

Lista zadań nr 4 „Relacje”

Zad.1. W zbiorze A określona jest relacja R za pomocą następującej tabelki. Zbadaj jej własności.

a) $A = \{a, b, c, d, e\}$

R	a	b	c	d	e
a	x			x	x
b		x		x	x
c					
d	x	x		x	
e	x	x			x

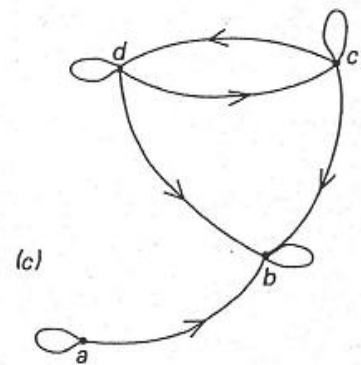
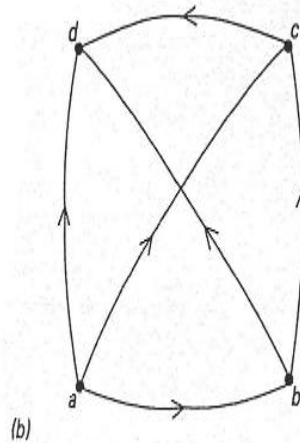
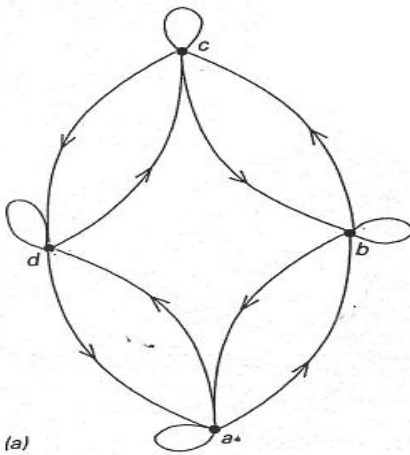
b) $A = \{a, b, c, d\}$

R	a	b	c	d
a	x		x	x
b		x	x	
c			x	
d				x

c) $A = \{a, b, c, d\}$

R	a	b	c	d
a	x		x	x
b		x	x	
c	x	x		
d	x			x

Zad.2. Na podstawie grafu relacji R zbadaj jej własności.



Zad.3. W zbiorze A dana jest relacja R. Narysuj tabelkę i graf relacji R. Jakie własności ma relacja R?

a) $A = \{a, b, c, d\}$ $R =$

$\{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, a \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, c \rangle\}$

b) $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ $R = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, f \rangle, \langle c, g \rangle\}$

c) $A = \{a, b, c, d, e\}$ $R = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle c, d \rangle, \langle c, e \rangle\}$

Zad.4. Zbadaj własności relacji R

a) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq |y|\}$

b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < |y|\}$

c) $R = \{(x, y) \in \mathbb{N}_+^2 : x|y\}$

d) $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 : 2|x + y|\}$

Zad.5. Dla danego zbioru X oraz relacji $R \subset X^2$ zbadać, czy R jest relacją równoważności. Jeżeli tak, to wyznaczyć klasy abstrakcji.

a) $X = \{1, 2, \dots, 5\}$, $xRy \Leftrightarrow 4 \mid x^2 - y^2$

b) $X = \mathbb{N}$, $xRy \Leftrightarrow 2 \mid x + y$

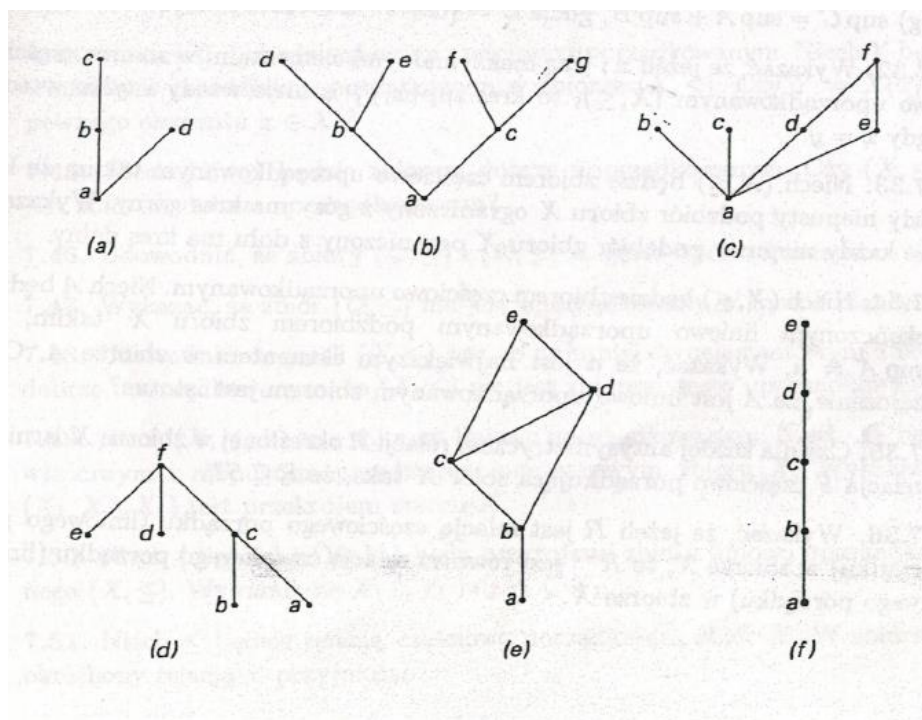
c) $X = \mathbb{R}$, $xRy \Leftrightarrow x - y = 2$

d) $X = \mathbb{Z}$, $xRy \Leftrightarrow \mid x \mid = \mid y \mid$;

e) $X = \mathbb{N}$, $xRy \Leftrightarrow 3 \mid x - y$;

Zad.6. Dany jest podział zbioru \mathbb{Z} na cztery zbiory: zbiór liczb podzielnych przez 4; zbiór liczb, które przy dzieleniu przez 4 dają resztę 1; zbiór liczb, które przy dzieleniu przez 4 dają resztę 2; zbiór liczb, które przy dzieleniu przez 4 dają resztę 3. Wskazać relację równoważności, której klasami abstrakcji są te zbiory.

Zad.7. Na podstawie grafu relacji R w zbiorze X zbadać, czy relacja jest relacją częściowego czy liniowego porządku. Wypisać elementy zbioru X i relacji R . Czy zbiór (X, R) ma element największy, najmniejszy, minimalny, maksymalny?



Zad.8. W zbiorze punktów na płaszczyźnie $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ określona jest relacja:

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow (a = c \wedge b \leq d)$$

dla $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Pokazać, że ta relacja nie porządkuje liniowo zbioru $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, ale porządkuje go częściowo.

Zad.9. W zbiorze A dana jest relacja R . Czy relacja jest relacją częściowego czy liniowego porządku. Czy zbiór (A,R) ma element największy, najmniejszy, minimalny, maksymalny?

$$A = \{a, b, c, d\} \quad R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle\}$$

Zad.10. W każdym z podanych przedziałów wskaż: wartość największą, wartość najmniejszą, ograniczenie górne, ograniczenie dolne, kres górny, kres dolny.

- a) $(-2, 5]$
- b) $[-2, 5)$
- c) $(-2, 5)$
- d) $[-2, 5]$