

Rekurencja

1. Wypisz pięć początkowych wyrazów ciągu (a_n) określonego rekurencyjnie:

a.
$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_{n+1} = 2a_n \end{cases} \quad dla \ n \geq 1$$

b.
$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{64} \\ a_{n+1} = 2^n \cdot a_n \end{cases} \quad dla \ n \geq 1$$

c.
$$\begin{cases} a_1 = 0,001 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}a_n(1 - a_n) \end{cases} \quad dla \ n \geq 1$$

d.
$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \end{cases} \quad dla \ n \geq 2$$

e.
$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 1 \\ a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1} - n \end{cases} \quad dla \ n \geq 2$$

2. Rozwiązać równania rekurencyjne:

a. $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ z warunkami początkowymi $a_0 = 1, a_1 = -9$.

b. $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ z warunkami początkowymi $a_0 = a_1 = 1$.

c. $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ z warunkami początkowymi $a_0 = a_1 = 2$.

d. $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$ z warunkami początkowymi $a_0 = a_1 = 4$.

e. $a_n = 2a_{n-1} + 15a_{n-2} + 4a_{n-3} - 20a_{n-4}$ z warunkami początkowymi
 $a_0 = 6, a_1 = 3, a_2 = 71, a_3 = 203$.

3. Rozwiązać równania rekurencyjne:

a. $a_n = 2a_{n-1} + 4a_{n-2} - 8a_{n-3} + 4 \cdot 2^n$ z warunkami początkowymi $a_0 = 0, a_1 = 8, a_2 = 8$.

b. $a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2} + 12n - 23$ z warunkami początkowymi $a_0 = 5, a_1 = 1$.

c. $a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2} + 3^n$ z warunkami początkowymi $a_0 = a_1 = 1$.

d. $a_n = 2a_{n-1} + 8a_{n-2} + 5 \cdot 3^n + 9n$ z warunkami początkowymi $a_0 = 10, a_1 = -60$.