό μέρος των χρημάτων της σε κάποιον παίκτη που δεν εμπιστεύεται εκτενώς και παρ' όλα αυτά να εμφανίζει περισσότερη άμεση εμπιστοσύνη από τον φτωχό παίκτη του προηγούμενου παραδείγματος. Δεν υπάρχει άνω όριο στην εμπιστοσύνη. Κάθε παίκτης περιορίζεται μόνο από τα χρήματά του. Έτσι εκμεταλλευόμαστε την παρακάτω αξιωσημείωτη ιδιότητα του χρήματος: Το ότι κανονικοποιεί τις υποκειμενικές ανθρώπινες επιθυμίες σε αντικειμενική αξία.

Υπάρχουν διάφορα κίνητρα για να συνδεθεί ένας χρήστης στο δίκτυο αυτό. Πρώτον, έχει πρόσβαση σε καταστήματα που αλλιώς θα ήταν απρόσιτα. Επίσης, δύο φίλοι μπορούν να επισημοποιήσουν την αλληλοεμπιστοσύνη τους εμπιστεύοντας το ίδιο ποσό ο ένας στον άλλο. Μια μεγάλη εταιρεία που πραγματοποιεί συχνά συμβάσεις υπεργολαβίας με άλλες εταιρείες μπορεί να εκφράσει την εμπιστοσύνη της προς αυτές. Μια κυβέρνηση μπορεί να εμπιστευθεί άμεσα τους πολίτες της με χρήματα και να τους αντιμετωπίσει με ένα ανάλογο νομικό οπλοστάσιο αν αυτοί κάνουν ανεύθυνη χρήση της εμπιστοσύνης αυτής. Μια τράπεζα μπορεί να προσφέρει δάνεια ως εξερχόμενες και να χειρίζεται τις καταθέσεις ως εισερχόμενες άμεσες εμπιστοσύνες. Τέλος, το δίκτυο μπορεί να ειδωθεί ως ένα πεδίο επένδυσης και κερδοσκοπίας αφού αποτελεί ένα εντελώς νέο πεδίο οικονομικής δραστηριότητας.

Είναι αξιοσημείωτο το ότι το ίδιο φυσικό πρόσωπο μπορεί να διατηρεί πολλαπλές ψευδώνυμες ταυτότητες στο ίδιο δίκτυο εμπιστοσύνης και ότι πολλά ανεξάρτητα δίκτυα εμπιστοσύνης διαφορετικών σκοπών μπορούν να συνυπάρχουν. Από την άλλη, η ίδια ψευδώνυμη ταυτότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναπτύξει σχέσεις εμπιστοσύνης σε διαφορετικά περιβάλλοντα.

2 Λειτουργία

Θα ακολουθήσουμε τώρα τα βήματα της *Alice* από τη σύνδεση με το δίκτυο μέχρι να ολοκληρώσει επιτυχώς μια αγορά. Ας υποθέσουμε ότι αρχικά όλα τα νομίσματά της, ας πούμε 10฿, είναι αποθηκευμένα έτσι που αποκλειστικά εκείνη μπορεί να τα ξοδέψει.

Δύο αξιόπιστοι φίλοι, ο *Bob* και ο *Charlie*, την πείθουν να δοκιμάσει το Trust Is Risk. Εγκαθιστά το πορτοφόλι Trust Is Risk και μεταφέρει τα 10฿ από το κανονικό bitcoin πορτοφόλι της, εμπιστεύοντας 2฿ στον *Bob* και 5฿ στον *Charlie*. Τώρα ελέγχει αποκλειστικά 3฿ και διακινδυνεύει 7฿ με αντάλλαγμα το να είναι μέρος του δικτύου. Έχει πλήρη αλλά όχι αποκλειστική πρόσβαση στα 7฿ που εμπιστεύθηκε στους φίλους της και αποκλειστική πρόσβαση στα υπόλοιπα 3฿, που αθροίζονται στα 10฿.

Μερικές ημέρες αργότερα, ανακαλύπτει ένα διαδικτυακό κατάστημα παπουτσιών του *Dean*, ο οποίος είναι συνδεδεμένος επίσης στο Trust Is Risk. Η *Alice* βρίσκει ένα ζευγάρι παπούτσια που κοστίζει 1฿ και ελέγχει την αξιοπιστία του *Dean* μέσω του νέου της πορτοφολιού. Ας υποθέσουμε ότι ο *Dean* προκύπτει αξιόπιστος μέχρι 4฿. Αφού το 1฿ είναι λιγότερο από τα 4฿, η *Alice* πραγματοποιεί την αγορά μέσω του καινούριου της πορτοφολιού με σιγουριά.

Τότε βλέπει στο πορτοφόλι της ότι τα αποκλειστικά της νομίσματα αυξήθηκαν στα 6฿, τα νομίσματα που εμπιστεύεται στον *Bob* και στον *Charlie* μειώθηκαν στα 0.5฿ και 2.5฿ αντίστοιχα και ότι εμπιστεύεται τον *Dean* με 1฿, όσο και η αξία των παπουτσιών. Επίσης, η αγορά της είναι σημειωμένη ως “σε εξέλιξη”. Αν η *Alice* ελέγξει την έμμεση εμπιστοσύνη της προς τον *Dean*, θα είναι και πάλι 4฿. Στο παρασκήνιο, το πορτοφόλι της ανακατένιμε τα νομίσματα που εμπιστευόταν με τρόπο ώστε εκείνη να εμπιστεύεται άμεσα στον *Dean* τόσα νομίσματα όσο κοστίζει το αγορασμένο προϊόν και η εμπιστοσύνη που εμφανίζει το πορτοφόλι να είναι ίση με την αρχική.

Τελικά όλα πάνε καλά και τα παπούτσια φτάνουν στην *Alice*. Ο *Dean* επιλέγει να εξαργυρώσει τα νομίσματα που του εμπιστεύθηκε η *Alice* κι έτσι το πορτοφόλι της δε δείχνει ότι εμπιστεύεται κανένα νόμισμα στον *Dean*. Μέσω του πορτοφολιού της, σημειώνει την αγορά ως επιτυχή. Αυτό επιτρέπει στο σύστημα να αναπληρώσει τη μειωμένη εμπιστοσύνη προς τον *Bob* και τον *Charlie*, θέτοντας τα νομίσματα άμεσης εμπιστοσύνης στα 2฿ και στα 5฿ αντίστοιχα και πάλι. Η *Alice* τώρα ελέγχει αποκλειστικά 2฿. Συνεπώς τώρα μπορεί να χρησιμοποιήσει συνολικά 9฿, γεγονός αναμενόμενο, αφού έπρεπε να πληρώσει 1฿ για τα παπούτσια.

3 Ο γράφος εμπιστοσύνης

Ας ξεκινήσουμε μια αυστηρή περιγραφή του προτεινόμενου συστήματος, συνοδευόμενη από βοηθητικά παραδείγματα.

Δεφινιτιον 1 (Γράφος). Το *Trust Is Risk* αναπαρίσταται από μια ακολουθία κατευθυνόμενων γράφων με βάρη (\mathcal{G}_j) όπου $\mathcal{G}_j = (\mathcal{V}_j, \mathcal{E}_j)$, $j \in \mathbb{N}$. Επίσης, αφού οι γράφοι έχουν βάρη, υπάρχει μία ακολουθία συναρτήσεων βάρους (c_j) με $c_j : \mathcal{E}_j \rightarrow \mathbb{R}^+$.

Οι κόμβοι αναπαριστούν τους παίκτες, οι ακμές αναπαριστούν τις υπάρχουσες άμεσες εμπιστοσύνες και τα βάρη το ποσό αξίας συνδεδεμένης με την αντίστοιχη άμεση εμπιστοσύνη. Όπως θα δούμε, το παιχνίδι εξελίσσεται σε γύρους. Ο δείκτης του γράφου αναπαριστά τον αντίστοιχο γύρο.

Δεφινιτιον 2 (Παίχτες). Το σύνολο $\mathcal{V}_j = \mathcal{V}(\mathcal{G}_j)$ είναι το σύνολο όλων των παικτών στο δίκτυο. Το σύνολο αυτό μπορεί να ειδωθεί ως το σύνολο όλων των ψευδώνυμων ταυτοτήτων.

Κάθε κόμβος έχει έναν αντίστοιχο μη αρνητικό αριθμό που αναπαριστά το κεφάλαιό του. Το κεφάλαιο ενός κόμβου είναι η συνολική αξία που ο κόμβος κατέχει αποκλειστικά και κανείς άλλος δεν μπορεί να ξοδέψει.

Δεφινιτιον 3 (Κεφάλαιο). Το κεφάλαιο του A στο γύρο j , $Cap_{A,j}$, ορίζεται ως τα συνολικά νομίσματα που ανήκουν αποκλειστικά στον A στην αρχή του γύρου j .

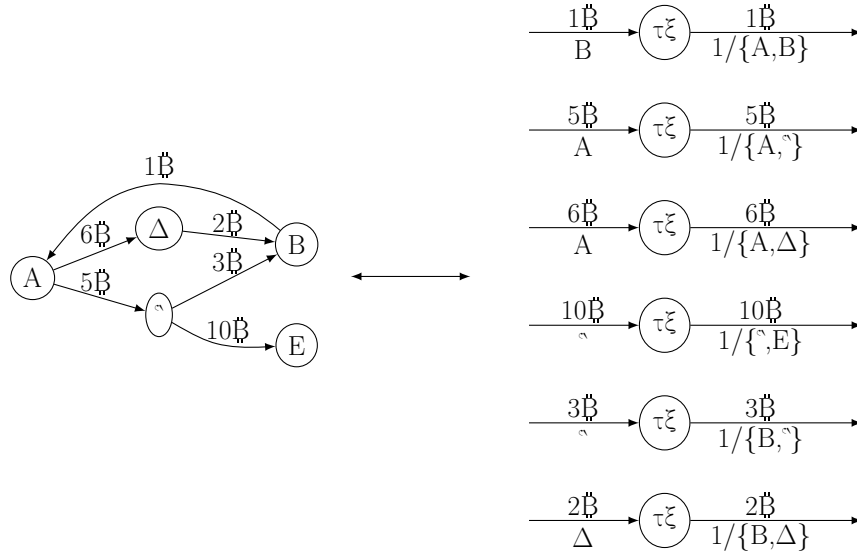
Το κεφάλαιο είναι η αξία που υπάρχει στο παιχνίδι αλλά δεν είναι μοιραζόμενη με έμπιστους τρίτους. Το κεφάλαιο ενός παίκτη μπορεί να ανακατανεμηθεί μόνο κατά τη διάρκεια των γύρων του, σύμφωνα με τις πράξεις του. Μοντελοποιούμε το σύστημα με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι αδύνατο να προστεθεί κεφάλαιο στην πορεία του παιχνιδιού με εξωτερικά μέσα. Η χρήση του κεφαλαίου θα ξεκαθαρίσει μόλις οι γύροι ορισθούν με ακρίβεια.

Ο ορισμός της άμεσης εμπιστοσύνης ακολουθεί:

Δεφινιτιον 4 (Άμεση Εμπιστοσύνη). Η άμεση εμπιστοσύνη από τον A στον B στο τέλος του γύρου j , $DTr_{A \rightarrow B,j}$, ορίζεται ως το συνολικό ποσό αξίας που υπάρχει σε $1/\{A, B\}$ multisigs στο UTXO στο τέλος του γύρου j , όπου τα χρήματα έχουν κατατεθεί από τον A .

$$DTr_{A \rightarrow B,j} = \begin{cases} c_j(A, B), & \text{if } (A, B) \in \mathcal{E}_j \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (1)$$

Ο ορισμός αυτός συμφωνεί με τον τίτλο του παρόντος κειμένου και συμπίπτει με τη διαίσθηση και τα κοινωνιολογικά πειραματικά αποτελέσματα του [4] ότι η εμπιστοσύνη που η *Alice* δείχνει στον *Bob* σε κοινωνικά δίκτυα του φυσικού κόσμου αντιστοιχεί με την έκταση του κινδύνου στην οποία η *Alice* τοποθετεί τον εαυτό της με σκοπό να βοηθήσει τον *Bob*. Ένας γράφος παράδειγμα με τις αντίστοιχες συναλλαγές στο UTXO φαίνεται παρακάτω.



Φιγ.3: Τρυστ Ις Ρισκ Γαμε Γραφη ανδ Εχιαλεντ Βιτςοιν ΥΤΞΟ

Όποιος αλγόριθμος έχει πρόσβαση στο γράφο \mathcal{G}_j έχει επίσης πρόσβαση σε όλες της άμεσες εμπιστοσύνες του γράφου αυτού.

Δεφινιτιον 5 (Νειγηβουρηοοδ). Ωε υσε τηε νοτατιον $N^+(A)_j$ το ρεφερ το τηε νοδες διρεστλψ τρυστεδ βψ A ανδ $N^-(A)_j$ φορ τηε νοδες τηατ διρεστλψ τρυστ A ατ τηε ενδ οφ τυρν j .

$$\begin{aligned} N^+(A)_j &= \{B \in \mathcal{V}_j : DTr_{A \rightarrow B,j} > 0\} \\ N^-(A)_j &= \{B \in \mathcal{V}_j : DTr_{B \rightarrow A,j} > 0\} \end{aligned} \quad (2)$$

Τηεσε αρε ζαλλεδ ουτ- ανδ ιν-νεγηβουρηοοδ οφ A ον τυρν j ρεσπεστιελψ.

