

浅谈数理方程中的三步走战略

这学期我们学习的数理方程，主要内容是三类典型数学物理方程的定解问题的求解，所以，我们主要的学习目标就是掌握求解方法。学习方法就是，熟练掌握每种方法的具体操作和适用范围。

再次安利：先有意义后求量。

总的来看，我们的基础是常微分方程求解，现在要求解的是偏微分方程，所以一个直观的想法就是转化思想。在这门课程中，转化的思想也是贯穿始终。

- 转化之借鉴：行波法，借鉴常微分定值问题求解，首先求除通解，进而根据定解条件用定解条件中的已知项表达通解中的未知项，进而得到解。
- 转化之转化为熟悉的问题直接求解：
 - 转化为常微分方程：分离变量法 积分变换法
 - 转化为基本定解问题：基本解方法

既然明确了用转化的思想，那么，重点要考虑的是：转化的目标和转化的方法。

- 借鉴：行波法的转化方法是，直接求解通解
- 熟悉问题：
 - 常微分方程：
 - ✧ 分离变量法：通过求解固有值问题得到固有函数系，进而转化为常微分方程问题
 - ✧ 积分变换法：通过积分变换转化为常微分方程问题

➤ 基本定解问题：

基本解方法通过一般固有值问题和对应的格林函数满足的定解问题建立联系从而转化为基本定解问题（具体分析详见课程回放）

下面，以三步走战略的想法分析每种求解方法，希望可以帮助大家理解。

● 行波法：

- 求解偏微分方程得到通解
- 将通解带入定解条件建立已知函数和未知函数关系，并用已知函数表达通解中未知函数
- 带入通解得到原问题的解

● 分离变量法：

- 选定合适变量，求解固有值问题得到固有值和固有函数系
- 求解其他常微分方程得到形式解，即把解在定解条件上展开
- 带入定解条件确定系数，即把定解条件在固有函数系上展开

● 行波法：

- 选取合适积分变量，进行正变换
- 求解像函数满足的常微分方程得到像函数
- 对像函数反变换得到解

● 基本解方法：

- 根据原问题对应写出格林函数满足的固有值问题
- 求解得到格林函数
- 把格林函数带入解的积分表达式得到解

2020春数理方程08班