

概率论与数理统计B 总结

provided by Prof. 刘杰

• Part I: 事件和概率

1. 事件运算和概率运算结合

- 子、交 (积)、并、补
- De Morgan 律
- 加法定理、乘法定理, etc.

2. 古典概型/几何概型

- 样本空间中的点是等测度等可能的
- 结合实际的故事/背景来计算

3. 条件概率/独立性

- 逆运算 (条件概率)

4. 全概率公式和 Bayes 公式 (解决实际问题)

• Part II: $r.v.$ (随机变量) 及其分布

1. 概率函数: 分布表 (离散)、 $f(x)$ (连续)

- $F(x)$ 、性质 (一维、多维)

2. 常用的几种分布: $Ber(p)$, $B(n, p)$, $Poi(\lambda)$, $Exp(\lambda)$, $N(\mu, \sigma)$, $U(a, b)$

3. 边缘、联合、条件、独立 (之间关系)

- 关系不是说让判断关系, 而是说emm每个如何得到、之间如何相互推导

4. 随机变量函数:

- 单调/分段单调
- 和、商 (和对应卷积公式)
 - 离散/连续
 - 变换的方式 (2个 \rightarrow 1个)
 - 两个推出一个, 是指的两个变量的联合 求另外两个的联合, 然后再求一个的边缘, 例如连续情形下的 $X+Y$ 的密度卷积公式的第二种求法 (利用变化法)

5. 三大分布: χ_n^2 分布、 t_n 分布、 F_n 分布

- 定义、性质
 - 与统计量 \bar{X} , S^2 的关系 \Rightarrow 估计、检验

• Part III: 随机变量的数字特征

1. EX

- 性质 (用)、常见随机变量的期望 (熟)
- 结合统计量

2. VarX

- 性质+常见随机变量的VarX
- 结合统计量
- 和期望的差异

3. 条件 EX, VarX

- 条件密度 \Rightarrow 条件期望&方差 (性质)
- 全期望公式
- (对于以上) 要求用性质去解决实际问题

4. Cov, ρ_{XY}

- 运算、相关性的分析
- 与EX、VarX的联合运算

5. 定性地：其他数字特征

- 中心矩、原点矩

6. 中心极限定理

- 独立同分布的和，标准化 \rightarrow 标准正态分布
- 前提：期望、方差有限

• Part IV：参数估计

1. 矩估计 ME

- 1个、2个
- 不唯一

2. 极大似然估计 MLE

- 离散、连续 $\Rightarrow L(X, \theta)$ 、对数似然 $\ln L$
- 单调、求导、表格 (N_0, N_1, \dots) (三种类型)

3. 比较估计量

- 无偏性、有效性 (结合上一章期望方差运算的规则)

4. 区间估计：区间/界 ($\alpha/2$ 分位数、 α 分位数) 区别和相通之处

- 4个一样本正态总体、4个两样本正态总体的置信区间
- 用中心极限定理来构造置信区间

• Part V：假设检验

1. 提法： H_0, H_1 (几种) 原假设和对立假设的提法

- 拒绝域
- 第一/二类错误
- 功效函数

2. 正态 4+4=8种假设检验

- $\alpha, \frac{\alpha}{2}$
- 统计量
- 无参数分布

- 中心极限定理

3. 拟合优度检验

- 类型
 - 离散, 无未知参数
 - 离散, 含未知参数
 - 独立性/齐一性
 - 连续 (有无参数)
- 涉及
 - 参数估计
 - 统计量: $\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$
 - 自由度分位数

• 补: 回归分析

This edition is typewritten by 鸢一折纸, issues & pull requests are welcomed