Δεφινιτιον 6 (Τοταλ Ινζομινγ/Ουτγοινγ Διρεστ Τρυστ). Ωε υσε τηε νοτατιον $in_{A,j}, out_{A,j}$ το ρεφερ το τηε τοταλ ινζομινγ ανδ ουτ-γοινγ διρεστ τρυστ ρεσπεστιελψ.

$$in_{A,j} = \sum_{v \in N^-(A)_j} DTr_{v \rightarrow A,j}, \quad out_{A,j} = \sum_{v \in N^+(A)_j} DTr_{A \rightarrow v,j} \quad (3)$$

Δεφινιτιον 7 (Ασσετς). Συμ οφ A ς ζαπιταλ ανδ ουτγοινγ τρυστ.

$$As_{A,j} = Cap_{A,j} + out_{A,j} \quad (4)$$

4 Εολυτιον οφ Τρυστ

Δεφινιτιον 8 (Τυρνς). *Ιν εαση τυρν j α πλαψερ $A \in \mathcal{V}$, $A = Player(j)$, ζηοοσεσ ονε ορ μορε αςτιονς φρομ τηε φολλοωινγ τωο κινδς:*

Στεαλ(y_B, B): Στεαλ αλυε y_B φρομ $B \in N^-(A)_{j-1}$, ωηερε $0 \leq y_B \leq DTr_{B \rightarrow A, j-1}$. Τηεν:

$$DTr_{B \rightarrow A, j} = DTr_{B \rightarrow A, j-1} - y_B$$

Αδδ(y_B, B): Αδδ αλυε y_B το $B \in \mathcal{V}$, ωηερε $-DTr_{A \rightarrow B, j-1} \leq y_B$. Τηεν:

$$DTr_{A \rightarrow B, j} = DTr_{A \rightarrow B, j-1} + y_B$$

Ωηεν $y_B < 0$, ωε σαψ τηατ A ρεδυσεσ ηερ διρεστ τρυστ το B βψ $-y_B$. Ωηεν $y_B > 0$, ωε σαψ τηατ A ινζρεασεσ ηερ διρεστ τρυστ το B βψ y_B . Ιφ $DTr_{A \rightarrow B, j-1} = 0$, τηεν ωε σαψ τηατ A σταρτς διρεστλψ τρυστινγ B . Α πασσεσ ηερ τυρν ιφ σθε ζηοοσεσ νο αςτιον. Αλσο, λετ Y_{st}, Y_{add} βε τηε τοταλ αλυε το βε στολεν ανδ αδδεδ ρεσπεςτιελψ βψ A ιν ηερ τυρν, j . Φορ α τυρν το βε φεασιβλε, ιτ μυστ ηολδ

$$Y_{add} - Y_{st} \leq Cap_{A, j-1} \quad (5)$$

Τηε ζαπιταλ ις υπδατεδ ιν εερψ τυρν: $Cap_{A, j} = Cap_{A, j-1} + Y_{st} - Y_{add}$.

Α πλαψερ ζαννοτ ζηοοσε τωο αςτιονς οφ τηε σαμε κινδ αγαινστ τηε σαμε πλαψερ ιν ονε τυρν. Τηε σετ οφ αςτιονς οφ α πλαψερ ιν τυρν j ις δενοτεδ βψ $Turn_j$. Τηε γραπη τηατ εμεργεσ βψ αππλψινγ τηε αςτιονς ον \mathcal{G}_{j-1} ις \mathcal{G}_j .

Φορ εζαμπλε, λετ $A = Player(j)$. Α αλιδ τυρν ζαν βε

$$Turn_j = \{Steal(x, B), Add(y, C), Add(w, D)\} \quad .$$

Τηε $Steal$ αςτιον ρεχυιρεσ $0 \leq x \leq DTr_{B \rightarrow A, j-1}$, τηε Add αςτιονς ρεχυιρε $DTr_{A \rightarrow C, j-1} \geq -y$ ανδ $DTr_{A \rightarrow D, j-1} \geq -w$ ανδ τηε Cap ρεστριςτιον ρεχυιρεσ $y + w - x \leq Cap_{A, j-1}$.

Ωε υσε $prev(j)$ ανδ $next(j)$ το δενοτε τηε πρειουσ ανδ νεζτ τυρν ρεσπεςτιελψ πλαψεδ βψ $Player(j)$.

Δεφνινιτιον 9 (Πρειους/Νεξτ Τυρν). Λετ $j \in \mathbb{N}$ βε α τυρν ωιτη $Player(j) = A$. Ωε δεφινε $prev(j)$, $next(j)$ ας τηε πρειους ανδ νεξτ τυρν τηατ Α ις ζηοσειν το πλαψ ρεσπεστιελψ. Ιφ j ις τηε φιοστ τυρν τηατ Α πλαψς, $prev(j) = 0$. Μορε φορμαλλψ, λετ

$$P = \{k \in \mathbb{N} : k < j \wedge Player(k) = A\} \text{ ανδ } \\ N = \{k \in \mathbb{N} : k > j \wedge Player(k) = A\} .$$

Τηεν ωε δεφινε $prev(j)$, $next(j)$ ας φολλωως:

$$prev(j) = \begin{cases} \max P, & P \neq \emptyset \\ 0, & P = \emptyset \end{cases}, \quad next(j) = \min N$$

$next(j)$ ις αλωαιψς ωελλ δεφινεδ ωιτη τηε ασσυμπτιον τηατ αφτερ εαση τυρν εεντυαλλψ εερψβοδψ πλαψς.

Δεφνινιτιον 10 (Δαμαγε). Λετ j βε α τυρν συση τηατ $Player(j) = A$.

$$Damage_{A,j} = out_{A,prev(j)} - out_{A,j-1} \quad (6)$$

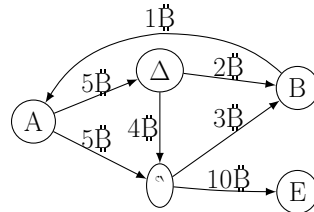
Ωε σαψ τηατ Α ηας βεεν στολεν αλυε $Damage_{A,j}$ βετωεεν $prev(j)$ ανδ j . Ωε ομιτ τυρν συβςριπτς ιφ τηεψ αρε ιμπλιεδ φοροι τηε ζοντεξτ.

Δεφνινιτιον 11 (Ηιστορψ). Ωε δεφινε Ηιστορψ, $\mathcal{H} = (\mathcal{H}_j)$, ας τηε σε-χυνεης οφ αλλ τυπλες ζονταινινγ τηε σετς οφ αστιονς ανδ τηε ζορρεσπονδινγ πλαψερ.

$$\mathcal{H}_j = (Player(j), Turn_j) \quad (7)$$

Κνωωλεδγε οφ τηε ινιτιαλ γραπη \mathcal{G}_0 , αλλ πλαψερσ' ινιτιαλ ζαπιταλ ανδ τηε ηιστορψ αμουντ το φυλλ ζομπρεηενσιον οφ τηε εολυτιον οφ τηε γαμε. Βυιλδινγ ον τηε εζαμπλε οφ φιγυρε 3, ωε ζαν σεε τηε ρεσυλτινγ γραπη ωηεν D πλαψς

$$Turn_1 = \{Steal(1, A), Add(4, C)\} . \quad (8)$$



Φιγ.4: Γαμε Γραπη αφτερ $Turn_1$ (8) ον τηε Γραπη οφ φιγυρε 3

Τρυστ Ις Ρισκ ις ζοντρολλεδ βψ αν αλγοριτημ τηατ ζηροοσεσ α πλαφερ, ρεσειεσ τηε τυρν τηατ τηις πλαφερ ωισηεσ το πλαψ ανδ, ιφ τηις τυρν ις αλιδ, εξεσυτεσ ιτ. Τηεσε στεπεσ αρε ρεπεατεδ ινδεφινιτελψ. Ωε ασσυμε πλαφερσ αρε ζηοσεν ιν α ωαψ τηατ, αφτερ ηερ τυρν, α πλαφερ ωιλλ εεντυαλλψ πλαψ αγκαιν λατερ.

Τρυστ Ις Ρισκ Γαμε

```

1  θ = 0
2  ωηιλε (Τρυε)
3    θ += 1 · A  $\xleftarrow{\$}$  Vj
4    Τυρν = στρατεγψ[A] (G0, A, CapA,0, H1...j-1)
5    (Gj, CapA,j, Hj) = εξεσυτεΤυρν(Gj-1, A, CapA,j-1, Τυρν)

```

στρατεγψ[A] () προιδεσ πλαφερ A ωιτη φυλλ κνωωλεδγε οφ τηε γαμε, εξεπετ φορ τηε ζαπιταλσ οφ οτηερ πλαφερσ. Τηις ασσυμπτιον μαψ νοτ βε αλωαψς ρεαλιστις.

εξεσυτεΤυρν() ζηεσκς τηε αλιδιτψ οφ Τυρν ανδ συβστιτυτεσ ιτ ωιτη αν εμπτψ τυρν ιφ ιναλιδ. Συβσεχυεντλψ, ιτ ζρεατεσ τηε νεω γραπη G_j ανδ υπδατεσ τηε ηιστορψ αςζορδινγλψ. Φορ τηε ρουτινε ζοδε, σεε τηε Αππενδιζ.

5 Τρυστ Τρανσιτιτψ

Ιν τηις σεστιον ωε δεφινε σομε στρατεγιεσ ανδ σηωω τηε ζορρεσπονδινγ αλγοριτημς. Τηεν ωε δεφινε τηε Τρανσιτιε Γαμε τηατ ρεπρεσεντς τηε ωορστ-ζασε σζεναριο φορ αν ηονεστ πλαφερ ωην ανοτηερ πλαφερ δεσιδεσ το δεπαρτ φρομ τηε νετωορκ ωιτη ηερ μονεψ ανδ αλλ τηε μονεψ διρεστλψ εντρυστεδ το ηερ.

Δεφινιτιον 12 (Ιδλε Στρατεγψ). Α πλαφερ A ις σαιδ το πολλωω τηε ιδλε στρατεγψ ιφ σηε πασσεσ ιν ηερ τυρν.

Ιδλε Στρατεγψ

Ινπυτ : γραπη G₀, πλαφερ A, ζαπιταλ Cap_{A,0}, ηιστορψ (H)_{1...j-1}

Ουτπυτ : Turn_j

```

1  ιδλεΣτρατεγψ(G0, A, CapA,0, H) :
2  ρετυρν(∅)

```

Τηε ινπυτς ανδ ουτπυτς αρε ιδεντιςαλ το τηοσε οφ ιδλεΣτρατεγψ() φορ τηε ρεστ οφ τηε στρατεγιεσ, τηυς ωε αοιδ ρεπεατινγ τηεμ.

Δεφινιτιον 13 (Ειλ Στρατεγψ). Α πλαφερ A ις σαιδ το πολλωω τηε ειλ στρατεγψ ιφ σηε στεαλς αλλ ινζομινγ διρεστ τρυστ ανδ νυλλιφιεσ ηερ ουτγοινγ διρεστ τρυστ ιν ηερ τυρν.

```

1  ειλΣτρατεγψ( $\mathcal{G}_0, A, Cap_{A,0}, \mathcal{H}$ ) :
2  Στεαλς =  $\bigcup_{v \in N^-(A)_{j-1}} \{Steal(DTr_{v \rightarrow A, j-1}, v)\}$ 
3  Αδδς =  $\bigcup_{v \in N^+(A)_{j-1}} \{Add(-DTr_{A \rightarrow v, j-1}, v)\}$ 
4   $Turn_j = \Sigma\sigma\alpha\lambda\varsigma \cup \text{Αδδς}$ 
5  ρετυρν( $Turn_j$ )

```

Δεφινιτιον 14 (δνσερατιε Στρατεγψ). Πλαφερ A ις σαιδ το φολ-
 λοω της ζονσερατιε στρατεγψ ιφ σθε ρεπλενισης της αλυε σθε λοστ σινςε
 της πρειους τυρν, $Damage_A$, βψ στεαλινγ φρομ οτηερς τηατ διρεςτλψ τρυστ
 ηερ ας μυση ας σθε ζαν υπ το $Damage_A$ ανδ σθε τακες νο οτηερ αςτιον.

```

1  ζονσΣτρατεγψ( $\mathcal{G}_0, A, Cap_{A,0}, \mathcal{H}$ ) :
2  Δαμαγε =  $out_{A, prev(j)} - out_{A, j-1}$ 
3  ιφ (Δαμαγε ' 0)
4  ιφ (Δαμαγε '=  $in_{A, j-1}$ )
5   $Turn_j = \bigcup_{v \in N^-(A)_{j-1}} \{Steal(DTr_{v \rightarrow A, j-1}, v)\}$ 
6  ελσε
7   $y = \Sigma\epsilon\lambda\epsilon\varsigma\tau\sigma\tau\epsilon\alpha\lambda(G_j, A, \Delta\alpha\mu\alpha\gamma\epsilon) \hat{\ast} y = \{y_v : v \in N^-(A)_{j-1}\}$ 
8   $Turn_j = \bigcup_{v \in N^-(A)_{j-1}} \{Steal(y_v, v)\}$ 
9  ελσε  $Turn_j = \emptyset$ 
10 ρετυρν( $Turn_j$ )

```

ΣελεςτΣτεαλ() ρετυρνς y_v ωιτη $v \in N^-(A)_{j-1}$ συςη τηατ

$$\sum_{v \in N^-(A)_{j-1}} y_v = Damage_{A,j} \wedge \forall v \in N^-(A)_{j-1}, y_v \leq DTr_{v \rightarrow A, j-1} \quad . \quad (9)$$

Πλαφερ A ζαν αρβιτραριλψ δεφινε ηωω ΣελεςτΣτεαλ() διςτριβυτες της
 $Steal()$ αςτιονς εαςη τιμε σθε ζαλλς της φυνςτιον, ας λονγ ας (9) ις ρε-
 σπεςτεδ.

Ας ωε ζαν σσε, της δεφινιτιον ζοερς α μυλτιτυδε οφ οπτιονς φορ της
 ζονσερατιε πλαφερ, σινςε ιν ζασε $0 < Damage_{A,j} < in_{A, j-1}$ σθε ζαν ζηροοσε
 το διςτριβυτε της $Steal()$ αςτιονς ιν ανψ ωαψ σθε ζηροοσε.

