

1. (2 punts) Trobeu tots els nombres reals x que satisfan la desigualtat següent:

$$|2x + 8| \geq x^2.$$

Representeu el conjunt de solucions sobre la recta real y digueu si tal conjunt és fitat. En cas afirmatiu, trobeu-ne el suprem i l'ínm. Digueu si tal conjunt té màxim o mínim. Quins són?

2. (2 punts) Sigui $\{a_n\}$ una successió tal que $a_1 = \frac{1}{2}$ i $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}$ si $n \geq 1$.

- a) Demostreu que $0 \leq a_n \leq 2, \forall n \geq 1$.
- b) Demostreu que $\{a_n\}$ és monòtona.
- c) Demostreu que $\{a_n\}$ és convergent i calculeu el seu límit.
- d) Calculeu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n^2 - 3)^{\frac{1}{2a_n - 4}}$.

3. (3 punts) Considerem la funció $f(x) = x^3 + x^2 + x + 2$.

- a) Demostreu que la gràfica de la funció f talla exactament una vegada l'eix d'abscisses.
- b) Trobeu un interval de longitud menor o igual a 1 que contingui el zero de f . Partint d'aquest interval i usant el mètode de la bisecció calculeu el zero de f amb un error absolut menor que 0.1 i el nombre d'iteracions necessàries.

4. (3 punts) Sigui $f(x) = \ln x$.

- a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau n de la funció f en el punt $x_0 = 1$ i l'expressió del residu corresponent en la forma de Lagrange.
- b) Determineu el grau del polinomi de Taylor de la funció f per obtenir el valor de $\ln 1.25$ amb error més petit que 10^{-3} .
- c) Calculeu el valor aproximat de $\ln 1.25$ utilitzant el polinomi de l'apartat b).

CAL JUSTIFICAR TOTES LES RESPOSTES I TAMBÉ ELS CÀLCULS