- 列写数理方程的方法:
  - 首先观察问题，确定方程的类型，发展方程或是泊松方程
  - 进一步，依据对称性（均匀)、无限长等条件确定坐标空间的维数
  - 根据研究对象定义域的特点，选取合适的坐标系
  - 选取微元，依据相关物理定律列写方程，并整理（其中可能会用到一些常用的小量近似）
  - 根据题意写出定解条件

根据问题所描述的物理过程，对照以下分类，作为参考

数理方程按其所代表的物理过程可分为如下三类：

(1)描绘振动和波动特征的波动方程

$$u_{tt} = a^2\Delta u + f \tag{2.1.1}$$

(2)反映输运过程的扩散(或热传导)方程

$$u_t = D\Delta u + f \tag{2.1.2}$$

(3)描绘稳定过程或状态的 Poisson 方程

$$\Delta u = -h \tag{2.1.3}$$

常用物理定律

(1)Newton 第二定律　$F = ma$

(2)Fourier 实验定律(即热传导定律)　当物体内存在温差时,会产生热量的流动. 热流强度 q(即,单位时间内流过单位横截面积的热量),与温度的下降率成正比. 即

$$\boldsymbol{q} = -k\nabla u \tag{2.1.6}$$

其中,k 为热传导系数,负号表示温度下降的方向. 写成分量式即

$$q_x = -k\frac{\partial u}{\partial x},\ q_y = -k\frac{\partial u}{\partial y},\ q_z = -k\frac{\partial u}{\partial y} \tag{2.1.7}$$

(3)Newton 冷却定律　物体冷却时放出的热量 $-k\nabla u$ 与物体和外界的温度差($u|_{边} - u_0$)成正比,其中 u_0 为周围介质的温度.

(4)电荷守恒定律　电荷既不能创造,也不能消灭,它们只能从一个物体转移到另一个物体,或者从物体的一部分转移到另一部分,或者说,在任何物理过程中,电荷的代数和是守恒的.

(5)热量(质量)守恒定律　物体内部温度升高所吸收的热量(浓度增加所需要的质量),等于流入物体内部的净热量(质量)与物体内部的源所产生的热量(质量)之和.

(6)Fick 定律(即扩散定律)　当物体内浓度分布不均匀时会引起物质的扩散运动. **粒子流强度** q(即,单位时间内流过单位面积的粒子数)与浓度的下降率成正比. 即

$$\boldsymbol{q} = -D\nabla u \tag{2.1.8}$$

其中,D 为扩散系数,负号表浓度减小的方向. 写成分量式即

$$q_x = -D\frac{\partial u}{\partial x},\ q_y = -D\frac{\partial u}{\partial y},\ q_z = -D\frac{\partial u}{\partial z}, \tag{2.1.9}$$

(7)Gauss 定律　通过一个任意闭合曲面的电通量,等于这个闭曲面所包围的自由电荷的电量的$\frac{1}{\varepsilon}$倍. 即

$$\oint_s \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{1}{\varepsilon}\int_\tau \rho\mathrm{d}\tau \tag{2.1.10}$$

其中,ε 为介电常数,ρ 为体电荷密度.

(8)Joule-Lenz 定律　电流通过纯电阻的导体时所放出的热量跟电流强度 I 的平方、导线的电阻 R 和通电的时间 t 成正比. 即

$$Q = I^2Rt \tag{2.1.11}$$

(9)Kirchhoff 定律　第一定律:会合在节点的电流代数和为零(规定流入节点的为正,流出节点的为负). 即

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \tag{2.1.12}$$

第二定律:沿任一闭合回路的电势增量的代数和为零(规定沿回路顺时针方向的电动势和电流都为正,反之为负). 即

$$\sum_{k=1}^{n} I_kR_k = \sum_{k=1}^{n}\mathscr{E}_k \tag{2.1.13}$$

(10)Faraday 电磁感应定律　不论任何原因使通过回路面积的磁通量发生变化时,回路中产生的感应电动势与磁通量对时间的变化率的负值成正比. 即

$$\mathscr{E} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{2.1.14}$$

其中,N 为感应回路串联线圈的匝数. 此即法拉第电磁感应定律. 由该定律知,当闭合回路(或线圈)中的电流发生变化而引起自身回路的磁通量改变而产生的自感电动势为

$$\mathscr{E} = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \tag{2.1.15}$$

其中,L 为自感系数.

(11)Hooke 定律　在弹性限度内,弹性体的弹力和弹性体的形变量成正比. 即

$$f = -kx \tag{2.1.16}$$

其中,k 为弹性体的劲度系数. 负号表示弹力的方向和形变量的方向相反.

$$应力 = 杨氏模量 \times 相对伸长$$