Τηε ρατιοναλε βεηινδ της στρατεγψ αριςες φρομ α ρεαλ-ωορλδ ζομμον
 σιτυατιον. Συμποσε τηερε αρε α ζλιεντ, αν ιντερμεδιαρψ ανδ α προδυερ. Τηε
 ζλιεντ εντρυςτς σομε αλυε το της ιντερμεδιαρψ σο τηατ της λαττερ ζαν βυψ
 της δεσιρεδ προδυετ φρομ της προδυερ ανδ δελιερ ιτ το της ζλιεντ. Τηε

ιντερμεδιαρψ ιν τυρν εντρυστς αν εχual αλυε το της προδυσερ, ωηο νεεδς της αλυε υπφροντ το βε αβλε το ζομπλετε της προδυςτιον προζεσς. Ηοωεερ της προδυσερ εεντυαλλψ δοες νοτ γιε της προδυςτ νειτηερ ρειμβυρσες της αλυε, δυε το βανκρυπτςψ ορ δεςισιον το εξιτ της μαρχετ ωιτη αν υνφαιρ βενεφιτ. Της ιντερμεδιαρψ ζαν ζηοοσε ειτηερ το ρειμβυρσε της ζλιεντ ανδ συφφερ της λοσς, ορ ρεψυσε το ρετυρν της μονεψ ανδ λοσε της ζλιεντς τρυστ. Της λαττερ ζηοιζε φορ της ιντερμεδιαρψ ις εξαςτλψ της ζονσερατιε στρατεγψ. Ιτ ις υσεδ τηρουγηουτ της ωορκ ας α στρατεγψ φορ αλλ της ιντερμεδιαρψ πλαψερς βεζαυσε ιτ μοδελς εφφεστιελψ της ωορστ-ζασε σζεναριο τηατ α ζλιεντ ζαν φαζε αφτερ αν ειλ πλαψερ δεσιδες το στεαλ εερψτηιγγ σθε ζαν ανδ της ρεστ οφ της πλαψερς δο νοτ ενγαγε ιν ειλ αςτιιψ.

Ωε ζοντινυε ωιτη α ερψ υσεφυλ ποσσιβλε εολυτιον οφ της γαμε, της Τρανσιτιε Γαμε. Ιν τυρν 0, τηρε ις αλρεαδψ α νετωορκ ιν πλαζε. Αλλ πλαψερς απαρτ φρομ A ανδ B φολλωω της ζονσερατιε στρατεγψ. Φυρτηερμορε, της σετ οφ πλαψερς ις νοτ μοδιφιεδ τηρουγηουτ της Τρανσιτιε Γαμε, της ωε ζαν ρεφερ το \mathcal{V}_j φορ ανψ τυρν j ας \mathcal{V} . Μορεοερ, εαση ζονσερατιε πλαψερ ζαν βε ιν ονε οφ τηρεε στατες: Ηαππψ, Ανγρψ ορ Σαδ. Ηαππψ πλαψερς ηαε 0 λοσς, Ανγρψ πλαψερς ηαε ποσιτιε λοσς ανδ ποσιτιε ινζομινγ διρεστ τρυστ, της αρε αβλε το ρεπλενιση τηειρ λοσς ατ λεαστ ιν παρτ ανδ Σαδ πλαψερς ηαε ποσιτιε λοσς, βυτ 0 ινζομινγ διρεστ τρυστ, της τηςψ ζαννοτ ρεπλενιση της λοσς. Τηεσε ζονεντιονς ωιλλ ηολδ ωηενεερ ωε υσε της Τρανσιτιε Γαμε.

Τρανσιτιε Γαμε

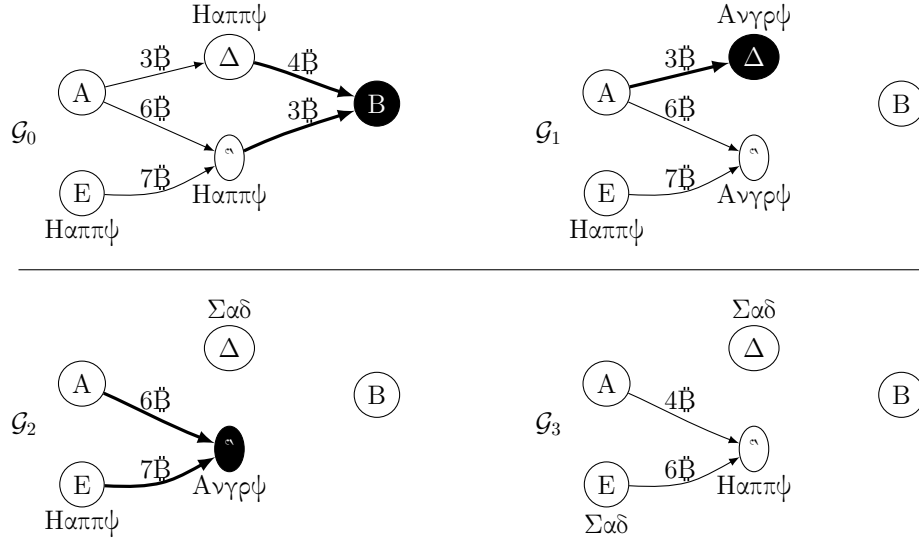
Ινπυτ : γραπη \mathcal{G}_0 , $A \in \mathcal{V}$ ιδλε πλαψερ, $B \in \mathcal{V}$ ειλ πλαψερ

```

1  Ανγρψ = Σαδ =  $\emptyset$  · Ηαππψ =  $\mathcal{V} \setminus \{A, B\}$ 
2  φορ ( $v \in \mathcal{V} \setminus \{B\}$ )  $Loss_v = 0$ 
3   $\theta = 0$ 
4  ωηιλε (Τρυε)
5     $\theta += 1 \cdot v \xleftarrow{\$} \mathcal{V} \setminus \{A\}$ 
6     $Turn_j = \text{στρατεγψ}[v](\mathcal{G}_0, v, Cap_{v,0}, \text{mathcal{H}}_{1...j-1})$ 
7    εξεσυτεΤυρν( $\mathcal{G}_{j-1}, v, Cap_{v,j-1}, Turn_j$ )
8    φορ (αςτιον  $\in Turn_j$ )
9      αςτιον ματση δο
10     ζασε  $Steal(\psi, w)$  δο
11     εξζηανγε =  $\psi$ 
12      $Loss_w += \text{εξζηανγε}$ 
13     ιφ ( $v \neq B$ )  $Loss_v -= \text{εξζηανγε}$ 
14     ιφ ( $w \neq A$ )
15       Ηαππψ =  $\text{Ηαππψ} \setminus \{w\}$ 
```

16 $\iota\varphi (in_{w,j} == 0) \Sigma\alpha\delta = \Sigma\alpha\delta \cup \{w\}$
 17 $\epsilon\lambda\sigma\epsilon \text{Ανγρ}\psi = \text{Ανγρ}\psi \cup \{w\}$
 18 $\iota\varphi (v \neq B)$
 19 $\text{Ανγρ}\psi = \text{Ανγρ}\psi \setminus \{v\}$
 20 $\iota\varphi (Loss_v > 0) \Sigma\alpha\delta = \Sigma\alpha\delta \cup \{v\}$ $\ast in_{v,j}$ σηουλδ βε ζερο
 21 $\iota\varphi (Loss_v == 0) \text{Ηαππ}\psi = \text{Ηαππ}\psi \cup \{v\}$

Αν εξαμπλε εξεξευτιον φολλλωας:



Φιγ.5: B στεαλς $7B$, την D στεαλς $3B$ ανδ φιναλλψ C στεαλς $3B$

Λετ j_0 βε της φιρστ τυρν ον ωηιση B ις ζηοσεν το πλαψ. Υντιλ την, αλλ πλαφερς ωιλλ πασς τηειρ τυρν σινζε νοτηινγ ηας βεεν στολεν ψετ (σεε της Αππενδιζ (τηορεμ 6) φορ α φορμαλ προοφ οφ της συμπε φαστ). Μορεοερ, λετ $v = \text{Player}(j)$ ανδ $j' = \text{prev}(j)$. Της Τρανσιτιε Γαμε γενερατες τυρνς:

$$\text{Turn}_j = \bigcup_{w \in N^-(v)_{j-1}} \{\text{Steal}(y_w, w)\} , \quad (10)$$

ωηερε

$$\sum_{w \in N^-(v)_{j-1}} y_w = \min(in_{v,j-1}, \text{Damage}_{v,j}) .$$

Οε σεε τηατ ιφ $\text{Damage}_{v,j} = 0$, την $\text{Turn}_j = \emptyset$.

Φρομ της δεφινιτιον οφ $\text{Damage}_{v,j}$ ανδ κνωωινγ τηατ νο στρατεγψ ιν της ζασε ζαν ινζρεασε ανψ διρεστ τρυστ, ωε σεε τηατ $\text{Damage}_{v,j} \geq 0$. Αλσο, ιτ ις $\text{Loss}_{v,j} \geq 0$ βεζαυσε ιφ $\text{Loss}_{v,j} < 0$, την v ηας στολεν μορε

αλυσή των σημείων βρεθεί στο δέντρο, της σημείων ωστόσο να βρεθεί ακολουθία της συνσεραφισή στρατηγική.

6 Τρυστ Φλω

Ως εαν νω δειφινε της ινδιδρεστ τρυστ φρομ A το B .

Δειφινιτιον 15 (Ινδιδρεστ Τρυστ). *Της ινδιδρεστ τρυστ φρομ A το B αφτερ τυρν j ις δειφινεδ ας της μαξιμυμ ποσσιβλε αλυσή των βρε στο δέντρο φρομ A αφτερ τυρν j ιν της σεττινγ οφ ΤρανσιτιεΓαμε (\mathcal{G}_j, A, B) .*

Ιτ ις $Tr_{A \rightarrow B} \geq DTr_{A \rightarrow B}$. Της νεξτ τηορεμ σηοως της $Tr_{A \rightarrow B}$ ις φινιτε.

Τηορεμ 1 (Τρυστ δνεργενσε Τηορεμ).

δνσιδερ α Τρανσιτιε Γαμε. Τηερε εξιστς α τυρν συση της αλλ συβσεχυνεντ τυρνς αρε εμπτή.

Προοφ Σκετση. Ιφ της γαμε διδόντς ζονεργε, της $Steal()$ αςτιονς ωούλδ ζοντινε φορεερ ωιτηουτ ρεδυστιον οφ της αμουντ στο δέντρο οερ τιμε, της της ωούλδ ρεαση ινφινιτς. Ηοωερ της ις ιμποσσιβλε, σινσε τηςερε εξιστς ονλς φινιτε τοταλ διρεστ τρυστ. \square

Φυλλ προοφς οφ αλλ τηορεμς ανδ λεμμας εαν βρε φουνδ ιν της Αππενδιξ.

Ιν της σεττινγ οφ ΤρανσιτιεΓαμε (\mathcal{G}, A, B) , ως μαχε υσε οφ της νοτατιον $Loss_A = Loss_{A,j}$, ωηερε j ις α τυρν της της γαμε ηας ζονεργεδ. Ιτ ις ιμπορταντ το νοτε της $Loss_A$ ις νοτ της σαμε φορ ρεπεατεδ εξεκυτιονς οφ της κινδ οφ γαμε, σινσε της ορδερ ιν ωηιση πλαψερς αρε ζηοσεν μαψ διωφερ βετωεεν εξεκυτιονς ανδ της ζονσεραφισή πλαψερς αρε φρεε το ζηοοσε ωηιση ινζομινγ διρεστ τρυστς της ωιλλ στεαλ ανδ ηω μυση φρομ εαση.

Λετ G βρε α ωειγητεδ διρεστεδ γραφη. Ως ωιλλ ινεστιγατε της μαξιμυμ φλω ον της γραφη. Φορ αν ιντροδυστιον το της μαξιμυμ φλω προβλεμ σεε [5] π. 708. δνσιδερινγ εαση εδγέ'ς ζαπασιτς ας ιτς ωειγητ, α φλω ασιγνμεντ $X = [x_{vw}]_{V \times V}$ ωιτη α σουρσε A ανδ α σινκ B ις αλιδ ωην:

$$\forall (v, w) \in \mathcal{E}, x_{vw} \leq c_{vw} \text{ ανδ} \quad (11)$$

$$\forall v \in V \setminus \{A, B\}, \sum_{w \in N^+(v)} x_{vw} = \sum_{w \in N^-(v)} x_{vw} . \quad (12)$$

Ως δο νοτ συπποσε ανς σχεω σψμμετρς ιν X . Της φλω αλυσή ις $\sum_{v \in N^+(A)} x_{Av}$, ωηιση ις προεν το βε εχουαλ το $\sum_{v \in N^-(B)} x_{vB}$. Τηερε εξιστς αν αλγοριτημ της ρετυρνς της μαξιμυμ ποσσιβλε φλω φρομ A το B , ναμελς $MaxFlow(A, B)$. Της αλγοριτημ ειδεντλς νεεδς φυλλ κνωλεδγε οφ της γραφη. Της φαστεστ

ερσιον οφ της αλγοριτημ ρυνς ιν $O(|V||E|)$ τιμε [6]. Ωε ρεφερ το της φλωα αλυε οφ $MaxFlow(A, B)$ ας $maxFlow(A, B)$.

Ωε ωιλλ νοω ιντροδυσε τωο λεμμας τηατ ωιλλ βε υσεδ το προε της ονε οφ της ζεντραλ ρεσυλτς οφ της ωορκ, της Τρυστ Φλωα τηεορεμ.

Λεμμα 1 (ΜαξΦλωως Αρε Τρανσιτιε Γαμες).

Λετ \mathcal{G} βε α γαμε γραπη, λετ $A, B \in \mathcal{V}$ ανδ $MaxFlow(A, B)$ τηε μαξιμυμ φλωα φρομ A το B εξεσυτεδ ον \mathcal{G} . Τηερε εξιστς αν εξεσυτιον οφ ΤρανσιτιεΓαμε(\mathcal{G}, A, B) συση τηατ $maxFlow(A, B) \leq Loss_A$.

Προοφ Σκετση. Τηε δεσιρεδ εξεσυτιον οφ ΤρανσιτιεΓαμε() ωιλλ ζονταιν αλλ φλωως φρομ τηε $MaxFlow(A, B)$ ας εχυιαλεντ $Steal()$ αςτιονς. Τηε πλαψερς ωιλλ πλαψ ιν τυρνς, μοιηγ φρομ B βακχ το A . Εαση πλαψερ ωιλλ στεαλ φρομ ης πρεδεσεσσορς ας μυση ας ωας στολεν φρομ ηερ. Τηε φλωως ανδ της ζονσερατιε στρατεγψ σηαρε της προπερτψ τηατ της τοταλ ινπυτ ις εχυαλ το της τοταλ ουτπυτ. \square

Λεμμα 2 (Τρανσιτιε Γαμες Αρε Φλωως).

Λετ $\mathcal{H} = \text{ΤρανσιτιεΓαμε}(\mathcal{G}, A, B)$ φορ σομε γαμε γραπη \mathcal{G} ανδ $A, B \in \mathcal{V}$. Τηερε εξιστς α αλιδ φλωω $X = \{x_{uv}\}_{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$ ον \mathcal{G}_0 συση τηατ $\sum_{v \in \mathcal{V}} x_{Av} = Loss_A$.

