1.-Aplicant el lema de les encaixades a G graf d-regular obtenim que: $2m = \sum_{v \in V} d = 9d$. Com que G^c és isomorf a G aplicant una altra vegada el lema al graf complementari i utilitzant el grau dels vèrtexs en el complementari obtenim: $2m = \sum_{v \in V} (8 - d) = 9(8 - d)$. Així obtenim un sistema d'equacions molt fàcil de resoldre:

$$\left.\begin{array}{r} 2m = 9d \\ 2m = 72 - 9d \end{array}\right\} \Rightarrow 9d = 72 - 9d \Leftrightarrow 18d = 72 \Leftrightarrow d = 4 \text{ i també: } 2m = 9 \cdot 4 \Leftrightarrow m = 18$$

per tant es tracta d'un graf 4-regular de mida 18.

2.-a)Sabem que el conjunt de vèrtexs d'aquest producte cartesià és $V = \{(1,a),(2,a),(3,a),(1,b),(2,b),(3,b)\}$ i el conjunt d'arestes ve definit per la llista d'adjacències:

$$\begin{array}{cccccc} (1,a) & (2,a) & (3,a) & (1,b) & (2,b) & (3,b) \\ - & - & - & - & - & - \\ (2,a) & (3,a) & (2,a) & (2,b) & (3,b) & (2,b) \\ (1,b) & (1,a) & (3,b) & (1,a) & (1,b) & (3,a) \\ & (2,b) & & & (2,a) & \end{array}$$

b)Simplement comparant el conjunt de vèrtexs d'un producte cartesià i l'altre: $V = \{(1,a),(2,a),(3,a),(1,b),(2,b),(3,b)\}, V' = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$

s'arriba a la conclusió que una possible aplicació és $f(x,y) = (y,x)$, per la forma dels conjunts de vèrtexs i per la definició de les arestes en els productes cartesians. De tota manera no es demana que es justifiqui que és un isomorfisme, només que es doni una aplicació possible.

c)Mirant la llista d'adjacències es veu que no és regular ja que hi ha vèrtexs amb grau 2 i vèrtexs amb grau 3.

d)Com que el número d'arestes i de vèrtexs és molt petit es pot intentar trobar els camins que uneixen vèrtex diferents trobant que tots els vèrtexs són dins d'un camí tancat: $(1,a)(2,a)(3,a)(3,b)(2,b)(1,b)(1,a)$. Per tant, clarament, es tracta d'un graf connex.

e)Aquest apartat sembla molt difícil però no ho és simplement observant el camí tancat que hem trobat abans que ens porta a que com a primera part estable podem tenir $\{(1,a),(3,a),(2,b)\}$ i com a segona part estable $\{(2,a),(3,b),(1,b)\}$. El dibuix és senzill i es veu que totes les arestes cauen com calen. Per tant sí que és bipartit.