

关于如何学习数理方程的一些思考

- 这门课我们要学什么：

这门课我们主要要学习的是求解基于物理模型的线性偏微分方程（主要是二阶的线性偏微分方程）的方法。我们主要研究三类方程，分别是椭圆方程、抛物方程、双曲方程。

从课程内容上讲，可以分为两部分——建模和求解。

其中，第一章我们简要地了解具有代表性的几个典型方程及其物理背景，通过详细的微元法分析展示这门课要学习求解的几类重要方程的建立过程。这一部分并不属于这门课程的重点，虽然有些地方可能看起来会有点难，即是难点但不是重点。虽然这样说，但这一部分还是需要认真理解并且掌握课堂介绍的典型方程的建立方法。在最初学习这一部分的时候，我感觉比较晕，但跟着老师的讲解，并且反复阅读教材，后来慢慢理解了学习这一部分的意义所在。我认为，学习这一部分的一个重要意义在于，可以清晰地认识到我们在做什么，并且可以对于初始条件、初始条件问题以及边界条件、边界条件问题有更明确的认识，从而对于求解方程时的方法选择以及对于不同方法适用于不同模型有更清楚的理解。另外这一部分也属于考察内容。

这门课的重点在于偏微分方程的求解，这一部分既是重点也是难点。在这一部分我们会学习行波法、分离变量法、特殊函数法、积分变换法、基本解方法等重要方法。对于不同的方法，其实我们可以分析得到，会有各自的使用模型。在这一部分我们要学习的就是，每一种方法适用的模型，以及这种方法的具体使用。

- 学习这门课需要准备什么：

我们前面分析了这门课的主要内容是基于经典物理模型抽象出来的几类重要偏微分方程的求解方法。

学习这门课，我认为我们需要掌握基本的微积分计算技巧，傅里叶变换、拉普拉斯变换的相关内容，以及在单变量微积分中我们学习的微分方程的求解方法。

求解微分方程离不开基本的微积分计算，所以我们需要这方面的基础知识。在介绍的方法中会涉及积分变换法，在那里我们要讨论利用积分变换求解偏微分方程的方法，所以对于基本的傅里叶变换和拉普拉斯变换要有一定了解，个人觉得可以不用像微积分中那么复杂，可以参考一下数理方程教材上的这部分内容的介绍，对于不太清楚的部分可以再翻一下微积分教材相关部分的内容应该就可以了。我认为单变量微积分中我们学习的微分方程的求解方法比较重要，我觉得既要掌握其方法——因为求解偏微分方程的一个核心思想是转化为常微分方程求解，还要理解其中的思想（比如，我们研究一阶微分方程的时候，首先介绍了可分离变量类型，接着讨论齐次类型，再接着讨论可以化为齐次类型的方程，我们从讨论中可以发现，其核心在于向可分离变量类型的转化。对于这种思想，在很多地方我们都可以遇到。不妨称它为，特殊与一般，转化与化归的思想。这种思想在求解偏微分方程中也会涉及）。

● 怎么学这门课：

对于第一部分建模，我的学习方法是：认真听老师课堂的讲解，听老师讲这个模型的建立过程，并且记录相应的笔记。课后按照笔记和教材，对于模型建立过程进行理解和思考。我觉得主要是接受这种分析问题的方法。如果时间允许可以挑选一点这方面的习题做一点练习。我在学习中的理解是要掌握

微元分析方法、掌握基本模型及对应的物理背景、掌握边界条件、初始条件确定的方法。

对于重点，方程求解方法，我的学习方法是：同样认真听老师课堂的讲解，很多思考、以及理解问题的方法，如果我们课堂上没有吸收的话自己复习的时候会比较困难。学习每一类方法的时候，我会关注几个问题：这类方法适用于什么样的问题，这类方法具体要怎么操作，在使用的时候会出现哪些问题、容易犯什么样的错误。在学习了几类方法后，还要思考的问题就是，解决同样的问题，是否可以用不同的方法，如果可以，是否在复杂程度、易错程度等方面有所不同，在解题时我们要选择哪种会更合适。这一部分需要多做练习，我当初学的时候做作业花费的时间比较多，经常一道题可能要一个小时甚至更多才能解决，不过收获还是很多的。我们的作业题目都比较经典，也是针对每一类方法的应用。最初我还担心，如果做一道题要花费这么久，那考试能否答完试卷，不过最后考试的时候还是按时答完了试卷。我觉得在平时耐心的按照解题原则来完成每一道题目，会加深对于方法的理解，在足够熟练的时候，我们会更快地选择合适的方法，并且比如固有值问题求解在反复认真练习后，在遇到问题时就会意识到相应的解。

总的来讲：课堂认真听老师的讲解，课后阅读教材，以及在完成作业中的思考是学习这门课需要的。

一点分享：我学习这门课的一个习惯是，自己动手去推导一些重要的公式、结论，比如在第三章我们学习特殊函数的时候涉及的一些重要的性质、递推关系，在自己推导的时候其实可以发现，掌握了这些性质、递推关系怎么得到的时候，可以减轻很多记忆的负担。并且我会去按照教材所陈述的，比如

我们是怎样得到贝塞尔函数的，在跟着每一步走下来，之后对于这个问题会

有了更清楚的认识，从而对涉及贝塞尔函数的一些问题会有更深刻的理解。

对于任何一门课程的学习，我的理解是，重点在于掌握课程的特点，并基于此总结适合自己的学习方法。在这里我简要地介绍了我学习这门课的思考，以及我的学习方法，只是供大家参考，希望能让大家对于这门课有一个基本的认识，并且尝试总结自己的方法。

在这里我还想举一个例子。我之前学过一门课程叫做线性电子线路，或者我们可以称之为模拟电子技术基础，主要是讲模拟电子电路的分析和综合。这门课从内容上讲，依次介绍了二极管及其应用电路，三极管及其基本放大电路，场效应管及其基本放大电路，差分放大电路，反馈，集成运放。刚接触这门课的时候，我感觉很晕，很多地方不知道究竟在讲什么。比如三极管那一部分，首先介绍三极管的物理结构以及加电时候载流子运动情况，接着介绍输入输出特性以及用它来构成放大电路的方法。物理结构那一部分，学起来感觉很难理解，而且没有相应的题目可以练习，也不知道为什么要学，所以学起来比较吃力。不过后来慢慢理解了为什么要介绍那一部分，实际上只有理解了物理结构以及载流子运动的具体情况，才能更好地理解输入输出特性，以及放大电路中的很多问题。学习这门课也让我意识到，理解每一部分知识点不应该仅仅局限于其自身，还要思考知识点之间的联系以及这一部分内容在这门课的知识体系中是什么样的地位。

在学习数理方程这门课的时候，我们首先学习的是模型建立，最初学习的时候也不太清楚这门课的整体结构，以及学模型建立和解决偏微分方程之间的联系。所以在这里分享的就是我关于遇到的这个问题的一点思考，如果大家在学习的时候有着同样的疑惑不妨参考一下，或者可以一起交流讨论。