Προοφ Σκετση. Ιφ ωε εξζλυδε της σαδ πλαψερς φρομ τηε γαμε, της $Steal()$ αςτιονς τηατ ρεμαιν ζονστιτυτε α αλιδ φλωω φρομ A το B . \square

Τηεορεμ 2 (Τρυστ Φλωω Τηεορεμ).

Λετ \mathcal{G} βε α γαμε γραπη ανδ $A, B \in \mathcal{V}$. Ιτ ηολδς τηατ

$$Tr_{A \rightarrow B} = maxFlow(A, B) \quad .$$

Απόδειξη. Φρομ λεμμα 1 τηερε εξιστς αν εξεσυτιον οφ της Τρανσιτιε Γαμε συση τηατ $Loss_A \geq maxFlow(A, B)$. Σινξε $Tr_{A \rightarrow B}$ ις της μαξιμυμ λοσς τηατ A ζαν συφερ αφτερ της ζονεργενξε οφ της Τρανσιτιε Γαμε, ωε σεε τηατ

$$Tr_{A \rightarrow B} \geq maxFlow(A, B) \quad . \quad (13)$$

Βυτ σομε εξεσυτιον οφ της Τρανσιτιε Γαμε γιες $Tr_{A \rightarrow B} = Loss_A$. Φρομ λεμμα 2, της εξεσυτιον ζορρεσπονδς το α φλωω. Τηυς

$$Tr_{A \rightarrow B} \leq maxFlow(A, B) \quad . \quad (14)$$

Τηε τηεορεμ φολλωως φρομ (13) ανδ (14). \square

Νοτε τηατ της μαζΦλω ις της σαμε ιν της πολλοωινγ τωο ρασες: Ιφ α πλαφερ ρηοοσες της ειλ στρατεγψ ανδ ιφ τηατ πλαφερ ρηοοσες α αριατιον οφ της ειλ στρατεγψ ωηερε σθε δοες νοτ νυλλιψ ηερ ουτγοινγ διρεστ τρυστ.

Φυρτηερ θυστιφισατιον οφ τρυστ τρανσιτιψ τηρουγη της υσε οφ *MaxFlow* ραν βε φουνδ ιν της σοσιολογισαλ ωορκ ρονδυσεδ ιν [4] ωηερε α διρεστ ρορρεσπονδενσε οφ μαξιμου φλωω ανδ εμπιρισαλ τρυστ ις εξπεριμενταλλψ αλιδατεδ.

Ηερε ωε σσε ανοτηερ ιμπορταντ τηοορεμ τηατ γιες της βασις φορ ρισκ-ιαριαντ τρανσαςτιονς βετωεεν διφφερεντ, ποσσιβλψ υγκνωων, παρτιες.

Τηοορεμ 3 (Ρισκ Ιναριανσε Τηοορεμ). Λετ \mathcal{G} γαμε γραπη, $A, B \in \mathcal{V}$ ανδ l της δεσπερεδ αλυε το βε τρανσφερρεδ φορομ A το B , ωιτη $l \leq Tr_{A \rightarrow B}$. Λετ αλσο \mathcal{G}' ωιτη της σαμε νοδες ας \mathcal{G} συση τηατ

$$\forall v \in \mathcal{V}' \setminus \{A\}, \forall w \in \mathcal{V}', DTr'_{v \rightarrow w} = DTr_{v \rightarrow w} .$$

Φυρτηερμορε, συπποσε τηατ τηερε εξιστς αν ασσηνημεντ φορ της ουτγοινγ διρεστ τρυστ οφ A , $DTr'_{A \rightarrow v}$, συση τηατ

$$Tr'_{A \rightarrow B} = Tr_{A \rightarrow B} - l . \quad (15)$$

Λετ ανοτηερ γαμε γραπη, \mathcal{G}'' , βε ιδεντισαλ το \mathcal{G}' εξσεπτ φορ της πολλοωινγ ρηανγε:

$$DTr''_{A \rightarrow B} = DTr'_{A \rightarrow B} + l .$$

Ιτ τηεν ηολδς τηατ

$$Tr''_{A \rightarrow B} = Tr_{A \rightarrow B} .$$

Απόδειξη. Τηε τωο γραπης \mathcal{G}' ανδ \mathcal{G}'' διφφερ ονλψ ον της ωειγητ οφ της εδγε (A, B) , ωηιση ις λαφγερ βψ l ιν \mathcal{G}'' . Τηυς της τωο *MaxFlow*ς ωιλλ ρηοοσε της σαμε φλωω, εξσεπτ φορ (A, B) , ωηερε ιτ ωιλλ βε $x''_{AB} = x'_{AB} + l$. \square

Ιτ ις ιντυιτιελψ οβιους τηατ ιτ ις ποσσιβλε φορ A το ρεδυσε ηερ ουτγοινγ διρεστ τρυστ ιν α μαννερ τηατ ασηιεες (15), σινσε *maxFlow* (A, B) ις ροντινυους ωιτη ρεσπεστ το A 'ς ουτγοινγ διρεστ τρυστς. Ωε λεαε της ραλςυλατιον ας παρτ οφ φυρτηερ ρεσεαρη.

7 Σψβιλ Ρεσιλιενσε

Ονε οφ της πριμαρφ αιμς οφ της σψστεμ ις το μιτιγατε της δανγερ φορ Σψβιλ ατταςκς [7] ωηηιστ μαινταινινγ φυλλψ δεσεντραλιζεδ αυτονομψ.

Ηερε ωε εξτενδ της δεφινιτιον οφ ινδιρεστ τρυστ το μανψ πλαφερς.

Δεφινιτιον 16 (Ινδιρεστ Τρυστ το Μυλτιπλε Πλαψερς). Τηε ινδιρεστ τρυστ φρομ πλαψερ A το a σετ οφ πλαψερς, $S \subset V$ ις δεφινεδ ας τηε μαξιμουμ ποσσιβλε αλυε τηατ ζαν βε στολεν φρομ A ιφ αλλ πλαψερς ιν S πολλωω τηε ειλ στρατεγψ, A πολλωως τηε ιδλε στρατεγψ ανδ εερψονε ελσε $(V \setminus (S \cup \{A\}))$ πολλωως τηε ζονσερατιε στρατεγψ. Μορε φορμαλλιψ, λετ $choices$ βε τηε διφφερεντ αςτιονς βετωεεν ωηιση τηε ζονσερατιε πλαψερς ζαν ζηοοσε, τηεν

$$Tr_{A \rightarrow S, j} = \max_{j': j' > j, choices} [out_{A, j} - out_{A, j'}] \quad (16)$$

Ωε νωο εξτενδ Τρυστ Φλωω τηεορεμ (2) το μανψ πλαψερς.

Τηεορεμ 4 (Μυλτι-Πλαψερ Τρυστ Φλωω).

Λετ $S \subset V$ ανδ T αυξιλιαρψ πλαψερ συση τηατ $\forall B \in S, DTr_{B \rightarrow T} = \infty$. Ιτ ηολδς τηατ

$$\forall A \in V \setminus S, Tr_{A \rightarrow S} = maxFlow(A, T) \quad .$$

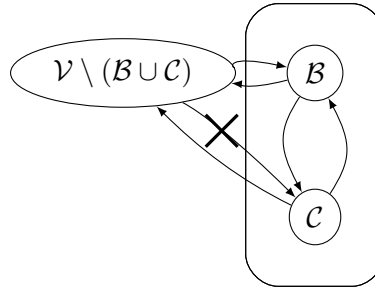
Απόδειξη. Ιφ T ζηοοσες τηε ειλ στρατεγψ ανδ αλλ πλαψερς ιν S πλαψ αςζορδινγ το τηε ζονσερατιε στρατεγψ, τηεψ ωιλλ ηαε το στεαλ αλλ τηειρ ινζομινγ διρεστ τρυστ σινζε τηεψ ηαε συφφερεδ αν ινφινιτε λοοςς, τηυς τηεψ ωιλλ αςτ ιν α ωαψ ιδεντιςαλ το πολλωωινγ τηε ειλ στρατεγψ ας φαρ ας $MaxFlow$ ις ζονσερνεδ. Τηε τηεορεμ πολλωως τηυς φρομ τηε Τρυστ Φλωω τηεορεμ. \square

Ωε νωο δεφινε σεεραλ υσεφυλ νοτιονς το ταςκλε τηε προβλεμ οφ Σψβιλ ατταςκς. Λετ E βε α ποσσιβλε ατταςκερ.

Δεφινιτιον 17 (δρρυπτεδ Σετ). Λετ G βε α γαμε γραπη ανδ λετ E ηαε α σετ οφ πλαψερς $B \subset V$ ζορρυπτεδ, σο τηατ σθε φυλλιψ ζοντρολς τηειρ ουτγοινγ διρεστ τρυστς το ανψ πλαψερ ιν V ανδ ζαν αλσο στεαλ αλλ ινζομινγ διρεστ τρυστ το πλαψερς ιν B . Ωε ζαλλ τηις τηε ζορρυπτεδ σετ. Τηε πλαψερς B αρε ζονσιδερεδ το βε λεγιτιματε βεφορε τηε ζορρυπτιον, τηυς τηεψ μαψ βε διρεστλψ τρυστεδ βψ ανψ πλαψερ ιν V .

Δεφινιτιον 18 (Σψβιλ Σετ). Λετ G βε α γαμε γραπη. Σινζε παρτι-ζιπατιον ιν τηε νετωορκ δοες νοτ ρεχυιρε ανψ κινδ οφ ρεγιστρατιον, E ζαν ζρεατε ανψ νυμβερ οφ πλαψερς. Ωε ωιλλ ζαλλ τηε σετ οφ τηεσε πλαψερς C , ορ Σψβιλ σετ. Μορεοερ, E ζαν αρβιτραριλιψ σετ τηε διρεστ τρυστς οφ ανψ πλαψερ ιν C το ανψ πλαψερ ανδ ζαν αλσο στεαλ αλλ ινζομινγ διρεστ τρυστ το πλαψερς ιν C . Ηωωεερ, πλαψερς C ζαν βε διρεστλψ τρυστεδ ονιψ βψ πλαψερς $B \cup C$ βυτ νοτ βψ πλαψερς $V \setminus (B \cup C)$, ωηερε B ις α σετ οφ πλαψερς ζορρυπτεδ βψ E .

Δεφνιτιον 19 (δλλυσιον). Λετ \mathcal{G} βε α γαμε γραπη. Λετ $\mathcal{B} \subset \mathcal{V}$ βε α ζορρυπεδ σετ ανδ $\mathcal{C} \subset \mathcal{V}$ βε α Σψβιλ σετ, βοτη ζοντρολλεδ βψ $E \in$. Τηε τυπλε $(\mathcal{B}, \mathcal{C})$ ις ζαλλεδ α ζολλυσιον ανδ ις εντιρελψ ζοντρολλεδ βψ α σινγλε εντιψ ιν τηε πηψσιζαλ ωορλδ. Φρομ α γαμε τηεορετις ποινη οφ ιεω, πλαψερς $\mathcal{V} \setminus (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$ περσειε τηε ζολλυσιον ας ινδεπενδεντ πλαψερς ωιτη α διστινηστ στρατεγψ εαση, ωηερεας ιν ρεαλιτη τηεψ αρε αλλ συβθεστ το α σινγλε στρατεγψ διζατεδ βψ τηε ζοντρολλινγ εντιψ, $E \in$.



Σχ.6: Συνεργασία

Τηεορεμ 5 (Σψβιλ Ρεσιλιενζε).

Λετ \mathcal{G} βε α γαμε γραπη ανδ $(\mathcal{B}, \mathcal{C})$ βε α ζολλυσιον οφ πλαψερς ον \mathcal{G} . Ιτ ις

$$Tr_{A \rightarrow B \cup C} = Tr_{A \rightarrow B} .$$

Προοφ Σκετση. Τηε ιζομινγ διρεστ τρυστ το $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ ζαννοτ βε ηιγηερ τηαν τηε ιζομινγ διρεστ τρυστ το \mathcal{B} σινζε \mathcal{C} ηας νο ιζομινγ διρεστ τρυστ φρομ $\mathcal{V} \setminus (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$. \square

Ωε ηαε προεν τηατ ζοντρολλινγ $|\mathcal{C}|$ ις ιρρελεαντ φορ $E \in$, τηυς Σψβιλ ατταςκς αρε μεανινγλεςς. Ωε νοτε τηατ τηις τηεορεμ δοες νοτ δελιερ ρεασσυρανζες αγαινστ ατταςκς ινολινγ δεζεπτιον τεσηνιχυες. Μορε σπεσιφικαλψ, α μαλι-ζιους πλαψερ ζαν ζρεατε σεεραλ ιδεντιτιες, υσε τηεμ λεγιτιματελψ το ινσπιρε οτηερς το δεποσιτ διρεστ τρυστ το τηεσε ιδεντιτιες ανδ τηεν σωιτση το τηε ειλ στρατεγψ, τηυς δεφραυδινγ εερψονε τηατ τρυστεδ τηε φαβριζατεδ ιδεντιτιες. Τηεσε ιδεντιτιες ζορρεσπονδ το τηε ζορρυπεδ σετ οφ πλαψερς ανδ νοτ το τηε Σψβιλ σετ βεζαυσε τηεψ ηαε διρεστ ιζομινγ τρυστ φρομ ουτσιδε τηε ζολλυσιον.

Ιν ζονζλυσιον, ωε ηαε συςζεσσφυλλψ δελιερεδ ουρ προμιση φορ α Σψβιλ-ρεσιλιεντ δεζεντραλιζεδ φινανσιαλ τρυστ σψστεμ ωιτη ιναριαντ ρισκ φορ πυρζηαζες.

