

数理方程模拟试题

姓名: _____ 学号: _____ 答题时间: _____

➤ 书写定解问题

一长为 l 的匀质柔软轻绳, 其一端固定在竖直轴上, 绳子以角速度 ω 转动, 试导出此绳相对于水平线的横振动方程.

➤ 圆锥杆的纵振动问题

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(1 - \frac{x}{h} \right)^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \frac{1}{a^2} \left(1 - \frac{x}{h} \right)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} & \text{①} \\ u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x) & \text{②} \end{cases}$$

➤ 有界阻尼的波动方程

$$\begin{cases} v_{tt} - a^2 v_{xx} + 2\varepsilon v_t + \varepsilon^2 v = 0 \quad (-\infty < x < \infty, t > 0) & \text{①} \\ v(x, 0) = \varphi(x), v_t(x, 0) = \psi(x) & \text{②} \end{cases}$$

➤ 扩散问题

求解厚度为 l 的层状铀块中, 中子的扩散运动满足的定解问题

$$\begin{cases} u_t - Du_{xx} - \beta u = 0, 0 < x < l, t > 0 & \text{①} \\ u(0, t) = 0, u(l, t) = 0 & \text{②} \\ u(x, 0) = \varphi(x) & \text{③} \end{cases}$$

➤ 热交换问题

长为 l 的杆,侧面和 $x=0$ 端绝热,另一端 $x=l$ 与外

界按 Newton 冷却定律交换热量(设外界温度为 0),初始时刻杆内温度为常数 u_0 ,求杆内温度分布.

➤ 稳态问题

半径为 a 高为 h 的均匀圆柱,上底温度保持为 $f(\rho)$,

下底温度为零度,而侧面在零度的空气中自由冷却,试求柱体内的稳定温度分布.

➤ 受迫弦振动问题

长为 l 两端固定的弦线在单位长度的横向力 $f(x, t)$

$= g(x) \sin \omega t$ 的作用下振动,已知弦的初始位移和速度分别为 $\varphi(x)$ 和 $\psi(x)$,试求其振动规律.

➤ 半球问题

半球的球面保持温度 u_0 ,半球底面保持绝热,试求这个半球里的稳定温度分布.