

中国科学技术大学

2019-2020 学年第二学期

数理方程 B 期末复习试卷

数理方程 08 班制作，仅供学习交流使用

特别说明：这份复习试卷由作业题目中的易错问题组成，易错点分析详见每周的批改作业反馈。

一、求解一维半无界区域波动方程问题.(第一章作业补充题)

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0 (0 < x < \infty, t > 0) \\ u(x, 0) = \varphi(x) \\ u_t(x, 0) = \psi(x) \\ u_x(0, t) = 0 \end{cases}$$

二、求解下列固有值问题 (第二章第二题)

(1)

$$\begin{cases} y'' - 2ay' + \lambda y = 0 (0 < x < 1, a \text{ 为常数}) \\ y(0) = y(1) = 0; \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} (r^2 R')' + \lambda r^2 R = 0 (0 < r < a) \\ |R(0)| < +\infty, R(a) = 0 \end{cases}$$

提示：令 $y = rR$.

2020 春数理方程 08 班

三、利用分离变量法求解定解问题.(第二章第五题)

(1)

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx} (0 < x < l, t > 0) \\ u(t, 0) = u_x(t, l) = 0 \\ u(0, x) = 0, u_t(0, x) = x \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} u_u = a^2 u_{xx} - 2hu_t \\ (0 < x < l, t > 0, 0 < h < \frac{\pi a}{l}, h \text{ 为常数}) \\ u(t, 0) = u(t, l) = 0 \\ u(0, x) = \varphi(x), u_t(0, x) = \phi(x) \end{cases}$$

2020 春数理方程 08 班

四、求解定解问题.(第三章第十六题)

半径为 R 的无限长圆柱体的侧表面保持一定的温度 u_0 柱内的初始温度为零, 求柱内的温度分布.

2020 春数理方程 08 班

五、求解定解问题.(第三章第二十八题)

半球的球面保持一定的温度 u_0 , 分别在下列条件下, 求这个半球内的稳定温度分布

(1) 半球底面保持常温零度

(2) 半球底面绝热

2020 春数理方程 08 班

六、求解定解问题.(第四章第二题)

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} (t > 0, 0 < x < l) \\ u_x(t, 0) = 0, u(t, l) = u_0 \text{ (常数)} \\ u(0, x) = u_1 \text{ (常数)} \end{cases}$$

2020 春数理方程 08 班

七、设平面区域 $\Omega = \{(x, y) | x + y > 0\}$ (补充题)

1. 求出区域 Ω 的格林函数.
2. 求出区域 Ω 上的定解问题

$$\begin{cases} \Delta_2 u = 0 & (x, y) \in \Omega \\ u(x, -x) = \varphi(x) \end{cases}$$

2020 春数理方程 08 班