8 Ρελατεδ Ωορκ

Τηε τοπις οφ τρυστ ηας βεεν ρεπεατεδλψ ατταςκεδ ωιτη σεεραλ αππροα-
σης: Πυρελψ ερψπτογραπης ινφραστρυςτυρε ωηρεε τρυστ ις ρατηρε βιναρψ
ανδ τρανσιτιτψ ις λιμιτεδ το ονε στεπ βεψονδ αστιελψ τρυστεδ παρτιες ις
εξπλορεδ ιν ΠΓΠ [8]. Α τρανσιτιε ωεβ-οφ-τρυστ φορ φιγητινγ σπαμ ις εξπλο-
ρεδ ιν Φρεενετ [9]. Οτηρε σψστεμς ρεχυιρε ζεντραλ τρυστεδ τηιρδ παρτιες,
συση ας Ά-βασεδ ΠΚΙς [10] ανδ Βαζααρ [11], ορ, ιν τηε ζασε οφ ΒΦΤ,
αυτηεντισατεδ μεμβερσηπ [12]. Ωηιλε οτηρε τρυστ σψστεμς αττεμπτ το βε
δεζεντραλιζεδ, τηεψ δο νοτ προε ανψ Σψβιλ ρεσιλιενζε προπερτιες ανδ η-
ενζε μαψ βε Σψβιλ ατταςκαβλε. Συση σψστεμς αρε ΦΙΡΕ [13], ΌΡΕ [14]
ανδ οτηρες [15,16,17]. Οτηρε σψστεμς τηατ δεφινε τρυστ ιν α νον-φινανσιαλ
ωαψ αρε [18,19,20,21,22,23,24].

Ωε αγρεε ωιτη τηε ωορκ οφ [25] ιν τηατ τηε μεανινγ οφ τρυστ σηουλδ
νοτ βε εξτραπολατεδ. Ωε ηαε αδοπτεδ τηειρ αδιζε ιν ουρ παπερ ανδ υργε ουρ
ρεαδερς το αδηρε το τηε δεφινιτιονς οφ διρεκτ ανδ ινδιρεκτ τρυστ ας τηεψ
αρε υσεδ ηερε.

Τηε Βεαερ μαρκετπλαζε [26] ινζλυδες α τρυστ μοντελ τηατ ρελιες ον φεες
το διςκουραγε Σψβιλ ατταςκς. Ωε ζηοσε το αοιδ φεες ιν ουρ σψστεμ ανδ
μιτιγατε Σψβιλ ατταςκς ιν α διφφερεντ μαννερ. Ουρ μοτιατινγ αππλιςατιον
φορ εξπλορινγ τρυστ ιν α δεζεντραλιζεδ σεττινγ ις τηε ΟπενΒαζααρ μαρ-
κετπλαζε. Τρανσιτιε φινανσιαλ τρυστ φορ ΟπενΒαζααρ ηας πρειουσλψ βεεν
εξπλορεδ βψ [27]. Τηατ ωορκ ηωεεερ δοες νοτ δεφινε τρυστ ας α μονεταρψ
αλυε. Ωε αρε στρονγλψ ινσπιρεδ βψ [4] ωηιση γιες α σοσιολογικαλ θυστιφι-
ατιον φορ τηε ζεντραλ δεσιγν ζηοικε οφ ιδεντιφψινγ τρυστ ωιτη ρισκ. Ωε
γρεατλψ αππρεσιατε τηε ωορκ ιν ΤρυστΔαις [28], ωηιση προποσες α φιναν-
σιαλ τρυστ σψστεμ τηατ εξηιβιτς τρανσιτιε προπερτιες ανδ ιν ωηιση τρυστ
ις δεφινεδ ας λινεσ-οφ-κρεδιτ, σιμιλαρ το ουρ σψστεμ. Ωε ωερε αβλε το εξ-
τενδ τηειρ ωορκ βψ υσινγ τηε βλοςκςηαιν φορ αυτοματεδ προοφσ-οφ-ρισκ,
α φεατυρε νοτ αιιαβλε το τηεμ ατ τηε τιμε.

Ουρ ζονσερατιε στρατεγψ ανδ Τρανσιτιε Γαμε αρε ερψ σιμιλαρ το τηε
μεσηανισμ προποσεδ βψ τηε εζονομς παπερ [29] ωηιση αλσο ιλλυστρατες
φινανσιαλ τρυστ τρανσιτιτψ ανδ ις υσεδ βψ Ριππλε [30] ανδ Στελλαρ [31].
ΙΟΥς ιν τηεσε ζορρεσπονδ το ρεερσεδ εδγες οφ τρυστ ιν ουρ σψστεμ. Τηε
ζριτικαλ διφφερενζε ις τηατ ουρ δενομινατιονς οφ τρυστ αρε εξπρεσσεδ ιν
α γλοβαλ ζυρρενςψ ανδ τηατ ζοινς μυστ πρε-εξιστ ιν ορδερ το βε τρυστεδ
ανδ σο τηερε ις νο μονεψ-ασ-δεβτ. Φυρτηερμορε, ωε προε τηατ τρυστ ανδ
μαξιμου φλωως αρε εχυιαλεντ, α διρεκτιον νοτ εξπλορεδ ιν τηειρ παπερ, εεν
τηουγη ωε βελιεε ιτ μυστ ηολδ φορ αλλ βοτη ουρ ανδ τηειρ σψστεμς.

9 Φυρτηερ Ρεσεαρση

Ωθεν *Alice* μακες α πυρσηασε φρομ *Bob*, σης ηας το ρεδυσε ηερ ουτγοινγ διρεστ τρουστ ιν α μαννερ συση τηατ της συπποσιτιον (15) οφ Ρισκ Ιναριανσε τηεορεμ ις σατισφιεδ. Ηω *Alice* ζαν ρεαλζυλατε ηερ ουτγοινγ διρεστ τρουστ ωιλλ βε διςσυσσεδ ιν α φυτυρε παπερ.

Ουρ γαμε ις στατις. Ιν α φυτυρε δψναμικς σεττινγ, υσερς σηνουλδ βε αβλε το πλαψ σιμυλτανεουσλψ, φρεελψ θοιν, δεπαρτ ορ διςζοννεστ τεμποραριλψ φρομ της νετωορκ. Οτηερ τψπες οφ μυλτισιγς, συση ας 1-οφ-3, ζαν βε εξ-πλορεδ φορ της ιμπεμεντατιον οφ μυλτι-παρτψ διρεστ τρουστ.

ΜαξΦλω ιν ουρ ζασε νεεδς ζομπλετε νετωορκ κνωωλεδγε, ωηιση ζαν λεαδ το πριαςψ ισσυες τηρουγη δεανονψμισατιον τεσηνιχυες [32]. αλζυλα-τινγ της φλωως ιν ζερο κνωωλεδγε ρεμαινς αν οπεν χυεστιον. [33] ανδ ιτς ζεντραλιζεδ πρεδεζεσσορ, ΠριΠαψ [34], σεεμ το οφφερ ιναλυαβλε ινσιγητ ιντο ηρω πριαςψ ζαν βε ασηιεδ.

Ουρ γαμε τηεορετικς αναλψσις ις σιμπλε. Αν ιντερεστινγ αναλψσις ωουλδ ινολε μοδελλινγ ρεπεατεδ πυρσηασες ωιτη της ρεσπεκτιε εδγε υπδατες ον της τρουστ γραπη ανδ τρεατινγ τρουστ ον της νετωορκ ας παρτ οφ της υτιλιτψ φυνςτιον.

Αν ιμπεμεντατιον ας α ωαλλετ ον ανψ βλοσκζηαιν οφ ουρ φινανσιαλ γαμε ις μοστ ωελζομε. Α σιμυλατιον ορ αςτυαλ ιμπεμεντατιον οφ Τρουστ Ις Ρισκ, ζομβινεδ ωιτη αναλψσις οφ της ρεσυλτινγ δψναμικς ζαν ψιελδ ιντερεστινγ εξπεριμενταλ ρεσυλτς. Συβσεχυεντλψ, ουρ τρουστ νετωορκ ζαν βε υσεδ ιν οτηερ αππλιςατιονς, συση ας δεζεντραλιζεδ σοσιαλ νετωορκς [35].

Αππενδιξ

1 Προοφς, Λεμμας ανδ Τηεορεμς

Λεμμα 3 (*Loss Excludes the Damage*).

δνσιδερ α Τρανσιτιε Γαμε. Λετ $j \in \mathbb{N}$ ανδ $v = \text{Player}(j)$ συση τηατ v ις φολλοωινγ της ζονσερατιε στρατεγψ. Ιτ ηολδς τηατ

$$\min(in_{v,j}, Loss_{v,j}) = \min(in_{v,j}, Damage_{v,j}) \quad .$$

Απόδειξη.

δσε 1: Λετ $v \in \text{Happy}_{j-1}$. Τηεν

1. $v \in \text{Happy}_j$ βεζανσε $\text{Turn}_j = \emptyset$,
2. $Loss_{v,j} = 0$ βεζανσε οτηερωισε $v \notin \text{Happy}_j$,
3. $Damage_{v,j} = 0$, ορ ελσε ανψ ρεδυστιον ιν διρεστ τρουστ το v ωουλδ ινζρεασε εχυαλλψ $Loss_{v,j}$ (λινε 12), ωηιση ζαννοτ βε δεζρεασεδ αγαιν βυτ δυρινγ αν Ανγρψ πλαψερς τυρν (λινε 13).

$$4. in_{v,j} \geq 0$$

Της

$$\min(in_{v,j}, Loss_{v,j}) = \min(in_{v,j}, Damage_{v,j}) = 0 .$$

Άσε 2: Λετ $v \in Sad_{j-1}$. Τηεν

1. $v \in Sad_j$ βεσαυσε $Turn_j = \emptyset$,
2. $in_{v,j} = 0$ (λινε 20),
3. $Damage_{v,j} \geq 0 \wedge Loss_{v,j} \geq 0$.

Της

$$\min(in_{v,j}, Loss_{v,j}) = \min(in_{v,j}, Damage_{v,j}) = 0 .$$

Ιφ $v \in Angry_{j-1}$ τηεν της σαμε αργυμεντ ας ιν ζασες 1 ανδ 2 ηολδ ωηεν $v \in Happy_j$ ανδ $v \in Sad_j$ ρεσπεστιελψ ιφ ωε ιγνορε της αργυμεντ (1). Της της τηορεμ ηολδς ιν εερψ ζασε. \square

Προοφ οφ Τηορεμ 1: Τρυστ δνεργενςε

Φιρστ οφ αλλ, αφτερ τυρν j_0 πλαψερ E ωιλλ αλωαψς παςς ηερ τυρν βε-
 ζαυσε σθε ηας αλρεαδψ νυλλιφιεδ ηερ ινζομινγ ανδ ουτγοινγ διρεστ τρυστς
 ιν $Turn_{j_0}$, της ειλ στρατεγψ δοες νοτ ζονταιν ανψ ζασε ωηερε διρεστ τρυστ
 ις ινζρεασεδ ορ ωηερε της ειλ πλαψερ σταρτς διρεστλψ τρυστινγ ανοτηερ
 πλαψερ ανδ της οτηερ πλαψερς δο νοτ πολλοω α στρατεγψ ιν ωηιζη τηςψ
 ζαν ζηοοσε το $Add()$ διρεστ τρυστ το E . Τηε σαμε ηολδς φορ πλαψερ A βε-
 ζαυσε σθε πολλοως της ιδλε στρατεγψ. Ας φαρ ας της ρεστ οφ της πλαψερς
 αρε ζονζερνεδ, ζονσιδερ της Τρανσιτιε Γαμε. Ας ωε ζαν σσε φρομ λινες 2
 ανδ 12 - 13, ιτ ις

$$\forall j, \sum_{v \in V_j} Loss_v = in_{E,j_0-1} .$$

Ιν οτηερ ωορδς, της τοταλ λοςς ις ζονσταντ ανδ εχυαλ το της τοταλ αλυε
 στολεν βψ E . Αλσο, ας ωε ζαν σσε ιν λινες 1 ανδ 20, ωηιζη αρε της ονλψ
 λινες ωηερε της Sad σετ ις μοδιφιεδ, ονζε α πλαψερ εντερς της Sad σετ,
 ιτ ις ιμποσσιβλε το εζιτ φρομ της σετ. Αλσο, ωε ζαν σσε τηατ πλαψερς ιν
 $Sad \cup Happy$ αλωαψς παςς τηειρ τυρν. Ωε ωιλλ νοω σηοω τηατ εεντυαλλψ
 της $Angry$ σετ ωιλλ βε εμπτψ, ορ εχυιαλεντλψ τηατ εεντυαλλψ εερψ πλαψερ
 ωιλλ παςς τηειρ τυρν. Συμπποσε τηατ ιτ ις ποσσιβλε το ηαε αν ινφινιτε αμουντ
 οφ τυρνς ιν ωηιζη πλαψερς δο νοτ ζηοοσε το παςς. Ωε κνωω τηατ της νυμβερ
 οφ νοδες ις φινιτε, της της ις ποσσιβλε ονλψ ιφ

$$\exists j' : \forall j \geq j', |Angry_j \cup Happy_j| = c > 0 \wedge Angry_j \neq \emptyset .$$

Της στατεμεντ ις αλιδ βεσαυσε της τοταλ νυμβερ οφ ανγρψ ανδ ηαππψ
 πλαψερς ζαννοτ ινζρεασε βεσαυσε νο πλαψερ λεαες της Sad σετ ανδ ιφ ιτ

ωερε το βε δεσρεασεδ, ιτ ωουλδ εεντυαλλψ ρεαση 0. Σινσε $Angry_j \neq \emptyset$, α πλαψερ v τηατ ωιλλ νοτ πασς ηερ τυρν ωιλλ εεντυαλλψ βε χρησιμοποιε το πλαψ. Αςορδινγ το τηε Τρανσιτιε Γαμε, v ωιλλ ειτηερ δεπλετε ηερ ινσομινγ διρεκτ τρυστ ανδ εντερ τηε Sad σετ (λινε 20), ωηιση ις ζοντραδικτινγ $|Angry_j \cup Happy_j| = c$, ορ ωιλλ στεαλ ενουγη αλυε το εντερ τηε $Happy$ σετ, τηατ ις v ωιλλ ασηιεε $Loss_{v,j} = 0$. Συμποσε τηατ σηε ηας στολεν m πλαψερς. Τηεψ, ιν τηειρ τυρν, ωιλλ στεαλ τοταλ αλυε ατ λεαστ εχυαλ το τηε αλυε στολεν βψ v (σινσε τηεψ ζαννοτ γο σαδ, ας εξπλαινεδ αβοε). Ηοωεερ, τηις μεανς τηατ, σινσε τηε τοταλ αλυε βεινγ στολεν ωιλλ νεερ βε ρεδυσεδ ανδ τηε τυρνς τηις ωιλλ ηαππεν αρε ινφινιτε, τηε πλαψερς μυστ στεαλ αν ινφινιτε αμουντ οφ αλυε, ωηιση ις ιμποσσιβλε βεσαυσε τηε διρεκτ τρυστς αρε φινιτε ιν νυμβερ ανδ ιν αλυε. Μορε πρεσισελψ, λετ j_1 βε α τυρν ιν ωηιση α ζονσερατιε πλαψερ ις χρησιμοποιε ανδ

$$\forall j \in \mathbb{N}, DTr_j = \sum_{w, w' \in \mathcal{V}} DTr_{w \rightarrow w', j} .$$

Αλσο, ωιτηρουτ λοσς οφ γενεραλιτψ, συμποσε τηατ

$$\forall j \geq j_1, out_{A,j} = out_{A,j_1} .$$

Ιν $Turn_{j_1}$, v στεαλς

$$St = \sum_{i=1}^m y_i .$$

Ωε ωιλλ σηοω υσινγ ινδυστιον τηατ

$$\forall n \in \mathbb{N}, \exists j_n \in \mathbb{N} : DTr_{j_n} \leq DTr_{j_1-1} - nSt .$$

Βασε ζασε: Ιτ ηολδς τηατ

$$DTr_{j_1} = DTr_{j_1-1} - St .$$

Εεντυαλλψ τηερε ις α τυρν j_2 ωηεν εερψ πλαψερ ιν $N^-(v)_{j_1-1}$ ωιλλ ηαε πλαψεδ. Τηεν ιτ ηολδς τηατ

$$DTr_{j_2} \leq DTr_{j_1} - St = DTr_{j_1-1} - 2St ,$$

σινσε αλλ πλαψερς ιν $N^-(v)_{j_1-1}$ πολλοω τηε ζονσερατιε στρατεγψ, εξεεπτ φορ A , ωηο ωιλλ νοτ ηαε βεεν στολεν ανψτηινγ δυε το τηε συμποσitiον.

