Criterios y reglas prácticas

1) Límites básicos:

1.1 $$\lim_{n\to+\infty} \alpha^n = \begin{cases} +\infty, & \text{si} \quad \alpha > 1 \\ 1, & \text{si} \quad \alpha = 1 \\ 0, & \text{si} \; -1 < \alpha < 1 \\ \nexists, & \text{si} \quad \alpha = -1 \\ \infty, & \text{si} \quad \alpha < -1 \end{cases}$$

1.2 $$\lim_{n\to+\infty} n^\alpha = \begin{cases} +\infty, & \text{si} \quad \alpha > 0 \\ 1, & \text{si} \quad \alpha = 0 \\ 0, & \text{si} \quad \alpha < 0 \end{cases}$$

1.3 $$\lim_{n\to+\infty} \frac{P_r(n)}{Q_s(n)} = \lim_{n\to+\infty} \frac{p_r n^r + + \ldots + p_1 n + p_0}{q_s n^s + + \ldots + q_1 n + q_0} = \begin{cases} \pm\infty, & \text{si} \quad r > s \\ \frac{p_r}{q_s}, & \text{si} \quad r = s \\ 0, & \text{si} \quad r < s \end{cases}$$

Nota: tambien para $r, s \in \mathbb{R}$.

2) Criterio del cociente $((a_n \neq 0, \forall\, n \geq n_0))$

Sea $\exists \lim_{n\to+\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = l \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\} \Longrightarrow \begin{cases} \text{si} \quad l < 1 & \Longrightarrow \lim_{n\to+\infty} a_n = 0 \\ \text{si} \quad l > 1 & \Longrightarrow \lim_{n\to+\infty} |a_n| = +\infty \end{cases}$

3) Criterio de la raíz-cociente $((a_n \neq 0, \forall\, n \geq n_0))$

Si $\exists \lim_{n\to+\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = l \Longrightarrow \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = l.$

4) Criterio de la raíz

Sea $\exists \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = l \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\} \Longrightarrow \begin{cases} \text{si} \quad l < 1 & \Longrightarrow \lim_{n\to+\infty} a_n = 0 \\ \text{si} \quad l > 1 & \Longrightarrow \lim_{n\to+\infty} |a_n| = +\infty \end{cases}$

5) Criterio de *Sandwich*

$$\left.\begin{array}{l} a_n \geq c_n \geq b_n, \forall\, n \geq n_0 \\ \lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty} b_n = \alpha \end{array}\right\} \Longrightarrow \exists \lim_{n\to+\infty} c_n = \alpha.$$

6) (0 · acotada)

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{n\to+\infty} a_n = 0 \\ (c_n)\, \text{acotada} \end{array}\right\} \Longrightarrow \exists \lim_{n\to+\infty} a_n \cdot c_n = 0.$$

7) $\left(\sqrt{+\infty} - \sqrt{+\infty}\right)$ (multiplicar y dividir por $(\sqrt{+\infty} + \sqrt{+\infty})$)

8) Término dominante

9) (1^∞) $\lim_{n\to+\infty} b_n^{c_n} = (1^\infty) = e^{\lim(b_n - 1)c_n}$

Notas:

1. Para resolver (0^0) y (∞^0) se pasa a $(0 \cdot \infty)$ aplicando ln,
2. $(0^{+\infty}) = 0, \quad (+\infty^{+\infty}) = +\infty,$
3. La regla de l´Hopital - NO!