Indukcja matematyczna

Metodą indukcji matematycznej udowodnij:

1. $\forall n \in \mathbb{N} \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
2. $\forall n \in \mathbb{N} \quad 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
3. $\forall n \in \mathbb{N} \quad (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$
4. $\forall n \in \mathbb{N} \quad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
5. $\forall n \in \mathbb{N} \quad 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 3^2 + \cdots + n(n-1)^2 + (n+1)n^2 = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{12}$
6. $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 5 \quad 2^n > n^2$
7. $\forall n \in \mathbb{N}$ $2|\ (n^2 - n)$
8. $\forall n \in \mathbb{N}$ $5|\ (n^5 - n)$
9. $\forall n \in \mathbb{N}$ $6|(n^3 - n)$
10. $\forall n \in \mathbb{N}$ $6|(13^n - 7)$
11. $\forall n \in \mathbb{N}$ $6|(8^n - 2^n)$
12. $\forall n \in \mathbb{N}$ $7|\ (10^{3n+1} - 3(-1)^n)$
13. $\forall n \in \mathbb{N}$ $9|\ (10^n - 1)$
14. $\forall n \in \mathbb{N}$ $10|(3^{4n+2} + 1)$
15. $\forall n \in \mathbb{N}$ $10|\ (2^{2n} - 6)$
16. $\forall n \in \mathbb{N}$ $11|\ (10^n - (-1)^n)$
17. $\forall n \in \mathbb{N}$ $11|\ (2^{6n+1} + 3^{2n+2})$
18. $\forall n \in \mathbb{N}$ $11|\ (5^{5n+1} + 4^{5n+2} + 3^{5n})$
19. $\forall n \in \mathbb{N}$ $12|\ (10^n - 4)$
20. $\forall n \in \mathbb{N}$ $13|\ (10^{3n+1} + 3(-1)^n)$
21. $\forall n \in \mathbb{N}$ $14|\ (10^{3n+2} - 2(-1)^n)$
22. $\forall n \in \mathbb{N}$ $19|\ (5 \cdot 2^{3n-2} + 3^{3n-1})$
23. $\forall n \in \mathbb{N}$ $25|\ (2^{n+2}3^n + 5n - 4)$
24. $\forall n \in \mathbb{N}$ $30|\ (n^5 - n)$
25. $\forall n \in \mathbb{N}$ $41|\ (5 \cdot 7^{2(n+1)} + 2^{3n})$
26. $\forall n \in \mathbb{N}$ $42|\ (n^7 - n)$

27.$\forall n \in \mathbb{N}$ $52 \mid (10^{3n+2} + 4(-1)^n)$

28. $\forall n \in \mathbb{N}$ $101 \mid (10^{2n} - (-1)^n)$

29.$\forall n \in \mathbb{N}$ $169 \mid (3^{3n} - 26n - 1)$

30.$\forall n \in \mathbb{N}$ $1001 \mid (10^{3n} - (-1)^n)$