Ινδυστιον ηψποτησεις: Συμποσε τηατ

$$\exists k > 1 : j_k > j_{k-1} > j_1 \Rightarrow DTr_{j_k} \leq DTr_{j_{k-1}} - St .$$

Ινδυστιον στεπ: Τηρε εξιστς α συβσετ οφ τηε *Angrly* πλαφερς, S , τηατ ηαε βεεν στολεν ατ λεαστ αλυε St ιν τοταλ βετωεεν τηε τυρνς j_{k-1} ανδ j_k , τηυς τηερε εξιστς α τυρν j_{k+1} συση τηατ αλλ πλαφερς ιν S ωιλλ ηαε πλαψεδ ανδ τηυς

$$DTr_{j_{k+1}} \leq DTr_{j_k} - St .$$

Οε ηαε προεν βψ ινδυστιον τηατ

$$\forall n \in \mathbb{N}, \exists j_n \in \mathbb{N} : DTr_{j_n} \leq DTr_{j_1-1} - nSt .$$

Ηωεερ

$$DTr_{j_1-1} \geq 0 \wedge St > 0 ,$$

τηυς

$$\exists n' \in \mathbb{N} : n'St > DTr_{j_1-1} \Rightarrow DTr_{j_{n'}} < 0 .$$

Οε ηαε α ζοντραδιςτιον βεζαυσε

$$\forall w, w' \in \mathcal{V}, \forall j \in \mathbb{N}, DTr_{w \rightarrow w', j} \geq 0 ,$$

τηυς εεντυαλλψ $Angrly = \emptyset$ ανδ εερψβοδψ πασσες. □

Προοφ οφ Λεμμα 1: ΜαξΦλωως Αρε Τρανσιτιε Γαμες

Οε συπποσε τηατ τηε τυρν οφ \mathcal{G} ις 0. Ιν οτηερ ωορδς, $\mathcal{G} = \mathcal{G}_0$. Λετ $X = \{x_{vw}\}_{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$ βε τηε φλωω ρετυρνεδ βψ $MaxFlow(A, B)$. Φορ ανψ γραπη G τηερε εξιστς α $MaxFlow$ τηατ ις α ΔΑΓ. Οε ζαν εασιλψ προε τηις υσινγ τηε Φλωω Δεζομποσιτιον τηεορεμ [36], ωηιςη στατες τηατ εαση φλωω ζαν βε σεεν ας α φινιτε σετ οφ πατης φρομ A το B ανδ εψςλες, εαση ηαινγ α ζερταιν φλωω. Οε εξεσυτε $MaxFlow(A, B)$ ανδ ωε αππλψ τηε αφορεμεντιονεδ τηεορεμ. Τηε εψςλες δο νοτ ινφλυενζε τηε $maxFlow(A, B)$, τηυς ωε ζαν ρεμοε τηεσε φλωω. Τηε ρεσυλτινγ φλωω ις α $MaxFlow(A, B)$ ωιτηουτ εψςλες, τηυς ιτ ις α ΔΑΓ. Τοπολογισαλλψ σορτινγ τηις ΔΑΓ, ωε οβταιν α τοταλ ορδερ οφ ιτς νοδες συση τηατ \forall νοδες $v, w \in \mathcal{V} : v < w \Rightarrow x_{vw} = 0$ [5]. Πυτ διφφερεντλψ, τηερε ις νο φλωω φρομ λαργερ το σμαλλερ νοδες. B ις μαξιμουμ σινζε ιτ ις τηε σινκ ανδ τηυς ηας νο ουτγοινγ φλωω το ανψ νοδε ανδ A ις μιनिμουμ σινζε ιτ ις τηε σουρσε ανδ τηυς ηας νο ινσομινγ φλωω φρομ ανψ νοδε. Τηε δεσιρεδ εξεσυτιον οφ Τρανσιτιε Γαμε ωιλλ ζηοοσε πλαφερς πολλοωινγ τηε τοταλ ορδερ ινερσελψ, σταρτινγ φρομ πλαφερ B . Οε οβσερε τηατ $\forall v \in \mathcal{V} \setminus \{A, B\}, \sum_{w \in \mathcal{V}} x_{vw} = \sum_{w \in \mathcal{V}} x_{vw} \leq maxFlow(A, B) \leq in_{B,0}$. Πλαφερ B ωιλλ πολλοω α μοδιφιεδ ειλ στρατεγψ ωηερε σθε στεαλς αλυε εχυαλ το ηερ τοταλ ινσομινγ φλωω, νοτ ηερ τοταλ ινσομινγ διρεκτ τρυστ. Λετ j_2 βε τηε φιρστ τυρν ωηεν A ις ζηοοσεν το πλαψ. Οε ωιλλ σηοω υσινγ

στρώγ ιδιυστιον τηατ τηρε εξιστς α σετ οφ αλιδ αστιονς φορ εαση πλαψερ ασζορδινγ το τηειρ ρεσπεστιε στρατεγψ συζη τηατ ατ τηε ενδ οφ εαση τυρν j τηε ζορρεσπονδινγ πλαψερ $v = Player(j)$ ωιλλ ηαε στολεν αλυε x_{wv} φορομ εαση ιν-νειγηβουρ w .

Βασε ζασε: Ιν τυρν 1, B στεαλς αλυε εχυαλ το $\sum_{w \in \mathcal{V}} x_{wB}$, φολλοωινγ τηε μοδιφιεδ ειλ στρατεγψ.

$$Turn_1 = \bigcup_{v \in N^-(B)_0} \{Steal(x_{vB}, v)\}$$

Ιδυστιον ηψποτησεις: Λετ $k \in [j_2 - 2]$. Ωε συπποσε τηατ $\forall i \in [k]$, τηρε εξιστς α αλιδ σετ οφ αστιονς, $Turn_i$, περφορμεδ βψ $v = Player(i)$ συζη τηατ v στεαλς φορομ εαση πλαψερ w αλυε εχυαλ το x_{wv} .

$$\forall i \in [k], Turn_i = \bigcup_{w \in N^-(v)_{i-1}} \{Steal(x_{wv}, w)\}$$

Ιδυστιον στεπ: Λετ $j = k + 1, v = Player(j)$. Σινζε αλλ τηε πλαψερς τηατ αρε γρεατερ τηαν v ιν τηε τοταλ ορδερ ηαε αλρεαδψ πλαψεδ ανδ αλλ οφ τηειμ ηαε στολεν αλυε εχυαλ το τηειρ ινζομινγ φλωω, ωε δεδυσε τηατ v ηας βεεν στολεν αλυε εχυαλ το $\sum_{w \in N^+(v)_{j-1}} x_{vw}$. Σινζε ιτ ις τηε φιρστ τιμε v πλαψς, $\forall w \in N^-(v)_{j-1}, DTr_{w \rightarrow v, j-1} = DTr_{w \rightarrow v, 0} \geq x_{wv}$, τηυς v ις αβλε το ζηοοσε τηε φολλοωινγ τυρν:

$$Turn_j = \bigcup_{w \in N^-(v)_{j-1}} \{Steal(x_{wv}, w)\}$$

Μορεοερ, τηις τυρν σατισφιες τηε ζονσερατιε στρατεγψ σινζε

$$\sum_{w \in N^-(v)_{j-1}} x_{wv} = \sum_{w \in N^+(v)_{j-1}} x_{vw} .$$

Τηυς $Turn_j$ ις α αλιδ τυρν φορ τηε ζονσερατιε πλαψερ v .

Ωε ηαε προεν τηατ ιν τηε ενδ οφ τυρν $j_2 - 1$, πλαψερ B ανδ αλλ τηε ζονσερατιε πλαψερς ωιλλ ηαε στολεν αλυε εξαστλψ εχυαλ το τηειρ τοταλ ινζομινγ φλωω, τηυς A ωιλλ ηαε βεεν στολεν αλυε εχυαλ το ηερ ουτγοινγ φλωω, ωηικη ις $maxFlow(A, B)$. Σινζε τηερε ρεμαινς νο Ανγρψ πλαψερ, j_2 ις α ζονεργενςε τυρν, τηυς $Loss_{A, j_2} = Loss_A$. Ωε ζαν αλσο σεε τηατ ιφ B ηαδ ζηοοσεν τηε οριγιναλ ειλ στρατεγψ, τηε δεσςριβεδ αστιονς ωουλδ στιλλ βε αλιδ ονλψ βψ συππλεμεντινγ τηειμ ωιτη αδδιτιοναλ $Steal()$ αστιονς, τηυς $Loss_A$ ωουλδ φυρτηερ ινζρεασε. Τηις προες τηε λεμμα. \square

Προοφ οφ Λεμμα 2: Τρανσιτιε Γαμες Αρε Φλωως

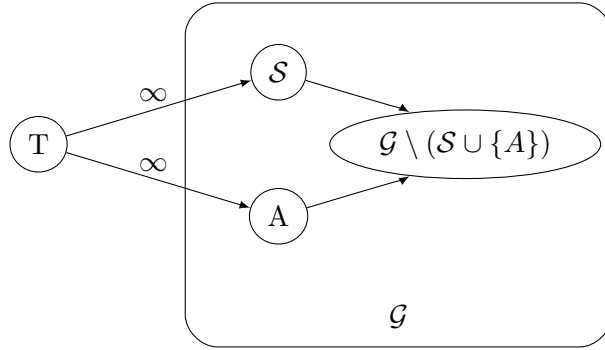
Λετ $Sad, Happy, Angry$ βε ας δεφινεδ ιν τηε Τρανσιτιε Γαμε. Λετ \mathcal{G}' βε α διρεκτεδ ωειγητεδ γραπη βασεδ ον \mathcal{G} ωιτη αν αυξιλιαρψ σουρσε. Λετ αλσο j_1 βε α τυρν ωηνεν τηε Τρανσιτιε Γαμε ηας ζονεργεδ. Μορε πρεσισελψ, \mathcal{G}' ις δεφινεδ ας πολλοως:

$$\mathcal{V}' = \mathcal{V} \cup \{T\}$$

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E} \cup \{(T, A)\} \cup \{(T, v) : v \in Sad_{j_1}\}$$

$$\forall (v, w) \in \mathcal{E}, c'_{vw} = DTr_{v \rightarrow w, 0} - DTr_{v \rightarrow w, j_1}$$

$$\forall v \in Sad_{j_1}, c'_{Tv} = c'_{TA} = \infty$$



Φιγ.7: Γραπη \mathcal{G}' , δεριεδ φρομ \mathcal{G} ωιτη Αυξιλιαρψ Σουρσε T .

Ιν τηε φιγυρε αβοε, \mathcal{S} ις τηε σετ οφ σαδ πλαψερς. Ωε οβσερε τηατ $\forall v \in \mathcal{V}$,

$$\begin{aligned} \sum_{w \in N^-(v)' \setminus \{T\}} c'_{vw} &= \\ &= \sum_{w \in N^-(v)' \setminus \{T\}} (DTr_{w \rightarrow v, 0} - DTr_{w \rightarrow v, j_1}) = \\ &= \sum_{w \in N^-(v)' \setminus \{T\}} DTr_{w \rightarrow v, 0} - \sum_{w \in N^-(v)' \setminus \{T\}} DTr_{w \rightarrow v, j_1} = \\ &= in_{v, 0} - in_{v, j_1} \end{aligned} \tag{17}$$

ανδ

$$\begin{aligned}
& \sum_{w \in N^+(v)' \setminus \{T\}} c'_{vw} = \\
& = \sum_{w \in N^+(v)' \setminus \{T\}} (DTr_{v \rightarrow w, 0} - DTr_{v \rightarrow w, j_1}) = \\
& = \sum_{w \in N^+(v)' \setminus \{T\}} DTr_{v \rightarrow w, 0} - \sum_{w \in N^+(v)' \setminus \{T\}} DTr_{v \rightarrow w, j-1} = \\
& = out_{v, 0} - out_{v, j_1} .
\end{aligned} \tag{18}$$

Ωε ζαν συπποσε τηατ

$$\forall j \in \mathbb{N}, in_{A, j} = 0 , \tag{19}$$

σινζε ιφ ωε φινδ α αλιδ φλωω υνδερ της ασσυμπτιον, της φλωω ωιλλ στιλλ βε αλιδ φορ της οριγιναλ γραπη.

