

# VÈRTEXS

- Ordre
- Adjacència/veïns
- Independència
- Grau

- Incidència

# ARESTES

- Mida
- Incidència
- Independència

**Vèrtexs =  $|V| = n$  || Arestes =  $|A| = m$**

- **Mida** com a MOLT  $\frac{n(n-1)}{2}$
- **Llista adjacències**: longitud **n**, conjunt de vèrtexs adjacents a cada posició
- **Matriu adjacència**: tipus **nxn**, element **ij** de la matriu, **1** si “**i**” i “**j**” són adjacents, **0** si no ho són. (Binària, Simètrica, #d’uns en una fila = grau vertex, **NO** única)
- **Matriu incidència**: tipus **nxm**, element **ij** de la matriu, **1** si “**vertex i**” i “**aresta j**” són incidents, **0** si no ho són. (Binària, **NO** Simètrica, #d’uns en una fila = grau vertex, exactament **2** uns/columna, **NO** única)

**NO ES FAN SERVIR PERO PODRIEN SORTIR:**

- **MULTIGRAF**: arestes múltiples
- **PSEUDOGRAF**: arestes múltiples i llaços
- **GRAF DIRIGIT**: arestes orientades

## GRAUS

- Grau: #arestes **incidents** a  $v$
- Grau mínim de  $G$ : grau més **petit** de  $G$
- Grau màxim de  $G$ : grau més **gran** de  $G$
- **Seqüència** de graus de  $G$ : successió dels **graus** dels vèrtexs de  $G$  **ordenats** de forma decreixent
- Graf **Regular**: grau max = grau min  $\Rightarrow$  tots els graus són **IGUALS**
- El **grau** és com a màxim  $n - 1$
- Si  $n > 1 \Rightarrow G$  té **2 o més** vèrtexs amb el **mateix grau**

## LEMA DE LES ENCAIXADES

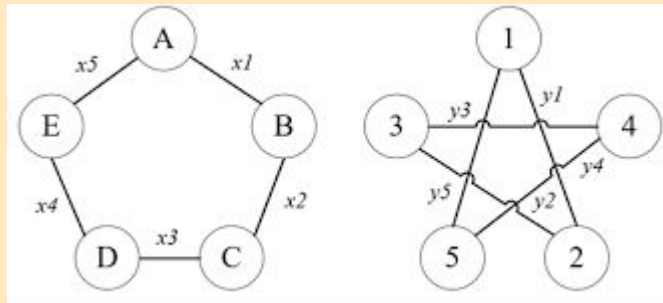
- Tot graf té un nombre **parell** de vèrtexs de grau **senar**

$$2|A| = \sum_{v \in V} g(v)$$

# ISOMORFISME

- G i G' son isomorfs:
  - Un vèrtex té el **mateix grau** en G que en G'
  - G i G' tenen el mateix ordre
  - G i G' tenen la mateixa mida
  - G i G' tenen la mateixa seqüència de graus

## - IGUALTAT $\neq$ ISOMORFISME



## TIPUS DE GRAFS

- **TRIVIAL**: ordre 1
- **NUL**: mida 0
- **COMPLET**: totes les arestes possibles, mida =  $\frac{n(n-1)}{2}$
- **TRAJECTE**: mida =  $n - 1$ , en “**fila**”
- **CICLE**: mida =  $n$ , en “**cercle**”
- **RODA**: mida =  $2n - 2$ , un vèrtex “**al centre**” adjacent a tots, els altres, “**en cercle**”
- **R-REGULAR**: tots els vèrtexs tenen grau **R**
- **BIPARTIT**: vèrtexs dividits en dos grups **V1** i **V2**, no hi ha cap aresta entre aquests dos grups
- **BIPARTIT COMPLET**: complint les carac. del bipartit, té **totes** les arestes possibles

$$\text{mida } K_{r,s} = rs$$

## SUBGRAFS

- $V' \subseteq V$  i  $A' \subseteq A$
- **SUBGRAF GENERADOR**: Subgraf on  $V' = V$
- **SUBGRAF INDUIT** o **GENERAT**:  $S \subseteq V$  i tota aresta **possible** de  $G$ , estarà en  $G'$

## GRAFS DERIVATS

- **GRAF COMPLEMENTARI**:  $V' = V$ ,  $A' = A^c$
- **GRAF AUTOCOMPLEMENTARI**: Complementari +  $G$  **isomorf** amb  $G^c$
- **ELIMINACIÓ VÈRTEX**: S'esborra el vèrtex i totes les arestes incidents (ordre =  $n-1$ , mida =  $m-g(u)$ )
- **ELIMINACIÓ ARESTA**: **Només** s'esborra l'aresta (mida =  $m-1$ )
- **ADDICIÓ ARESTA**: S'afegeix una aresta (mida =  $m+1$ )

## OPERACIONS AMB GRAFS

### - GRAF REUNIÓ:

$$V \cup V' \text{ i } A \cup A'$$

Si cap vèrtex coincideix  $\Rightarrow$  ordre =  $n + n'$ , mida =  $m + m'$

### - GRAF PRODUCTE:

$$(a, b') \sim (c, d') \Leftrightarrow (ac \in A \text{ and } b' = d') \text{ or } (a = c \text{ and } b'd' \in A')$$

$$\text{Ordre} = |V| * |V'|, \text{ Mida} = |V| * |A'| + |V'| * |A|$$