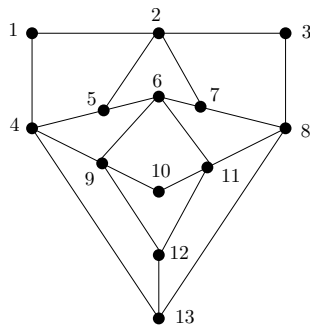


GRAFS 2: Distància. Vertex de tall i arestes pont. Grafs eulerians i grafs hamiltonians

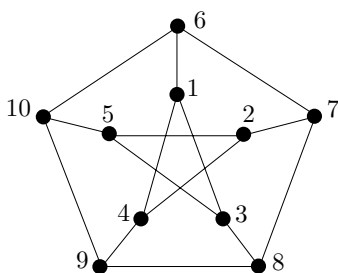
1. Considereu el graf  $K_{4,6}$  amb conjunt de vèrtexs  $V = \{a, b, c, d, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  (és a dir, les adjacències són entre un vèrtex “lletra” i un vèrtex “número”). Afegiu dos vèrtexs  $x$  i  $y$  adjacents a tots els vèrtexs de  $V$ , però no adjacents entre sí. Anomeneu  $G$  el graf resultant. Responen les preguntes següents sobre  $G$  (justifiqueu breument les respostes).
  - (a) Executeu l'algorisme BFS a partir del vèrtex  $a$  i doneu la distància de  $a$  a tots els altres vèrtexs (i l'arbre generador que s'obté). Indiqueu en quin ordre l'algorisme va passant pels vèrtexs.
  - (b) Doneu la excentricitat dels vèrtexs
  - (c) Quin és el diàmetre de  $G$ ?
  - (d) Quin és el radi de  $G$ ?
2. Sigui  $G$  un graf d'ordre 150 i 100-regular. Proveu que  $G$  té diàmetre 2.
3. Representeu gràficament un graf d'ordre 10 que tingui alguna aresta pont, algun vèrtex de tall no incident a arestes pont, que els cicles tinguin com a molt longitud 4 i el diàmetre sigui 4. Justifiqueu la resposta.
4. (F1-QP15) Sigui  $G$  un graf d'ordre  $n \geq 3$  amb  $k \geq 3$  components connexos. Té arestes pont el graf complementari  $G^c$ ?
5. (F1-QP14) Proveu que un graf  $d$ -regular, amb  $d \geq 2$  i parell, no pot tenir arestes pont.
6. Demostreu que si un graf és regular d'ordre parell i mida senar, aleshores no és eulerià.
7. Sigui  $G$  un graf d'ordre senar tal que  $G$  i  $G^c$  són connexos. Demostreu que  $G$  és eulerià si, i només si,  $G^c$  és eulerià.
8. (F1-QP14) Esbrineu si les següents afirmacions són certes.
  - i) Tot graf eulerià bipartit té un nombre parell d'arestes.
  - ii) Tot graf hamiltonià bipartit té un nombre parell d'arestes.
9. (F1-QP15) Considereu el graf complet  $K_{45}$ , amb conjunt de vèrtexs  $\{0, 1, 2, \dots, 44\}$ . Si n'eliminem totes les arestes incidents a vèrtexs de la mateixa paritat, és hamiltonià el graf resultant?

10. (F1-QP12) Esbrineu raonadament si el graf de la figura és hamiltonià.



11. (P-QP12) Sigui  $G$  el graf de la figura.

- (a) Proveu que  $G^c$  no és un graf bipartit.
- (b) Proveu que  $G^c$  és hamiltonià.



12. (P-QP16) Sigui  $G = (V, A)$  el graf amb conjunt de vèrtexs  $V = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  i adjacències definides per

$$\forall x, y \in V : \quad x \sim y \iff x \neq y \text{ i } xy \text{ parell.}$$

- (a) Doneu la distància del vèrtex 1 a qualsevol altre vèrtex aplicant l'algorisme BFS a  $G$
- (b) Proveu que  $G$  és hamiltonià.
- (c) Calculeu la mida, el diàmetre i el radi de  $G$ . Quins són els vèrtexs centrals del graf?
- (d) Esbrineu si  $G$  és bipartit i si  $G$  té arestes pont.