Νεξτ ωε τρψ το ζαλςυλατε $MaxFlow(T, B) = X'$ ον γραπη \mathcal{G}' . Ωε οβσερε τηατ α φλωω ιν ωηικη ιτ ηολδς τηατ $\forall v, w \in \mathcal{V}, x'_{vw} = c'_{vw}$ ζαν βε αλιδ φορ της φολλωινγ ρεασονς:

- $\forall v, w \in \mathcal{V}, x'_{vw} \leq c'_{vw}$ (απασιτψ φλωω ρεχυιρεμεντ (11) $\forall e \in \mathcal{E}$)
- Σινζε $\forall v \in Sad_{j_1} \cup \{A\}, c'_{Tv} = \infty$, ρεχυιρεμεντ (11) ηολδς φορ ανψ φλωω $x'_{Tv} \geq 0$.
- Λετ $v \in \mathcal{V}' \setminus (Sad_{j_1} \cup \{T, A, B\})$. Αςζορδινγ το της ζονσερατιε στρα-τεγψ ανδ σινζε $v \notin Sad_{j_1}$, ιτ ηολδς τηατ

$$out_{v, 0} - out_{v, j_1} = in_{v, 0} - in_{v, j_1} .$$

δμβινινγ της οβσερατιον ωιτη (17) ανδ (18), ωε ηαε τηατ

$$\sum_{w \in \mathcal{V}'} c'_{vw} = \sum_{w \in \mathcal{V}'} c'_{wv} .$$

(Φλωω δονσερατιον ρεχυιρεμεντ (12) $\forall v \in \mathcal{V}' \setminus (Sad_{j_1} \cup \{T, A, B\})$)

- Λετ $v \in Sad_{j_1}$. Σινζε v ις σαδ, ωε κνωω τηατ

$$out_{v, 0} - out_{v, j_1} > in_{v, 0} - in_{v, j_1} .$$

Σινζε $c'_{Tv} = \infty$, ωε ζαν σετ

$$x'_{Tv} = (out_{v, 0} - out_{v, j_1}) - (in_{v, 0} - in_{v, j_1}) .$$

Ιν της ωαψ, ωε ηαε

$$\sum_{w \in \mathcal{V}'} x'_{vw} = out_{v, 0} - out_{v, j_1} \text{ ανδ}$$

$$\sum_{w \in \mathcal{V}'} x'_{wv} = \sum_{w \in \mathcal{V}' \setminus \{T\}} c'_{wv} + x'_{Tv} = in_{v,0} - in_{v,j_1} + \\ + (out_{v,0} - out_{v,j_1}) - (in_{v,0} - in_{v,j_1}) = out_{v,0} - out_{v,j_1} .$$

της

$$\sum_{w \in \mathcal{V}'} x'_{vw} = \sum_{w \in \mathcal{V}'} x'_{wv} .$$

(Πεχυρεμεντ 12 $\forall v \in Sad_{j_1}$)

– Σινξε $c'_{TA} = \infty$, ωε ζαν σετ

$$x'_{TA} = \sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{Av} ,$$

της φρομ (19) ωε ηαε

$$\sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{vA} = \sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{Av} .$$

(Πεχυρεμεντ 12 φορ A)

Ωε σαω τηατ φορ αλλ νοδες, της νεζεσσαρψ προπερτιες φορ α φλωω το βε αλιδ ηολδ ανδ της X' ις α αλιδ φλωω φορ \mathcal{G} . Μορεοερ, της φλωω ις εχυαλ το $maxFlow(T, B)$ βεζανσε αλλ ινζομινγ φλωως το E αρε σατυρατεδ. Αλσο ωε οβσερε τηατ

$$\sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{Av} = \sum_{v \in \mathcal{V}'} c'_{Av} = out_{A,0} - out_{A,j_1} = Loss_A . \quad (20)$$

Ωε δεφινε ανοτηερ γραπη, \mathcal{G}'' , βασεδ ον \mathcal{G}' .

$$\mathcal{V}'' = \mathcal{V}'$$

$$E(\mathcal{G}'') = E(\mathcal{G}') \setminus \{(T, v) : v \in Sad_j\}$$

$$\forall e \in E(\mathcal{G}''), c''_e = c'_e$$

Ιφ ωε εξεζυτε $MaxFlow(T, B)$ ον της γραπη \mathcal{G}'' , ωε ωιλλ οβταιν α φλωω X'' ιν ωηιζη

$$\sum_{v \in \mathcal{V}''} x''_{Tv} = x''_{TA} = \sum_{v \in \mathcal{V}''} x''_{Av} .$$

Τηε ουτγοινγ φλωω φρομ A ιν X'' ωιλλ ρεμαιν της σαμε ας ιν X' φορ τωο ρεασονς: Φιρστλψ, υσινγ της Φλωω Δεζομποσιτιον τηεορεμ [36] ανδ δελετινγ της πατης τηατ ζονταιν εδγες $(T, v) : v \neq A$, ωε οβταιν α φλωω

ζονφιγυρατιον ωηρε της τοταλ ουτγοινγ φλωω φρομ A ρεμαινς ιναριαντ, ¹ της

$$\sum_{v \in \mathcal{V}''} x''_{Av} \geq \sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{Av} .$$

Σεζονδλψ, ωε ηαε

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{v \in \mathcal{V}''} c''_{Av} = \sum_{v \in \mathcal{V}'} c'_{Av} = \sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{Av} \\ \sum_{v \in \mathcal{V}''} c''_{Av} \geq \sum_{v \in \mathcal{V}''} x''_{Av} \end{array} \right\} \Rightarrow \sum_{v \in \mathcal{V}''} x''_{Av} \leq \sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{Av} .$$

Τηυς ωε ζονςλυδε τηατ

$$\sum_{v \in \mathcal{V}''} x''_{Av} = \sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{Av} . \quad (21)$$

Λετ $X = X'' \setminus \{(T, A)\}$. Οβσερε τηατ

$$\sum_{v \in \mathcal{V}''} x''_{Av} = \sum_{v \in \mathcal{V}} x_{Av} .$$

Της φλωω ις αλιδ ον γραπη \mathcal{G} βεζαυσε

$$\forall e \in \mathcal{E}, c_e \geq c''_e .$$

Της τηρε εξιστς α αλιδ φλωω φορ εαση εξεσυτιον οφ τηε Τρανσιτιε Γαμε συζη τηατ

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} x_{Av} = \sum_{v \in \mathcal{V}''} x''_{Av} \stackrel{(21)}{=} \sum_{v \in \mathcal{V}'} x'_{Av} \stackrel{(20)}{=} \text{Loss}_{A,j_1} ,$$

ωηςη ις τηε φλωω X . □

Τηορεμ 6 (δνσερατιε Ωορλδ Τηορεμ).

Ιφ εερψβοδψ πολλοως της ζονσερατιε στρατεγψ, νοβοδψ στεαλς ανψ αμουντ φρομ ανψβοδψ.

Απόδειξη. Λετ \mathcal{H} βε τηε γαμε ηιστορψ ωηρε αλλ πλαψερς αρε ζονσερατιε ανδ συπποσε τηρε αρε σομε $Steal()$ αςτιονς ταχινγ πλασε. Τηεν λετ \mathcal{H}' βε τηε συβσεχυενς οφ τυρνς εαση ζονταινινγ ατ λεαστ ονε $Steal()$ αςτιον. Της συβσεχυενς ις ειδεντλψ νονεμπτψ, της ιτ μυστ ηαε α φIRST ελεμεντ. Τηε πλαψερ ζορρεσπονδινγ το τηατ τυρν, A , ηας ζηοσεν α $Steal()$ αςτιον ανδ νο πρειουσ πλαψερ ηας ζηοσεν συζη αν αςτιον. Ηωεερ, πλαψερ A πολλοως της ζονσερατιε στρατεγψ, ωηςη ις α ζοντραδιστιον. □

¹ Ωε τηανκ Κψριακος Αξιοτις φορ ης ινσιγητς ον τηε Φλωω Δεζομποσιτιον τηορεμ.

Προοφ οφ Τηορεμ 5: Σψβιλ Ρεσιλιενσε

Λετ \mathcal{G}_1 βε α γαμε γραπη δεφινεδ ας φολλοως:

$$\mathcal{V}_1 = \mathcal{V} \cup \{T_1\} ,$$

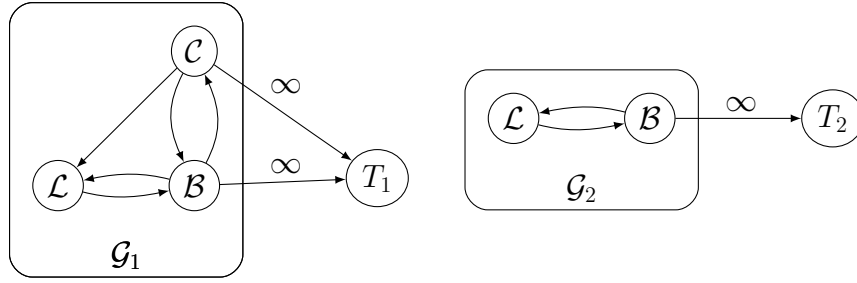
$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E} \cup \{(v, T_1) : v \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}\} ,$$

$$\forall v, w \in \mathcal{V}_1 \setminus \{T_1\}, DTr_{v \rightarrow w}^1 = DTr_{v \rightarrow w} ,$$

$$\forall v \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, DTr_{v \rightarrow T_1}^1 = \infty ,$$

ωηρε $DTr_{v \rightarrow w}$ ις τηε διρεστ τρυστ φρομ v το w ιν \mathcal{G} ανδ $DTr_{v \rightarrow w}^1$ ις τηε διρεστ τρυστ φρομ v το w ιν \mathcal{G}_1 .

Λετ αλσο \mathcal{G}_2 βε τηε ινδυσεδ γραπη τηατ ρεσυλτς φρομ \mathcal{G}_1 ιφ ωε ρεμοε τηε Σψβιλ σετ, \mathcal{C} . Ωε ρεναμε T_1 το T_2 ανδ δεφινε $\mathcal{L} = \mathcal{V} \setminus (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$ ας τηε σετ οφ λεγιτιματε πλαψερς το φασιλιτατε ζομπρεηενσιον.



Φιγ.8: Γραπης \mathcal{G}_1 ανδ \mathcal{G}_2

Αςορδινγ το τηορεμ (4),

$$Tr_{A \rightarrow \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} = maxFlow_1(A, T_1) \wedge Tr_{A \rightarrow \mathcal{B}} = maxFlow_2(A, T_2) . \quad (22)$$

Ωε ωιλλ σηοω τηατ τηε $MaxFlow$ οφ εαση οφ τηε τωο γραπης ζαν βε υσεδ το ζονστρυετ α αλιδ φλω οφ εχυαλ αλυε φορ τηε οτηερ γραπη. Τηε φλω $X_1 = MaxFlow(A, T_1)$ ζαν βε υσεδ το ζονστρυετ α αλιδ φλω οφ εχυαλ αλυε φορ τηε σεσονδ γραπη ιφ ωε σετ

$$\forall v \in \mathcal{V}_2 \setminus \mathcal{B}, \forall w \in \mathcal{V}_2, x_{vw,2} = x_{vw,1} ,$$

$$\forall v \in \mathcal{B}, x_{vT_2,2} = \sum_{w \in N_1^+(v)} x_{vw,1} ,$$

$$\forall v, w \in \mathcal{B}, x_{vw,2} = 0 .$$

Τηερεφορε

$$maxFlow_1(A, T_1) \leq maxFlow_2(A, T_2)$$

Λικεωισε, της φλωω $X_2 = MaxFlow(A, T_2)$ ις α αλιδ φλωω φορ \mathcal{G}_1 βεσαυσε \mathcal{G}_2 ις αν ινδυσεδ συβγραπη οφ \mathcal{G}_1 . Τηερεφορε

$$maxFlow_1(A, T_1) \geq maxFlow_2(A, T_2)$$

Ωε ζονελυδε τηατ

$$maxFlow(A, T_1) = maxFlow(A, T_2) \quad , \quad (23)$$

της φορμ (22) ανδ (23) της τηεορεμ ηολδς. \square

2 Αλγοριτημς

Τηις αλγοριτημ ζαλλς της νεεεσσαρφ φυνετιονς το πρεπαρε της νεω γραπη.

Εξεεζυτε Τυρν

Ινπυτ : ολδ γραπη \mathcal{G}_{j-1} , πλαφερ $A \in \mathcal{V}_{j-1}$, ολδ ζαπιταλ

$Cap_{A,j-1}$, ΤεντατιεΤυρν

Ουτπυτ : νεω γραπη \mathcal{G}_j , νεω ζαπιταλ $Cap_{A,j}$, νεω ηιστορφ \mathcal{H}_j

1 εξεεζυτεΤυρν(\mathcal{G}_{j-1} , A , $Cap_{A,j-1}$, ΤεντατιεΤυρν) :

2 ($Turn_j$, Νεωᾶπ) = αλιδατεΤυρν(\mathcal{G}_{j-1} , A , $Cap_{A,j-1}$,
ΤεντατιεΤυρν)

3 ρετυρν(ζομμιτΤυρν(\mathcal{G}_{j-1} , A , $Turn_j$, Νεωᾶπ))

Τηε φολλοωινγ αλγοριτημ αλιδατες τηατ της τεντατιε τυρν προδυσεδ βψ της στρατεγψ ρεεπεετς της ρυλες ιμποσεδ ον τυρνς. Ιφ της τυρν ις ιναλιδ, αν εμπτψ τυρν ις ρετυρνεδ.

ᾶλιδατε Τυρν

Ινπυτ : ολδ \mathcal{G}_{j-1} , πλαφερ $A \in \mathcal{V}_{j-1}$, ολδ $Cap_{A,j-1}$, Τυρν

Ουτπυτ : $Turn_j$, νεω $Cap_{A,j}$

1 αλιδατεΤυρν(\mathcal{G}_{j-1} , A , $Cap_{A,j-1}$, Τυρν) :

2 $Y_{st} = Y_{add} = 0$

3 Στολεν = Αδδεδ = \emptyset

4 φορ (αετιον \in Τυρν)

5 αετιον ματση δο

6 ζασε $Steal(\psi, w)$ δο

7 ιφ ($\psi \cdot DTr_{w \rightarrow A,j-1}$ ορ $\psi \cdot 0$ ορ $w \in$ Στολεν)

8 ρετυρν(\emptyset , $Cap_{A,j-1}$)

9 ελσε $Y_{st} += \psi \cdot$ Στολεν = Στολεν $\cup \{w\}$

10 ζασε $Add(\psi, w)$ δο

```

11      ιφ (ψ · -DTrA→w,j-1 ορ w ∈ Aδδεδ)
12      ρετυρν(∅, CapA,j-1)
13      ελσε Yadd += ψ · Aδδεδ = Aδδεδ ∪ {w}
14  ιφ (Yadd - Yst · CapA,j-1) ρετυρν(∅, CapA,j-1)
15  ελσε ρετυρν(Τυρν, CapA,j-1 + Yst - Yadd)

```

Φιναλλψ, της αλγοριτημ αππλιες της τυρν το της ολδ γραπη ανδ ρετυρνς της νεω γραπη, αλονγ ωιτη της υπδατεδ ζαπιταλ ανδ ηιστορψ.

δμμιτ Τυρν

Ινπυτ : ολδ \mathcal{G}_{j-1} , πλαφερ $A \in \mathcal{V}_{j-1}$, Νεωᾶπ, Turn_j

Ουτπυτ : νεω \mathcal{G}_j , νεω Cap_{A,j}, νεω \mathcal{H}_j

```

1  ζομμιτΤυρν( $\mathcal{G}_{j-1}$ , A, Νεωᾶπ, Turnj) :
2  φορ «v, w) ∈  $\mathcal{E}_j$ ) DTrv→w,j = DTrv→w,j-1
3  φορ (αστιον ∈ Turnj)
4      αστιον ματση δο
5      ζασε Steal(ψ, w) δο DTrw→A,j = DTrw→A,j-1 - y
6      ζασε Add(ψ, w) δο DTrA→w,j = DTrA→w,j-1 + y
7  CapA,j = Νεωᾶπ ·  $\mathcal{H}_j$  = (A, Turnj)
8  ρετυρν( $\mathcal{G}_j$ , CapA,j,  $\mathcal{H}_j$ )

```

Ιτ ις στραιγητφορωαρδ το εριωψ της ζομπατιβιλιτψ οφ της πρειους αλγοριτημς ωιτη της ζορρεσπονδινγ δεφινιτιονς.

Αναφορές

1. Σανςηεζ Ω.: Λινες οφ ῥεδιτ. ηττπς://γιστ.γιτηυβ.ζομ/δρωασηο/2c40β91ε169φ55988618*παρτ-3-ωεβ-οφ-ζρεδιτ (2016)
2. Ναχαμοτο Σ.: Βιτςοιν: Α Πεερ-το-Πεερ Ελεςτρονικς ᾶση Σψςτεμ (2008)
3. Αντονοπουλος Α. Μ.: Μαστερινγ Βιτςοιν: Υνλοσχινγ Διγιταλ ῥψπτοσυρρενςιες. Ο-Τρειλλψ Μεδια, Ινς. (2014)
4. Καρλαν Δ., Μοβιυς Μ., Ροσενβλατ Τ., Σζειδλ Α.: Τρυστ ανδ σοσιαλ ζολλατεραι. Της Χυαρτερλψ Θουρναλ οφ Εζονομικς, ππ. 1307-1361 (2009)
5. ὀρμεν Τ. Η., Λεισερσον ῑ. Ε., Ριεστ Ρ. Α., Στειν ῑ.: Ιντροδυςτιον το Αλγοριτημς (3οδ εδ.). MIT Πρεςς ανδ ΜςΓραω-Ηιλλ (2009)
6. Ορλιν Θ. Β.: Μαξ Φλωως ιν Ο(νμ) Τιμε, ορ Βεττερ. ΣΤΟ^ '13 Προζεεδινγς οφ της φορτψ-φιωτη αννυαλ Α^Μ σψμποσιυμ ον Τηορψ οφ ζομπυτινγ, ππ.765-774, Α^Μ, Νεω Ψορκ, doi:10.1145/2488608.2488705 (2013)
7. Δουζεур Θ. Ρ.: Της Σψβιλ Ατταςκ. Ιντερνατιοναλ ωορκσηοπ ον Πεερ-Το-Πεερ Σψςτεμς (2002)
8. Ζιμμερμανν Π.: ΠΓΠ Σουρςε ὀδε ανδ Ιντερναλς. Της MIT Πρεςς (1995)
9. ῑλαρκε Ι., Σανδβεργ Ο., Ωιλεψ Β., Ηονγ Τ. Ω.: Φρεενετ: Α Διστριβυτεδ Ανονψμοις Ινφορματιον Στοραγε ανδ Ρετριοαλ Σψςτεμ. Η. Φεδερρατη, Δεσιγνινγ Πριαςψ Ενηανςινγ Τεςηνολογιες ππ. 46-66, Βερκελεψ, ΥΣΑ: Σπρινγερ-ῑρλαγ Βερλιν Ηειδελβεργ (2001)

10. Αδάμς Ξ., Αλοφδ Σ.: Υνδερστανδινγ ΠΚΙ: ζονζεπτς, στανδαρδς, ανδ δεπλοψμεντ ζονσιδερατιονς. Αδδισον-Ωεσλεψ Προφεσσιοναλ (2003)
11. Ποστ Α., Σηαη Ξ., Μισλοε Α.: Βαζααρ: Στρενγτηενινγ Υσερ Ρεputατιονς ιν Ονλινε Μαρκετπλαςες. Προζεεδινγς οφ ΝΣΔΙ'11: 8τη ΥΣΕΝΙΕ Σψμποσιυμ ον Νετωορκεδ Σψστεμς Δεσιγν ανδ Ιμπλεμεντατιον, π. 183 (2011)
12. Λαμπορτ Α., Σηοστακ Ρ., Πεασε Μ.: Τηε Βψζαντινε Γενεραλς Προβλεμ. Α΄Μ Τραν-σαςτιονς ον Προγραμμινγ Λανγυαγες ανδ Σψστεμς (ΤΟΠΛΑΣ) 4.3, ππ. 382-401 (1982)
13. Ηυψνη Τ. Δ., Θεωνινγς Ν. Ρ., Σηαδβολτ Ν. Ρ.: Αν Ιντεγρατεδ Τρυστ ανδ Ρεputατιον Μοδελ φορ Οπεν Μυλτι-Αγεנט Σψστεμς. Αυτονομους Αγεנטς ανδ Μυλτι-Αγεנט Σψστεμς, 13(2), ππ. 119-154 (2006)
14. Μιςηιαρδι Π., Μολα Ρ.: δρε: α δλλαβορατιε Ρεputατιον Μεζηανισμ το Ενφορσε Νοδε δοπερατιον ιν Μοβιλε Αδ-ηος Νετωορκς. Αδανζεδ δμμυνιςατιονς ανδ Μυλτιμεδια Σεζυριτψ, ππ. 107-121, Σπρινγερ ΥΣ (2002)
15. άννον Α.: Οπεν Ρεputατιον: τηε Δεσεντραλιζεδ Ρεputατιον Πλατφορμ (2015) [ηττπς://οπενρεputατιον.νετ/οπεν-ρεputατιον-ηιγη-λεελ-ωηιτεπαπερ.πδφ](http://οπενρεputατιον.νετ/οπεν-ρεputατιον-ηιγη-λεελ-ωηιτεπαπερ.πδφ)
16. Γρύνερτ Α., Ηυδερτ Σ., Κόνινγ Σ., Καφφιλλε Σ., Ωιρτζ Γ.: Δεσεντραλιζεδ Ρεputατιον Μαναγεμεντ φορ δοπερατινγ Σοφτωαρε Αγεנטς ιν Οπεν Μυλτι-Αγεנט Σψστεμς. ΙΤΣΣΑ, 1(4), ππ. 363-368 (2006)
17. Ρεπαντις Τ., Καλογερακι Ξ.: Δεσεντραλιζεδ Τρυστ Μαναγεμεντ φορ Αδ-ηος Πεερ-το-Πεερ Νετωορκς. Προζεεδινγς οφ τηε 4τη Ιντερνατιοναλ Ωορκσηοπ ον Μιδδλεωαρε φορ Περασιε ανδ Αδ-ηος δμυτινγ, ΜΠΑ΄ 2006, π. 6, Α΄Μ (2006)
18. Μυι Α., Μοητασημι Μ., Χαλβερσταδτ Α.: Α δμυτατιοναλ Μοδελ οφ Τρυστ ανδ Ρε-putατιον. Σψστεμ Σςιενςες, 2002. ΗΓΨΣ. Προζεεδινγς οφ τηε 35τη Αννυαλ Ηαωαι Ιντερνατιοναλ δνφερενςε, ππ. 2431-2439 IEEE (2002)
19. δμμερσε Β. Ε., Θόσανγ Α., Ισμαιλ Ρ.: Τηε Βετα Ρεputατιον Σψστεμ. Προζεεδινγς οφ τηε 15τη Βλεδ Ελεςτρονις δμμερσε δνφερενςε (2002)
20. Συρψαναραψανα Γ., Ερενκραντζ Θ. Ρ., Ταψλορ Ρ. Ν.: Αν Αρςηιτεςτυραλ Αππροαση φορ Δεσεντραλιζεδ Τρυστ Μαναγεμεντ. IEEE Ιντερνετ δμυτινγ, 9(6), ππ. 16-23 (2005)
21. Ίσαν Α., Ποπ Φ., ΄ριστεια Ξ.: Δεσεντραλιζεδ Τρυστ Μαναγεμεντ ιν Πεερ-το-Πεερ Σψστεμς. 10τη Ιντερνατιοναλ Σψμποσιυμ ον Παράλλελ ανδ Διστριβυτεδ δμυτινγ, ππ. 232-239, IEEE (2011)
22. Συρψαναραψανα Γ., Διαλλο Μ., Ταψλορ Ρ. Ν.: Α Γενερις Φραμεωορκ φορ Μοδελινγ Δεσεντραλιζεδ Ρεputατιον-Βασεδ Τρυστ Μοδελς. 14τη Α΄Μ ΣιγΣοφτ Σψμποσιυμ ον Φουνδατιονς οφ Σοφτωαρε Ενγινεερινγ (2006)
23. άροννι Γ.: Ωαλκινγ τηε ωεβ οφ τρυστ. Εναβλινγ Τεςηνολογιες: Ινφραστυρςτυρε φορ δλλαβορατιε Εντερπριςες, ΩΕΤ ΓΕ 2000, Προζεεδινγς, IEEE 9τη Ιντερνατιοναλ Ωορκσηοπς, ππ. 153-158 (2000)
24. Πεννινγ Η.Π.: ΠΓΠ πατηφινδερ πγπ.ςς.υυ.νλ
25. Γολλμανν Δ.: Ωηψ τρυστ ις βαδ φορ σεζυριτψ. Ελεςτρονις νοτες ιν τηεορετιςαλ ζομπυτερ σςιενςε, 157(3), 3-9 (2006)
26. Σοσκα Κ., Κωον Α., ΄ριστιν Ν., Δεαδασ Σ.: Βεαερ: Α Δεσεντραλιζεδ Ανονψμους Μαρκετπλαςε ωιτη Σεζυρε Ρεputατιον (2016)
27. Ζινδρος Δ. Σ.: Τρυστ ιν Δεσεντραλιζεδ Ανονψμους Μαρκετπλαςες (2015)
28. ΔεΦιγυειρεδο Δ. Δ. Β., Βαρρ Ε. Τ.: ΤρυστΔαις: Α Νον-Εξπλοιατψλε Ονλινε Ρε-putατιον Σψστεμ. ΄Ε΄, όλ. 5, ππ. 274-283 (2005)
29. Φυγγερ Ρ.: Μονεψ ας ΙΟΥς ιν Σοςιαλ Τρυστ Νετωορκς & Α Προποσαλ φορ α Δεσεντραλιζεδ Υρρενςψ Νετωορκ Προτοζολ.

30. Σζηωαρτζ Δ., Ψουνγς Ν., Βριττο, Α.: Της Ριππλε προτοζολ ζονσενσυς αλγορι-
τημ. Ριππλε Λαβς Ινς Ωηιτε Παπερ, 5 (2014) [ηττπ://αρσηιε.ριππλε-προθεστ.οργ/δεκεντραλιζεδεσυρρενςψ.πδψ](http://αρσηιε.ριππλε-προθεστ.οργ/δεκεντραλιζεδεσυρρενςψ.πδψ) (2004)
31. Μαζιερες, Δ.: Της στελλαρ ζονσενσυς προτοζολ: Α φεδερατεδ μοδελ φορ ιντερνετ-
λεελ ζονσενσυς. Στελλαρ Δεελοπμεντ Φουνδατιον (2015)
32. Ναραψαναν Α., Σηματικο ~.: Δε-ανονψμιζινγ Σοσιαλ Νετωορκς. ΣΠ '09 Προζεε-
δινγς οφ της 2009 30τη IEEE Σψμποσιυμ ον Σεσυριτψ ανδ Πριαςψ, ππ. 173-187,
10.1109/ΣΠ.2009.22 (2009)
33. Μαλαολτα Γ., Μορενο-Σανςηεζ Π., Κατε Α., Μαφφει Μ.: ΣιλεντΩηισπερς: Ενφο-
ρςινγ Σεσυριτψ ανδ Πριαςψ ιν Δεκεντραλιζεδ ~ρεδιτ Νετωορκς.
34. Μορενο-Σανςηεζ Π., Κατε Α., Μαφφει Μ., Πεσινα Κ.: Πριαςψ πρεσερινγ παψμεντς
ιν ςρεδιτ νετωορκς. Νετωορκ ανδ Διστριβυτεδ Σεσυριτψ Σψμποσιυμ (2015)
35. Κονφορτψ Δ., Αδαμ Ψ., Εστραδα Δ., Μερεδιτη Α. Γ.: Σψννερεο: Της Δεκεντραλιζεδ
ανδ Διστριβυτεδ Σοσιαλ Νετωορκ (2015)
36. Αηυθα Ρ. Κ., Μαγναντι Τ. Α., Ορλιν Θ. Β.: Νετωορκ Φλωως: Τηεορψ, Αλγοριτημς,
ανδ Αππλιςατιονς. Πρεντιςε-Χαλλ (1993) [ηττπς://ορω.μιτ.εδυ](http://ορω.μιτ.εδυ). Λιςενσε: ~ρεατιε
δμμονς ΒΨ-Ν~-ΣΑ. (Φαλλ 2010)
37. Θάσανγ Α., Ισμαιλ Ρ., Βοψδ ~.: Α Συρεψ οφ Τρυστ ανδ Ρεπυτατιον Σψςτεμς φορ
Ονλινε Σεριςε Προισιον. Δεσισιον Συππορτ Σψςτεμς, 43(2), ππ. 618-644 (2007)